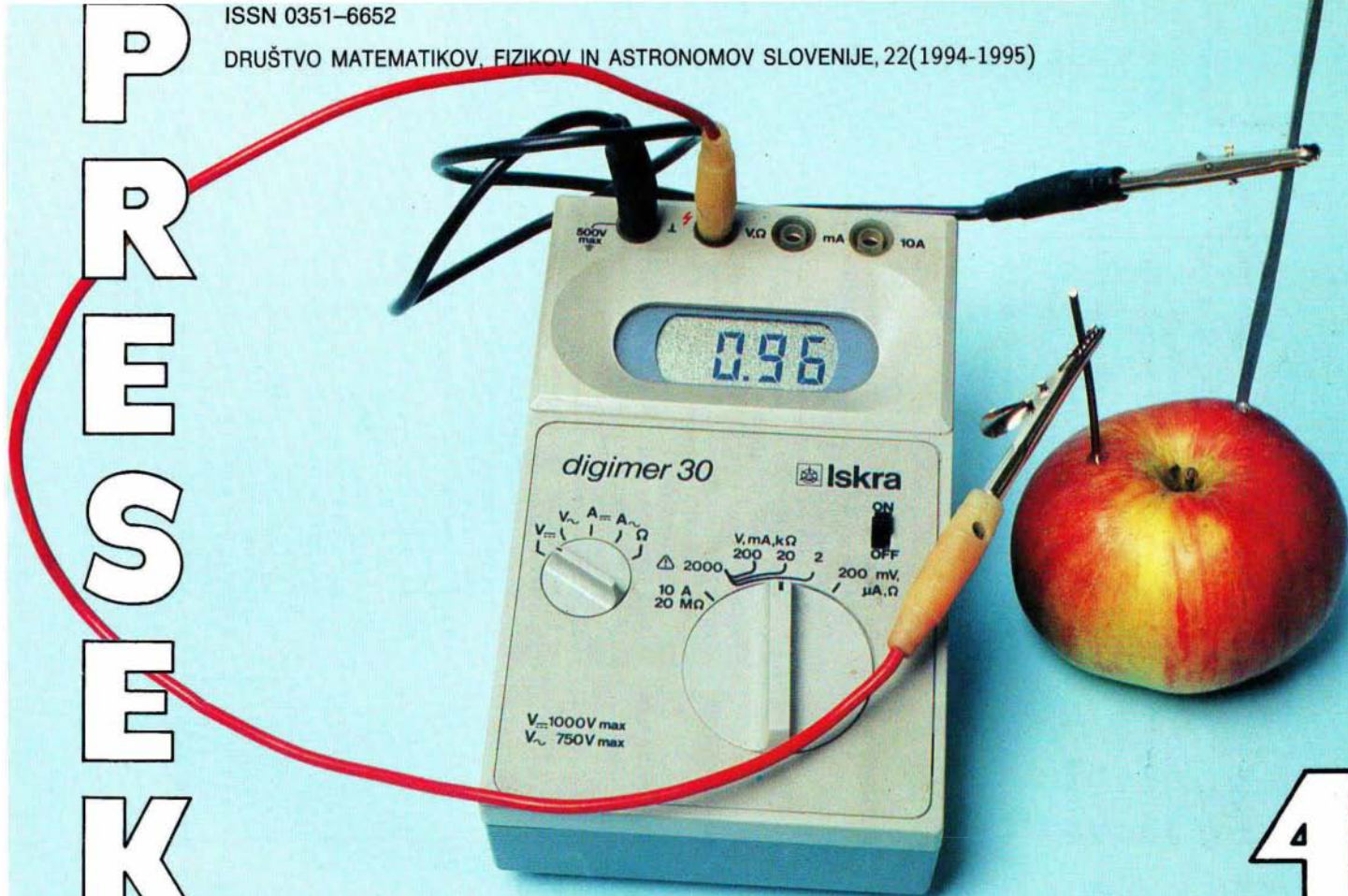




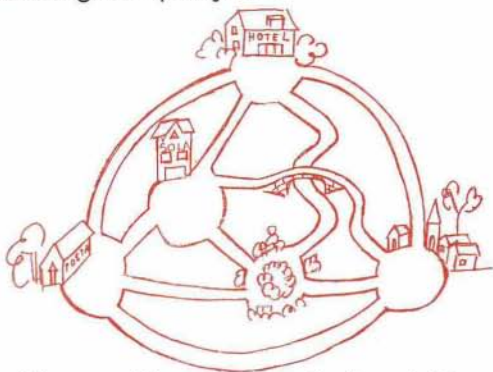
VSEBINA

FIZIKA	Alessandro Volta - Ob dvestopetdesetletnici rojstva (Janez Strnad)	194-199
	Poskusa ob Voltovi obletnici (Janez Strnad)	212,I,IV
RAČUNALNIŠTVO	Računalniki RISC (Aleksander Vesel)	200-205
MATEMATIKA	O kvadratih v aritmetičnem zaporedju (Jože Grasselli) ...	206-211
ASTRONOMIJA	Kraljič (Marijan Prosén)	214-216
NOVICE	George Boole - ob stotridesetletnici smrti (Marjan Jerman) ..	217-221
NALOGE	Avtomobilska (Martin Juvan)	199
	Novi neznani liki - 2. del (Martin Juvan)	213
	Najmanjši krog (Martin Juvan)	213
	Paličice (D. M. Milošević, prev. B. Japelj)	222
	Števke tu in tam (Martin Juvan)	223
	Sam sebe (Martin Juvan)	225
RAZVEDRILO	In vendar se premika (Sandi Klavžar)	216
	Izpolnjevanja z matematičnimi pojmi (Jakob Andrejčič)	224
	Šifrirano pismo za mlajše bralce (Marina Rugelj)	225
REŠITVE NALOG	Še enkrat o trgih in ulicah (Martin Juvan, Bojan Mohar)	193
	Številka uganka za jubilej - s str. 133 (Marija Vencelj)	205
	Novoletna - s str. 135 (Marija Vencelj)	222
	Križanka Ob jubileju slovenskega matematika - s str. 160 (Marko Bokalič)	223
	Vsi nizi - s str. 132 (Martin Juvan)	228
	Sedem žeblice - s str. 159 (Dušan Repovž)	IV
NOVE KNJIGE	Lokar M., Turbo pascal 7.0 (Jernej Kozak)	213
	Hawkingove knjižne uspešnice v zbirki Sigma (Mirjam Galičič)	226-227
TEKMOVANJA	Urniki tekmovanj v letu 1995 (Darjo Felda)	229-231
	14. državno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce - rešitve s str. 188 (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte) ...	231-233
	29. občinsko tekmovanje za srebrno Vegovo priznanje - rešitve s str. 133 (Aleksander Potočnik)	234-237
	9. državno tekmovanje iz znanja računalništva za osnovnošolce (Ivan Gerlič)	237-240
	3. državno tekmovanje osnovnošolcev v znanju matematike (Aleksander Potočnik)	241-242
	Razpis za srednješolsko tekmovanje iz računalništva (Marko Grobelnik)	242-244
	Rešitve nalog z državnega tekmovanja iz srednješolske fizike - 1. del - s str. 180 (Jure Bajc, Ciril Dominko)	244-247
	Nekaj nalog z računalniškega tekmovanja za srednješolce v letu 1994 - rešitve s str. 144 (Marko Grobelnik)	248-250
	38. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije (Darjo Felda)	250-252
	16. mednarodno matematično tekmovanje mest - jesenski krog (Matjaž Željko)	252-254
	Rešitvi izbranih nalog s 35. matematične olimpiade - s str. 158 (Matjaž Željko)	254-256
NA OVITKU	Slika k članku na strani 212: Gonilna napetost člena z jabolkom in bakrovo in cinkovo elektrodo meri pri nižji temperaturi 0,96 V. Pri srednji temperaturi dobimo zanjo 0,98 V. Po tem ugotovimo, v kolikšni meri je mogoče pri ponovljenem merjenju pričakovati enak izid (foto Marjan Smerke). Glej tudi zadnjo stran ovitka.	I

ŠE ENKRAT O TRGIH IN ULICAH

V letošnji drugi številki Preseka je bila zastavljena naloga o centru mesta, ki ga sestavljajo trgi in ulice. Besedilo, sicer nekoliko nerodno zapisano, je trdilo, da je vsak trg z natanko eno ulico povezan z vsakim drugim trgov in da vodijo iz vsakega trga natanko štiri ulice. S preprostim računom hitro ugotovimo, da je center mesta sestavljen iz petih trgov, ki jih povezuje deset ulic.

Opisani center ima torej gotovo pet trgov in deset ulic, vprašanje pa je, če tak center mesta sploh lahko zgradimo. Z nekaj poskušanja lahko narišemo načrt mesta, prikazanega na spodnji sliki.



Kot lahko vidite na sliki, naloga graditeljev ni bila preprosta. Da so postavili zahtevani center mesta, so morali zgraditi tudi podvoz, s katerim so se izognili srečanju dveh ulic. Na križišču dveh ulic bi namreč nastal nov trg, ta pa bi pokvaril željeni načrt mesta. Naj so se še tako trudili, gradnji podvoza se niso mogli izogniti.

