

1

29 (2001-02)

PRE SEK

ISSN 0351-6652

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

Lepo pozdravljeni v novem šolskem letu in ob prvi številki novega letnika Preseka!

Devetindvajseto leto izhajanja ostaja Presek zvest svoji osnovni usmeritvi. Tudi letos vam bomo poskušali posredovati čimveč poučnih in poljudnih tem, zanimivosti in novosti s temeljnih Presekovih področij: matematike, fizike, astronomije in računalništva.

Kot vsako leto boste v Preseku našli poročila in naloge z rešitvami s tekmovanj iz matematike in fizike za osnovnošolce in srednješolce vseh težavnostnih stopenj od izbirnih tekmovanj do mednarodnih olimpiad.

Pripravljamo vam zanimive in razvedrilne naloge, nadaljujemo tudi z lani obnovljenimi nagradnimi nalogami.

Vsebinsko bodo popestrile novice in priložnostni zapisi ob raznih jubilejih, ki jih ni malo v tako starih vedah, kot so matematika, fizika in astronomija.

V reviji boste našli mnenja o poljudnih knjigah s Presekovih področij, predvsem tistih, ki jih lahko kupite (ali naročite po telefonu) pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov – založništvo.

Seveda ne gre prezreti tematske slikovne križanke, ki ostaja še naprej naša stalnica in jo najdete na osrednjih straneh posamezne številke.

Bo pa objavljeno gradivo letos deloma drugače organizirano kot doslej. Na željo državne tekmovalne komisije za matematiko bo 2. številka Preseka tematska, vsebovala bo samo naloge z rešitvami z vseh stopenj matematičnih tekmovanj. Ostalo tekmovalno gradivo bo razporejeno kot običajno. Tako objavljamo v prvi številki poročila z državnih tekmovanj iz matematike in fizike v preteklem šolskem letu z imeni najboljših tekmovalcev, od 3. številke dalje pa si bodo po težavnostni stopnji za posamezne skupine sledile naloge in rešitve s fizikalnih tekmovanj. Tudi razna obvestila bodo razporejena preko vsega leta. Predvidoma bomo urnik tekmovanj objavili v 3. številki.

Spremembo pripravljamo tudi pri odgovorih na v Preseku zastavljene naloge. Vsaj za tiste rešitve nalog, ki ne potrebujejo daljše obrazložitve, se bomo potrudili, da bodo objavljene v isti številki kot naloga.

Seveda si želimo, da bi vas čimveč redno posegalo po Preseku. Zato vas vabimo, da se nam kot bralci in naročniki znova ali na novo pridružite.

Marija Vencelj, odgovorna urednica

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
29. letnik, leto 2001/02, številka 1, strani 1–64

VSEBINA

NOVICE	Uvodnik (Marija Vencelj) II Čestitka slovenskim mladim fizikom (Iz uredništva)..... 15 Quantum prenehal izhajati (Janez Strnad) 30-31
MATEMATIKA	Predalčno načelo (Jože Grasselli)..... 4-11
FIZIKA	Na sejmu v Otavalu (Jože Pahor)..... 12-15 Včasih se s ceste promet močno sliši (Jože Rakovec)..... 40-46
ASTRONOMIJA	Astronomske osnove našega koledarja (Marian Prosen) 16-22
RAČUNALNIŠTVO	Zlaganje kovancev (Martin Juvan) 23 Programski jezik Pascal (Matija Lokar) 24-27
NOVE KNJIGE	Tekmujemo v razvedrilni matematiki in logiki (Vladimir Bensa)..... 47-50
ZANIMIVOSTI,	Ali je miš požrešnejša od slona? (Vida Kariž Merhar) 27-28
RAZVEDRILO	Križanka "Lastnosti računskih operacij" – reš. str. 53 (Marko Bokalič)..... 32-33 Varnostna žlica (Jože Pahor)..... 34-37
NALOGE	Igra z dvema "L" (Marija Vencelj)..... III Približek števila π – Nagradna naloga (Peter Petek) 2 Geometrijska križanka – reš. na str. 23 (D. M. Milošević) 3 Naloga o luninem letu – reš. na str. 51 (Marian Prosen) 22 Trikratna ploščina – reš. na str. 31 (Marija Vencelj)..... 29 Poišči osnovo – reš. na str. 52 (Marija Vencelj)..... 29 Naloga iz zadnje številke Quantuma – reš. na str. 37 (Janez Strnad) 31 Geometrijski drobž – odg. na str. 53 (Marija Vencelj) 38-39
REŠITVE NALOG	Rešitvi nagradnih nalog iz XXVIII, P-5 in P-6 (Iz uredništva) . 2 Bine bo žalosten – s str. 34 (Jože Pahor)..... 50-51 Desetiška – Rešitev iz XXVIII, P-6, str. 324 (Marko Razpet) .. 52
TEKMOVANJA	37. tekmovanje za Zlato Vegovo priznanje (Aleksander Potočnik)..... 54-55 21. državno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce in osnovnošolke za Zlata Stefanova priznanja (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte) 55-57 45. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije (Matjaž Željko) 58-59 39. fizikalno tekmovanje srednješolcev in sredješolk Slovenije (Ciril Dominko)..... 59-62 1. tekmovanje dijakov srednjih poklicnih šol v znanju matematike (Dušanka Vrenčur)..... 62-63 1. tekmovanje dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol v znanju matematike (Sonja Perko)..... 63-64
NA OVITKU	Motiv z ekvadorskega podeželja (foto Jože Pahor) I Indijanski sejem v Otavalu; brezbarven in z natrijem obarvan plamen (foto Jože Pahor) – Preberite tudi članek na str. 12..... IV

NAGRADNA NALOGA

PRIBLIŽEK ŠTEVILA π – Nagradna naloga

Vsi poznamo število $\pi = 3,1415926\dots$ in že od Arhimeda naprej tudi njegov približek v obliki ulomka $\pi \approx \frac{22}{7}$.

Pred vami je naslednja nagradna naloga: Poiščite številu π čimboljši približek, izražen z naravnimi števili, seštevanjem, množenjem in največ dvema kvadratnima korenoma.

Primer:

$\sqrt{8 + \sqrt{3}} = 3,1196\dots$ Ta rezultat gotovo lahko še izboljšate. Najboljši približek bomo nagradili s knjigo.

Približke pošljite najkasneje do 10. oktobra 2001 na naš naslov: Presek, Jadranska c. 19, 1001 Ljubljana, p.p. 2964.

Peter Petek

REŠITVI NAGRADNIH NALOG IZ XXVIII, P-5 IN P-6

Teta Amalija ljubi praštavila

Pravilna rešitev naloge se glasi: *Teta Amalija je stara 74 let.*

V uredništvo je tako na prvotno kot na kasneje popravljen nalogu prispelo več rešitev. Nekaj je bilo napačnih, pravilni odgovor na popravljen nalogu ali vsaj eno pravilno rešitev prvotne naloge pa so nam poslali: dr. Zvonimir Devidé iz Zagreba, Barbara Valentinčič iz Krškega, Miha Šušteršič iz Postojne in Nenad Stefanovič iz Kranja. Žreb je nagradi namenil Barbari Valentinčič in Mihi Šušteršiču. Knjigi smo jima poslali po pošti.

Avtomobilska dirka Velika nagrada Preseka 2001

Tudi na to nalogo smo dobili nekaj odgovorov, ki pa so žal vsi napačni. Prav vsi reševalci so nalogo prebrali površno ali pa niso znali pravilno upoštevati podatka o dovoljeni spremembi hitrosti na posamezno potezo. Prav vsi so – po nepotrebnem – tudi poskušali končati dirko na ciljnih črti, čeprav bi bilo dovolj ciljno črto le prevoziti.

Zato nagrade za to nalogo nismo mogli podeliti.

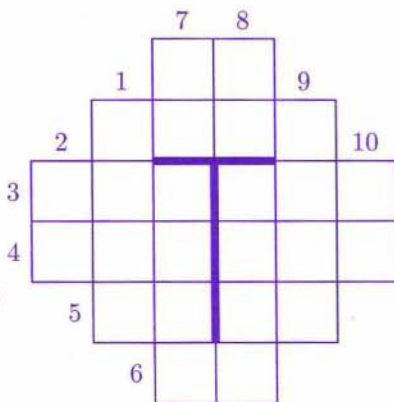
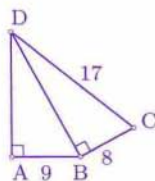
Zastavljalec naloge je obljubil, da bo kaj več o nalogi napisal za eno od prihodnjih števil Preseka.

Iz uredništva

GEOMETRIJSKA KRIŽANKA

Vodoravno:

- Število vseh deliteljev števila 7776.
- Ploščina enakokrakega trikotnika z obsegom $2(29 + 17\sqrt{13})$ in z osnovnico, ki je za 4 večja od višine.
- Ploščina štirikotnika $ABCD$ s slike. Površina pravilne štiristrane piramide z osnovnim robom 18 in višino, ki je za 3 krajša od višine stranske ploskve.
- Površina kvadra s prostornino 270 in z robovi a, b, c , kjer je $a = 5$ in $b : c = 3 : 2$. Obseg enakokrakega trikotnika z osnovnico 48 in ploščino 768.
- Število stranic pravilnega večkotnika, katerega notranji in zunanji kot se razlikujeta za 150° . Število, ki je za 9 večje od vsote svoje polovice in svoje tretjine.
- Hipotenuza pravokotnega trikotnika s katetama 27 in 36.



Navpično:

- Številska vrednost izraza $(a + b)^2 - (a - b)^2$ za $a = -18$ in $b = -16$.
- Višina piramide, katere osnovna ploskev je pravokotnik s stranicama 8 in 6 in ki ima enake stranske robove dolžine 13.
- Število diagonal pravilnega večkotnika z notranjim kotom 144° . Ploščina deltoida z vsoto diagonal 229 in razliko 117.
- Hitrost (v km/h) avtomobila, katerega kolo ima premer 7 dm in se zavrti 500-krat v minuti (vzemite, da je $\pi = \frac{22}{7}$). Številska vrednost izraza $10a^4 + 16a^3 - 5a^2 + 6a$ za $a = 5$.
- Ploščina pravokotnega trikotnika s hipotenuzo $20\sqrt{73}$ in vsoto katet 236.
- Ploščina osnega preseka kozarca v obliki valja s površino 96π in premerom osnovne ploskve 12.

Dragoljub M. Milošević, prev. in prir. Marija Vencelj

Rešitev je na strani 23.

PREDALČNO NAČELO

Jakob ima v dveh žepih vsega tri jabolka. Ob tem edinem podatku lahko samo ugibamo, koliko jabolč je v posameznem od obeh Jakobovih žepov. Nekaj trdnega pa vendarle lahko izjavimo. Zapišimo vse načine, kako se dajo porazdeliti tri jabolka na dva žepa. Dobimo preglednico:

število jabolč v prvem žepu	število jabolč v drugem žepu
3	0
2	1
1	2
0	3

V prvih dveh primerih sta v prvem žepu vsaj dve jabolki; v zadnjih dveh primerih velja isto za drugi žep. Zato drži: Jakob ima v enem od obeh žepov najmanj dve jabolki; ne vemo pa, ali gre za prvi ali drugi žep.

Iz obravnavanega zgleda povzamemo predalčno načelo: *Če so v dveh predalih (žepih) tri reči (jabolka), vsebuje eden od obeh predalov (žepov) vsaj dve reči (jabolki).*

Imejmo sedaj namesto dveh žepov n predalov in namesto treh jabolč $n + 1$ reči. Splošno predalčno načelo pravi: *Če je v n predalih $n + 1$ ali več reči, vsebuje vsaj en predal najmanj dve od teh reči.*

Načelo je jasno; ako bi bila v vsakem predalu le ena reč, bi bilo v n predalih le n ne pa $n + 1$ ali več reči. Spet pa ne vemo, v katerem od n predalov sta vsaj dve reči.

Predalčno načelo se v matematiki večkrat uporablja. Tu bomo z njim izpeljali nekaj trditev.

- A. Naj bo naravno število a tuje praštevilu p ; obstaja potenca a^k , $1 \leq k \leq p - 1$, ki pušča pri delitvi s p ostanek 1.

Če katerokoli celo število delimo s p , dobimo za ostanek eno od števil $0, 1, 2, \dots, p - 1$; ostanek 0 se pojavi le, če je število a deljivo s p ; če dajeta števili pri delitvi s p isti ostanek, je njuna razlika deljiva s p . Ker je a tu p , je vsaka od potenc

$$a, a^2, a^3, \dots, a^p \quad (1)$$

tuja p in ni deljiva s p . Zato se ostanki, ko delimo potence (1) s p , nahajajo med števili $1, 2, \dots, p - 1$. Števil (reči) v (1) je p , možnih ostankov

(predalov) $p - 1$. Po predalčnem načelu sta med potencami (1) potenci a^s , a^t z eksponentoma

$$1 \leq s < t \leq p, \quad (2)$$

ki pri delitvi s p puščata enak ostanek. Njuna razlika

$$a^t - a^s = a^s (a^{t-s} - 1)$$

je zato deljiva s p . Ker je p tuj a^s , mora deliti $a^{t-s} - 1$. To pomeni, da pri celem številu m velja

$$a^{t-s} - 1 = mp.$$

Eksponent $t - s = k$ je zaradi (2) naravno število in največ $p - 1$. Zadnja enakost se zapiše tudi

$$a^k = mp + 1$$

in trditev A je dognana.

Zgled.

Naj bo $a = 8$, $p = 13$. S potenciranjem ugotovimo, da tri od potenc

$$8^j, \quad 1 \leq j \leq 13$$

dajejo pri delitvi s 13 ostanek 1. To so

$$\begin{aligned} 8^4 &= 4\,096 = 315 \cdot 13 + 1 \\ 8^8 &= 16\,776\,216 = 1\,290\,555 \cdot 13 + 1 \\ 8^{12} &= 68\,719\,476\,736 = 5\,286\,113\,595 \cdot 13 + 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Pri $a = 14$, $p = 17$ od potenc

$$14^j, \quad 1 \leq j \leq 17$$

še predzadnja daje pri delitvi s 17 ostanek 1; je namreč

$$14^{16} = 2\,197\,953\,337\,809\,371\,136 = 128\,114\,224\,080\,655 \cdot 17 + 1. \quad (4)$$

Opomba.

Trditev A se da takole dopolniti: Najmanjši naraven k , pri katerem daje potencia a^k pri delitvi s p ostanek 1, je delitelj števila $p - 1$, vsi drugi takšni k so večkratniki tega delitelja. Dokaz izpuščamo, ponazoritev dopolnitve je vidna v (3) in (4).

B. Naravni števili a , n naj bosta večji od 1 in a tuj številu 10. Obstaja potenca a^k , ki ima za zadnjo števko 1, pred njo pa $n - 1$ števk enakih 0.

Ravnamo podobno kot pri A. Zaradi tujosti števil a in 10 se delitev potenc

$$a, a^2, a^3, \dots, a^{10^n} \quad (5)$$

z 10^n nikoli ne izide; za ostanke so tako možnosti $1, 2, 3, \dots, 10^n - 1$. Potenc (5) je 10^n , možnih ostankov $10^n - 1$; po predalčnem načelu dajeta vsaj dve potenci iz (5) pri delitvi z 10^n isti ostanek, npr. potenci a^s, a^t , $s < t$. Razlika

$$a^t - a^s = a^s(a^{t-s} - 1)$$

je potem deljiva z 10^n . Faktor a^s je tuj 10^n , zato 10^n deli faktor $a^k - 1$, kjer je $k = t - s$ naravno število. Zato je $a^k - 1 = v \cdot 10^n$ pri naravnem številu v . Od tod je

$$a^k = v \cdot 10^n + 1 = v0 \dots 01$$

in tu pred 1 nastopa $n - 1$ ničel. Trditev B je dobljena.

Zgled.

Vzemimo $a = 3$, $n = 2$. Z računanjem zaporednih potenc $3, 3^2, 3^3, \dots$ najdemo, da je

$$3^{20} = 3\,486\,784\,401$$

najmanjša potenca števila 3, ki se končuje na 01. Na 001 se končuje šele 3^{100} .

Opomba.

Najmanjši eksponent k za katerega drži trditev B, je delitelj števila $4 \cdot 10^{n-1}$. Dokaz spet izpuščamo, ponazoritev nudi zadnji zgled.

Naj bo a naravno število. Naravno število c , ki se začneja z nekajkrat zapored zapisanim a in se končuje z nekaj ničlami, zapišemo

$$c = a \dots a0 \dots 0. \quad (6)$$

Če je $a = 37$, je npr. $c = 37\,373\,700$; tu se 37 ponovi trikrat, na koncu sta dve števki 0.

C. Naj bosta a , b naravni števili; obstaja število, ki ima obliko (6) in je deljivo z b .

Glejmo $b + 1$ števil

$$a, aa, aaa, \dots, aaa \dots a, \quad (7)$$

ki nastanejo, ko zapišemo a enkrat, dvakrat, ..., $b + 1$ -krat zapored. Ko števila iz seznama (7) delimo z b , so mogoči ostanki $0, 1, 2, \dots, b - 1$. Števil (7) je $b + 1$, za ostanek je b možnosti; po predalčnem načelu sta v (7) najmanj dve števili y, x , ki dajeta isti ostanek pri delitvi z b ; ker sta y, x različna, naj bo $y > x$. Razlika $y - x$ je zato naravno število deljivo z b ; razlika ima tudi obliko (6), saj se y končuje z x . Trditev C je dobljena.

Zgled.

Poiščimo pri $a = 17$ najmanjše število z zapisom (6), ki je deljivo z $b = 84$. Iskano število se končuje na n ničel in ga zato zapišemo

$$17 \dots 17 \cdot 10^n. \quad (8)$$

Ker je $84 = 4 \cdot 21$, mora biti število (8) deljivo s 4 in z 21. Prvi faktor v (8) je lih in torej tuj 4; zato mora 4 deliti drugi faktor 10^n . Najmanjši eksponent n , pri katerem to velja, je 2. Ker je 21 tuj 10^n , mora deliti prvi faktor v (8); s preizkusom preverimo, da 17 in 1717 nista deljiva z 21, pač pa 21 deli 171717. Iskano število je

$$17\,171\,700 = 84 \cdot 204\,425.$$

Če številu 17 171 700 pritaknemo nekaj ničel ali spredaj pripišemo nekajkrat skupino štev 171717, so dobljena števila še zmeraj deljiva s 84. Števil oblike (6), deljivih s 84, je tako neskončno mnogo.

Č. Če izmed zaporednih naravnih števil,

$$1, 2, 3, \dots, 2n - 1, 2n, \quad n \geq 2 \quad (9)$$

izberemo $n + 1$ števil, sta med njimi vsaj dve zaporedni.

Iz zaporedja (9) izbrana števila

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n < a_{n+1}$$

sestavljajo množico M ; seveda je

$$1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n < a_{n+1} \leq 2n.$$

Števila množice M razdelimo na dva razreda. Število x iz M je v prvem razredu M_1 , če je vsaj eno od števil $x - 1$, $x + 1$ v M , in v drugem razredu M_2 , če nobeno od števil $x - 1$, $x + 1$ ni v M . Jasno je, da vsako število iz M pade ravno v enega od obeh razredov M_1 , M_2 . Ker je $n \geq 2$, je $n + 1 \geq 3$; tako so v dveh razredih vsaj tri števila. Zato po predalčnem načelu vsaj eden od razredov M_1 , M_2 vsebuje vsaj dve števili zaporedja (9). Pokažimo, da je to razred M_1 . Razred M_2 bi lahko zajel največ vsa liha števila

$$1, 3, 5, \dots, 2n - 1$$

ali pa največ vsa soda števila

$$2, 4, 6, \dots, 2n.$$

Obakrat je to največ n števil in je potem v M_1 vsaj eno število x . Če pa je x v M_1 , je z njim v M_1 vsaj eno od števil $x - 1$, $x + 1$; če je to $x - 1$, sta $x - 1$, x zaporedni naravni števili; za $x + 1$ sta x , $x + 1$ zaporedna. Trditev Č je dobljena.

Opomba.

Zaporedni naravni števili sta zmeraj tuji. Ugotovitev Č torej pove, da sta med $n + 1$ števili, vzeti iz zaporedja (9), vsaj dve tuji števili.

Zgled.

Pri $n = 2$ premore množica (9) števila

$$1, 2, 3, 4.$$

Množico M sestavljajo tri izmed teh štirih števil; vse možnosti za M so tako

$$1, 2, 3$$

$$1, 2, 4$$

$$1, 3, 4$$

$$2, 3, 4$$

V drugem primeru je le en par zaporednih naravnih števil, namreč 1, 2; tudi v tretjem primeru je en sam tak par 3, 4; v prvem primeru sta para dva, namreč 1, 2 in 2, 3; prav tako sta v zadnjem primeru dva para 2, 3 in 3, 4. Ko n narašča, se število možnosti za M hitro večja. Pri $n = 6$ vsebuje množica (9) števila

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$$

in izmed njih je možno izbrati 7 števil na 792 različnih načinov. Toliko je sedaj možnosti za M ; neposredno preveriti trditev Č tu ni prav lahko.

Znameniti matematik Paul Erdős (1913–1996) je mladim nadebudnim matematikom rad zastavljal nalogo, naj dokažejo trditev:

D. Če izmed števil

$$1, 2, 3, \dots, 2n \quad (10)$$

izberemo $n + 1$ števil, sta med njimi vsaj dve takšni, da manjše deli večje.

Vsako izmed $n + 1$ izbranih števil se da pisati v obliki

$$2^k z, \quad (11)$$

kjer je k nič ali naravno število, z pa liho naravno število. (Npr. $240 = 2^4 \cdot 15$, $35 = 2^0 \cdot 35$.) Med števili v (10) je n lihih

$$1, 3, 5, \dots, 2n - 1.$$

Za z v izrazitvi (11) je tako največ n možnosti. Izbrani števili damo v isti razred, če imata v zapisu (11) enak z . Ker je izbranih števil $n + 1$, možnosti za z pa kvečjemu n , imata od izbranih števil vsaj dve enak z in padeta v isti razred. To sta npr. števili x, y ; ker sta različni, smemo vzeti $x < y$. Torej je

$$x = 2^s z, \quad y = 2^t z \quad \text{pri } 0 \leq s < t.$$

Ker je $\frac{y}{x} = 2^{t-s}$, x deli y . Trditev D je dognana.

Zgled.

Za $n = 3$ sestavljajo množico (10) števila

$$1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Izmed njih je mogoče izbrati štiri različna števila na 15 načinov. Med izbranimi četvericami so npr.

$$2, 3, 4, 5$$

$$3, 4, 5, 6$$

$$2, 3, 5, 6$$

V prvi četverici le 2 deli 4, v drugi le 3 deli 6; v teh dveh četvericah sta v vsaki le dve takšni števili, da manjše deli večje. V tretji četverici 2 deli 6 in 3 deli 6; tu imamo dva para števil, ko manjše deli večje.

E. Množica M , ki jo sestavlja $n + 1$ različnih naravnih števil, manjših od $2n$, vsebuje vsaj eno število, ki je vsota dveh (različnih) števil iz M .

V množici M je $n + 1$ naravnih števil

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n < a_{n+1}, \quad (12)$$

ki so pod $2n$; zato je

$$1 \leq a_1, \quad a_{n+1} \leq 2n - 1. \quad (13)$$

Zaradi (12) so razlike

$$a_2 - a_1, a_3 - a_1, \dots, a_{n+1} - a_1 \quad (14)$$

različna naravna števila in naraščajo; po (13) je zadnja, največja diferenca pod $2n$. V množicah (12) in (14) je skupaj $2n + 1$ naravnih števil, ki so vsa pod $2n$; to pomeni, da so zanje možne le vrednosti $1, 2, \dots, 2n - 1$. Ker je števil $2n + 1$, razpoložljivih vrednosti zanje pa $2n - 1$, imata po predalčnem načelu vsaj dve števili, npr. u, v , isto vrednost $u = v$. V (12) so sama različna števila, prav tako v (14); od enakih števil u, v mora zato eno biti v množici (12), drugo v množici (14). Je npr. $u = a_i, v = a_j - a_1$; zaradi $u = v$ je $a_j = a_i + a_1$ in števila a_1, a_i, a_j so iz M . Trditev E je dobljena.

Zgled.

Pri $n = 4$ so pod 8 naravna števila 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; izmed njih je mogoče 5 števil izbrati na 21 načinov; toliko je možnosti za M . Ena od možnosti za M , tj. (12), je

$$3 < 4 < 5 < 6 < 7.$$

Tu je $3 + 4 = 7$ in nobeno drugo od števil 4, 5, 6, 7 iz M ni vsota dveh različnih števil iz M . Če se za M vzame števila

$$1 < 2 < 3 < 5 < 6,$$

je $1 + 2 = 3, 1 + 5 = 6, 2 + 3 = 5$ in tri števila iz M so vsote dveh različnih števil iz M .

Včasih srečamo predalčno načelo v še bolj splošni obliki:

Če je $kn + 1$ reči razporejenih v n predalov, vsebuje vsaj en predal najmanj $k + 1$ teh reči.

Tudi to je jasno. Ko bi vsak od n predalov vseboval največ k reči, bi bilo v vseh predalih največ kn reči; ne gre, saj je reči $kn + 1$.

F. Na gredo, ki ima obliko kvadrata s stranico 1 m, je posejal vrtnar 301 seme. Na gredi se najde krog s polmerom 8 cm, v katerega so padla vsaj štiri semena. (Seme vzamemo kot točko.)

Kvadratno gredo razdelimo z vzporednicami stranicam na 100 enakih kvadratkov, stranica vsakega meri 1 dm. Ker je $301 = 3 \cdot 100 + 1$, je $k = 3$, $n = 100$. Po predalčnem načelu obstaja vsaj en kvadratek ki vsebuje najmanj $k + 1 = 3 + 1 = 4$ semena. V krogu, ki je temu kvadratu očrtan, ta semena še tem bolj gotovo ležijo. Premer kroga $2r$ je enak diagonalni kvadrata; torej je $2r = \sqrt{2}$ dm in

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ dm} = 0,707 \dots \text{ dm} < 8 \text{ cm}.$$

Trditev F je dognana.

Kdaj pa kdaj naletimo tudi na tole obliko predalčnega načela:

Če je v n predalih manj kot n reči, je vsaj en predal brez teh reči.

G. V pravokotni gozdni parceli, dolgi 30 km in široki 20 km, se zadržuje 49 medvedov, njihov stalež se s časom ne spreminja. V vsakem trenutku je na parceli pravokotno območje površine 12 km^2 , na katerem ni nobenega medveda.

Težišče vsakega medveda projiciramo pravokotno na parcelo in dobimo s tem na njej 49 točk. Parcela meri 600 km^2 ; razdelimo jo z vzporednicami stranicam na 50 pravokotnih parcelic dolžine 6 km in širine 2 km; torej meri parcelica 12 km^2 . Ker je parcelic 50, medvedov pa 49, vsaj na eni od parcelic ni nobenega medveda. (S tem pa še ne vemo, katera od parcelic je v izbranem trenutku "varna").

Jože Grasselli

NA SEJMU V OTAVALU

Avtobus lovi redek zrak in hrope v klanec proti Otavalu. Otavalo je mestece v Ekvadorju, uro in pol vožnje od prestolnice Quita. Vozimo se okoli tri tisoč metrov nad morjem, zato ni čudno, da daje avtobus naduha.

Otavalo. V dolini globoko pod nami se lesketa jezero, nad nami se vzpenjajo gore. Nekaj ulic premore vrsto trgovin z usnjenimi izdelki. Vendar nismo prišli zaradi usnja; bolj zanimiv bo indijanski semenj, ki ga imajo vsak mesec enkrat.

Na robu mesteca je vrsta stojnic. Ugledamo ročno tkane preproge, obarvane s starimi, naravnimi barvami, pa tudi pisane. Preproge s starodavnimi inkovskimi vzorci so še najbolj mikavne. Lahko poceni kupiš pravi pončo, srajco ali pleten telovnik. Rezbarij ni; te bomo kupovali kasneje v naselju rezbarjev San Antoniu. Oči pijejo zanimive podobe; sem in tja privoščim požirek barv tudi fotografskemu aparatu.

“Poglej!” me opozori Fernando. Na klopi pred mano je drobna, za pest debela orumenela glava z dolgimi lasmi in srščimi obrvmi. Tudi Indijanci znajo sušiti človeške glave. Te niso pripadale pobitim sovražnikom, ampak umrlim sorodnikom.

Kaj pa je tole? Kipec, stara keramika. Morda pa ni stara, morda je ponaredek, ki bi ga radi prodali lahkovernim turistom? Tudi Fernando, sicer domačin, Ekvadorec, ne ve odgovora.

Prijatelj Karel se je s takim vprašanjem ukvarjal že pred menoj. V Peruju je kupil kipec, ki naj bi bil po zatrdilu prodajalca zelo star. Kako se je prepričal o starosti?

Na pomoč je priskočila sodobna fizika, ki pozna termoluminiscenčno dozimetrijo.

Fernando, ki je sicer dober elektronik, se je zgrozil že ob samem imenu. Morda pa mu bom vso zadevo le lahko pojasnil.

“Nekatere snovi se napijejo svetlobe in jo potem oddajajo tudi po več ur. Pojav imenujemo luminiscenca. Nekdaj smo imeli ure, ki so imele s tako snovjo premazane kazalce in oznake na številčnici. Na tako uro si videl tudi ponoči, dokler ni svetloba zbledela. Danes, v dobi elektronike, take ure srečamo le še poredko.

Poznamo tudi snovi, ki svetlobo le pijejo, potem pa jo obdržijo zase za vse večne čase. Že bi uspeli pomeriti, koliko je v njih nakopičene svetlobe, bi vedeli, koliko so stare.”

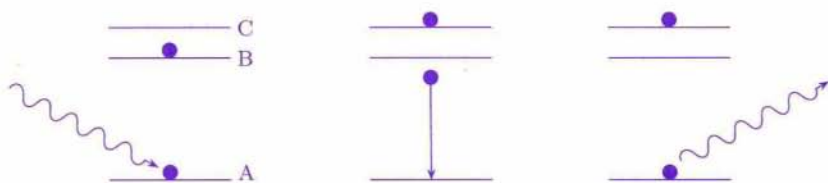
Fernando se ni strinjal. “Kaj pa dan in noč? Kaj pa oblaki, ki zastirajo sonce? Kaj, če jih spraviš v temen predal? Potem bi se po tvoje sploh ne starale.”

“V mislih imam drugačno svetlobo, trajno in enakomerno: kozmične žarke. To sevanje, ki izvira s Sonca, povzroči v zemeljski atmosferi plazove sevanja beta in gama. Vse to sevanje deluje na naše snovi podobno kot vidna svetloba, zaradi večje energije pa proži tudi vrsto drugačnih pojavov. Sevanje je enako izdatno podnevi in ponoči, v predalu ali izven njega. Tudi oblaki nanj ne vplivajo.”

“Če se napiješ žganja, lahko policist z alkotestom ugotovi, koliko si se ga naložil. Kako pa bom zvedel, koliko je nakopičene svetlobe v mojem kipcu?”

Očitno bo treba poglobiti razlago. Pogledati moramo v snov in slediti pojavom.

Predstavljamo si, da so v atomih elektroni razporejeni po lupinah: nekateri bliže, drugi dlje od jedra. Ta razporeditev pa ni večna; mogoče jo je spremeniti vsaj za kratek čas. Če damo elektronu v stanju A (slika 1) nekaj energije, ga lahko spravimo na bolj oddaljeno oziroma višjo lupino, če je le tam še prostor. V našem primeru je to stanje C. Izpraznjenih mest atom ne trpi. Eden od elektronov na višjih lupinah pade v nastalo luknjo. Pri tem se sprosti nekaj energije v obliki svetlobe. Odleti foton. Vse dogajanje traja manj od milijonine sekunde. Tako si lahko razlagamo značilno rumeno svetlobo, ki jo opazujemo, če potisnemo v brezbarvni plamen nekaj kuhinjske soli. Natrijevi atomi vsrkavajo energijo, ko odletavajo elektroni iz stanja ali nivoja $1s$, kakor ga imenujejo v spektroskopiji, v stanje z večjo energijo $2p1$ ali $2p2$. Ob vračanju teh elektronov v prejšnje stanje pride do oddajanja fotonov, ki jih zaznamo kot rumeno svetlobo.



Elektron v stanju A, ki pogoltne dovolj energije, odleti v eno od nezasedenih stanj, recimo v stanje C.

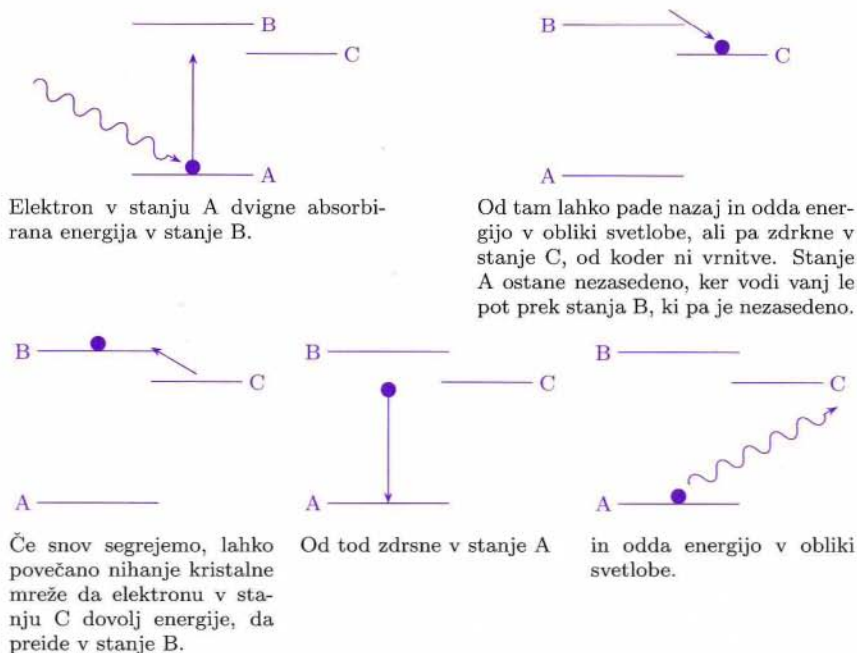
Izpraznjeno mesto A zasede elektron, ki je bil doslej v stanju B.

Sprosti se energija v obliki svetlobe. Tako lahko, npr., pojasnimo značilno rumeno svetlobo, ki jo oddajajo natrijevi atomi.

Slika 1.

Zdaj preidimo k snovem, ki po obsevanju oddajajo svetlobo dalj časa. Tudi tam vrže elektrone v višja stanja, le da pogoji za napolnitev nastalih lukenj niso tako ugodni. Tako se prvotno stanje vzpostavlja le počasi, tudi po nekaj ur.

Skrajni primer je, ko elektron obvisi nekje tako nerodno, da ne najde poti nazaj (slika 2). Da bi ga sprostili in povzročili prehod, je treba snov pretresti. Ne zadošča, da bi po kosu take snovi udarjali s kladivom. Najlepše stresemo kristalno mrežo, v katero so vgrajeni posamezni atomi, tako, da snov segrevamo. Tedaj zdrsnejo ujeti elektroni navzdol, sprošča se energija, ki jo odneso fotoni. Celotna oddana svetloba je sorazmerna številu ujetih elektronov. Ti elektroni so se ujemali enakomerno lahko celo leta, desetletja ali stoletja. Že bi znali fotone prešteti in če bi vedeli, koliko se jih je zataknilo v sekundi ali morda v letu dni, bi lahko izračunali starost predmeta.



Slika 2.

Pri segrevanju, ki traja nekaj minut, gremo do meje, ko začneja snovi že sama žareti; morda do 500 stopinj Celzija. Kljub temu bi sproščeno svetlobo z očesom težko zaznali. Pomagamo si s fotopomnoževalko, z elektronskim očesom, ki vidi blesk prižgane vžigalnice celo na razdaljo deset kilometrov, če seveda ni druge svetlobe. Luminiscenca, ki smo jo sprožili s toploto, ima ime termoluminiscenca.

Stare, dalj časa obsevane snovi torej oddajo svetlobo, na novo pripravljene, ki so nedavno prišle iz peči, pa ne. Preostane nam še, da

ugotovimo zvezo med količino nakopičene svetlobe in starostjo predmeta. Velik predmet bo vseboval več svetlobe. Nekatere snovi imajo večjo sposobnost, da kopičijo svetlobo, druge manjšo. Vprašanje je tudi, koliko oddane svetlobe znamo prestreči.

Težko nalogo najlepše rešimo s poskusom. Potem, ko smo s segrevanjem izgnali vso svetlobo, se lotimo novega obsevanja z znanim virom sevanja beta in gama. Ker poznamo izdatnost naravnega sevanja, nadzorujemo čas obsevanja in tako v nekaj minutah opravimo natanko tisto, kar je uspelo naravi v desetih ali morda sto letih. Ko spet izženemo in izmerimo svetlobo, ki bi jo povzročilo naravno obsevanje v sto letih, lahko izračunamo, koliko let je predmet kopičil svetlobo, preden smo ga prvič segreli. To je starost predmeta.

Zdaj je Fernando dojel določanje starosti. "Potemtakem bi lahko žgal kipce, jih obseval in prodajal kot stare? Nihče bi mi ne mogel dokazati prevare?"

Vseeno lahko kupujete stare kipce v Ekvadorju. Poznam Fernanda in jamčim za njegovo poštenost. Če pa star kipec ne bo star, bo kriv kdo drug in ne Fernando.

Jože Pahor

ČESTITKA SLOVENSKIM MLADIM FIZIKOM

Na 32. mednarodni fizikalni olimpiadi, ki je potekala letos, od 28. junija do 6. julija, v turškem mestu Antalya, se je slovenska ekipa imenitno odrezala. Naši srednješolci so dosegli največji uspeh, odkar nastopa Slovenija na tem tekmovanju kot samostojna država.

Dijaka ljubljanske Gimnazije Bežigrad Andrej Košmrlj in Gregor Tavčar sta osvojila medalji, Andrej srebrno in Gregor bronasto. Dijakinja ljubljanske Škofijske klasične gimnazije Mojca Miklavc in Dragan Simeonov z Gimnazije Bežigrad pa sta prejela pohvali.

Vsej ekipi, posebej pa nagrajencem, iskreno čestitamo. Pohvale in čestitke veljajo tudi njihovim mentorjem in sploh vsem, ki so s svojim delom prispevali k temu lepemu uspehu.

Iz uredništva

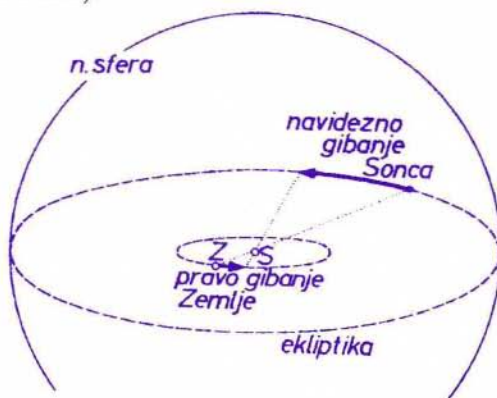
ASTRONOMSKE OSNOVE NAŠEGA KOLEDARJA

Osnova vsakega koledarja so trije naravni (astronomski) pojavi: menjanje dneva in noči, spreminjanje Luninih men (faz) in menjavanje letnih časov. Ti pojavi dajo tri osnovne časovne enote, ki so temelj poljubnega koledarskega sistema: sončev *dan*, lunin (sinodski) *mesec* in sončevo *leto*.