Pojasnimo to nekoliko natančneje. Da bo naloga strože postavljena, jo še enkrat ponovimo, tokrat v jeziku teorije grafov. Točke iskanega grafa bodo trgi, ulice pa bodo povezave. Besedilo naloge zahteva, da poiščemo enostaven (ker noben par trgov ni povezan z več kot eno ulico) in poln graf (ker je vsak par trgov povezan z ulico), v katerem ima vsaka točka stopnjo štiri (ker gredo od vsakega trga natanko štiri ulice). Tak graf pa je prav polni graf na petih točkah. Običajna oznaka za ta graf je K_5 . In od kod težave graditeljev? Izrek Kuratowskega, ki je gotovo eden najbolj znanih izrekov teorije grafov, med drugim pravi, da grafa K_5 ni mogoče narisati v ravnini, ne da bi se vsaj dve povezavi sekali. Graditelji se torej vsaj enemu podvozu niso mogli izogniti.

Martin Juvan, Bojan Mohar

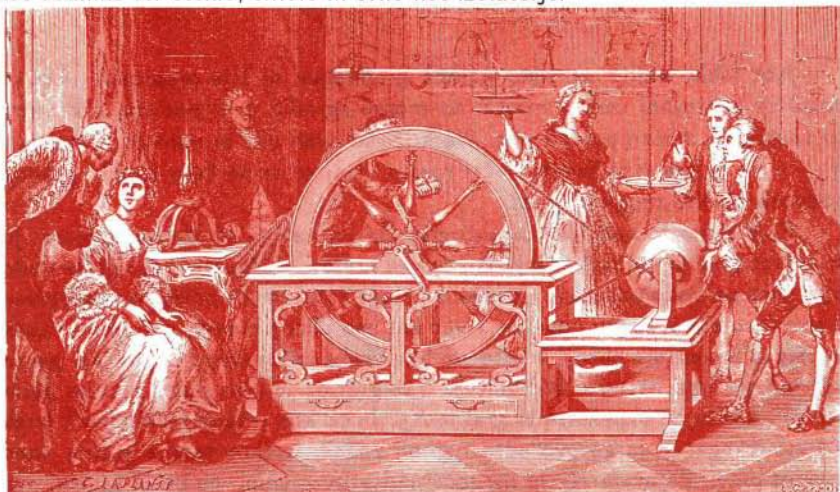
ALESSANDRO VOLTA

Ob dvestopetdesetletnici rojstva

Od enot z imeni fizikov je enota za električno napetost *volt* ena izmed tistih, ki jih uporabljamo najpogosteje. Skrita je tudi v *elektronvoltu* in njegovih večkratnikih, s katerimi merimo energijo v svetu atomov.

Alessandro Volta je bil rojen leta 1745 v Comu. Nekateri poročajo, da je v prvih letih opazno zaostajal za vrstniki, a jih je kot učenec dohitel in prehitel. Pritegnila ga je fizika in devetindvajsetleten je postal učitelj fizike na gimnaziji v domačem mestu in nato tam tudi ravnatelj. Pet let pozneje je prešel kot profesor na univerzo v Pavii. Kraljeva družba - znamenita angleška akademija znanosti - ga je sprejela med svoje člane in ga počastila s Copeleyevo medaljo. Dobil je še druga visoka priznanja. Legijo časti mu je podelil Napoleon, a pozneje je postal senator in grof kraljevine Lombardije. V razgibanem času se je z lahkoto prilagodil vsakokratni oblasti. Umrl je leta 1827 v Comu.

Volto je pritegnila elektrostatika, za katero so se tedaj zanimali fiziki in ki je zbujala tudi splošno pozornost, saj so delali elektrostatične poskuse kar v plemiških in meščanskih salonih (slika 1). Pri tem so uporabljali stroje za elektrenje, leidenske steklenice kot kondenzatorje, medeninaste cevi in žice kot vodnike ter steklo, smolo in svilo kot izolatorje.



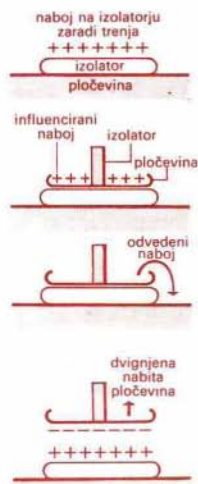
Slika 1. Poskus s strojem za elektrenje sredi 18. stoletja. Z velikim kolesom so vrteli stekleno kroglo. Zaradi trenja se je na njej ločil naboj, katerega del je odtekel po kovinskih nitih na vodoravno kovinsko telo. Telo je viselo na svilenih nitih.

V *stroju za elektrenje* se je počasi vrtela krogla iz stekla, žvepla ali drugega izolatorja. Dotikali so se je s krpo ali kožuho in odvajali elektriko z žico ali z roko na kovinsko telo. *Leidensko steklenico* je izumil Ewald von Kleist v letu Voltovega rojstva in leto zatem neodvisno od njega leidenski profesor Petrus von Musschenbroek. Drugo odkritje so objavili glasneje, zato je to dalo napravi tudi ime. Steklena posoda je izolirala eno elektrodo v sebi, npr. slano vodo, od druge, npr. roke, ki je držala posodo. Poskusi so bili včasih kar nevarni. Musschenbroek je dobil na primer tako močan električni udar, "da ga za vse francosko kraljestvo ne bi želel dobiti še enkrat".

Podobne poskuse je delal tudi Volta. Pri njih je leta 1775 odkril *elektrofor* (slika 2). Odkritje je s pismom sporočil Josephu Priestleyu v London; ta ga je objavil v glasilu Kraljeve družbe. V plitev kovinski lonec s premerom okoli 30 cm je vlil smolo, ki se je strdila v izolatorsko plast. Smolo je podrgnil s kožuho, postavil nanjo nekoliko manjši pokrov iz pozlačene deščice s steklenim držalom in s prsti odvedel z njega del elektrike. Če je bila izolatorska plast naelektrena pozitivno, se je v pokrovu ob njej nabrala negativna elektrika in nad njo pozitivna. Na pokrovu je naposled ostala negativna elektrika, če so pozitivno odvedli s prsti. Podobne naprave so si naredili tudi drugi fiziki, vendar jih Volta ni zgolj posnemal, ampak je naprave večje uporabljal "za ustvarjanje" ali bolje za "kopičenje elektrike".

Izdelal je tudi *elektrometer*, s katerim je meril elektriko ali, kot pravimo danes, *naboj*. V stekleni posodici je na kovinsko prečko pritrdil slamici, katerih spodnji krajišči sta se tem bolj odbijali, čim večji naboj se je nabral na prečki. Pozneje so slamici nadomestili s srebrnima nitkama s kroglicama iz bezgovega stržena na spodnjih krajiščih. Leta 1787 je Abraham Bennet uporabil namesto srebrnih nitk zlata lističa. Tak elektrometer so uporabljali še na začetku našega stoletja.

V članku *O kapaciteti električnih vodnikov* je Volta leta 1778 vpeljal kapaciteto in napetost. Naelektreni pokrov elektrofora je približal ozemljeni vzporedni kovinski plošči. Čim bliže sta si bili plošči, tem manjši je bil odklon



Slika 2. Tako dandanes pojasnimo delovanje elektrofora.

slamic v elektrometru, povezanem z zgornjo izmed njiju. "Elektrika je tem lažje ušla z zgornje plošče", čim bolj sta bili odklonjeni slamici. Zato je uvedel *napetost* kot količino, ki je bila povezana z uhajanjem elektrike in ki jo je meril z elektrometrom. Zgornja plošča je sprejela tem več naboja, čim bližje sta bili plošči. Z leidenske steklenice je na zgornjo ploščo lahko spravil dodatni naboj, če je prej plošči bolj približal. Mislil si je, da je s približevanjem plošč večal *kapaciteto* zgornje plošče.

Dandanes naredimo poskus s *ploščatim kondenzatorjem* z ozemljeno spodnjo ploščo. Na spodnji plošči se nabere naboj $-e$, ko na zgornjo spravimo naboj e . Med ploščama je napetost U , s katero je sorazmeren naboj, sorazmernostni koeficient je kapaciteta $e = CU$. Kapaciteta je tem večja, čim večja je ploščina plošče S in čim manjši je razmik l med ploščama $C \propto S/l$. Naboj je $e \propto SU/l$ in velja $U_1/l_1 = U/l$, ko zblížamo plošči do razmika l_1 . Naboj na ploščah se namreč ne spremeni, dokler plošči ne prideta v stik s kakim prevodnim telesom. Kapaciteta se poveča na $C_1 \propto S/l_1$. Na kondenzator s povečano kapaciteto spravimo z enako napetostjo večji naboj $e_1 \propto SU/l_1$. Dodatni naboj je $e_1 - e \propto SU/l_1 - SU/l$. Med ploščama je napetost $U_2 = (U/l_1)l_2$, ko ju razmaknemo do razmika l_2 . Enačbe veljajo le, dokler je razmik med ploščama dovolj majhen v primeri z velikostjo plošč. Pri večjem razmiku l_2 zadnja enačba ne velja več.

Glavno Voltovo odkritje je izšlo iz dela njegovega rojaka Luigija Galvanija (1737 do 1798). Kot profesor anatomije na univerzi v Bologni je leta 1791 izdal *Razpravo o silah elektrike pri mišičnem gibanju*. Razprava je povzročila med fiziki, fiziologi in zdravniki tistega časa pretres, ki so ga nekateri primerjali s francosko revolucijo dve leti pred tem. Fiziologi so mislili, da so se uresničile njihove sanje o življenjski sili, in zdravniki, da bo mogoče obujati mrtve in pozdraviti številne bolezni od duševnih motenj preko božjasti do tetanusa. Zato ne preseneča, da se je lotilo poskusov veliko število ljudi.

Galvani je enajst let pred tem kazal v laboratoriju poskuse z žabjimi kraki. Nekdo se je po naključju z nožem dotaknil živca, ko je v laboratoriju deloval stroj za elektrenje. Kraki so ob tem izrazito trznili. Galvani je delal poskuse enajst let, preden je objavil *Razpravo*. Poznavalci so se najprej čudili, zakaj se je Galvani čudil trzanju krakov in namigovali, da morda ne ve dovolj o elektriki. Po njihovih izkušnjah je bilo namreč mogoče z leidensko steklenico vplivati na mišice. V okviru teh poskusov so Galvani in njegovi sodelavci

raziskovali vpliv elektrike v ozračju na žabje krake, ki so jih obesili na železno ograjo. Opazili so, da so trznili, če so se jih dotaknili z drugo kovino. Poskuse so zopet preselili v laboratorij in ugotovili, da so bili trzaji bolj ali manj izraziti glede na to, kateri par kovin so uporabili. Zdaj je bilo začudenje upravičeno.

Toda Galvani je zašel v slepo ulico, ko je žabje krake vztrajno primerjal z naelektreno leidensko steklenico. Živci naj bi ustrezali eni elektrodi, mišice drugi, "živčne opne" pa steklu. Kondenzator naj bi bil naelektrjen zaradi elektrike, "ki naj bi jo ustvarila žaba, najbrž v možganih". Galvanija je prevzela misel na "živalsko elektriko" in na zdravljenje z njo.

Za poskuse je zvedel leta 1792 Volta in se "vneto, a poln dvoma" lotil ponovitev. Dvom je splahnel, ko so mu po vrsti uspele. Za razliko od Galvanija je Volta meril, saj "kaj lahko fizika naredi, kar ni preračunano na mero in število". Vzel je naelektreno kroglico in odvedel z nje polovico naboja, tako da se je z njo dotaknil enake nenaelektrene kroglice. To je večkrat ponovil in je vsakokrat ugotovil, da so kraki trznili, ko se je s kroglico dotaknil živca, tudi potem, ko elektrometer ni več kazal odklona. Kraki so delovali kot zelo občutljiv elektrometer.

Pozneje je začel nasprotovati Galvanijevi primerjavi krakov z leidensko steklenico. Ugotovil je, da se sploh ni treba s kovino dotakniti živca. Kraki so trznili, ko jih je ovil s tankim kositrnim lističem in položil na srebrn kovanec. Tedaj je spoznal, da trzanje povzroča "gibanje električne snovi po žici", danes pravimo električni tok. Zanimalo ga je, ali različni kovini vplivata tudi na živce, ki so namenjeni prenašanju zaznav. Na jezik je dal listič kositra in položil pod jezik srebrn kovanec. Občutil je kiselkast okus, ko sta se kovini staknili. To je zaznal tudi, ko se je dotaknil jezika z žico, povezano s pozitivno elektrodo stroja za elektrenje. Okus je postal alkalijski, grenek, ko je zamenjal lego kositra in srebra. Sklepal je, da se je obrnil tok. V temi je kovanec dal na oko in ga z bakreno žico povezal z usti. Občutil je dražljaj, kot da bi videl svetlobo.

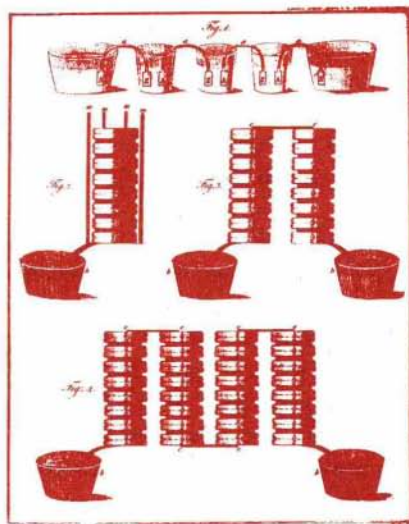
Dognanja je objavil leta 1792. Galvani in njegovi sodelavci so jim nasprotovali, ker se niso skladala z zamisljivo o žabjem kraku kot naelektreni leidenski steklenici. Eden izmed njih je Volti očital, da le pogreva poskuse Švicarja Johanna Georga Sulzerja iz leta 1752. Toda Sulzerjeva opazovanja so bila naključna, Volta pa je po izidih pri poskusih zasnoval nove in nove poskuse. Po izdatnosti občutkov pri poskusih z jezikom je razvrstil kovine v vrsto: cink - kositer - svinec - železo - medenina - zlato - srebro - grafit, ki je leta 1794 narasla že na 26 članov. To je bila zasnova prve *napetostne vrste*, ki jo danes uporabljajo v kemiji.

Volta je raziskoval naprej. Vprašal se je, zakaj se pojavi tok v krogu iz dveh kovin in kosa živca ali jezika. Ali ima raztopina v živcu ali jeziku samo vlogo vodnika? Ali nastanejo podobni pojavi v vsakem krogu iz dveh kovin in raztopine ali celo iz kovine in dveh raztopin? Ali nastane sila, ki poganja tok, "elektromotorna sila" ali, kot pravimo danes, *gonilna napetost*, na stiku kovin ali na stiku kovine in raztopine? Zaradi simetrije ni take "sile" na stiku dveh enakih kovin. Iz enakega razloga "sila" na stiku raztopine in kovine uravnovesi "silo" na stiku enake kovine in raztopine.

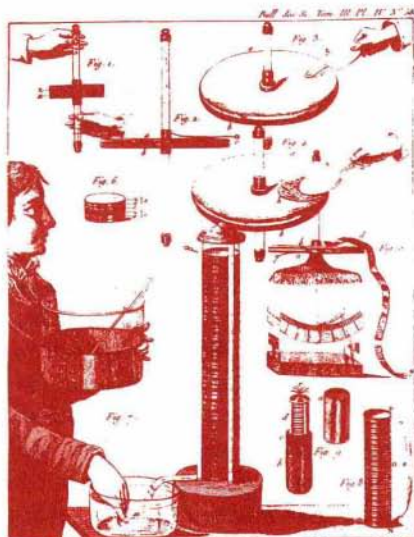
Odgovore na vprašanja je iskal v poskusih, ki jih je delal z apnenim mlekom v kositrni posodi. Posodo je prijel z vlažno roko in pomočil jezik v raztopino ter najprej zaznal kiselkast okus, ki je šele postopoma prešel v alkalnega. Uspel mu je poskus, pri katerem se je z elektrometrom prepričal, da nastane med različnima kovinama "ločilna sila", ki požene "del električne snovi iz ene kovine v drugo". Kovini z izoliranimi držajema je ločil in z elektrometrom ugotovil, da ena postane pozitivna in druga negativna. Danes govorimo o tej *kontaktni napetosti* precej previdneje.

Končni uspeh je Volta dosegel leta 1799. Tedaj si pri poskusih ni več pomagal z jezikom, žabjih krakov se je znebil že prej. Naslednje leto je poslal predsedniku Kraljeve družbe Johnu Banksu razpravo *O elektriki, ki se pojavi pri stiku dveh prevodnih snovi različne vrste*. Kovine in druge trdne prevodnike je imenoval *prevodnike prve vrste*, raztopine soli in druge kapljevinske prevodnike pa *prevodnike druge vrste*. Danes druge imenujemo *elektroliti*. V razpravi je opisal napravo, "ki vas bo brez dvoma začudila, a je samo razporeditev večjega števila dobrih prevodnikov različnih vrst".

Uporabil je nekaj deset okroglih ploščic iz bakra, medenine ali srebra, enako velike ploščice iz kositra ali cinka in malo manjše kose usnja, blaga ali papirja, ovlažene z raztopino soli. Na mizo je položil ploščico prve kovine, vlažni listič, ploščico druge kovine, ploščico prve kovine, vlažni listič, ploščico druge kovine in tako dalje. Spodnjo ploščico je dal na leseno podlago in uredil ploščice med lesene palice ter jih po potrebi razporedil na več skupin (slika 3). Odklon elektrometra je bil sorazmeren s številom parov ploščic. Za napravo se je udomačilo ime *Voltov steber* ali v splošnem *baterija*. Baterija dvajsetih do tridesetih parov ploščic ga je stresla, če je z vlažnima rokama prijel prvo in drugo krajišče (slika 4). Naredil je tudi poskus z ušesom, ki mu prej ni uspel. Zglajeni kovinski ploščici je dal v ušesi in ju povezal z baterijo. Zaslišal je močno prasketanje. Poskus je naredil samo enkrat zaradi morebitnih poškodb. Sestavil je podobno baterijo iz kozarcev z raztopino soli ali apnenim mlekom, ki so jih povezovali prevodniki iz dveh različnih kovin (slika 3).