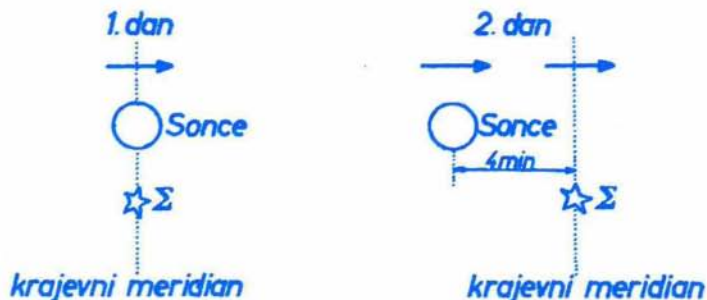
Če vzamemo trajanje srednjega sončevega dne (24 sončevih ur) za konstantno vrednost, lahko ugotovimo trajanje sinodskega meseca in sončevega leta. V vsej zgodovini astronomije so vrednosti teh treh časovnih enot vse bolj precizirali. Zdaj poznamo njihove natančne vrednosti.

Sončev dan

Vzemimo, da bi vsak dan merili čas prehoda središča sončevega diska (navidezne okrogle sončeve ploskvice) čez krajevni meridian (poldnevnik) oziroma jug, t.j. trenutek zgornje kulminacije Sonca. Ugotovili bi, da je časovni presledek med dvema zaporednima zgornjima kulminacijama Sonca, kar se imenuje *pravi sončev dan*, približno za štiri minute daljši od zvezdnega dne, ki je konstanten (meri 23 ur 56 min). To se zgodi zaradi tega, ker Zemlja pri potovanju okrog Sonca zaključi svoj polni obhod v enem letu ali približno v 365 dneh in še četrtini dneva, kar se odraža v navideznem letnem gibanju Sonca. Zaradi kroženja Zemlje se namreč Sonce na nebu v enem dnevu navidežno premakne (v levo) za 365-ti del svoje letne poti (ekliptike), t.j. za $360^\circ/365$ oz. okoli 1° , kar ustreza štirim minutam (sliki 1 in 2).

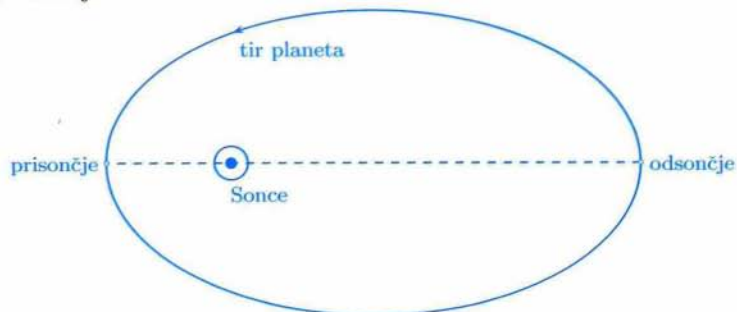


Slika 1. Zaradi gibanja Zemlje okrog Sonca se Sonce navidežno premika po nebesni kroglji v napredni smeri (v levo). V enem letu (365 dnevih) naredi po ekliptiki en navidezni obhod (360°), v enem dnevu pa $360^\circ/365 \approx 1^\circ$ (malo manj).



Slika 2. Pravi sončev dan je za štiri minute (natančneje 3 min 56 s) daljši od zvezdnega; Σ – zvezda.

Za razliko od zvezdnega dneva, ki ima konstantno vrednost, pa se trajanje pravega sončevega dne periodično spreminja. Dva vzroka sta za to: naklon ravnine ekliptike k ravnini nebesnega ekvatorja in eliptična oblika zemeljskega tira. Zemlja se torej giblje okrog Sonca po elipsi in ne po krogu. Ko je Zemlja na delu elipse, ki je bliže Soncu (na sliki 3 levo), se giblje hitreje. Čez pol leta je na nasprotni strani elipse in se giblje po tiru počasneje.



Slika 3. Odsončje in prisončje na tiru planeta, npr. Zemlje. Gibanje Zemlje okrog Sonca se pravzaprav odvija po rahlo sploščeni elipsi (ne po krogu). Zaradi večje nazornosti razlage je elipsa na sliki narisana pretirano sploščeno.

Neenakomerno gibanje Zemlje na njenem tiru povzroča neenakomerno navidezno premikanje Sonca na nebesni obli. V različnih časih med letom se Sonce navidezno premika različno hitro. Zato se spreminja dolžina pravega sončevega dne. Tako npr. 23. 12., ko je pravi sončev dan najdaljši, traja 51 s dalj kot 16. 9., ko je najkrajši. Ker se spreminja, dolžine pravega sončevega dne torej ne moremo vzeti za enoto merjenja časa.

Naše ure niso naravnane po gibanju pravega Sonca, ampak po gibanju neke namišljene točke, ki ji rečemo srednje sonce. To namišljeno sonce v enem letu zaključi en polni obhod okrog Zemlje, torej v istem času kot pravo Sonce, vendar se ne premika po ekliptiki neenakomerno, ampak enakomerno po nebesnem ekvatorju. Časovni presledek med dvema zaporednima prehodoma srednjega sonca čez meridian se imenuje *srednji sončev dan*. Trajanje tega dne pa je konstantno. Deli se na 24 ur, vsaka ura na 60 minut in vsaka minuta na 60 sekund srednjega sončevega časa.

Srednji sončev dan (ne zvezdni dan) je ena izmed osnovnih časovnih enot, ki služi za temelj današnjega koledarja.

Sinodski mesec

Je osnova za lunine koledarje. Sinodski mesec je časovni presledek med dvema zaporednima enakima luninima menama, npr. prvima krajcema. Traja okoli 29,5 dneva.

Tropsko leto

V preteklosti je bilo posebno pomembno postopno preciziranje trajanja sončevega leta. V prvih koledarjih je leto trajalo 360 dni. Pred okoli 5000 leti so stari Egipčani in Kitajci določili dolžino sončevega leta na 365 dni. Nekaj stoletij pred našim štetjem pa so tako v Egiptu kot na Kitajskem za trajanje leta že ugotovili $365\frac{1}{4}$ dneva.

Za temelj današnjega sončevega koledarja so vzeli t.i. tropsko leto. To je časovni presledek med dvema zaporednima prehodoma središča sončevega diska čez pomladišče (točko gama ali točko spomladanskega enakonočja) oziroma preprosteje povedano, čas med dvema zaporednima spomladanskima enakonočjema. Z določitvijo natančne vrednosti trajanja ali dolžine tropskega leta so se ukvarjali znameniti astronomi kot Laplace, Bessel, Leverriere, Newcomb.

leto	trajanje tropskega leta
0 (nič)	365,242316 dneva
1900	365,242199 dneva
4000	365,242070 dneva

Tabela 1. Spreminjanje tropskega leta.

Gornja tabela (po Newcombu) prikazuje, da se vrednost tropskega leta zelo počasi vendar vztrajno spreminja. Za koledarski namen zadostuje naslednja natančna vrednost tropskega leta: 365,2422 dneva. Takšna vrednost da v koledarju napako enega dneva v 100 000 letih. Zato je popolnoma dobra (še predobra) kot temelj za vse koledarske izračune.

Ker niti sinodski mesec niti tropsko leto ne vsebujeta celega števila srednjih sončevih dni, so vse tri omenjene časovne enote nesoizmerljive. To pomeni, da ni mogoče z ulomkom izraziti eno teh količin z drugo, da ni mogoče odbrati takega celega števila sončevih let, ki bi vsebovalo natanko celo število sinodskih mesecev in celo število srednjih sončevih dni. S tem je pojasnjena vsa zamotanost koledarskih problemov in tudi vsa zmeda, ki je v času več tisočletij kraljevala pri vprašanju računanja velikih časovnih presledkov.

Težave pri sestavljanju koledarja so torej v tem, da ni mogoče narediti idealnega koledarja, ampak le boljše ali slabše približke zanj. Po tem, kako dosežemo čim boljše ujemanje koledarskega leta s tropskim, pa so lahko koledarji različni.

Tri vrste koledarjev

Težnja, da bi le do neke mere uskladili med seboj dan, mesec in leto, je privedla k temu, da so v različnih obdobjih sestavljali tri vrste koledarjev: sončeve (solarne) – osnovane na navideznem gibanju Sonca, kjer so želeli dobiti medsebojno ujemanje dneva in leta, lunine (lunarne) – osnovane na gibanju Lune, kjer so hoteli dobiti ujemanje dneva in meseca, in lunino-sončeve (luno-solarne), kjer so poskusili dobiti medsebojno ujemanje vseh treh časovnih enot.

V današnjem času skoraj vse dežele na svetu uporabljajo sončev koledar, zato bomo opisali le njegove značilnosti.¹

Matematična teorija sončevih koledarjev

Koledarsko leto mora imeti celo število dni: ali 365 ali 366. Zato je za ujemanje koledarskega leta s tropskim neogibno, da čez določeno število navadnih let (365 dni) uvedemo prestopno leto (366 dni).

Za dolžino tropskega leta je torej privzeto 365,24220 srednjih sončevih dni. Navadno leto je tako krajše od tropskega za 0,2422 dneva. Preoblikujemo to decimalno število v ulomek $U = 2422/10000 = 1211/5000$. To pomeni, da na vsakih 5000 let pride 1211 dni. Za to, da bi (srednje) trajanje koledarskega leta približali trajanju tropskega leta, je treba v teh

¹ Lunin koledar je igral pomembno vlogo v starih religijah. Ohranil se je do danes v nekaterih vzhodnih deželah z muslimansko vero. V njem imajo meseci od 29 do 30 dni, leta pa vsebujejo izmenično 354 in 355 dni. Tako je lunino leto za 10 do 12 dni krajše od sončevega. Lunino-sončev koledar pa se danes še uporablja le v židovski veri v Izraelu za izračun verskih praznikov. Leto ima v tem koledarju 12 luninih mesecev (29 in 30 dni). Navadna (12 mesečna) leta imajo 353, 354 ali 355 dni, prestopna (13 mesečna) pa 383, 384 ali 385 dni. S tem dosežejo, da prvi dan vsakega meseca skoraj natančno sovpadе z mlajem. Nekdaj pa so ta koledar uporabljali v Babiloniji, Stari Kitajski, Indiji in celo Stari Grčiji in Rimu.

5000 letih v koledar uvesti 1211 prestopnih let. Preoblikujemo ulomek U v verižni ulomek:

$$U = \frac{1211}{5000} = \frac{1}{\frac{5000}{1211}} = \frac{1}{4 + \frac{156}{1211}}.$$

Če zanemarimo $156/1211$, je prvi približek ulomka $U = \frac{1}{4}$ ali 0,25. Ta približek se od 0,24220 razlikuje za +0,0078. Razlika je še razmeroma velika, zato nadaljujemo naše računanje in poskušamo dobiti drugi približek, ki bo boljši od prejšnjega. Torej

$$U = \frac{1}{4 + \frac{156}{1211}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{\frac{1211}{156}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{119}{156}}}.$$

Če zanemarimo $119/156$, je drugi približek $1/(4+1/7) = 7/29$ ali 0,24138. Ta približek se razlikuje od 0,24220 za -0,00082. Nadaljujemo in izračunajmo tretji približek:

$$U = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{119}{156}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{\frac{156}{119}}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{7 + \frac{1}{1 + \frac{37}{119}}}}.$$

Če zanemarimo $37/119$, je tretji približek $1/(4 + (1/(7 + 1))) = 8/33$ ali 0,24242. Ta približek se razlikuje od 0,24220 še manj, to je za +0,00022. Podobno najdemo še četrti približek (prepričajte se o tem) $31/128$ ali 0,24219, ki se od 0,24220 razlikuje le za -0,00001 dneva, kar je manj od ene sekunde.

Ti štirje približki povsem zadostujejo. Sami lahko izračunate, da je peti približek $132/545$ že enak 0,24220 (slika 4). Približki se stekajo izmenično z ene in druge strani k vrednosti 0,24220.

Tako smo dobili pet približkov za tropsko leto v (srednjih sončevih) dneh:

$$\text{i) } 365\frac{1}{4} = 365,25000$$

$$\text{ii) } 365\frac{7}{29} = 365,24138$$

$$\text{iii) } 365\frac{8}{33} = 365,24242$$

$$\text{iv) } 365\frac{31}{128} = 365,24219$$

$$\text{v) } 365\frac{132}{545} = 365,24220$$



Slika 4. Približki se zelo hitro stekajo k vrednosti 0,24220.

Analiza približkov

- i) Če za podano vrednost tropskega leta upoštevamo prvi (grob) približek $365\frac{1}{4}$ dneva, vidimo, da je potrebno po treh navadnih letih s 365 dnevi dodati četrto prestopno leto s 366 dnevi. To upošteva julijanski koledar.
- ii) Natančnejša določitev dolžine tropskega leta $365\frac{7}{29}$ dneva pove, da na 29 navadnih let pride 7 prestopnih. Ta koledarski sistem ni bil uporabljen.
- iii) Še natančnejša vrednost za tropsko leto $365\frac{8}{33}$ dneva pokaže, da na vsakih 33 let pride 8 prestopnih. Ta sistem je predlagal v 11. stoletju Perzijec Omar Hajam. Reforma tega koledarja ni bila izvedena.
- iv) Vrednost $365\frac{31}{128}$ dneva je uporabljena v koledarskem projektu Nemca Maedlerja. Tudi to ni bilo uvedeno v prakso.
- v) Peta možnost se v zgodovini koledarja sploh ni nikoli resno obravnavala. Natančnost je tako velika (prevelika), da je že ne potrebujemo. Zato nima več nobene praktične vrednosti.

Natančnost sončevih (in tudi drugih) koledarjev je mogoče izračunati po posebni formuli. Ne bomo je navedli. Raje bomo to prikazali v spodnji tabeli. Sicer pa lahko to izračunate sami (gl. dalje).

ime sončevega koledarja	letna napaka (v srednjih sončevih dnevih)	čas, v katerem napaka doseže en cel dan
staroegipčanski	-0,24220 dneva	4 leta
julijanski	+0,00780 dneva	128 let
gregorijanski (naš)	+0,00030 dneva	3 280 let
Hajamov	+0,00022 dneva	4 500 let
Maedlerjev	-0,00001 dneva	100 000 let

V našem današnjem sončevem, t.j. gregorijanskem koledarju (pri nas uvedenem v 16. stoletju), je za tropsko leto privzet približek 365,2425 dneva. Ta se razlikuje od natančne vrednosti za tropsko leto za 0,0003 dneva. Napako, ki se v tem koledarju nabere za en dan, izračunamo iz enačbe $0,0003 \text{ dneva} \cdot t \text{ let} = 1 \text{ dan}$, od koder sledi $t = 1/(3 \cdot 10^{-4}) \text{ let}$, torej v okoli 3 300 letih. Brez dvoma lahko rečemo, da je naš koledar tako natančen, da boljšega ne potrebujemo.

Poglejmo še, kako je s prestopnimi leti v gregorijanskem koledarju. Decimalno število 0,2425 preoblikujmo v ulomek, torej $2425/10\,000 = 97/400$. Približek $365 \frac{97}{400}$ za tropsko leto pove, da na 400 let pride 97 prestopnih let (in ne 100, torej vsako četrto, kot upošteva julijanski koledar). V 400 letih je tako treba izpustiti tri prestopna leta. Dogovor (po uvedbi gregorijanskega koledarja) je tak, da so navadna leta tista prestopna leta, ki jih pišemo z dvema ničloma na koncu in niso deljiva s 400. Tako je bilo leto 1600 prestopno, leta 1700, 1800 in 1900 ne, leto 2000 je prestopno, leta 2100, 2200, 2300 ne bodo, leto 2400 pa bo spet prestopno itn.

Seveda so bili in so še drugi poskusi, kako bi izboljšali koledar. Vendar pa sami lahko uvidite, da je gregorijanski koledar za nas še vedno najprimernejši.

Kot zanimivost naj povemo, da je prvo natančnejšo vrednost trajanja tropskega leta določil že starogrški astronom Hiparh, ki je deloval v 2. stol. pr.n.š. na aleksandrijskem observatoriju. Izmeril je 365,24671 dneva. Če bi upoštevali njegov približek za tropsko leto, bi bil ta koledar vsekakor natančnejši od julijanskega, ki so ga uvedli šele v prvem stoletju pred našim štetjem.

Marijan Prosen

NALOGA O LUNINEM LETU

Lunino leto traja 12 sinodskih mesecev, t.j.

$$29,530588 \text{ dneva} \cdot 12 = 354,36706 \text{ dneva}.$$

S pomočjo verižnega ulomka izračunaj sedem približkov za trajanje luninega leta.

Marijan Prosen

Rešitev je na strani 51.

ZLAGANJE KOVANCEV

Na domači strani Banke Slovenije (www.bsi.si/html/kazalo.html) sem se poučil, da so v Sloveniji kot zakonito plačilno sredstvo v uporabi naslednji tečajni kovanci:

vrednost (v SIT)	10	5	2	1	0.5	0.2	0.1
premer (v mm)	22	26	24	22	20	18	16

Sicer pa moram priznati, da se ne spomnim, da bi kdaj držal v rokah kovanca za 10 in 20 stotinov.

Recimo, da vzamemo po en kovanec vsake vrednosti in jih po vrsti zložimo ob ravnilo tako, da se vsi dotikajo ravnila (glej spodnjo sliko).



Ali znate izračunati vodoravno razdaljo med levim in desnim robom kovancev, če se zaporedni kovanci med seboj dotikajo, a ne prekrivajo?

Gotovo ste pomislili, da bi kovanice lahko zložili tudi v drugačnem vrstnem redu, to pa bi lahko spremenilo tudi širino razporeditve. Ali znate poiskati razporeditev, pri kateri bodo kovanci zavzeli najmanjšo širino? Seveda si pri iskanju lahko pomagata tudi z računalnikom.

Martin Juvan

GEOMETRIJSKA KRIŽANKA - Rešitev s str. 3

Vodoravno: 1. 36; 2. 1566; 3. 114, 864; 4. 258, 128; 5. 24, 54; 6. 45.

Dragoljub M. Milošević

PROGRAMSKI JEZIK PASCAL

Številne izkušnje kažejo, da je za lažje ravnanje z računalniškimi programi zelo koristno vsaj osnovno poznavanje kakega programskega jezika. Učenje programiranja je namreč eden od najboljših načinov za razvijanje sposobnosti postopkovnega razmišljanja. Tak način razmišljanja pa je v današnjem svetu zelo pomemben.

V svetu programiranja obstaja množica programskih jezikov – vsak s svojimi značilnostmi, prednostmi in pomanjkljivostmi. Eden od teh številnih jezikov je tudi programski jezik pascal. Čeprav dandanes ni več toliko v uporabi kot jezik, v katerem se razvijajo “resni” programi, pa je še vedno zelo popularen. Ker je sorazmerno enostaven za učenje in hkrati dovolj zmogljiv, da začetnika popelje v skrivnosti programiranja, je še vedno eden od najprimernejših jezikov za učenje programiranja.

V spletu najdemo kup prevajalnikov za programski jezik pascal, s katerimi lahko naše stvaritve prevedemo v delujoče programe. Na srečo z njimi ne bomo imeli nobenih stroškov. Na voljo je več dobrih prevajalnikov, ki so bodisi preizkusni (torej jih lahko nekaj časa uporabljamo zastonj) ali pa so povsem brezplačni. V prispevku si bomo ogledali, kako zastonj pridemo do znamenitega Turbo Pascala, spoznali pa bomo še Irie Pascal in Free Pascal. Na voljo je še več drugih prevajalnikov, a za prvi vtis bo to dovolj. Na koncu bomo navedli še nekaj spletnih strani (tudi slovenskih), kjer nas poskušajo naučiti programiranja v pascalu.

Za začetek pa se malo sprehodimo skozi zgodovino. Programski jezik pascal se imenuje po francoskem učenjaku Blaiseu Pascalu (1623–1662). V svetu računalništva je poznan predvsem po računalu (seštevalniku) Pascaline, ki ga zasnoval med leti 1640 in 1645 (glej desni sliki). Zgrajenih je bilo nekaj deset teh računal, vendar njihova uporaba (in prodaja) ni zaživela.



Blaise Pascal



Pascaline

Več o tem mislecu, matematiku in izumitelju si lahko preberete npr. na spletu na naslovih:

- www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Pascal.html,
- es.rice.edu/ES/humsoc/Galileo/Catalog/Files/pascal.bla.html,
- pascal-central.com/blaise.html.

Seveda pa to niso edine strani, kjer lahko kaj izveste o njem. Če v iskalnik Google vpišete iskalni niz "Blaise Pascal", dobite seznam prek 50 000 spletnih strani, na katerih je omenjen.

Programski jezik pascal je okoli leta 1970 zasnoval Niklaus Wirth. Profesor Wirth je eden najbolj znanih računalnikarjev. Leta 1984 je za svoje delo dobil tudi prestižno Turingovo nagrado (www.acm.org/awards/taward.html). Več o njem lahko izveste na spletnih straneh univerze ETH iz Züricha (www.cs.inf.ethz.ch/~wirth), na kateri je predaval do upokojitve leta 1999.

K priljubljenosti programskega jezika pascal je veliko prispevalo tudi podjetje Borland. S svojim prevajalnikom in razvojnim okoljem Turbo Pascal so leta 1983 naredili pravo malo računalniško revolucijo. Prevajalnik je bil za takratne razmere izjemno poceni (49.95 USD) in je deloval zelo hitro. Zato se je hitro razširil in kar naenkrat so vsi programirali v pascalu. V jezik je Turbo Pascal vpeljal številne novosti, žal večkrat precej neposrečeno. Leta so naredila svoje in danes se Turbo Pascal ne razvija več. Je pa na njegovi osnovi nastal danes zelo popularen izdelek za programiranje – Delphi. Tako so se pri Borlandu odločili, da dajo brezplačno na voljo eno od zadnjih različic tega prevajalnika – Turbo Pascal 5.5. Vendar programa ne smemo kar razširjati prek spleta, ampak ga mora vsak uporabnik (brezplačno) sam prenesti s strani Borlandovega muzeja (community.borland.com/museum). Tam se mora prijaviti in šele potem lahko prenese program. Več o uporabi tega izdelka si lahko preberete v knjigi M. Lokar: *Turbo pascal*.

Irie pascal spada med tako imenovane preizkusne programe. Osnovna zamisel pri tovrstnih programih je, da jih dobimo (bolj ali manj) brezplačno od koder hočemo, jih preizkusimo, in če nam program ustreza, avtorju (bodisi posamezniku ali podjetju) pošljemo (običajno majhno) plačilo za njegovo delo. Tak program lahko brez kančka slabe vesti (celo zaželeno je!) damo prijatelju, znancu, učencu. Irie pascal najdemo v spletu na naslovu www.iriertools.com, lahko pa ga poiščete tudi na strežniku Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani:

www.educa.fmf.uni-lj.si/www375/2001/prj/prevajalniki/prev.htm.



Niklaus Wirth

Tam najdete tudi kratka navodila za namestitev in uporabo programa. Program ni obsežen (manj kot 700 KB), tako da bo hitro prenesen. Njegova "slabost" je, da ne naredi izvajalne datoteke (datoteke s končnico `exe`), ampak posebno datoteko s končnico `ivm`. To datoteko potem izvajamo s posebnim programom – tolmačem, ki je priložen. Vendar pa so tako narejene datoteke kratke, tudi prevajanje je hitro, zato je ta prevajalnik kot nalašč za prve stike s programiranjem. Tudi uporaba je zelo enostavna. V poljubnem urejevalniku si pripravimo datoteko s programom v programskem jeziku pascal, jo shranimo (npr. kot `a.pas`) in se v ukaznem oknu postavimo v imenik, v katerem se datoteka nahaja. S klicem `ipc a.pas` poženemo prevajalnik, ki iz datoteke `a.pas` naredi datoteko `a.ivm`. To nato z ukazom `ivm a` izvedemo. Obstaja tudi okenska različica prevajalnika. Je nekoliko bolj obsežna (1.5 MB), njena uporaba pa je prav tako enostavna. Tudi to različico prevajalnika najdete na že omenjenih spletnih straneh.

Free pascal je prevajalnik, ki se še vedno hitro razvija. Je povsem brezplačen. Najdemo ga na naslovu www.freepascal.org, pa tudi na že omenjenih spletnih straneh FMF. Priporočamo prenos s slednjih strani, saj smo tam pripravili osnovno različico, ki obsega približno 2.5 MB. Na "uradnih" spletnih straneh vas čaka paket, dolg več kot 9 MB. Ta vsebuje cel kup začetnika verjetno nepotrebnih stvari. Prevajalnik uporabljamo podobno kot Irie pascal (torej iz ukazne vrstice), le da bomo tokrat dobili izvršljivo datoteko s končnico `exe`.

Orodja torej imamo. Potrebujemo še znanje programiranja. Če se odločite, da se boste naučili pascal, imate na voljo številne knjige in pisna gradiva (naveden je le del slovenskih gradiv in knjig):

- I. Bratko, B. Cestnik, *Programski jezik pascal z razširitvami turbo pascala*, DZS, 1991,
- B. Mohar, E. Zakrajšek, *Programski jezik pascal*, DMFA, 1988,
- M. Juvan, M. Lokar, *121 nalog iz pascala*, DMFA, 1997,
- M. Lokar, *Turbo pascal 7.0*, DMFA, 1994,
- F. Mavrič, Z. Vrbinc, *Pascal: priročnik z vajami*, samozaložba, 1997
- M. Lokar, *Prvi koraki v programski jezik pascal: gradivo za dopolnilno izobraževanje učiteljev računalništva*, FMF, 1999.

Seveda pa je na spletu tudi kar nekaj strani, ki ponujajo različne zbirke nalog in razlage posameznih tem. Naj jih navedem le nekaj:

- Na Srednji šoli za elektrotehniko in računalništvo v Ljubljani je nastala obširna spletna zbirka nalog. Najdete jo na naslovu www.zrsss.si/maja/apjhtm. Podobna zbirka je dosegljiva tudi v

knjižni obliki. Avtorja prvega dela sta M. Azarov in M. Kastelic, drugega dela pa T. Lončarič.

- V okviru Dopolnilnega izobraževanja iz računalništva in informatike na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani je tudi predmet Programski jeziki. Za potrebe tega predmeta sta nastali spletni zbirki nalog in zgledov, ki ju najdete na

www.educa.fmf.uni-lj.si/www375/2000/prj/vajepas/zgledi_vaje_pascal.htm
in

www.educa.fmf.uni-lj.si/www375/2001/prj/vajepas/zgledi_vaje_pascal.htm.

- www.algonet.se/~khaan/tutor/index.html je krajši spletni učbenik pascala s poudarkom na turbo pascalu.
- www.cit.ac.nz/smac/pascal/default.htm je lepo narejen učbenik pascala, ki vsebuje (ne pretežke) spletne teste, naloge in rešitve. Na voljo je tudi na CD-ju in v francoščini.
- www.pascal-central.com je pregledno oblikovana spletna stran z različnimi primeri, knjižnicami, zbirko povezav na pascalu posvečene spletne strani itd. Med drugim se tu lahko poučite, zakaj je programski jezik pascal boljši od programskega jezika C :).
- www.devq.net/pascal je obsežna spletna stran, posvečena pascalu. Vsebuje zbirke povezav na knjige, primere, orodja itd. Tu je med drugim tudi zbirka povezav na 17 spletnih učbenikov pascala.

Matija Lokar

ALI JE MIŠ POŽREŠNEJŠA OD SLONA?

Različne živali pojedjo dnevno zelo različne količine hrane. Raznolikosti med različnimi vrstami živali in dejavniki, ki vplivajo na njihovo prehranjevanje, je preveč, da bi lahko iskali splošne formule za sestavljanje jedilnikov. Kljub temu pa bomo poskušali razložiti nekaj dejstev, ki jih opazimo pri sesalcih.

Vemo, da veliki sesalci (slon, konj, krava) pojedjo dnevno obroke hrane, ki znašajo le majhen del njihove telesne teže, medtem ko morajo majhni sesalci (miš, hrček) pojesti dnevno količino hrane, ki je primerljiva z njihovo težo.

Najpreprostejši primeri, ki kažejo zvezo med sposobnostjo opravljanja določene funkcije in velikostjo telesa, so tisti, pri katerih je ta zveza odvisna od razmerja $\frac{V}{P}$ med prostornino telesa V in njegovo površino P .

Če z L označimo linearno velikost telesa, rekli ji bomo značilna velikost, je za podobna telesa njihova prostornina sorazmerna z L^3 , površina pa z L^2 . Zato je kvocient $\frac{V}{P}$ sorazmeren z L ,

$$\frac{V}{P} = \frac{1}{a} L,$$

kjer je a odvisen samo od oblike in nič od velikosti telesa.

S tem razmerjem bomo pojasnili, zakaj imajo različno veliki sesalci različne prehranjevalne navade. Pri tem bomo predpostavili, da imajo vsi sesalci enak metabolizem in da so približno enake oblike.

Večji del energije, ki jo dobijo živali iz hrane, se porabi za vzdrževanje njihove telesne temperature. V stacionarnem stanju sta proizvedena toplota Q_1 in oddana toplota Q_2 enaki: $Q_1 = Q_2$. Količina hrane, ki jo mora žival pojesti, je sorazmerna s Q_1 , oddana toplota Q_2 pa je sorazmerna s površino telesa P :

$$\text{hrana} \propto Q_1 = Q_2 \propto P.$$

Za razmerje med zaužito hrano in prostornino živali velja

$$\frac{\text{hrana}}{\text{prostornina}} \propto \frac{P}{V} = \frac{a}{L}.$$

Ugotovimo, da je potrebna hrana na enoto prostornine živali obratno sorazmerna z značilno velikostjo živali. Torej potrebujejo majhne živali res relativno več hrane kot velike.

Na podoben način pojasnimo tudi dejstvo, da so celice majhnih živali in rastlin zelo podobne tistim, ki jih imajo velike živali in rastline.

Vse žive celice potrebujejo hrano. Hrana pride v celico skozi stene, notranjost celice pa jo porabi. Količina hrane, ki jo sprejme celica, se večja sorazmerno s površino, količina hrane, ki jo celica potrebuje, pa se večja sorazmerno s prostornino. Kvocient med potrebno in absorbirano hrano je torej sorazmeren z velikostjo celice:

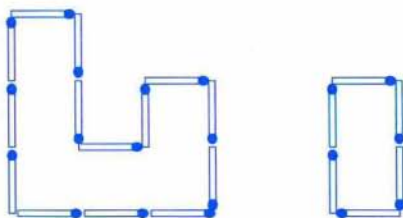
$$\frac{\text{potrebna hrana}}{\text{absorbirana hrana}} \propto \frac{V}{P} \propto L_c.$$

Z večanjem velikosti celice torej neizogibno pridemo do točke, v kateri preskrba celice s hrano ne zadostuje njenim potrebam. Celice torej ne morejo biti prevelike. Premajhne pa ne bi bile dovolj učinkovite.

Vida Kariž Merhar

TRIKRATNA PLOŠČINA

Risba prikazuje 20 vžigalic, razdeljenih v dve skupini, od katerih večja ograja lik s ploščino, ki je trikratnik ploščine lika, omejenega z vžigalicami manjše skupine.



Prestavite eno vžigalico iz večje skupine v manjšo. Nastali skupini vžigalic preuredite tako, da bo večja skupina spet ograjala trikrat tolikšno ploščino kot manjša skupina.

Marija Vencelj

Rešitev je na strani 31.

POIŠČI OSNOVO

Če je osnova številskega sistema večja od deset, številke 0, 1, 2, ..., 9 ne zadoščajo za zapis vseh števil. Privzeti moramo še toliko novih števk, za kolikor vrednost baze presega število 10. Za potrebe naše naloge izberimo kot dodatne številke naslednje oznake:

$$\boxed{0} = 10, \quad \boxed{1} = 11, \quad \boxed{2} = 12, \quad \boxed{3} = 13 \quad \text{itd.}$$

Na desni strani enačaja je zapisana vrednost posamezne številke v desetiškem sistemu.

Naloga: Za vsakega od naslednjih računov poiščite osnovo, v kateri je račun pravi.

(a) $\begin{array}{r} 16\boxed{0} \\ + 333 \\ \hline 4\boxed{0}0 \end{array}$	(b) $\begin{array}{r} 338 \\ - 287 \\ \hline 41 \end{array}$	(c) $\begin{array}{r} \boxed{0}\boxed{3}3 \\ + 916 \\ \hline 13\boxed{4}9 \end{array}$	(d) $\begin{array}{r} 402 \\ - 163 \\ \hline 24\boxed{0} \end{array}$
--	---	---	--

Marija Vencelj

Rešitev je na strani 52.

QUANTUM PRENEHAL IZHAJATI

Pred šestimi leti je Presek poročal o ameriški reviji Quantum, ki so jo začeli izdajati leta 1990. Najprej so prevajali rusko revijo Kvant, potem pa so približno polovico revije izpolnili originalni prispevki. Kvant, Quantum in Presek so sorodni v tem, da so namenjeni mladim bralcem, ki se zanimajo za matematiko, fiziko in astronomijo. Nekoliko se razlikujejo po zahtevnosti in malo bolj po grafični podobi. Quantum je bilo mogoče videti tudi v knjižnicah nekaterih naših šol.

Zdaj moramo, žal, o Quantumu govoriti v preteklem času. Precej nepričakovano je prišla vest, da je s poletno številko po dvanajstih letih prenehal izhajati. Arthur Eisenkraft je kot predsednik Državne zveze učiteljev naravoslovja NSTA, ki je delovala kot izdajateljica Quantuma, v zadnji številki poskusil pojasniti, zakaj je Quantumu zmanjkalo sape. Mimogrede omenimo, da Arthur Eisenkraft vse od leta 1985, ko se je kot opazovalec udeležil mednarodne fizikalne olimpiade v Portorožu, vodi ameriško olimpijsko moštvo. Kmalu se mu je pridružil Larry Kirkpatrick in skupaj sta za Quantum prispevala veliko člankov, vprašanj in nalog.

Američani so spoznali Kvant prav preko fizikalnih olimpiad in se odločili, da ga bodo poskusili presaditi. V načrt so veliko truda vložili tedanji predsednik NSTA, William Thurston, dobitnik Fieldsve medalje, najvišjega priznanja iz matematike, Sheldon Glashow, Nobelov nagrajenec za fiziko, in podpredsednik tedanje sovjetske akademije znanosti. Sredstva je prispevela ameriška Državna znanstvena ustanova. Tiskanje je prevzela znana založba Springer. Že ti podatki kažejo, da se izdajanja Quantuma ne bi mogli lotiti bolj zavzeto in premišljeno. Kljub temu Quantum ni nikoli dosegel števila naročnikov, ki bi mu omogočilo, da bi živel brez podpore. V državah, kakršne so ZDA, mislijo, da revija ne more dalj časa živeti od podpore. Nazadnje ni bilo druge rešitve, kot da je revija prenehala izhajati.

Arthur Eisenkraft vidi vzrok za tako usodo v tem, da ameriški matematiki, fiziki in astronomi Quantuma niso vzeli za svojega. Ameriški raziskovalci z univerz in inštitutov niso objavljali v njem. Ruski raziskovalci, za razliko od njih, objavljajo v Kvantu. Eisenkraft je nekoliko razočarano razdelil strokovnjake na tiste, ki svoje misli želijo deliti z mladimi in s širšo javnostjo ter to znajo narediti, in na tiste, ki tega nočejo. Morda mislijo, da bi jih to odvrnilo od raziskovalnega dela, ali celo, da bi prišli zaradi tega na slab glas. Vsekakor njihovo okolje tako delo premalo upošteva.

Žal nam je za usodo Quantuma. Na izdajanje revij, kakršne so Kvant, Quantum in Presek vpliva tudi splošno vzdušje v družbi, ki ga je zelo težko spremeniti. Nehote pomislimo na to, da je imel Presek nekdanj veliko večjo naklado. Ob tem se zavemo, kako dragocen je Presek. Že zdaj je treba narediti vse, da ga nikoli ne bi zadela usoda Quantuma.

Janez Strnad

NALOGA IZ ZADNJE ŠTEVILKE QUANTUMA

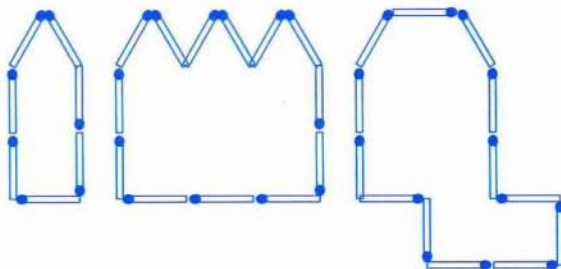
Plovilo v obliki zgoraj odprtega kvadra z osnovno ploskvijo 80 m krat 10 m in višino 5 m plava z dnom 1,25 m pod gladino vode. Na sredi dna se pojavi krožna odprtina s premerom 1 cm. Ocenite čas, v katerem bi plovilo potonilo. Preden začnete računati, poskusite izid uginiti.

Janez Strnad

Rešitev naloge je na strani 37.

TRIKRATNA PLOŠČINA – Rešitev s str. 29

K enemu manjšemu liku, ki vsebuje enakostranični trikotnik, predstavljamo dve možnosti za večji lik. Z ugankarskega vidika je lepša prva rešitev, ker je več vžigalic ostalo na svojih mestih, druga je morda geometrijsko duhovitejša.



Poiščite še kakšno! Morda tudi z drugačnim manjšim likom. Seveda se vžigalice lahko dotikajo le s konci, ne smemo jih upogibati ali lomiti.