Slika 3. Voltovi stebri z različnim številom parov plošč (spodaj) in baterija kozarcev (zgoraj).



Slika 4. Naprave in poskusi, ki jih je Volta uporabil na predavanju pred Napoleonom v francoskem državnem inštitutu.

Dotlej so delali elektrostatične poskuse in poskuse s kratkotrajnimi tokovi, odtlej so postali mogoči poskusi s konstantnim tokom. Volta takih poskusov ni več delal. Drugod so tekmovali, kdo bo zgradil večjo baterijo. Nekaj časa je z največjo razpolagala Kraljeva ustanova: baterija je imela dva tisoč parov kvadratnih plošč s stranico 10 cm. Začelo se je obdobje električnega toka, magnetnega polja, indukcije in elektrodinamike. Na drugi strani so izpopolnili *člene* ali *elemente*, ki jih začuda imenujemo po Galvaniju in ne po Volti. Od Daniellovega preko Leclanchéjevega člena in svinčevega akumulatorja sega razvoj do današnje baterije v obliki gumba. Voltovo odkritje je prve velike uspehe prineslo kemiji, v kateri so z elektrolizo odkrili več novih elementov. Najbrž je samo malo pretirano trditi, da je to odkritje "spremenilo svet bolj kot katera koli odločilna bitka ali družbeni preobrat".

Janez Strnad

AVTOMOBILSKA

Če italijanska šteje 1 in nemška velja 500, koliko potem pomeni diplomatska?

Martin Juvan

RAČUNALNIKI RISC

V prejšnji številki Preseka ste lahko prebrali nekaj več o vzporednih računalnikih in o njihovi delitvi. V tem sestavku pa se bomo posvetili računalnikom s procesorjem RISC, ki jih krajše imenujemo kar računalniki RISC. Na kratko bomo opisali tudi računalnike, ki uporabljajo posebne procesorje RISC – transputerje.

Kratika RISC izvira, kot to velja za večino računalniških izrazov, iz angleškega jezika in dobesedno pomeni računalnik z majhnim (zmanjšanim) naborom operacij oziroma angleško **R**educed **I**nstruction **S**et **C**omputer. V zvezi z imenom RISC prihaja večkrat do nesporazumov. Majhen nabor operacij namreč še ne pomeni nujno, da spada računalnik v skupino računalnikov RISC. Spomnimo se samo pionirskih časov računalništva, ko so bili računalniki v primerjavi z današnjimi veliko počasnejši, imeli so manjši pomnilnik in večinoma tudi majhen nabor operacij, pa jih zaradi tega še ne moremo uvrstiti med računalnike RISC! Kot zanimivost omenimo še, da se je prvi računalnik RISC tako tudi imenoval (torej kar RISC). Njegov procesor je poznal zelo malo operacij, to pa predvsem zaradi tega, ker je bil razvit za raziskovalne namene in ne za komercialno uporabo.

V strokovni literaturi lahko najdemo več definicij računalnikov RISC. V zadnjem času se je število različnih računalniških sistemov, ki jih uvrščamo med računalnike RISC, zelo povečalo. Zato je tudi definicija, ki zajema to široko paleto računalnikov, splošna.

Računalnik RISC omogoča generiranje programske kode z optimiziranim prevajanjem in učinkovito izvajanje programov na cevovodnem ("pipeline") procesorju z majhnim naborom operacij.

Značilnosti, ki označujejo računalnik RISC, so torej tri:

- (razmeroma) majhen nabor operacij,
- cevovodna obdelava podatkov,
- dobro optimizirano prevajanje programov iz višjega v strojni jezik.

O cevovodni obdelavi si lahko preberete v prejšnji številki Preseka, zato v nadaljevanju sestavka nekaj več le o preostalih dveh značilnostih računalnikov RISC.

Preden pa se lotimo opisovanja še nekaj pojasnil. Verjetno že veste, da je srce vsakega računalnika *procesor*. Procesor je del računalnika, ki lahko izvaja računske operacije (seštevanje, množenje), primerja podatke, bere podatke iz pomnilnika ter zapisuje podatke v pomnilnik in še kaj bi se našlo, odvisno pač od zapletenosti procesorja. Če hočemo, da računalnik izvrši neko zaporedje

operacij, moramo napisati ustrezeni program. Programe pišemo večinoma v višjih programskih jezikih (npr. v pascalu). Da lahko računalnik izvede naš program, ga moramo prevesti v strojni jezik, to je jezik, ki vsebuje le ukaze, ki jih lahko procesor neposredno izvrši.

RISC in CISC

Nasprotje računalnikov RISC so računalniki CISC. Kratica CISC pomeni računalnik z obsežnim (kompleksnim) naborom operacij, ali po angleško Complex Instruction Set Computer. Razlika med računalniki RISC in CISC je, kot povesta že obe kratici, predvsem v velikosti nabora operacij. Različna pa je tudi zapletenost operacij. Operacije, ki jih izvajajo procesorji računalnikov CISC, so lahko zelo zapletene in so večinoma sestavljene iz zaporedja preprostejših (osnovnih) operacij. Temu pravimo, da so operacije *mikroprogramirane*. Tudi ukazi višjega programskega jezika se praviloma prevedejo v zaporedje ukazov strojnega jezika. Če so ukazi strojnega jezika zapleteni, je prevajanje iz višjega programskega jezika preprosto, a tudi razmeroma neučinkovito. Ker operacije računalnikov CISC niso enostavne, je njihovo izvajanje zaradi tega počasnejše, velikokrat pa se tudi zgodi, da se kaka od osnovnih operacij izvede po nepotrebnem.

Procesorji računalnikov RISC znajo izvajati le razmeroma zelo preproste operacije, ki praviloma niso mikroprogramirane. Zaradi tega je prevajanje iz višjega v strojni jezik zahtevnejše. Ker pa lahko z optimiziranim prevajanjem zelo oklestimo število potrebnih osnovnih operacij, je izvajanje prevedenega programa zaradi tega mnogo hitrejše.

Naj omenim še nekaj že uveljavljenih procesorjev, ki jih uvrščamo v skupino RISC. Največji razvoj so računalniki RISC doživeli po letu 1985, ko začne razvoj praktično vseh grafičnih delovnih postaj temeljiti na tehnologiji RISC. Tudi znani procesorji SPARC, ki so jih razvili v podjetju Sun, so le ena od oblik procesorjev RISC. Tržno vrednost blagovne znamke RISC so poskušali vnovčiti tudi pri prodaji osebnih računalnikov. Tako so zadnja tipa Intelovih procesorjev za osebne računalnike najavljali kot procesorja RISC. Po nekaterih značilnostih (cefovodna obdelava podatkov) je Pentium blizu procesorjem RISC. Zaradi zgodovinskih razlogov oziroma zaradi združljivosti s svojimi predhodniki pa ima še vedno zelo obsežen nabor (tudi kompleksnih) operacij, kar ga uvršča med procesorje CISC.

RISC v računalniški grafiki

Prvi so začeli uvajati računalnike RISC v računalniško grafiko pri podjetju Apollo leta 1985. Grafične delovne postaje Apollo so bile zaradi prednosti, ki jo je imelo podjetje pri uvajanju računalnikov RISC pred konkurenco v drugi polovici osemdesetih let, pojem za visoko zmogljive, a razmeroma cenene računalnike. Mirno lahko tudi trdimo, da so računalniki RISC doživeli svojo pravo uveljavitev prav v računalniški grafiki oziroma na področjih, povezanih z njo.

Nekatera področja v računalniški grafiki so računsko zelo zahtevna: izračunavanje osvetlitve in senčenje predmetov, preračunavanje geometrije teles, animacija itd. Zahtevnost izračuna se še dodatno poveča, kadar želimo prikazati sliko na zaslonu z visoko ločljivostjo in z velikim številom barv. Danes je običajno, da uporabljamo prikazovalnike, ki imajo ločljivost približno 1000×1000 pik. Tako mora računalnik skrbeti za pravilno osvetljenost približno milijona pik. Ker se pri animaciji zamenja okoli 25 slik na sekundo, to pomeni, da mora procesor samo za potrebe prikaza izvesti več milijonov operacij v sekundi. To pa je hud zalogaj za še tako zmogljiv procesor. (Mimogrede: potreben je tudi zelo velik grafični pomnilnik.)