Marija Vencelj

KRIŽANKA “LASTNOSTI RAČUNSKIH OPERACIJ”

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$			RADUSKA UREDNIKA PETRIC	URJENJE, TRENING	OBČINSKO SREDIŠČE JUŽNO OD LJUBLJANE	ŽIVALSKI KROG OZVEZDIJ	VOGAL	POŠKO- DOVANKA	
$a : ? = b$									$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
$a - ? = b$									$(a + b) + c = a + (b + c)$
JUDOVSKA MOLILNICA									POPULARNI HRV. PEVEC
									PARCELA, DELEŽ (NAREČNO)
UDOR ZEMLJE					ZOBO- ZDRAVNICA RAJMOND DEBEVEC				ZLTIKA ŽELEZA IN NIKLIJA
BOJAN TRAVEN			POPOLNA DOVR- ŠENOST TELEKOMO- VA KNIŽKA						
TROJICA							IGRALKA KRALJ DELOVNA OKONČINA		
ITALIJANSKA PRESTOL- NICA				POKRAJINA V ZAHODNI HRVAŠKI	GORA NAO POSOCJEM				DRŽAVA V SV. INDIJI ZGODNA MLADOST
NORVEŠKI MATEMATIK (NIELS HENRIK)					SL. IGRALEC (MARKO) STANJE OSEBE GLEDE NA SKLENITEV ZAKONSKE ZVEZE				
ATILOVO LJUDSTVO					PLOŠČATA MOR. RIBA ELTON JOHN				KAMINNA ZA APNO SVETA ZVE- ZA DRŽAV
NALEPKA Z OZNACBO STVARI								HRVAŠKI PISATELJ (IVAN)	
ANTIČNO MESTO V MALI AZIJI							NEM. ČLOVEK	LETA 1954 UMRLI AM. IGRALEC (MORONI)	
DRAŠKO VESEL- NOVIČ			BOSANSKI REŽISER KUSTURICA	NAZIV VOJKE SIKHOV	NOVO MESTO DELEC KEM. PRVINE			ŠIBENIK VEKTROSKA FIZIKALNA KOJIČINA	GLASB. ZNAJ.
SESTAVIL MARKO BOKALIČ	OSKRBA BOLNIKA ČRN PTIČ PEVEC					ORGANIZIR. JAVNA SKUPNOST ATEK			
$a \cdot b = b \cdot a$									
$a + b = b + a$									
OBUBO- ŽANOST									
MESTO V JV MAKEDONIJI								ANDRE AGASSI	

?	PREK 4000 m VISOK VULKAN V KOLUMBIJI	RIMSKO MITOL. PODZEMLJE	STRUPEN PLIN IZ OGLJIKA IN DUŠIKA	IGOR SAMOBOR	VELIK TROPSKI SADEŽ	SLOV. PESNIK (LOVRO)	OBVODNA VRBA	VKLOP	HODILNE OKONČINE	VELIK ELIPSAST KROŽNIK		NAŠA IN HRMASKA ČRKA
				ZLITINA Z ŽIVIM SREBROM								
				PRIVATNICA								PREMOČ, PREVLADA
		PRIMORSKA BABICA					GOZDNA ŽIVAL					
		GL. MESTO JORDANIJE					ARTILER. OROŽJE					
			VELIKA SKUPINA ČRNSKIH LJUDSTEV						MOŠKO IME	TANTAL		
			RIDLEY SCOTT			OLGA ČEHOVA			HUŠA JEZA	GARJE (KNJIŽNO)		
			POLJSKI AFORIST			IT. PISATELJ (UMBERTO)			GIANNA NANNINI			
	NASPROTJE SOPRANA				PESEM PUŠČICA							
	PRIČEK, PSETO				TROPSKO DREVO							
							PODSTAVEK ZA SEKANJE DRV					
							DO, ?, MI					
		SUNAM POD. SADEJ							KRAJ PRI IL. BISTRICI			
		MORJE- PLOVEC							CESTNA PODLAGA			
			CELJE			TV VODI- TELJICA LONGYKA				MAMICA	LADJSKI VJAK	DEBELEJŠI DROG
			NEAPELJ			LJUBI						
ENI <	INDUSKI SAHIST						ZADNJE PREDIVO, TULJE	POMEMBEN PODATEK VEKTORJA				
	OSUEK											
				MAKEDON. LJUDSKI PLES				HIDRO- CENTRALA NA DRAM				
				10 ²								
			GOST NA POROKI					AMONIA- KOVA SPOJINA				
			NATALIJA VERBOTEN					ANCONA				
	POLITIK, KI TEŽI K ZDRU- ŽEVANJU											
	a:b=?									ANTON ASKERC		

VARNOSTNA ŽLICA

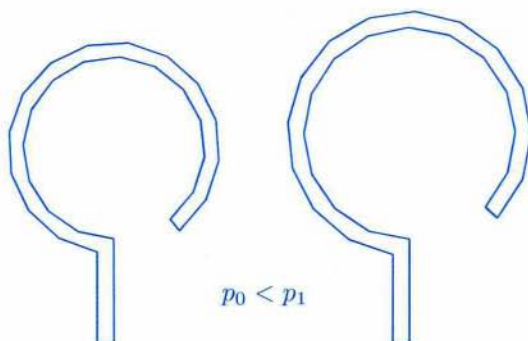
“Izvoli,” je rekla Urša in postavila na mizo pred Bineta krožnik z vročo juho. Bil je ponedeljek in Bine je bil poglobljen v poročila o nedeljskih nogometnih tekmah. Na slepo je zatipal žlico in zajel juho, medtem ko je bral časopis. Trenutek nato je izpljunil juho in zarjul: “Saj je vrela!” Kriva je bila seveda žena in ne nogomet.

Naslednja dva dni je Bine gojil molk in si zdravil oparjena usta. Ker pa se je Bine pisal Umnik, je zraven razmišljal, kako bi se v bodoče izognil takim in podobnim nezgodam.

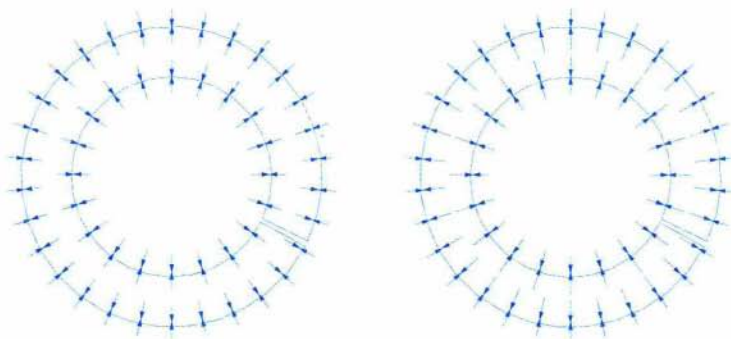
V žlico bi lahko vdela termometer. Ta bi bil električen. Dajal bi električno napetost, ki bi bila kar sorazmerna temperaturi. Če pomočiš žlico v juho, lahko iz napetosti ugotoviš, ali je juha primerno hladna. Vzemimo, da je juha pri tridesetih stopinjah Celzija nenevarna. Morda bi takrat električni termometer dajal napetost 2 volta. Potem bi potreboval pametno električno vezje, ki bi ugotavljalo, ali napetost ni presegla dveh voltov. Če je napetost presežena, pozvoni zvonec in Bine juhe ne vlije v usta... Za napajanje električnega vezja bi najbrž zadoščala 9 voltna baterija.

Kaj pa, če je športna stran posebno zanimiva? Teda bi lahko zvonec preslišal in nesreča bi bila spet tu. Sama meritev zato ne bo dovolj. Potreboval bi avtomatiko, ki bi nevarnost odpravila. Nevarno juho bi bilo treba odiliti. Recimo, da je napetost za zvonec že pridobil. Morda bi to napetost napeljal raje na dve elektrodi, nameščeni na podlakti roke, ki drži žlico? Pri prevroči juhi bi ta napetost stresla roko z žlico in juha bi se razlila. Toda, ali bi napetost 9 voltov zadoščala? Bine se je bal, da bi bila premajhna. Nikoli ga še ni streslo, ko je menjaval baterije v svojem prenosnem radiu. Nato se je spomnil, da je nekoč obližnil hkrati oba pola štiri in pol voltne baterije in ga je pri tem jezik zasklel. Naj si torej napelje elektriko na jezik? Če bi ga streslo v jezik, najbrž to ne bi vlivalo na juho v žlici. Sploh pa ne bo nič na boljšem, če mu jezik namesto juhe opeče elektrika. Očitno je z idejo zašel v slepo ulico.

Morda pa bi pomagala žlica, katere ročaj bi se ukrivil, kadar bi jo pomočil v prevročo juho? Če bi se žlica postavila poševno ali celo navpično, bi juhe z njo sploh ne mogel zajeti. Kako torej do pametnega ročaja? Manometri, ki jih privijemo na jeklenke, da bi merili tlak v njih, imajo ukrivljene ploščate cevi, ki se tem bolj razpro, čim večji je tlak v njih.



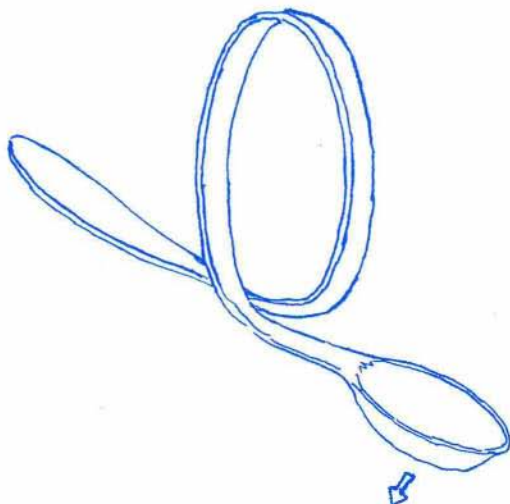
Slika 1a. Votla kljuka, narejena iz ploščate cevi, se razpira, ko v njej raste tlak.



Slika 1b. Plin je zaprt v ploščatem tankem obroču, ki pa se ne stika. Obroč je narisana pretirano širok. Na levi sliki je zunanji tlak enak notranjemu tlaku. Sile, ki delujejo na enake ploskve z zunanje strani in z notranje strani so izenačene. Ko smo cev segreli, je tlak v njej zrasel, kar ponazarjajo daljše puščice na notranji strani. Ker je zunanja stena daljša od notranje pritiska nanjo več puščic kot na notranjo. V narisnem primeru trideset puščic obroč razpira, le dvajset pa ga stiska. Zato se bosta prosta konca razmaknila.

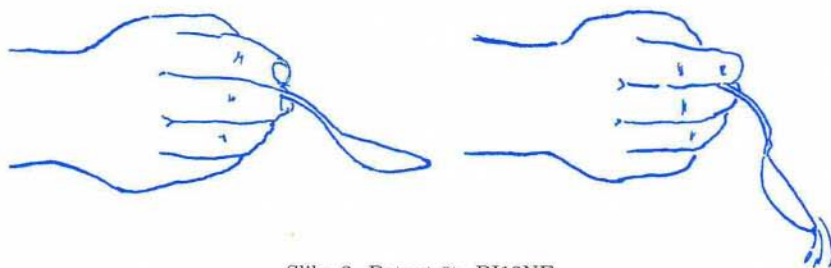
Morda bi žlico opremili s ploščatim votlim ukrivljenim ročajem? V votlini bi bil zaprt zrak. Ko bi se v vrelo juho pomočena žlica segrevala, bi se segrel tudi ročaj in zrak v njem. Tlak v ročaju bi narasel in ukrivljeni ročaj razprl.

Bine si je narisal zamišljeno žlico, vendar je imel pomisleke. Tlaki nekaj deset ali celo sto barov povzročijo razmeroma majhne premike, ki jih pri merilnih napravah prek prestave prenesemo na merilno iglo, da jih lahko odčitamo. Da bi povečali začetni zračni tlak z bara na dva bara, bi morali ročaj segreti na približno 300 Celzijevih stopinj. Zato bo povsod žlice celo pri sto stopinjah neopazen. Tudi s to idejo ne bo nič!



Slika 2. Žlica z votlim ploščatim ročajem.

Tole pa bi utegnilo biti pravo! Bimetal. Bimetal sestavljata dva kovinska traka, ki sta z eno ploskvijo trdno spojena. Vsak od njiju se raztegne po svoje, ko ga segrevamo. Dokler sta traka ločena, razlike skoraj ne opazimo. Če pa ju še hladna trdno povežemo, se razmere spremenijo. Vsak od njiju trmasto vztraja pri svojem raztezanju. Posledica raztezanja je, da se spojena traka usločita. Le tako je namreč mogoče, da vsak od njiju uveljavi svojo dolžino. Na en konec takega traku bo postavil ročaj, ki toploto slabo prevaja, da se ne bi opekli, na drugi konec pa žlico.



Slika 3. Patent št. BI13NE.

Izum je Bineta tako razveselil, da je pozabil na zamero in sklenil mir z Uršo. Potreboval je nekoga, ki mu bo priznal domiselnost. Vendar mu je ženino občudovanje zadoščalo le prvi dan. Drugi dan se je odpravil na patentni urad. Potrkal je na vrata z napisom: Dr. Nula – uradne ure

po potrebi. Doktor ga je bil pripravljen poslušati. Potem se je globoko zamislil in rekel: “Zamisel je izvirna. Pa bo tole tudi v resnici delovalo? Ste napravili statične in dinamične izračune? Poskusite oceniti, za koliko se bo primerno velika žlica ukrivila pri prekoračenju varne temperature za dvajset stopinj.”

Bine Umnik se je zahvalil in odšel. Doma je sedel za mizo in dolgo tuhtal, risal in računal. Ni mu šlo preveč dobro od rok. Bi mu vi lahko pomagali?

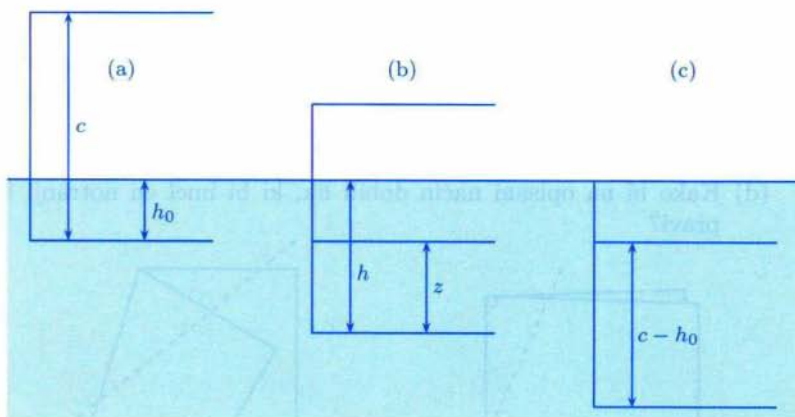
Jože Pahor

Odgovor na vprašanje dr. Nule najdete na strani 50.

NALOGA IZ ZADNJE ŠTEVILKE QUANTUMA – Rešitev s str. 31

Po Arhimedovem zakonu je vzgon enak teži izpodrinjene tekočine. Vzgon plovila uravnovesi njegovo težo F na začetku, ko je dno h_0 pod gladino (slika 1a), in pozneje, ko voda naraste do višine z nad dnom in se dno potopi za h pod gladino (slika 1b). Iz enačb

$$F = \rho g a b h_0 = \rho g a b (h - z) \quad \text{sledi} \quad h_0 = h - z.$$



Višinska razlika gladine zunaj plovila in v njem se ne spreminja. Voda priteka skozi odprtino s hitrostjo, ki ustreza padcu s te višine ali ki jo da Bernoullijeva enačba:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \rho g (h - z), \quad \text{torej} \quad v = \sqrt{2gh_0}.$$

Plovilo potone, ko gladina doseže vrhnjo osnovno ploskev (slika 1c). Dotlej se nateče skozi odprtino s polmerom r v plovilo voda s prostornino

$$V = vt\pi r^2 = ab(c - h_0), \quad \text{tako da je čas} \quad t = \frac{ab(c - h_0)}{\pi r^2 \sqrt{2gh_0}}.$$

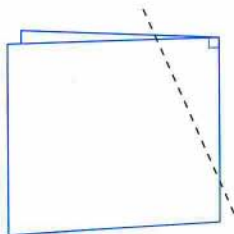
Vstavimo podatke ($a = 80$ m, $b = 10$ m, $c = 5$ m, $h_0 = 1,25$ m, $r = 5 \cdot 10^{-3}$ m, $g = 10$ m/s²) in dobimo $t = 7,6 \cdot 10^6$ s = 88 dni, to je skoraj tri mesece.

Janez Strnad

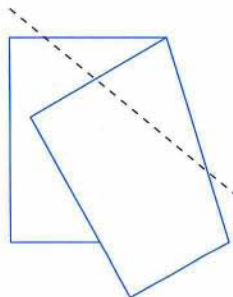
GEOMETRIJSKI DROBIŽ – Prepogibanje papirja in osna simetrija

Z zrcaljenjem čez premico in osno simetričnimi liki se srečajo že osnovnošolci. Njim so namenjena naslednja vprašanja.

- Prepognite list papirja pravokotno na rob (t.j. poravnajte rob z robom) in z ravnim rezom odrežite vogal. Slika 1 prikazuje postopek pri nekoliko razprtem listu papirja.
 - Ne da bi odrezani vogal razgrnili, čimbolj natančno poimenujte lik, ki ste ga (po svojem mnenju) odrezali.
 - Razgrnite odrezani kos in preverite, ali je vaš odgovor pravilen in dovolj natančen. Kaj lahko poveste o stranicah in kotih dobljenega lika?
 - Kaj za dobljeni lik predstavlja črta pregiba?
 - Kako bi na opisani način dobili lik, ki bi imel en notranji kot pravi?



Slika 1.



Slika 2.

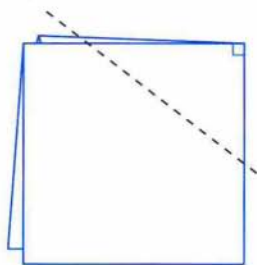
2. Nov list papirja prepognite pod poljubnim kotom in spet odrežite vogal (slika 2).

Odgovorite na enaka vprašanja kot v prejšnji nalogi.

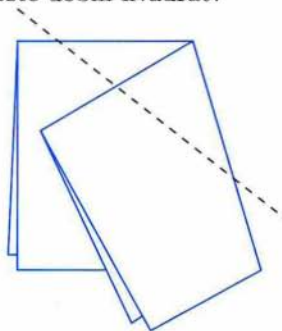
3. Prepognite list papirja dvakrat, da dobite štiri plasti, kot prikazuje slika 3, in odrežite vogal.

Kakšni so v tem primeru odgovori na vprašanja (a), (b) in (c) iz naloge 1?

- (d) Kako morate vogal odrezati, da boste dobili kvadrat?



Slika 3.

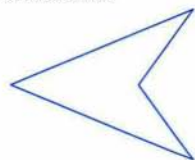


Slika 4.

4. Spet prepognite papir tako, da boste dobili štiri plasti, toda drugi prepogib naj poteka poševno na prvega (slika 4). Odrežite vogal.

- (a) Kakšen lik ste odrezali?
 (b) Koliko simetrijskih osi ima dobljeni lik?
 (c) Ali so vse črte pregiba simetrijske osi? Če ne, kaj so potem te črte za dobljeni lik?
 (d) Ali znate vogal odrezati tako, da boste dobili trikotnik?

Če se vam zdi vprašanje (d) nekoliko pretežko, poskusite najprej odrezati lik, kakršnega prikazuje slika 5, in nato premislite, kako bi dobili trikotnik.



Slika 5.

5. S prepogibanjem papirja v še več plasti, lahko izrežete različne oblike. Ali bi znali izrezati:

- (a) zvezdo, (b) snežinko, (c) čipkast prtiček?

Marija Vencelj

Odgovori so na strani 53.

VČASIH SE S CESTE PROMET MOČNO SLIŠI

S prijateljem sva se pogovarjala, da je res čudno, kako se včasih z avtomobilske ceste skoraj nič ne sliši, drugič pa je hrup prav moteč; predvsem se nama je zdelo, da so glasne gume tovornjakov, manj sva slišala hrup motorjev. Presek je o ukrivljanju zvoka, ki ga povzročajo spremembe vetra in temperature z višino, že pisal (Presek 1995/96, št. 2, str. 72-75).

Pojava ukrivljanja zvoka sem se dodobra zavedel nekega jutra v januarju 2000. Ko sem se zjutraj zbudil, sem slišal močno hrumenje. Ker so prejšnji dan meteorologi napovedali, da bo pri nas pihal zelo močan veter, sem si še v postelji rekel: "Aha, je že zapihalo, vse buči okrog hiše!"

Pa ni bilo res! Ko sem šel malo kasneje na jutranji sprehod z našo psičko, se na drevju ni premaknila niti najmanjša vejica. V višinah nad 3 km je sicer res že močno pihalo, v nekaj sto metrov debeli plasti pri tleh pa se zelo hladen, in zato tudi zelo gost in težek zrak skoraj ni premaknil. Vzrok za hrup torej ni bilo bučanje vetra, temveč je prihajal od avtomobilske ceste (in od še nekaterih drugih virov v okolici). Očitno se je zvok ukrivljal navzdol.

Zvok je valovanje zgoščin in razredčin zraka, ki se širijo naokrog od vira. Za valovanje na meji dveh snovi z različnimi lastnostmi velja lomni zakon

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$$

oziroma vzdolž poti

$$n \sin \alpha = \text{konst.}$$

Uporabimo to enačbo in upoštevamo, da je hitrost zvoka približno sorazmerna s korenem temperature zraka in je zato lomni količnik za zvok v zraku približno obratno sorazmeren s korenem iz temperature zraka. Torej velja vzdolž ukrivljene poti zvoka

$$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{T}} \approx \text{konst.}$$

Znak približno smo uporabili zato, ker na lomni količnik poleg temperature nekoliko vpliva tudi vlažnost zraka. Da se razmerje $\frac{\sin \alpha}{\sqrt{T}}$ ohranja vzdolž smeri razširjanja zvoka, mora veljati, da višja, kot je temperatura T , manjša je strmina smeri razširjanja. Velja tudi obratno: bolj je mraz, večja je strmina.

V ozračju se temperatura zraka spreminja predvsem v navpični smeri. Navadno temperatura zraka z višino pada, tedaj se zvok ukrivlja navzgor.

Pogosto pa se zgodi, blizu tal predvsem ponoči in predvsem v hladni polovici leta, da temperatura z višino narašča. Včasih je pozimi pri tleh v kotlinah ali nad ravninami hladen zrak (morda tudi megla), nekoliko višje v ozračju pa je bistveno topleje (in morda jasno, brez megle). Tedaj se zvok ukrivlja navzdol. Ker je naraščanje z višino prav nasprotno običajnemu upadu, temu pojavu rečemo temperaturni obrat ali temperaturna inverzija. Pomembno je tudi, da so temperaturne inverzije pri tleh navadno plitve; nad ravninami so debele nekaj deset metrov, v kotlinah pa nekaj sto metrov. Navzdol se torej ukrivlja le zvok v plitvi plasti inverzije, torej le tisti, ki se ne oddalji visoko od tal. Zato bomo pri tem opisu upoštevali le poti zvoka, ki se od vira zelo položno dvigajo, z nagibom samo nekaj stopinj.

Kaj so v Ljubljani izmerili tistega dne z radiosondo skozi ozračje? Oglejmo si kar originalni izpis (samo za spodnje plasti ozračja z nekaterimi manjšimi prilagoditvami).

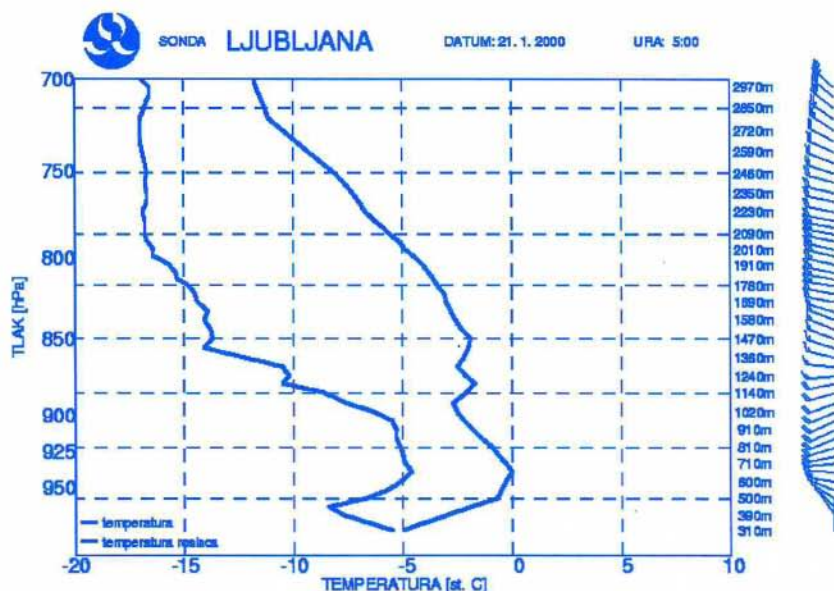
Started at/zaceto ob 18 January 06:4 GMT

Station/postaja: 15, Location/geografski položaj: 46.01N 14.50E
299 m/MSL

Time	Press.	Height	Temp.	RH	VirtT	DPD	LRate	Speed	Direct.
cas	tlak	visina	temp.	rel.	virt.	rosi-	spr.	hitrost	smer
min s	hPa	m	degC	vlaz.	temp.	sce	temp.	vetra	vetra
				%	degC	degC	K/km	m/s	deg
0 0	970.6	299	-6.0	93	-5.6	0.9		0.4	30
0 10	962.8	362	-5.4	92	-5.0	1.1	+9.5	0.6	304
0 20	956.0	418	-5.2	96	-4.7	0.5	+3.6	0.8	279
0 30	949.8	470	-1.4	89	-0.8	1.6	+73.1	0.9	257
0 40	943.5	523	2.3	83	3.0	2.6	+69.8	1.0	238
0 50	937.8	573	5.8	60	6.5	7.2	+70.0	1.1	225
1 00	932.3	621	9.2	38	9.8	13.6	+70.8	1.2	219
1 10	927.1	667	8.9	37	9.4	13.9	-6.5	1.4	219
1 20	921.7	716	8.6	37	9.1	13.9	-6.1	1.7	216
1 30	915.6	770	8.1	37	8.6	13.8	-9.3	2.1	239
1 40	908.9	830	7.7	38	8.2	13.4	-6.7	2.7	269
1 50	901.8	895	7.1	39	7.6	13.0	-9.2	3.5	288
2 00	894.2	965	6.4	40	6.9	12.6	-10.0	4.3	296

Tabela 1. Meritve z radiosondo skozi ozračje nad Ljubljano 18. januarja 2000 ob 6. po UTC (ob 7. po srednjeevropskem času); izvleček iz tabele, ki sicer podaja razmere v spodnji stratosferi do višine okrog 20 km (arhiv HMZ RS).

Ob tej tabeli kratko pojasnilo: meteorologi pogosto izražamo višino kar z vrednostjo tlaka, saj ga izmerimo z barometri na radiosondah. Višino izračunamo iz izmerjenih vrednosti tlaka, temperature in vlažnosti. Iz tabele npr. izvemo, da se je v prvi minuti merjenja radiosonda na balonu dvignila do višine, kjer je bil tlak 932.3 mbar, t.j. do nadmorske višine 621 m. Veter podajamo po smeri, iz katere piha. Vpliv spremenljive vlažnosti, ki smo jo pri "lomnem zakonu" za zvok zanemarili, meteorologi upoštevamo računsko v t.i. virtualni temperaturi (sedmi stolpec tabele). Tabela kaže, da se le-ta sicer res razlikuje od temperature, a ne zelo močno. Naš približni "lomni zakon" bo zato dovolj dober približek.



Slika 1. Poteki temperature (desna krivulja), temperature rosišča (leva krivulja) in vetra (vetrovne zastavice) nad Ljubljano od tal do višine okrog 300 m, dne 21. januarja 2000 zjutraj.

Podatki kažejo, da je bila tisto jutro pri tleh dobrih 300 metrov debela plast skoraj brez vetra in z zelo močno temperaturno inverzijo; pri tleh (299 m nad morjem) je bila temperatura $-6,0^{\circ}\text{C}$ (267 K), na višini 620 m nad morjem pa celo $+9,2^{\circ}\text{C}$. Več kot 15°C na dobrih 300 m višinske razlike! Torej je bila ta dan sprememba temperature z višino v plasti pri tleh močna, sprememba hitrosti vetra z višino tja do 500 m nad tlemi pa le majhna. Sprememba vetra z višino je bila torej za ukrivljanje zvoka za

en velikostni red manj pomembna kot sprememba temperature. Zaradi temperature inverzije se je zvok prav gotovo ukrivljajal navzdol in se je hrup iz avtomobilske ceste res močno slišal po okolici. Temperatura z višino ni naraščala enakomerno, linearno, temveč pri tleh manj, za $+9,5 \cdot 10^{-3}$ in $+3,6 \cdot 10^{-3}$ K/m, višje pa precej bolj, celo za $70 \cdot 10^{-3}$ K/m. Za tako, nelinearno naraščanje, kot bomo pokazali, pa se zvok ne samo ukrivlja navzdol, temveč celo zbira na neki oddaljenosti od vira. Ozračje deluje tedaj na zvok podobno kot zbiralna leča na svetlobo. In prav zato se je tistega januarskega jutra promet še posebej močno slišalo.

Za nadaljnjo obravnavo moramo iz enačbe poti razširjanja zvoka ugotoviti, koliko se zmanjša nagib poti zvoka, če se temperatura poveča za ΔT . (Namesto kota α glede na navpičnico uporabimo raje kot strmine β glede na tla ($\beta = \pi/2 - \alpha$). Tisti, ki znajo "diferencirati", pravilo lahko ugotovijo splošno, tisti, ki pa tega ne znajo, pa morajo razlike izračunati kako drugače¹. Ugotovili bi, da velja

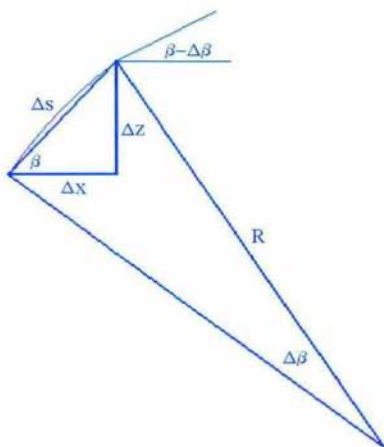
$$\Delta\beta = \frac{-\Delta T}{2T \tan \beta}.$$

Vemo tudi, da je tangens kota nagiba enak razmerju med dvigom (spustom) poti Δz ob hkratnem premiku za Δx v vodoravni smeri (slika 2):

$$\tan \beta = \frac{\Delta z}{\Delta x}.$$

Iz teh dveh enačb lahko izračunamo ukrivljenost K oz. radij R ukrivljene poti zvoka skozi ozračje (slika 2). Upoštevamo $\Delta s = R\Delta\beta$ in $\cos \beta = \Delta s / \Delta x$ ter dobimo za ukrivljenost poti

$$K = \frac{1}{R} = -\frac{\cos \beta}{2T} \frac{\Delta T}{\Delta z}.$$



Slika 2. Ukrivljanje poti.

¹ $\Delta(\cos \beta) = \cos(\beta + \Delta\beta) - \cos \beta = -2 \sin \frac{\beta + \Delta\beta + \beta}{2} \sin \frac{\beta + \Delta\beta - \beta}{2}$. Upoštevamo, da je $\Delta\beta$ majhna sprememba, zato velja $\frac{\beta + \Delta\beta + \beta}{2} \approx \beta$ in $\sin(\frac{\Delta\beta}{2}) \approx \frac{1}{2} \Delta\beta$. Zato je $\Delta(\cos \beta) = -\sin \beta \Delta\beta$. Podobno: $\Delta(\sqrt{T}) = \Delta T / (2\sqrt{T})$. Če hočemo, da se vrednost ulomka $\cos \beta / \sqrt{T}$ ohranja, morata biti **relativni** povečanj β in $\sqrt{T}$ enaki. Od tod dobimo $\tan \beta \Delta\beta = -\Delta T / 2T$.

Iz prvih dveh enačb si naredimo tudi preprost računski postopek za računanje poti razširjanja zvoka. Postopek je naslednji: izberemo si vedno enake korake v vodoravni smeri $\Delta x = \text{konst.}$, poznati pa moramo tudi potek temperature z višino. Da opišemo šibkejšo naraščanje temperature pri tleh in močnejše višje nad tlemi, uporabimo kvadratno odvisnost $T(z) = T_0 + az + bz^2$. Razlike temperatur po višini so tedaj $\Delta T = (a + 2bz)\Delta z$.

Začnemo pri $x(0) = 0$, $z(0) = 0$, in $\beta(0) = \beta_0$, nadaljujemo pa takole:

$$\Delta z(n) = \tan \beta(n) \Delta x$$

$$\Delta T(n) = [a + 2bz(n)] \Delta z(n)$$

$$\Delta \beta = \frac{-T(n) \Delta x}{2T(n) \Delta z(n)}$$

$$x(n+1) = x(n) + \Delta x$$

$$z(n+1) = z(n) + \Delta z(n)$$

$$T(n+1) = T(n) + \Delta T(n)$$

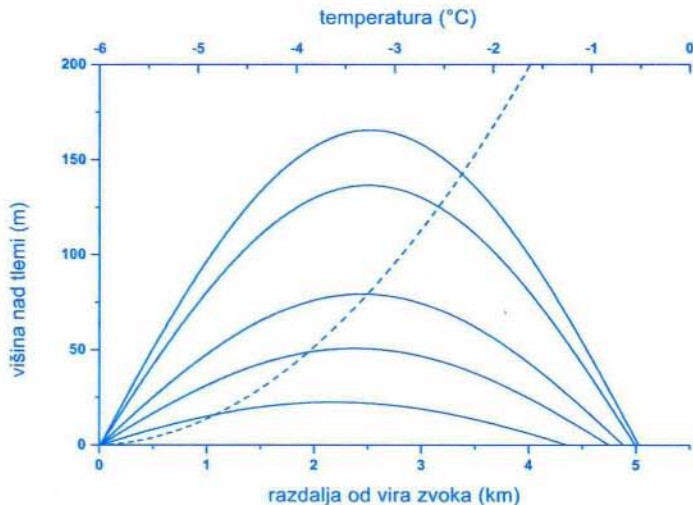
$$\beta(n+1) = \beta(n) + \Delta \beta$$

in to tako dolgo, dokler se nam pot zvoka vzpenja, se prevesi navzdol in se konča pri tleh.

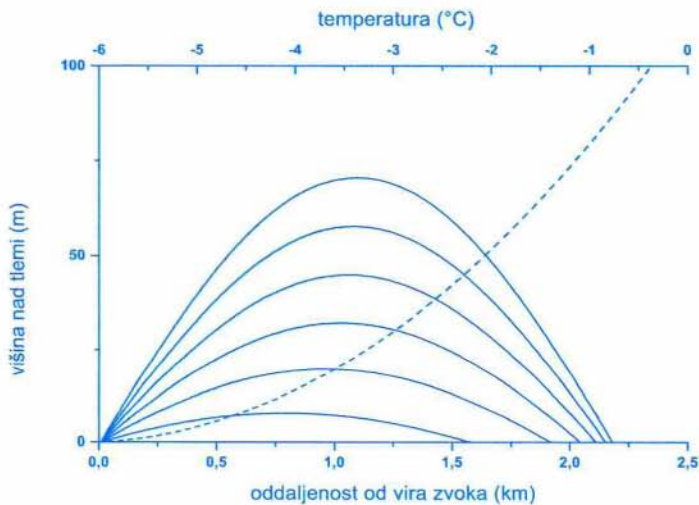
Kaj dobimo? Za podatke o temperaturi 18. januarja zjutraj tisto, kar je prikazano na sliki 3.

Nenavadno! Slika nazorno pokaže, da v takem primeru ozračje deluje zbiralno za zvok. Največ se ga zbere na oddaljenosti med 4 in 5 km od ceste. K nama je prihajal znatneje hrup od prometa iz bolj oddaljenih delov ceste in ne zgolj promet po nama najbližjem delu ceste.

Kdaj pa se bo hrup s ceste najmočnejše slišalo tam, kjer stanujeva midva s prijateljem, torej na razdalji okrog 1 km? Vsekakor takrat, ko se bo zvok močnejše ukrivljal navzdol. Sedaj že vemo, da na ukrivljanje vpliva predvsem potek temperature zraka z višino. Čim močnejši je porast z višino, tem večje so spremembe smeri. Poskusimo! Zanima nas primer zbiranja zvoka na petkrat krajši razdalji. Čeprav nam zapisane enačbe povedo, da razdalja, na kateri se zbira zvok, ni kar preprosto premo sorazmerna s padcem temperature z višino, vseeno poskusimo kar s petkrat močnejšim porastom temperature z višino!



Slika 3. Ukrivljanje in zbiranje zvoka 18. januarja 2000 pri porastu temperature z višino do višine dobrih 300 m nad tlemi. Narisane so tiste poti zvoka, ki se od vira dvigajo z nagibom od 1° do 6° (neprekinjene črte). Prikazan je tudi potek temperature z višino (črtkano). Navpična in vodoravna skala sta različni.



Slika 4. Ukrivljanje zvoka ob petkrat močnejšem porastu temperature z višino kot v primeru s slike 3.

Rezultat ni točno tak, kot smo ga iskali (seveda, saj to smo predvidevali že vnaprej), pa vendar: zvok bi se pri takem porastu temperature z višino zbiral pri tleh na oddaljenosti nekaj več kot dveh kilometrov. Ali se to lahko dogodi? Primer, da temperatura zraka v 100-metrski plasti pri tleh naraste za sedem stopinj je povsem realen in se kaj takega pogosto lahko primeri.

Ob nekaterih priložnosti hrup iz avtoceste torej res lahko moti okoli kljub morebitnim protihrupnim ograjam. K sreči pa temperaturne inverzije pri tleh ne prevladujejo – vsaj čez dan ne (čeprav niso izjemne). Ponavadi se temperatura zraka z višino znižuje in so poti zvočnih “žarkov” ukrivljajo navzgor. Protihrupne ograje so torej večino časa kljub vsemu zelo koristne, seveda pa morajo biti čim bliže vira hrupa.

Za zaključek pa še dve zanimivosti.

Prva je povezana s podobnim ukrivljanjem zvoka v še drugih plasteh temperaturnih inverzij v ozračju. Še preden so izmerili potek temperature z višino v stratosferi, so iz nenavadnih odbojev zvoka na zelo velike vodravne oddaljenosti skleпали, da skozi stratosfero navzgor od višine okrog 20 km do okrog 50 km nad tlemi temperatura narašča. Pravijo, da so med prvo svetovno vojno slišali detonacije iz Soške fronte tudi v skoraj 200 km oddaljenem Zagrebu. Leta 1964 so v državi Alberti v Kanadi namerno povzročili eksplozijo 500 ton trinitrotoluola in opazovali pasove slišnosti te eksplozije. Ti so se v krožnih pasovih pojavljali na približno vsakih 200 km. To, da pasovi slišnosti ne bodo povsem krožni, so napovedali vnaprej glede na različne izmerjene poteke temperature v stratosferi nad različnimi območji tega dela Kanade. Dejanske slišnosti so se res zelo dobro ujemale z napovedanimi (G. Gilbert, povzeto po knjigi M. Čadeža *Meteorologija*).

Druga zanimivost pa je v zvezi z običajnim splošnim upadanjem temperature z višino skozi troposfero (do višine manj kot 10 km nad polarnimi in do več kot 15 km nad ekvatorialnimi kraji). Kadar je temperatura z višino vse nižja, se zvok ukrivlja navzgor. Zato se grom tudi od bliskov v velikih višinah (recimo 10 km od tal) nikakor ne more slišati zelo daleč, pa če je še tako močan. Pot zvoka se pač tako ukrivi, da od neke oddaljenosti naprej ne more doseči do tal. Izračunajmo! V ozračju temperatura na splošno pada za $6,5 \text{ K/km}$ in je tako v sredi troposfere približno $-20^\circ \text{ C} \approx 250 \text{ K}$. Radiji zvočnih poti so torej približno $R \approx 77 \text{ km} \cos \beta$. Zvok se od vira 10 km visoko bolj in bolj ukrivlja in zato se grom pri tleh sliši samo do razdalje kakih deset ali dvajset kilometrov od vira.