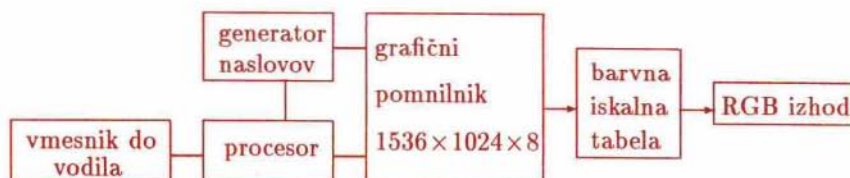
Pred pojavom računalnikov RISC so poskušali premagati težave, povezane z veliko računsko zahtevnostjo, tako da so opravila razdelili na več manjših. Uporabljali so računalnike, ki so imeli več specializiranih procesorjev. Vsak izmed procesorjev je reševal svojo specifično nalogo, za katero je bil konstruiran.

Nekatere visoko zmogljive grafične postaje so tako imele posebne procesorje za izvedbo geometrijskih transformacij, obrezovanje likov, izračun različnih osvetlitvenih modelov in izvedbo različnih metod senčenja (Gouraudovo in Phongovo hitro senčenje). Zaporedje zahtevanih akcij je bilo shranjeno v posebnem prikazovalnem seznamu, ki se je nahajal v navideznem pomnilniku.

Nekateri uporabniki grafičnih delovnih postaj, npr. v avtomobilski industriji, vesoljskih raziskavah in drugje, so zahtevali možnost realističnega prikaza tudi zelo zapletenih objektov. To je imelo za posledico, da so postajali prikazovalni sezname vedno bolj obsežni. Vključevali so tudi zahtevnejše osnovne grafične gradnike, npr. Bezierove ploskve in ploskve B-zlepkov. Še najbolj pa je na računsko zahtevnost algoritmov vplival razvoj novih osvetlitvenih modelov in tehnik senčenja. Vsi ti algoritmi so praviloma računsko zelo zahtevni in temeljijo na operacijah s plavajočo vejico. Dodatno težavo predstavlja velika raznolikost algoritmov. Zaradi te raznolikosti so morali število namenskih pro-

cesorjev ves čas povečevati, če so hoteli ohraniti zadovoljivo hitrost prikaza objektov. S številom namenskih procesorjev v delovnih postajah pa je rasla tudi njihova cena, zato so bile širšemu krogu uporabnikov le težko dostopne.

Raziskovalci pri Apollu so kmalu sprevideli, da ima opisani pristop svoje omejitve, zato so poskušali poiskati drugačno rešitev. Naredili so, vsaj navidezno, korak nazaj in začeli razmišljati o grafični delovni postaji z enim samim grafičnim procesorjem. Poglavitno prednost so videli v njeni večji prilagodljivosti in enostavnejšem programiranju. Seveda pa ni šlo brez problemov. Poglavitna težava je bila, da v tistem času še ni bilo razvitega dovolj zmogljivega procesorja. Pri iskanju pravega pristopa so se spomnili računalnikov RISC oziroma prvih poskusov njihove uporabe, ki so se začeli nekaj let poprej. Na podlagi rezultatov teh raziskav so več kot uspešno razvili nov grafični procesor. V ta namen so oklestili nabor operacij, ki jih procesor lahko izvaja. Namesto prikaza zahtevnih grafičnih gradnikov zmore procesor RISC le prikaz najpreprostejših gradnikov: posamezne pike, lomljene črte in mnogokotnika. Prikaz teh gradnikov je razmeroma preprost, število operacij, ki jih mora procesor poznati zelo majhno, njihovo izvajanje pa je lahko zaradi tega zelo hitro.



Slika 1. Grafični sistem Apollo.

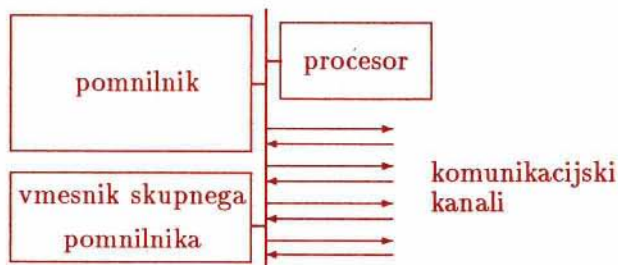
Slika 1 prikazuje zgradbo grafičnega sistema delovne postaje Apollo. Prek posebnega hitrega vodila je grafični procesor povezan z drugimi komponentami delovne postaje: splošno namenskim procesorjem, pomnilnikom in vhodno-izhodnimi enotami. Splošno namenski procesor prav tako spada v skupino procesorjev RISC, uporabljena pa je bila arhitektura PRISM (takrat novost), ki omogoča vzporedno izvedbo celoštevilskih operacij in operacij s plavajočo vejico. Optimizirano prevajanje so dosegli s pomočjo posebnega diagrama pretoka podatkov.

Transputerji

O vzrokih za uvedbo vzporednih računalnikov ste si lahko prebrali v prejšnji številki Preseka. Čeprav se o vzporednih računalnikih že mnogo let veliko govori, je danes velika večina računalnikov (če odštejemo cevovodno obdelavo podatkov) še vedno dokaj klasično zasnovana. Vzrokov za to je več, eden od njih pa tiči v preteklosti. Dolgo časa je namreč veljalo, da je cena pomnilnika majhna v primerjavi s ceno procesorja.

Posledica tega je, da je postalo vodilo med procesorjem in (navadno velikim) pomnilnikom premajhno oziroma prepočasno. Tistemu delu računalnika, ki njegovo hitrost najbolj zavira, pravimo *ozko grlo*. Klasično zasnovo računalnika so poimenovali po von Neumannu, zato večkrat govorimo tudi o von Neumannovem ozkem grlu. Danes so razmere na tržišču računalniške opreme drugačne. En čip lahko vsebuje nekaj 10MB pomnilnika ali nekaj sto konvencionalnih mikroprocesorjev. Da bi lahko izkoristili tak procesorski potencial, je potrebno zgraditi računalnik z veliko stopnjo vzporednosti. Transputer je načrtovan posebej zato, da ga lahko uporabimo kot komponento z možnostjo programiranja in shranjevanja podatkov, ki sestavlja vzporedni računalnik. Izraz transputer opisuje prav to sposobnost. Sestavljen je iz besed "transistor" in "computer", kar pomeni dvojnost: računalnik na enem čipu in tranzistorju podoben sestavljivi element.

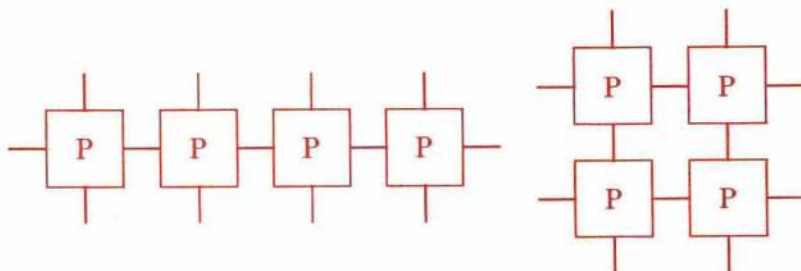
Transputer je 32-bitni procesor RISC z veliko zmogljivostjo (več 10 MIPS-ov). Shematična zgradba procesorja je vidna na sliki 2.



Slika 2. Transputer.

Štirje povezovalni kanali omogočajo zelo hiter dvosmerni prenos podatkov, torej tudi hkratno oddajo in sprejem. Računalnik, sestavljen iz transputerjev, omogoča učinkovito izvedbo procesnega modela računalniškega sistema. Proces je samostojna enota s svojim lastnim programom in podat-

ki, ki lahko komunicira z drugimi procesi. Najboljše rezultate dosežemo, če so programi napisani v posebnem jeziku za programiranje transputerjev, v OCCAM-u.



Slika 3. Zaporedna in mrežna povezava.

Vsak transputer lahko uporabljamo tudi kot samostojen procesor. Svojo pravo moč pa pokaže, če je povezan v skupino transputerskih elementov. Najpomembnejša primera povezav transputerskih elementov sta zaporedna povezava in mrežna povezava (glej sliko 3).

Zaporedna povezava je zelo primerna za izvedbo nekaterih algoritmov v računalniški grafiki, v bazah podatkov in pri hitri Fourierjevi transformaciji. Način povezovanja je tak, da predstavlja izhod prvega procesa vhod za naslednji proces. Mrežno povezavo pa lahko zelo naravno izkoristimo za algoritme s področja obdelave slik, analize končnih elementov, telekomunikacij in na splošno povsod tam, kjer je potrebno veliko računanja z matrikami.

Aleksander Vesel

ŠTEVILSKA UGANKA ZA JUBILEJ - Rešitev s str. 133

Uganko so najhitreje rešili tisti naši bralci, ki so v drugi letošnji številki Preseka prebrali članek profesorja Jožeta Grassellija Zanimiva lastnost naravnih števil.

Posamezne črke v besedi Grasselli lahko nadomestimo s poljubnimi desetimiškimi števkami, da so le vse številke do sredine dobljenega števila večje ali vse te številke manjše od zrcalnih števk glede na sredino zapisa (glej v omenjenem članku barvni tisk na strani 108).

Marija Vencelj

MATEMATIKA

O KVADRATIH V ARITMETIČNEM ZAPOREDJU

Če je a naravno število, rečemo številu a^2 **kvadrat**. Kvadrati so tako: $1^2, 2^2, 3^2, \dots$. Trije kvadrati $a^2 < b^2 < c^2$ so v **aritmetičnem zaporedju**, kadar je $b^2 - a^2 = c^2 - b^2$. Za zgled navedimo

$$1 = 1^2, \quad 25 = 5^2, \quad 49 = 7^2, \quad (1)$$

kjer je razlika med sosednjima členoma 24.

Naj bo t naravno število. Ko množimo člene v (1) s t^2 , dobimo trojico kvadratov

$$t^2, \quad (5t)^2, \quad (7t)^2, \quad (2)$$

ki sestavljajo aritmetično zaporedje z razliko $24t^2$. Ko teče t po naravnih številih, daje (2) neskončno trojic kvadratov v aritmetičnem zaporedju. Iz (2) se tudi vidi: Vsak kvadrat je prvi člen aritmetičnega zaporedja treh kvadratov. Npr. 100 je po (2) prvi člen v aritmetičnem zaporedju kvadratov 100, 2500, 4900.

V zaporedjih (2) je prvi člen 1 le, ko je $t = 1$. Ali obstaja še kakšno aritmetično zaporedje kvadratov

$$1, b^2, c^2$$

s prvim členom 1? Ker naj bo zaporedje aritmetično, mora biti $b^2 - 1 = c^2 - b^2$ – b^2 . Od tod izhaja za b, c enačba

$$c^2 - 2b^2 = -1. \quad (3)$$

Hitro uganemo, da sta $b_1 = 5, c_1 = 7$ najmanjši različni naravni števili, ki rešita enačbo (3). Iz te rešitve pridemo na znani način – podrobnosti ne bomo opisovali – do rekursijskih obrazcev

$$\begin{aligned} b_{n+1} &= 3b_n + 2c_n \\ c_{n+1} &= 4b_n + 3c_n \end{aligned} ; \quad b_1 = 5, c_1 = 7. \quad (4)$$

Pokažimo: Če števili b_n, c_n izpolnita enačbo (3), jo izpolnita tudi števili b_{n+1}, c_{n+1} , določeni s (4). Ker b_n, c_n ustrezata pogoju $c_n^2 - 2b_n^2 = -1$, je

$$c_{n+1}^2 - 2b_{n+1}^2 = (4b_n + 3c_n)^2 - 2(3b_n + 2c_n)^2 = c_n^2 - 2b_n^2 = -1$$

in trditev drži. Izhajajoč iz rešitve $b_1 = 5, c_1 = 7$ dobimo po (4) rešitev $b_2 = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 29, c_2 = 4 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 41$, iz nje nato po (4) rešitev b_3, c_3 in tako naprej. Dognati je mogoče, da so s tem zajete vse od $b = c = 1$ različne naravne rešitve enačbe (3).

Obrazca (4) lahko še predrugačimo. Iz (4) izračunamo

$$2c_{n+1} = 3b_{n+1} - b_n$$

$$4b_{n+1} = 3c_{n+1} - c_n.$$

Upoštevajmo ti izrazitvi za $2c_{n+1}, 4b_{n+1}$, ko zapišemo (4) za indeks $n + 2$. Najdemo

$$\begin{aligned} b_{n+2} &= 6b_{n+1} - b_n; & b_1 &= 5, b_2 = 29 \\ c_{n+2} &= 6c_{n+1} - c_n; & c_1 &= 7, c_2 = 41. \end{aligned} \quad (5)$$

Po obrazcih (4) oz. (5) je sestavljena naslednja preglednica, ki vsebuje začetne naravne rešitve enačbe (3):

n	1	2	3	4	5	6	7
b_n	5	29	169	985	5741	33461	195025
c_n	7	41	239	1393	8119	47321	275807

Iz prvih petih rešitev dobimo tele trojice kvadratov v aritmetičnem zaporedju:

1,	$5^2 = 25,$	$7^2 = 49$	razlika 24
1,	$29^2 = 841,$	$41^2 = 1681$	razlika 840
1,	$169^2 = 28561,$	$239^2 = 57121$	razlika 28560
1,	$985^2 = 970225,$	$1393^2 = 1940449$	razlika 970224
1,	$5741^2 = 32959081,$	$8119^2 = 65918161$	razlika 32959080

Vsakemu $n = 1, 2, 3, \dots$ prek (4) oz. (5) pripada aritmetično zaporedje kvadratov

$$1, b_n^2, c_n^2 \text{ z razliko } b_n^2 - 1. \quad (6)$$

Z vsakim naravnim t se iz (6) napravi aritmetično zaporedje kvadratov

$$t^2, (tb_n)^2, (tc_n)^2 \text{ z razliko } (b_n^2 - 1)t^2. \quad (7)$$

Zato ugotoviti (6) in (7) povesta: **Obstaja neskončno trojic kvadratov v aritmetičnem zaporedju in s prvim členom 1. Vsak kvadrat je prvi člen neskončno trojic kvadratov v aritmetičnem zaporedju.**

Omenimo naslednjo uporabo enačbe (3). Vprašujemo po pravokotnih trikotnikih, katerih dolžine stranic so naravna števila, kateti pa se razlikujeta za 1. Naj bosta x, y kateti, torej $y - x = 1$, z hipotenuza. Po Pitagorovem izreku dobimo

$$2x^2 + 2x + 1 = z^2$$

in ko množimo z 2, smo pri enačbi

$$(2x + 1)^2 - 2z^2 = -1. \quad (8)$$

Postavimo

$$c = 2x + 1, \quad b = z \quad (9)$$

in enačba (8) preide v enačbo (3), zanjo pa so naravne rešitve opisane z obrazcema (4). Zaradi (9) je

$$x_n = \frac{1}{2}(c_n - 1), \quad y_n = \frac{1}{2}(c_n + 1), \quad z_n = b_n. \quad (10)$$

Zgornja preglednica, ki vsebuje začetne b_n, c_n , daje po (10) kateti x_n, y_n in hipotenuzo z_n :

n	1	2	3	4	5	6	7
x_n	3	20	119	696	4059	23660	137903
y_n	4	21	120	697	4060	23661	137904
z_n	5	29	169	985	5741	33461	195025

Z obrazci (10) so prek (4) zajeti vsi iskani pravokotni trikotniki.

Ko smo pokazali, kako se pride do vseh trojic kvadratov $1 < b^2 < c^2$ v aritmetičnem zaporedju, iščemo sedaj vse kvadrate $a^2 < b^2 < c^2$, ki sestavljajo aritmetično zaporedje. Pogoj $b^2 - a^2 = c^2 - b^2$ lahko zapišemo

$$(b - a)(b + a) = (c - b)(c + b). \quad (11)$$

Če pomeni d največjo skupno mero števil $b - a, c + b$, je

$$b - a = du, \quad c + b = dv \quad \text{in} \quad u, v \text{ tuji naravni števili.} \quad (12)$$

Ko to vnesemo v (11), je

$$u(b + a) = v(c - b). \quad (13)$$

Ker sta u, v tuja, mora u deliti $c - b$ in v deliti $b + a$. Iz (13) potem izhaja

$$c - b = su, \quad b + a = sv \quad (14)$$

pri naravnem številu s . Po (12) in (14) izračunamo

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2}(-du + sv), \quad b = \frac{1}{2}(du + sv) \\ c &= \frac{1}{2}(su + dv), \quad b = \frac{1}{2}(-su + dv). \end{aligned} \quad (15)$$

Izraza za b kažeta, da je $du + sv = -su + dv$ oz. $(d + s)u = (d - s)v$ in zaradi tujosti u, v

$$d + s = kv, \quad d - s = ku$$

pri naravnem številu k . Torej je

$$d = \frac{k}{2}(u + v), \quad s = \frac{k}{2}(-u + v). \quad (16)$$

Ko (16) upoštevamo v (15), pridemo do izrazitev

$$a = \frac{k}{4}(v^2 - 2vu - u^2), \quad b = \frac{k}{4}(v^2 + u^2), \quad c = \frac{k}{4}(v^2 + 2vu - u^2).$$

Da bodo a, b, c naravna števila, vzamemo $k = 4m$ pri naravnem številu m in je

$$a = m(v^2 - 2vu - u^2), \quad b = m(v^2 + u^2), \quad c = m(v^2 + 2vu - u^2). \quad (17)$$

Vemo, da sta u, v tuja. Pri $v = u = 1$ se iz (17) dobi $b = c$. To ne pride v poštev, saj hočemo $b^2 < c^2$. Če v številih

$$v^2 - 2vu - u^2, \quad v^2 + u^2, \quad v^2 + 2vu - u^2 \quad (18)$$

zamenjamo med sabo u in v , ostane srednje število nespremenjeno, prvo preide v nasprotno predznačeno tretje, tretje v nasprotno predznačeno prvo. Njihovi kvadrati se seveda ohranijo. Ker nas samo ti zanimajo, se smemo

omejiti na $v > u$. Največja skupna mera D števil (18) deli razliko $(v^2 + 2vu - u^2) - (v^2 - 2vu - u^2) = 4vu$. Naj bo D' največja skupna mera števil D in u . Ker je $v^2 + u^2 = hD$ pri naravnem številu h in $D' | u, D' | D$, iz $v^2 = -u^2 + hD$ vidimo, da D' deli v^2 . Zaradi tujosti u, v je $D' = 1$ in u, D sta tuja. Čisto enako ugotovimo, da sta v in D tuja. Potem sta tudi D in vu tuji števili. Ker D deli $4vu$ in je tuj vu , mora deliti 4. Torej je D ena od vrednosti 1, 2, 4. Ker sta v, u tuja, sta ali oba liha ali pa eden lih drugi sod. V prvem primeru je $D = 2$ in števila (18) so dvakratniki lihih tujih števil. Ko izpostavimo 2, imamo zapis (17) za $m = 2$, števila v oklepajih pri m pa so tuja. V drugem primeru, ko je od števil v, u eno sodo in drugo liho, je $D = 1$ in števila (18) so tuja.