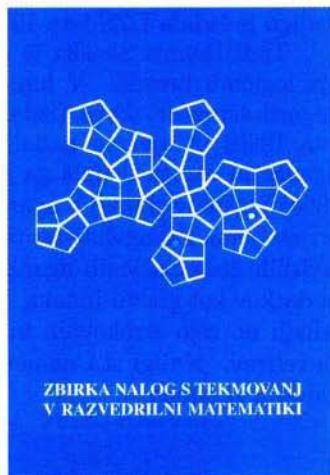
Jože Rakovec

TEKMUJEMO V RAZVEDRILNI MATEMATIKI IN LOGIKI

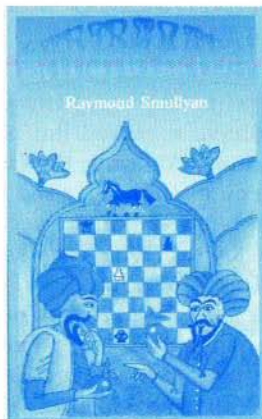
Čas po poletnih počitnicah je že tradicionalno namenjen jesenskim tekmovanjem v razvedrilni matematiki in logiki. V uredništvu revije *Presek* smo se odločili, da vas v rubriki *Nove knjige* poleg knjižnih novosti spomnimo tudi na nekaj naslovov, ki sicer niso nujno najnovejši, so pa kljub temu zanimivi. Večinoma so primerno čtivo tako za učence višjih razredov osnovne šole kot tudi za srednješolce in odrasle. Priporočamo jih tudi mentorjem krožkov na šolah in tistim učiteljem in profesorjem matematike, ki bi želeli popestriti svoje učne ure.

Najnovejšo med obravnavanimi knjigami je letos izdala založba Logika. Izidor Hafner s sodelavci je pripravil *Zbirko nalog s tekmovanj v razvedrilni matematiki*. Namenjena je tekmovalcem v razvedrilni matematiki in tudi drugim, ki si radi z logičnimi nalogami, številskimi križankami in drugimi področji razvedrilne matematike krajšajo čas. Naloge so zelo raznovrstne, tudi po stopnji zahtevnosti zadosti raznolike.

Poznate naslov te knjige? Ga ne poznate? Potem pa verjetno poznate njenega avtorja Raymonda Smullyana, legendo med avtorji tovrstne literature. V tej knjigi vas popelje najprej na otok vitezov in oprod (prvi vedno govorijo resnico, drugi pa vedno lažejo, kot vemo). Kmalu se jim pridružijo še druge bolj ali manj nenavadne osebe, kot so, recimo, normalneži, Alica, Porzia, inšpektor Craig, grof Drakula. Z njimi se v čudnih zgodbah seveda zapletate v zanimive logične pogovore. Knjiga je izšla pri založbi Logika leta 2000.



Druga knjiga Raymonda Smullyana *Šahirazada* vas popelje v svet šahovskih problemov, zavitih v zgodbe iz Tisoč in ene noči. Za razumevanje nalog je potrebno osnovno znanje pravil šahovske igre, pa tudi veselje do logičnega razmišljanja. Vsi primeri so lepo opisani in rešeni, tako da se po začetnih razlagah kmalu lahko sami lotite samostojnega reševanja. Knjigo je izdala DZS leta 1992.



Tudi Dennis Shasha je mojster pisanja logičnih besedil. V knjigi *Zagonetne dogodivščine dr. Eccca* (izdala jo je DZS leta 1990) in njenem nadaljevanju *Šifre, uganke in zarota* (izdala ga je Logika leta 1998) potujete skupaj z ugankarskim detektivom dr. Eccom in njegovima prijateljema Evangeline ter profesorjem Scarletom. Zgodbe se vrtijo okrog izvirnih matematičnih ugank, za reševanje pa imate na voljo prav toliko podatkov kot glavni junaki. Uganke so označene s stopnjo zahtevnosti od lahkih do zelo strokovnih in, težje kot so, več iznajdljivosti potrebujete za rešitev. Knjigi sta namenjeni tistim, ki radi razmišljajo in uživajo v napetih zgodbah.



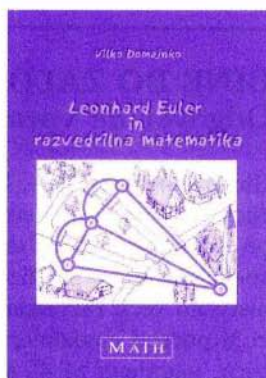
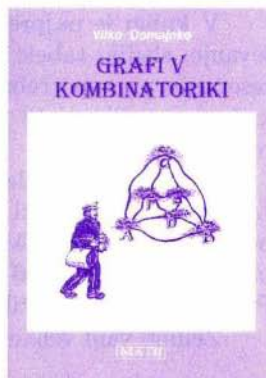
Omenimo naj tudi dve knjižici slovenskega avtorja Vilka Domajnka, ki sta izšli pri založbi Math (prva leta 1996 in druga leta 2000). *Grafi v kombinatoriki* je zbirka več kot 60 rešenih nalog, ki obsega raznovrstne probleme. Razdeljeni so v tri poglavja: Pravilo vsote in produkta, Permutacije in variacije ter Kombinacije. V posebnem poglavju so zbrani namigi,

ki predstavljajo vez med nalogami in samimi rešitvami nalog. Mnogokrat nam že namig pove, v kateri smeri moramo nalogo reševati. Na koncu knjige so v dodatku zbrane tudi definicije nekaterih osnovnih pojmov iz teorije grafov.

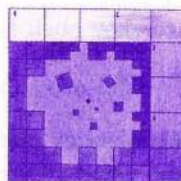
Novejše delo istega avtorja pa je *Leonhard Euler in razvedrilna matematika*, ki nam podrobneje predstavi znamenitega švicarskega matematika in fizika iz 18. stoletja ter njegove prispevke k reševanju nekaterih praktičnih problemov. Ker so te rešitve lažje razumljive, so postali tudi problemi sami širše znani in danes predstavljajo klasiko razvedrilne matematike (kot je npr. problem Königsberških mostov).

Knjigo ruskega matematika Borisa A. Kordemskega *Matematične uganke* je izdala DZS leta 1991. V njej je zbranih čez 250 nalog in ugank različnih zahtevnosti, od nalog za zabavo do malo težjih nalog. Obsegajo številске in aritmetične uganke, geometrijo z vžigalicami, razrezovalne naloge, spretnostne preizkušnje, igre s kocko, domine, igre na šahovnici, postopkovne naloge.

Za konec pa predstavimo še knjigo *Številске križanke* Geoffreya R. Marnella, ki je izšla pri DMFA leta 1994. Številске križanke so bile seveda od vsega začetka nepogrešljiv del nalog na tekmovanjih v razvedrilni matematiki.



Geoffrey R. Marnell
Številске križanke



V knjigi je najprej slovarček pojmov, ki jih moramo poznati za reševanje, sledijo tabele števil in pravila, ki se jih moramo držati, da pri reševanju po nepotrebnem ne zaidemo v slepo ulico. Potem pa sledi 50 križank v velikosti 13×13 polj. Seveda so na koncu knjige zbrane tudi rešitve vseh križank.

Navedene knjige lahko dobite v naši prodajalni strokovne literature v Ljubljani, na Fakulteti za matematiko in fiziko. Naročila sprejemamo tudi po pošti na naslov **DMFA–založništvo, p. p. 2964, 1001 Ljubljana**, po telefonu **(01) 4766 553** ali telefaksu **(01) 2517 281**. Za bralce revije *Presek* velja pri naročilu 20% popust!

Želimo vam veliko razvedrila pri branju in uspehov na tekmovanjih!

Vladimir Bensa

BINE BO ŽALOSTEN –

Odgovor na vprašanje iz članka na str. 34

Bimetalni ročaj žlice, ki se krivi, naj bo dolg 30 cm. To bo kar junaška žlica. Recimo, da je sestavljen iz dveh spojenih kovinskih trakov, debelih po milimeter. Prvi trak naj bo železen, s temperaturnim razteznostnim koeficientom α približno $10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, drugi naj bo iz cinka, ki ima bistveno večji razteznostni koeficient, okoli $30 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Bimetalni trak, ki je povsod enakomerno segret, ima obliko krožnega loka. Vzemimo, da žlica, nagnjena za 45 stopinj, ne bo več držala juhe. Polni krog bi torej zadoščal za osem ročajev. Za bimetalni obroč, ki zadošča za osem ročajev, potrebujemo 240 cm dolg železen trak in enako dolg cinkov trak. Spojimo oba trakova z zakovicami in si mislimo, da ju na silo ukrivimo v obroč s polmerom $r = \frac{240}{2\pi}$ cm. Namesto, da uporabimo silo, lahko ravni bimetalni trak skrivimo v polni krog, če ga le dovolj segrejemo. Kolikšno spremembo temperature potrebujemo? Cinkov obroč mora imeti za milimeter večji polmer, da bo zdrsnil gladko v železni obroč. Hitro lahko pokažemo, da se krogu poveča obseg za $2\pi\Delta r$, če se radij poveča za Δr .

Razlika raztezkov obeh trakov, ki je

$$\Delta L_{\text{Zn}} - \Delta L_{\text{Fe}} = L_0(1 + \alpha_{\text{Zn}}\Delta T) - L_0(1 + \alpha_{\text{Fe}}\Delta T) = L_0(\alpha_{\text{Zn}} - \alpha_{\text{Fe}})\Delta T,$$

pa je tudi razlika obsegov obeh krogov, ki sta razmaknjena za milimeter.

Ko vstavimo ustrezne vrednosti, dobimo enačbo:

$$2,4 \text{ m} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot \Delta T = 2\pi \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Da se žlica nagne za 45 stopinj, mora temperatura ročaja zrasti za 130 stopinj. Občutljivost žlice lahko petkrat povečamo, če jo petkrat podaljšamo na meter in pol. Tedaj jo bo primerno ukrivil že temperaturni prirast za 26 Celzijevih stopinj.

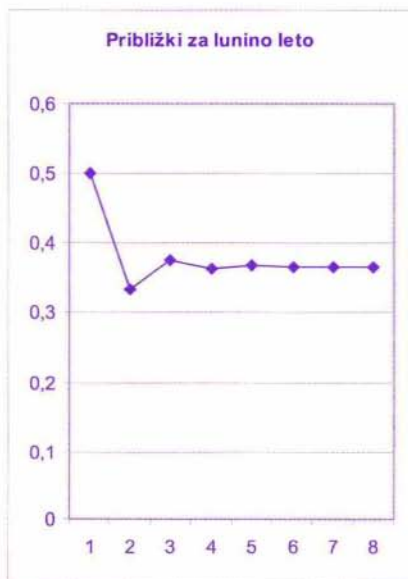
Škoda, Bine ne bo obogatel s patentom.

Jože Pahor

NALOGA O LUNINEM LETU – Rešitev s str. 22

Decimalno število 0,36706 preoblikujemo najprej v ulomek, nato pa v verižni ulomek, torej

$$\frac{36\,706}{100\,000} = \frac{18\,353}{50\,000} = \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \dots}}}}}}}$$



Slika 1. Približki se stekajo k vrednosti 0,36706.

Iz izraza za verižni ulomek izračunamo približke (ki se stekajo izmenoma z leve in desne k vrednosti 0,36706: $1/2$, $1/3$, $3/8$, $4/11$, $7/19$, $11/30$, $29/79$, ... (Rešitev lahko prikažemo na številski premici. Da se stekanje približkov dobro vidi, je treba vzeti dovolj veliko številsko enoto.) Z žepnim računalnikom rešimo to nalogo zelo hitro.

Opomba. Približek $3/8$ so uporabili v turškem koledarju, približek $11/30$ pa v arabskem.

Marijan Prosen

DESETIŠKA – Rešitev iz XXVIII, P–6, str. 324

Po definiciji mestnega zapisa v desetiškem številskem sestavu je

$$x = 81 + 4 \cdot 10^{n+2} + 6 \cdot 10^{n+3} + 9 \cdot 10^{n+4}(1 + 10 + \dots + 10^{n-1}) + 3 \cdot 10^{2n+4}.$$

Uporabimo formulo

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{N-1} = \frac{q^N - 1}{q - 1}, \quad (q \neq 1),$$

za vsoto prvih N členov geometričnega zaporedja in dobimo

$$x = 81 + 4 \cdot 10^{n+2} + 6 \cdot 10^{n+3} + 10^{2n+4} - 10^{n+4} + 3 \cdot 10^{2n+4}$$

ter s poenostavitvijo

$$x = 81 - 36 \cdot 10^{n+2} + 4 \cdot 10^{2n+4}.$$

Na desni strani zgornje enačbe zlahka opazimo popolni kvadrat:

$$x = (2 \cdot 10^{n+2} - 9)^2.$$

Torej je število

$$\sqrt{x} = 2 \cdot 10^{n+2} - 9$$

res naravno.

Če nadalje zapišemo

$$\sqrt{x} = 1 + 10(10^{n+1} - 1) + 10^{n+2} = 1 + 9(10 + 10^2 + \dots + 10^{n+1}) + 10^{n+2},$$

je pred nami rezultat v slogu podatkov:

$$\sqrt{x} = 1 \underbrace{999 \dots 9}_{n+1} 1.$$

Marko Razpet

POIŠČI OSNOVO – Rešitev s str. 29

(a) trinajst; (b) devet; (c) šestnajst; (d) enajst.

Marija Vencelj

37. TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

Najboljši sedmošolci in osmošolci s področnih tekmovanj so se v soboto, 19. maja 2001, pomerili v sedmih regijah na državnem tekmovanju za zlato Vegovo priznanje. Nanj se po veljavnem pravilniku uvrsti do 0,5% vseh sedmošolcev s posameznega področja in do 1% vseh osmošolcev s posameznega področja.

REGIJA	7. razred	8. razred
Ljubljana	67	94
Kranj	24	36
Maribor	46	72
Celje	29	41
Koper	13	20
Nova Gorica	12	13
Novo mesto	19	30
SKUPAJ	210	306

Zlato Vegovo priznanje so prejeli sedmošolci, ki so osvojili najmanj 18 od 25 možnih točk, in osmošolci, ki so osvojili najmanj 15 od 25 možnih točk.

Nagrade najuspešnejšim tekmovalcem:

7. razred

I. nagrada

Martin Ambrožič, OŠ Franceta Prešerna, Kranj; Nino Bašič, OŠ Ketteja in Murna, Ljubljana; Matjaž Berčič, OŠ Ivana Dolenca, Škofja Loka; Tamara Cerovič Erjavec, OŠ Narodnega heroja Maksa Pečarja, Ljubljana; Barja Drnovšek, OŠ Ivana Groharja, Škofja Loka; Urban Horvat, OŠ Ivana Cankarja, Vrhnika; Primož Koželj, OŠ Majde Vrhovnik, Ljubljana; Aljaž Kraševce, OŠ Kranjska Gora.

II. nagrada

Lucija Bukovec, OŠ Ivana Dolenca, Škofja Loka; Matjaž Gomilšek, OŠ Tabor II, Maribor; Neža Rugelj, OŠ Mengeš; Samo Štajner, OŠ Jurija Dalmatina, Krško; Matija Vidmar, OŠ Dobrova.

III. nagrada

Tinkara Troha, OŠ Jurija Dalmatina, Krško.

8. razred**I. nagrada**

Igor Cizerl, OŠ Pohorskega odreda, Slovenska Bistrica; Mateja Čuden, OŠ Ig; Gregor Donaj, OŠ Gorišnica; Andreja Emeršič, OŠ Olge Meglič, Ptuj; Tjaša Jerak, OŠ Mengeš; Zala Jerman, OŠ Polje; Sandra Koprivnik, OŠ Jurija Dalmatina, Krško; Maruška Mole, OŠ Horjul; Peter Preskar, OŠ Šmarje pri Jelšah; Nataša Sedlar, OŠ Dr. Janeza Mencingerja, Bohinjska Bistrica; Matjaž Škorjanc, OŠ Franca Lešnika-Vuka, Slivnica pri Mariboru; Pascal Vehovec, OŠ Livada, Velenje; Peter Veselinovič, OŠ Log – Dragomer; Urška Weiss, OŠ Loka, Črnomelj.

II. nagrada

Uroš Hrovat, OŠ Prof. dr. Josipa Plemlja, Bled; Klavdija Jagar, OŠ Griže; Domen Kogler, OŠ Bratov Polančičev, Maribor.

III. nagrada

Nadja Kukovič, OŠ Vuzenica; Andrej Mernik, OŠ Radlje ob Dravi.

Aleksander Potočnik

21. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE IN OSNOVNOŠOLKE ZA ZLATA STEFANOVA PRIZNANJA

Društvo matematikov, fizikov in astronomov, Oddelek za fiziko Pedagoške fakultete v Mariboru in Zavod RS za šolstvo so bili organizatorji tekmovanja iz fizike za osnovnošolce in osnovnošolke. V predavalnicah in laboratorijih Pedagoške fakultete v Mariboru se je 12. maja 2001 pomerilo 80 učencev ter učenk iz 7. razredov in enako število iz 8. razredov. Tekmovalci in tekmovalke so reševali tri teoretične in dve eksperimentalni nalogi.

Pred državnim tekmovanjem so bila 7. aprila 2001 področna tekmovanja v devetih krajih, kjer so tekmovanja organizirali in vodili: Jože Berk (Celje), Breda Krauberger (Ravne na Koroškem), Mirko Cvahte in Zlatko Bradač (Maribor), Marija Mejak (Postojna), Jože Vraničar (Metlika), Milojka Frank (Nova Gorica), Dušan Nemec (Lendava), Majda Jeraj (Škofja Loka) ter Vesna Harej in Jelka Sakelšek (Ljubljana). Sodelovalo je 371 ekip iz 7. razredov in 365 ekip iz 8. razredov, skupaj 1472 učencev. Tekmovalci so na področnih tekmovanjih reševali 5 teoretičnih nalog.

Mladim tekmovalkam in tekmovalcem ter njihovim mentorjem iskreno čestitamo za dosežene rezultate, vsem, ki so pripomogli k uspešni izvedbi področnih in državnega tekmovanja, pa se najlepše zahvaljujemo.