Povzemimo: **Vse kvadrate $a^2 < b^2 < c^2$, ki so tuji in v aritmetičnem zaporedju, dobimo iz obrazcev**

$$a = |v^2 - 2vu - u^2|, \quad b = v^2 + u^2, \quad c = v^2 + 2vu - u^2, \quad (19)$$

ko spreminjamo v in u po naravnih številih tako, da je $v > u$, v in u tuja, eden sod in drugi lih. Po množenju le teh z $2^2, 3^2, 4^2, \dots$ pridemo do vseh netujih kvadratov, ki sestavljajo aritmetično zaporedje.

Nekaj vrednosti, dobljenih po (19), prikazuje preglednica:

v	u	$a = (v - u)^2 - 2u^2 $	$b = v^2 + u^2$	$c = (v + u)^2 - 2u^2$
2	1	1	5	7
3	2	7	13	17
4	1	7	17	23
4	3	17	25	31
5	2	1	29	41
5	4	31	41	49
6	1	23	37	47
6	5	49	61	71
7	2	17	53	73
7	4	23	65	89
7	6	71	85	97

Iz (19) izračunamo, da je razlika

$$b^2 - a^2 = c^2 - b^2 = 4vu(v^2 - u^2). \quad (20)$$

Po zadnji vrstici preglednice npr.

$$85^2 - 71^2 = 7225 - 5041 = 2184 = 4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot (7^2 - 6^2)$$

$$97^2 - 85^2 = 9409 - 7225 = 2184$$

Pomudimo se na koncu še pri štirih kvadratih. Kvadrati $a^2 < b^2 < c^2 < d^2$ sestavljajo aritmetično zaporedje, če je $b^2 - a^2 = c^2 - b^2 = d^2 - c^2$. Dognano je, da takih kvadratov ni. Seveda tudi ni pet ali več različnih kvadratov, ki bi bili v aritmetičnem zaporedju.

Naloge.

1. Nadaljuj zadnjo preglednico do $v = 12$.
2. Iz (20) izhaja: Če so trije kvadrati v aritmetičnem zaporedju, njihova razlika ni praštevilo.
3. Po (10) je $c_n = 2x_n + 1$ in je zato drugo enakost v (5) mogoče pisati $2x_{n+2} + 1 = 6(2x_{n+1} + 1) - (2x_n + 1)$. Kateti x_n, y_n in hipotenuza z_n , ki so naravna števila in $y_n = x_n + 1$, se torej izražajo z rekurzijskimi obrazy

$$x_{n+2} = 6x_{n+1} - x_n + 2; \quad x_1 = 3, x_2 = 20,$$

$$y_{n+2} = 6y_{n+1} - y_n - 2; \quad y_1 = 4, y_2 = 21,$$

$$z_{n+2} = 6z_{n+1} - z_n; \quad z_1 = 5, z_2 = 29.$$

Določi x_{10}, y_{10}, z_{10} ! (Do $n = 7$ imaš vrednosti v drugi preglednici.)

4. Poišči pet trojic kvadratov v aritmetičnem zaporedju s prvim členom: a) 100; b) 64.
5. Naj bo t sodo naravno število, a, c naravni števili. Če sta $a, a + t, c$ kateti, c hipotenuza pravokotnega trikotnika, števila $a, a + t, c$ nisto tuja.
6. Obstaja neskončno naravnih števil a, c tako, da sta $a, a + 7, c$ kateti, c hipotenuza pravokotnega trikotnika in $a, a + 7, c$ tuji. (Prepričaj se: Če je $a_1 = 8, c_1 = 17$ in

$$a_{n+1} = 3a_n + 2c_n + 7$$

$$c_{n+1} = 4a_n + 3c_n + 14,$$

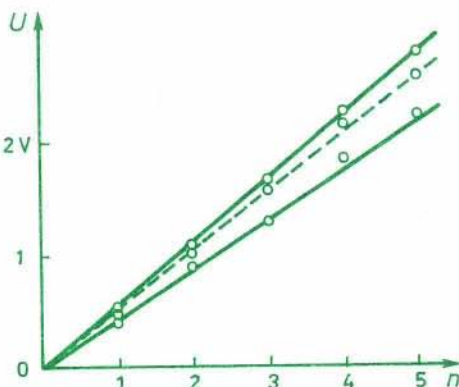
sta $a_n, a_n + 7$ kateti in c_n hipotenuza pravokotnega trikotnika in $a_n, a_n + 7, c_n$ za $n = 1, 2, 3, \dots$ tuja števila.)

Jože Grasselli

POSKUSA OB VOLTOVI OBLETNICI

Z dvema preprostima poskusoma, ki ju je mogoče narediti na vsaki šoli, lahko počastite spomin na Alessandra Volto. Najprej sestavite Voltov steber iz slovenskih kovancev. Tudi Volta je pri svojih poskusih pogosto uporabljal kovanec. Na mizo položite kovanec za 5 tolarjev, nanj v slanico namočen košček navadnega papirja in nanj kovanec za 50 stotinov. Kos papirja naj bo večji od malega kovanca, a manjši od velikega. Pomerite napetost med kovancema. Dodajte naslednji par kovancev in vlažni listič ter zopet izmerite napetost (slika na zadnji strani ovitka). Napetost je sorazmerna s številom parov kovancev (slika 1). Poskus smo tako naredili s petimi pari, mogoče jih je sestaviti precej več. Uporabite lahko tudi kovanec kake druge države.

Slika 1. Napetost na bateriji U je sorazmerna s številom členov n . Čeprav se to število spreminja v korakih po 1, smo narisali premico, ki se najbolj prilega merilnim točkam. Izidi se pri različnih merjenjih malo razlikujejo, gonilna napetost je odvisna od temperature in nekoliko tudi od podrobnosti kovancev in elektrolita. Dobro je kovanec pred poskusom razmastiti z milnico. Graf kaže izide pri treh različnih merjenjih. Pri enem izmed merjenj pri srednji temperaturi je bila gonilna napetost petih členov 2,67 V in gonilna napetost enega člana v povprečju 0,54. Pri drugem pri nekoliko višji temperaturi je gonilna napetost petih členov merila 2,86 V in napetost enega člana v povprečju 0,57 V. Voltmeter UNIMER pri obsegu 5 V je v tem primeru pri petih členih pokazal zaradi padca napetosti na upor členov samo 0,9 V. Pri merjenju na sliki pri nekoliko nižji temperaturi je bila gonilna napetost petih členov 2,27 V in povprečna napetost enega člana 0,45 V.



Pri drugem poskusu zabodete v jabolko kos bakrene žice in kos cinkove pločevine. Kovini in sok v jabolku sestavljajo člen z gonilno napetostjo, ki je razmeroma velika (slika na naslovnici).

Premislite še o drugih možnostih in sestavite člene. Z baterijo takih členov lahko ponovite še druge Voltove poskuse, a bodite pri nekaterih previdni.

Napetost je najugodnejše meriti z digitalnim voltmetrom, ki ima zelo velik upor in ki zato pokaže naravnost gonilno napetost. Za silo lahko uporabimo tudi drug voltmeter z dovolj velikim uporom. Čim manjši je upor, tem manjšo napetost pokaže zaradi padca napetosti na upor člena.

Janez Strnad

NOVE KNJIGE

Lokar M., TURBO PASCAL 7.0, DMFA Slovenije, MŠŠ,
Račkova knjižnica; 10, Ljubljana 1994, 64 str.

Pred kratkim je kot deseta knjižica Račkove zbirke priročnikov in učbenikov izšel Turbo pascal 7.0 Matije Lokarja. V njej avtor nadgrajuje priročnik, v katerem govori o prejšnjem narečju Borlandovega pascala.