Na državnem tekmovanju so Zlata Stefanova priznanja prejeli:

7. razred

Primož Koželj	OŠ Majde Vrhovnik, Ljubljana
Matjaž Gomilšek	OŠ Tabor II, Maribor
Nija Androjna	OŠ Boštanj
Vasja Susič	OŠ Toneta Čufarja, Ljubljana
Sebastjan Jurendić	OŠ Toneta Čufarja, Maribor
Marko Weilguny	OŠ Toneta Čufarja, Ljubljana
Nejc Kapus	OŠ Antona Tomaža Linhart, Radovljica
Vid Kočar	OŠ Toneta Čufarja, Maribor
Miha Tibaut	OŠ Franceta Prešerna, Črenšovci
Miha Ciringer	OŠ Rače
Nejc Jelovčan	OŠ Naklo
Mitja Zajec	OŠ Tabor II, Maribor
Živa Černe	OŠ Ledina, Ljubljana
Daša Kolar	OŠ Gorica, Velenje
Dejan Vrzal	OŠ Lenart v Slovenskih goricah
Pavel Simončič	OŠ Šentjernej
Anže Starič	OŠ Primoža Trubarja, Velike Lašče
Simon Jazbec	OŠ Majde Vrhovnik, Ljubljana
Davorin Krt	OŠ Bibe Röcka, Šostanj
Andrej Slapnik	OŠ Šmartno v Tuhinju
Jerica Koren	OŠ Bibe Röcka, Šostanj
Sergej Žižek	OŠ Gorica, Velenje
Cvetko Pirš	OŠ Antona Ingoliča, Sp. Polskava
David Seč	OŠ Predoslje
Bor Zuljan	OŠ Milojke Štrukelj, Nova Gorica
Jani Šotl	OŠ Šmartno pri Slovenj Gradcu
Petra Weingerl	OŠ Lenart v Slovenskih goricah
Simon Konda	OŠ Žužemberk
Matija Lisac	OŠ Milojke Štrukelj, Nova Gorica
Brigita Pihler	OŠ Ljudski vrt, Ptuj
Jaka Pribošek	OŠ Narodnega heroja Maksa Pečarja, Ljubljana
Zala Lenarčič	OŠ Miroslava Vilharja, Postojna
Katja Zalokar	OŠ Šentjernej
Damir Kovačević	OŠ Boštanj
Tjaša Lorbek	OŠ Pohorskega odreda, Slovenska Bistrica
Anže Babič	OŠ Naklo
Martin Kavšček	OŠ Šmartno pri Slovenj Gradcu
Jure Gujt	OŠ Antona Ingoliča, Sp. Polskava
Rok Muznik	OŠ Antona Tomaža Linhart, Radovljica
Zala Pirih	OŠ Prof. dr. Josipa Plemlja, Bled
Primož Pogačar	OŠ Komenda-Moste
Simon Turk	OŠ Šentjernej
Maja Leskovec	OŠ Idrija

8. razred

Aleksandar Popadič	OŠ Karla Destovnika Kajuha, Ljubljana
Gregor Donaj	OŠ Gorišnica
Tom Vodopivec	OŠ Dobravlje
Igor Valantič	OŠ Ledina, Ljubljana
Matej Holc	OŠ Gornja Radgona
Matjaž Škorjanc	OŠ Franca Lešnika-Vuka, Slivnica pri Mariboru
Uroš Droftina	OŠ Polhov Gradec
Jan Lonzarič	OŠ Maksa Durjave, Maribor
Pascal Vehovec	OŠ Livada, Velenje
Matevž Bokal	OŠ Polhov Gradec
Miha Mlakar	OŠ Ivana Dolenca, Škofja Loka
Bor Kraljič	OŠ Oskarja Kovačiča, Ljubljana
Tina Perme	OŠ Prule, Ljubljana
Denis Golež	OŠ Šmarje pri Jelšah
Simon Gangl	OŠ Borceva za severno mejo, Maribor
Ana Jezeršek	OŠ Vencija Perka, Domžale
Andrej Perkuš	I. OŠ Slovenj Gradec
Gregor Klančnik	OŠ Naklo
Nina Bizjak	OŠ Toneta Čufarja, Ljubljana
Sašo Grozdanov	OŠ Franca Lešnika-Vuka, Slivnica pri Mariboru
Klavdija Jagar	OŠ Griže
Matija Krajnc	OŠ Medvode
Jure Senegačnik	OŠ Prule, Ljubljana
Urban Brumen	OŠ Franceta Prešerna, Maribor
Martin Gazvoda	OŠ Franceta Prešerna, Maribor
Aljoša Kopina	OŠ Grm, Novo mesto
Dejan Krajnc	OŠ Muta
Petra Bavčar	OŠ Dobravlje
Matej Červek	OŠ Ledina, Ljubljana
Nino Pelko	OŠ Toneta Čufarja, Ljubljana
Andrej Soršak	OŠ Bojana Illica, Maribor
Miha Troha	OŠ Idrija
Jaka Kravanja	OŠ Bovec
Miha Markelj	OŠ Železniki
Alen Mlekuž	OŠ Bovec
Peter Preskar	OŠ Šmarje pri Jelšah
Vera Kabanova	OŠ Valentina Vodnika, Ljubljana
Bojan Ropin	II. OŠ Rogaška Slatina
Marko Gavrilovič	OŠ Karla Destovnika Kajuha, Ljubljana
Mateja Tertinek	OŠ Muta
Martina Gojkošek	OŠ Rače
Peter Karlovšek	OŠ Vencija Perka, Domžale

Rezultati državnega tekmovanja so objavljeni na spletni strani Društva matematikov, fizikov in astronomov slovenije <http://www.dmfa.si>.

Zlatko Bradač, Mirko Cvahte

45. MATEMATIČNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE

V sobotnem dopoldnevu 12. maja 2001 se je 166 dijakov ter dijakinj iz 45 gimnazij in srednjih šol v prostorih Gimnazije Jurija Vege v Idriji spopadlo z nalogami na 45. matematičnem tekmovanju srednješolcev ter srednješolk Slovenije, popoldan pa so se bodisi odpravili na izlet v rudnik in muzej ali pa so se sprehodili ob Divjem jezeru ter si ogledali klavže in kamšti.

Za uspešno reševanje nalog je državna tekmovalna komisija podelila naslednje nagrade:

1. letnik

Prva nagrada

Lana Kuščer, Peter Nose, Martin Strojnik in Mitja Trampuš (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Urška Rutar (Gimnazija Tolmin) ter Klemen Žiberna (II. gimnazija Maribor).

Druga nagrada

Peter Jakopič (Gimnazija Želimlje)

Tretja nagrada

Katja Bobovnik (II. gimnazija Maribor), Peter Petkovšek (Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana), Janoš Vidali (Gimnazija Koper) in Andrej Žnidaršič (Gimnazija Želimlje).

2. letnik

Prva nagrada

Žiga Novšak (I. gimnazija v Celju)

Druga nagrada

Tine Porenta (Gimnazija Škofja Loka) in Janez Šter (Gimnazija Želimlje).

Tretja nagrada

Matej Jan (TŠC Nova Gorica), Gregor Novak (Gimnazija Celje-Center), Tadej Pajnhart Jarc (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana) in Matjaž Žganec (II. gimnazija Maribor).

3. letnik

Prva nagrada

Klemen Šivic (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana)

Tretja nagrada

Matija Perne (Gimnazija Škofja Loka)

4. letnik

Prva nagrada

Andrej Muhič (Gimnazija Novo mesto)

Druga nagrada

Mojca Miklavc (Škofjska klasična gimnazija, Ljubljana) ter Matija Pretnar in Andrej Košmrlj (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana).

Tretja nagrada

Sergej Omladič (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana)

Po določilih *Pravilnika o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike* je državna tekmovalna komisija na podlagi rezultatov dveh izbirnih testov in državnega tekmovanja izbrala ekipo, ki bo zastopala Slovenijo na mednarodni matematični olimpiadi v Washingtonu, ZDA. V ekipo so se uvrstili: Aleksandra Franc, Andrej Košmrlj, Mojca Miklavc, Sergej Omladič, Matija Pretnar in Klemen Šivic.

Matjaž Željko

39. FIZIKALNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV IN SREDJEŠOLK SLOVENIJE

Tekmovanje je tudi letos potekalo v treh stopnjah: regijsko, državno in izbirno tekmovalstvo za olimpijsko ekipo. Zaradi spremembe učnega načrta za fiziko so bili tekmovalci za razliko od prejšnjih let, ko so tekmovali v štirih skupinah (A, B, C, D), razdeljeni v tri skupine (I, II, III), ki so se razlikovale po snovi. Žal je zaradi tega lahko tekmovalo le malo tekmovalcev iz prvih letnikov srednjih šol.

Spremenil se je tudi sistem podeljevanja nagrad in priznanj. Po novem poleg nagrad in pohval, ki smo jih podeljevali do sedaj, podeljujemo tudi bronasta, srebrna in zlata priznanja. Bronasto priznanje prejme tretjina najuspešnejših tekmovalcev v posamezni tekmovalni skupini v regiji. Srebrno priznanje prejmejo tekmovalci, ki so se neposredno uvrstili na državno tekmovalstvo. Zlato priznanje prejme nekaj najuspešnejših tekmovalcev na državnem tekmovanju. Podrobnosti lahko najde bralec v Pravilniku o tekmovanju srednješolcev v znanju fizike, ki je objavljen na spletni strani Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (<http://www.dmfa.si>).

Prve stopnje – **regijskega tekmovanja** – se je udeležilo okrog 650 dijakov iz 55 srednjih šol. Tekmovanje je potekalo 24. marca 2001 istočasno na osmih srednjih šolah po Sloveniji. Organizirale so ga naslednje srednje šole: Gimnazija Šentvid Ljubljana, ŠC Rudolfa Maistra Kamnik –

gimnazija, Gimnazija Murska Sobota, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava, Gimnazija Škofja Loka, Šolski center Nova Gorica, Srednja pomorska šola Portorož ter Gimnazija in ekonomska srednja šola Trbovlje. Tekmovalne komisije, sestavljene iz profesorjev fizike s sodelujočih šol, so popravile izdelke in predložile tekmovalce za državno tekmovanje iz posamezne regije.

Državno tekmovanje je bilo 21. aprila 2001. Po predlogu regijskih komisij se ga je v skupini I udeležilo 45, v skupini II 56 in v skupini III 29 tekmovalcev. Skupaj 130 tekmovalcev iz 39 srednjih šol.

Soorganizator državnega tekmovanja je bil Šolski center Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava. Poleg izvedbe tekmovanja so pripravili za mentorje strokovni ogled mesta Celja in ogled Pivovarne Laško. Tekmovalci pa so si ob čakanju na razglasitev rezultatov krajšali čas ob gledanju filmov, poslušanju potopisnega predavanja o Nepalu, strokovnem ogledu mesta Celje ali kopanju v bazenu Zdravilišča Laško.

Tekmovanje je izvedla tekmovalna komisija DMFA Slovenije, stroške tekmovanja pa sta krila ministrstvo za šolstvo, znanost in šport ter soorganizator državnega tekmovanja. Pri izvedbi tekmovanja in ocenitvi izdelkov so pomagali študentje Fakultete za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko. Na razglasitvi rezultatov je komisija podelila 5 prvih nagrad, 9 drugih, 9 tretjih, 25 pohval in 18 zlatih priznanj.

Podeljene nagrade in pohvale:

Skupina I

I. nagrada

Tine Porenta, Gimnazija Škofja Loka; Gašper Žerovnik, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana.

II. nagrada

Gorazd Gotovac, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Jakob Fišer, ŠC Nova Gorica; Ivo List, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana.

III. nagrada

Matjaž Žganec, II. gimnazija Maribor; Matjaž Humar, ŠC Nova Gorica; Klemen Žiberna, II. gimnazija Maribor; Andrej Žnidaršič, Gimnazija Želimlje.

Pohvala

Marko Toroš, TŠC Nova Gorica; Blaž Hribernik, Gimnazija Škofja Loka; Anton Potočnik, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava; Peter Jakopič, Gimnazija Želimlje; Marko Kotar, SŠ Josipa Jurčiča Ivančna Gorica; Matjaž Čebren, TŠC Nova Gorica; Miha Halzer, Gimnazija in

ESS, Trbovlje; Rafael Hofman, II. gimnazija Maribor; Tadej Pajnhart-Jarc, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Matej Rožič, ŠC Novo mesto – Tehniška gimnazija.

Skupina II

I. nagrada

Klemen Šivic, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Matija Perne, Gimnazija Škofja Loka.

II. nagrada

Jernej Urankar, Gimnazija Kranj; Marko Žagar, Gimnazija Tolmin; Jaka Bobnar, Gimnazija Kranj; Andraž Briški-Javor, Gimnazija Kranj.

III. nagrada

Gregor Bregar, Gimnazija Šentvid Ljubljana; Boris Cergol, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Mihael Korošec, Srednja kovinarska, strojna in metalurška šola, Maribor; Špela Štupar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana.

Pohvala

Aleš Frece, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava; Rok Šibanc, ŠC Velenje – Splošna in strokovna gimnazija; Tone Gradišek, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Davorin Učakar, Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana; Matjaž Božič, Gimnazija Koper; Matevž Česnik, Škofijska gimnazija Vipava; Benjamin Lipovšek, Gimnazija Brežice; Sandi Volovec, Gimnazija Brežice; Ajda Dolinšek, Gimnazija Koper; Aleksander Kisilak, Gimnazija Murska Sobota; Lovro Kuščer, Gimnazija Brežice; Marko Toplak, ŠC Ptuj – Gimnazija.

Skupina III

I. nagrada

Andrej Košmrlj, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

II. nagrada

Dragan Simeonov, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Gregor Tavčar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana.

III. nagrada

Mojca Miklaveč, Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana

Pohvala

Igor Veselič, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Mitja Centrih, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava; Jernej Kukovič, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava.

Zlata priznanja so prejeli:

Tine Porenta, Gimnazija Škofja Loka; Gašper Žerovnik, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Gorazd Gotovac, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Jakob Fišer, ŠC Nova Gorica; Ivo List, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Klemen Šivic, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Matija Perne, Gimnazija Škofja Loka; Jernej Urankar, Gimnazija Kranj; Marko Žagar, Gimnazija Tolmin; Jaka Bobnar, Gimnazija Kranj; Andraž Briški-Javor, Gimnazija Kranj; Andrej Košmrlj, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Dragan Simeonov, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Gregor Tavčar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Mojca Miklavec, Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana; Igor Veselič, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Mitja Centrih, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava; Jernej Kukovič, ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava.

Izbirno tekmovanje za olimpijsko ekipo je bilo 17. maja 2001 na Fakulteti za matematiko in fiziko, Oddelek za fiziko. Udeležilo se ga je 9 najboljših tekmovalcev iz skupine III in 2 najboljša iz skupine II z državnega tekmovanja. Na letošnjo 32. mednarodno fizikalno olimpiado, ki je potekala med 28. junijem in 6. julijem v mestu Antalya, Turčija, so se uvrstili: Andrej Košmrlj, Dragan Simeonov, Gregor Tavčar, Mate Car, vsi iz Gimnazije Bežigrad, Ljubljana, in Mojca Miklavec, Škofijska klasična gimnazija, Ljubljana.

Ciril Dominko

1. TEKMOVANJE DIJAKOV SREDNJIH POKLICNIH ŠOL V ZNANJU MATEMATIKE

V šolskem letu 2000/2001 je prvič potekalo tekmovanje v znanju matematike za dijake srednjih poklicnih šol. Regijsko tekmovanje je bilo organizirano 12. 5. 2001 v sedmih regijskih centrih, državno pa 26. 5. 2001 na *Živilski šoli* v Mariboru. Na šolskem tekmovanju je v 1. letniku tekmovalo 688 dijakov, v 2. letniku 515 in v 3. letniku 191 dijakov. Na državno tekmovanje je bilo predlaganih 66 kandidatov, tekmovanja se je udeležilo 22 dijakov prvega letnika, 21 dijakov drugega letnika in 19 dijakov tretjega letnika. Podeljenih je bilo po osem zlatih priznanj v prvem in drugem letniku ter štiri zlata priznanja v tretjem letniku.

Organizator državnega tekmovanja je v vsakem letniku prvim trem najboljše uvrščenim tekmovalcem podelil praktične nagrade. Prejeli so jih:

1. letnik

1. Ana Osredkar, Srednja frizerska šola, Ljubljana
2. Tadeja Božič, ŠC Brežice – Srednja ekonomska in trgovska šola

3. Marko Marinović, SŠ tehniških strok Šiška, Ljubljana
Žiga Merkun, Srednja mlekarška in kmetijska šola, Kranj

2. letnik

1. Almir Ahmetbašić, Srednja gradbena šola, Maribor
2. Elvis Biščić, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola
1. Tadej Železnik, ŠC Novo mesto – Poklicna in tehniška gradbena in lesarska šola

3. letnik

1. Barbara Skukan, Srednja frizerska šola, Ljubljana
2. Aleš Mijatović, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola
3. Benjamin Škarabot, Tehniški šolski center Nova Gorica

Duška Vrenčur

1. TEKMOVANJE DIJAKOV SREDNJIH TEHNIŠKIH IN STROKOVNIH ŠOL V ZNANJU MATEMATIKE

Dne 26. 5. 2001 je na *Srednji ekonomski šoli* v Mariboru potekalo 1. državno tekmovanje v znanju matematike dijakov srednjih tehniških in strokovnih šol. Tekmovanje se je pričelo ob 9.30 uri z otvoritvijo in zaključilo ob 15.30 uri s podelitvijo zlatih priznanj in nagrad. Na tekmovanju je sodelovalo 18 dijakov prvega letnika, 23 dijakov drugega, 20 dijakov tretjega in 23 dijakov četrtega letnika. Na državno tekmovanje so se uvrstili preko izbirnih tekmovanj, ki so bila 12. 5. 2001 v regijskih centrih širom Slovenije.

Po dveurnem reševanju nalog je državna komisija pričela z vrednotenjem izdelkov. V tem času so si tekmovalci skupaj z mentorji ogledali znamenitosti mesta Maribor. Popoldne je bila podelitev priznanj in nagrad. Nagrado so prejeli tekmovalci, ki so dosegli prva tri mesta v posamezni tekmovalni kategoriji:

1. letnik

1. Vito Križnik, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola
2. David Zakonjšek, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola
3. Goran Stojaković, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola

2. letnik

1. Dean Delgiusto, Srednja pomorska šola, Portorož
2. Matej Pičulin, Tehniški šolski center Nova Gorica
3. Slađan Vasić, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola

3. letnik

1. Jerneja Pavlin, ŠC Novo mesto – Strokovna zdravstvena ter poklicna in tehniška kemijska šola
2. Miha Smodiš, SŠ za elektrotehniko in računalništvo, Ljubljana
3. Lilijana Gros, ŠC Slovenj Gradec – Poklicna in srednja ekonomska šola

4. letnik

1. Igor Butinar, SŠ za elektrotehniko in računalništvo, Ljubljana
2. Blaž Rihtaršič, Srednja lesarska šola, Škofja Loka
3. Katarina Ivanšek, ŠC Brežice – Srednja ekonomska in trgovska šola
Domen Puncer, ŠC Velenje – Poklicna in tehniška elektro in računalniška šola

Sonja Perko

PRESEK

**list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
29. letnik, šolsko leto 2001/02, številka 1, strani 1–64**

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Vilko Domajnko, Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Martin Juvan (glavni urednik, računalništvo), Sandi Klavžar, Boris Lavrič, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Peter Petek, Primož Potočnik (novice), Marijan Prosén (astronomija), Marija Vencelj (matematika, odgovorna urednica).

Dopisi in naročnine: DMFA – založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, 1001 Ljubljana, p.p. 2964, tel. (01) 4766-553, telefaks (01) 2517-281, št. ŽR 50106-678-47233. Naročnina za šolsko leto 2001/02 je za posamezne naročnike **3.000 SIT** (posamezno naročilo velja do preklica), za skupinska naročila šol **2.500 SIT**, posamezna številka **750 SIT**, tematska številka **1.500 SIT**, stara številka **650 SIT**, letna naročnina za tujino 25 EUR, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, Ljubljana, SWIFT: SKBASI2X, številka računa 042961.

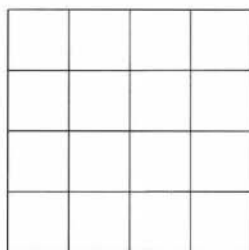
List sofinancira MŠZŠ
Založilo DMFA – založništvo
Tisk: DELO Tiskarna, Ljubljana

© 2001 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1467

Poštšina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

IGRA Z DVEMA “L”

Za igro, ki jo igrata dve osebi, potrebujete: kvadratno karirano igralno ploščo, dimenzije 4×4 , dve nevtralni kvadratni ploščici (jokerja), velikosti 1×1 , in dve različno obarvani črki “L”, dimenzije 3×2 (slika 1). Rekvizite lahko iz lepenke pripravite sami.



Igralna plošča

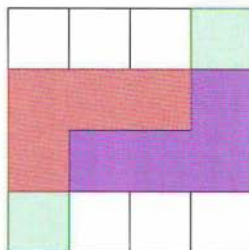


Dva jokerja

Dve različno
obarvani črki “L”

Slika 1.

Igralca izbereta vsak svoj “L”, postavita na plošči začetni položaj, ki ga prikazuje slika 2, in se domenita, kdo bo prvi na potezi.



Slika 2.

Igralec na potezi dvigne svoj “L” in ga prestavi na poljubno drugo nezasedeno mesto na plošči. Pri tem črko lahko tudi zavrti in celo prezrcali (obrne na drugo stran). Nato lahko, če to želi (a ni nujno), prestavi na nezasedeno mesto še enega od obeh jokerjev.

Igro izgubi igralec, ki svoje črke, ko je na potezi, ne more prestaviti na nezasedeno mesto.

Nasvet: Poiščite kakšen zmagoviti položaj, ki ga boste nato med igro poskušali doseči!

Marija Vencelj