Knjižica je namenjena predvsem opisu posebnosti najbolj priljubljenega pascala, ne služi pa kot samostojni učbenik za programski jezik. Kratkemu uvodu sledi obsežen opis delovnega okolja, v katerem pišemo, prevajamo in kličemo programe. Poduči nas, kaj nam omogočajo ukazi glavnega izbora in podrejene možnosti. V drugem delu priročnika so našteje komponente jezika, s katerimi Borland nadgrajuje prvotni jezik. Omenjeni so dodatni številski tipi, delo z nizi, osnovne funkcije, ki jih uporabljamo za prikaz besedil na zaslonu, procedure za delo z datotekami in osnovne grafične procedure. Knjižico zaključuje nekaj nasvetov za odkrivanje slovničnih in pomenskih napak.

Avtor se vseskozi trudi, da priročnik ostane res na nivoju, ki je primeren začetni uporabi tega Borlandovega orodja. Zahtevnejšim elementom, kot so npr. moduli (v tem jeziku imenovani unit), posveti le nekaj besed. To velja tudi za vse pomembnejšo komponento vseh sodobnih programskih jezikov, za objekte. Zato je priročnik primeren predvsem za tiste, ki si želijo, kar se da, olajšati začetne korake pri delu v Borlandovem okolju in preskočiti naporno prebiranje obsežnih originalnih angleških priročnikov.

Jernej Kozak

NOVI NEZNANI LIKI - 2. del

Ugotovi, kakšne like narišejo naslednja zaporedja logovih ukazov.

- a) CS REPEAT 4 [FD 80 RT 90 FD 80 RT 90 FD 80 LT 90]
- b) CS REPEAT 4 [REPEAT 3 [FD 60 RT 90] LT 90 FD 60 LT 90]
- c) CS LT 30 REPEAT 4 [REPEAT 2 [FD 80 RT 60 FD 80 RT 120] RT 90]

Martin Juvan

NAJMANJŠI KROG

Opiši algoritem, ki za dano končno množico točk v ravnini poišče krog z najmanjšim polmerom, ki vsebuje vse točke iz množice. Algoritem naj bo čim bolj učinkovit (in tudi dovolj preprost, da ga je mogoče brez prevelikih težav sprogramirati).

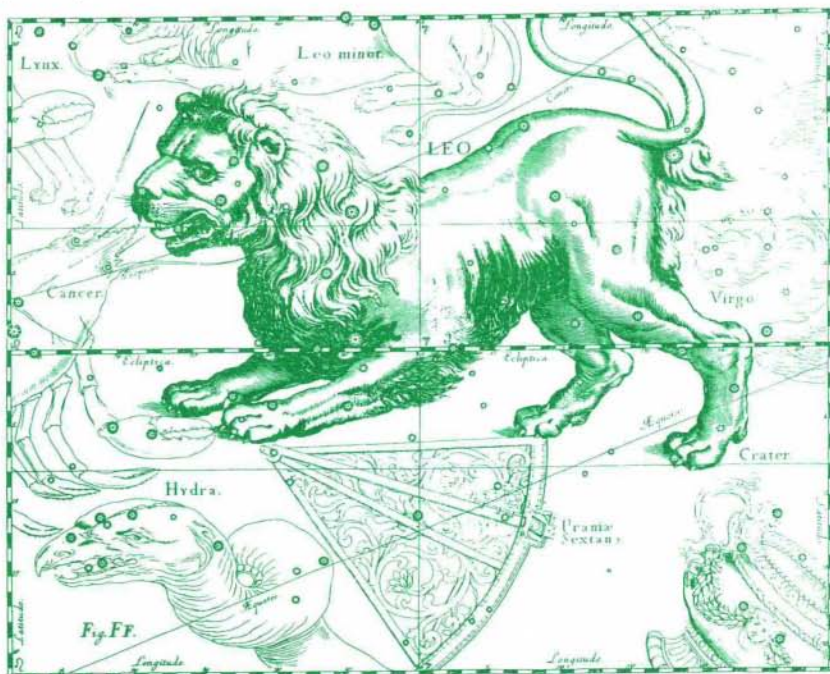
Martin Juvan

ASTRONOMIJA

KRALJIČ

Zima se preveša v pomlad. Zimsko nebo krasi kar precej najsvetlejših zvezd, spomladanskega pa ne. Na južnem in jugovzhodnem delu neba v spomladanskih večerih zasledimo le tri najsvetlejše zvezde. Razmeroma visoko nad južnim delom obzorja med njimi izstopa modrobela zvezda Regulus, vodilna zvezda v spomladanskem ozvezdju Leva.

Čeprav ozvezdje Leva nima drugih tako svetlih zvezd, kot je Regulus, le-tega vseeno z lahkoto izsledimo, saj zvezde na tem predelu neba zares oblikujejo podobo, ki spominja na ležečega leva. Naj takoj povemo, da je v tem ozvezdju po grški mitologiji upodobljen tisti najpošastnejši in najokrutnejši nemejski lev, ki je plenil, strahoval in žrl ljudi v neki dolini v Grčiji in ga je šele po enomesečnem težkem boju premagal največji grški junak Heraklej (slika 1).



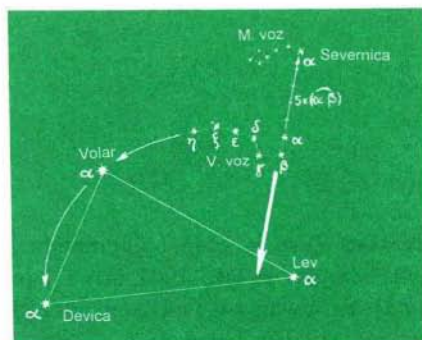
Slika 1. Takole je v svojem zvezdnem atlasu (1690) ozvezdje Leva in najsvetlejšo zvezdo Kraljič v njem prikazal sloviti poljski astronom Jan Hevelius. Ozvezdje Leva je vidno zvečer od januarja do julija, sicer pa ga najdemo vedno pod Velikim vozom.

Regulus v latinščini pomeni mali kralj – kraljevič. Lev je kralj živali. Če si predstavljamo, da so zvezde živali, jim Regulus kraljuje, vendar ne vsem, pač pa le spomladanskim zvezdam. (Zato Regulus – kraljevič in ne Regul – kralj.) Danes uporabljamo za to zvezdo sicer latinsko ime, poznamo pa še druga poimenovanja te zvezde, npr. Levje srce. Arabski svet jo je imenoval Maliki – Kraljevska ali Veličastna. Kraljevsko ime za to zvezdo sega še v davni čas Klavdija Ptolemeja. Ta jo je v svojem zvezdnem katalogu (2.stol.) imenoval Basiliskos – Kraljevič. Pri nas pa se je zanjo udomačilo ime *Kraljič*.

Ime zvezde Regulus je povezano tudi z besedo reguliranje. Kaže, da so to zvezdo imeli stari narodi za zelo pomembno. Najbrž so z njeno pomočjo regulirali, to je urejevali, čase poljedelskih del. Sami lahko ugotovite naslednje: Kadar zvečer na vzhodu opazujete dvigajoče se ozvezdje Leva in v njem Kraljiča (Lev vstaja), je zgodnja pomlad in se začno setvena dela na polju. Ko pa zvečer na zahodu opazujete padajoče ozvezdje Leva in v njem Kraljiča (Lev gre spat), je pri nas sredina poletja in čas žetve.

Zvezdo Kraljič najlepše opazujemo v spomladanskih večerih. Brez težav jo izsledimo s pomočjo zvezd α in β v Velikem vozu, po katerih navadno iščemo Severnico. Razdaljo med zvezdama α in β petkrat podaljšamo v nasprotno smer od Severnice. Pridemo v bližino Kraljiča (slika 2). Ne moremo se zmotiti, saj je to najsvetlejša zvezda na tem delu neba. Ker je Kraljič tako lepa zvezda in jo je tako hitro in preprosto možno najti, predlagamo, da s prostim očesom:

- najdete zvezdo Kraljič,
- razpoznate ozvezdje Leva,
- se ustavite in občudujete ozvezdje Leva,
- skicirate ozvezdje,
- svojo skico primerjate s sliko 3.

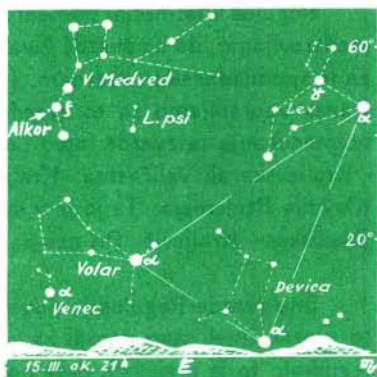


Slika 2. Takole po Velikem vozu izsledimo zvezdo Kraljič (α Leva).

Za opazovanje izbirajte odmaknjene kraje brez moteče svetlobe in jasne večere ali noči brez Lune na nebu.

Da bi bilo vaše opazovanje čim popolnejše, iz učbenika ali kakega zanesljivega priročnika ali enciklopedije izpišite glavne fizikalne karakteristike zvezde Kraljič, npr. njegov sij, polmer, površinsko temperaturo, izsev, maso, oddaljenost.

Ugotovite (z računom ali opazovanjem), kdaj pri vas kakega dne ta zvezda vzide, kdaj zaide in kdaj je najvišje nad obzorjem.



Slika 3. Zvezde dela spomladanskega neba, med katerimi ni težko najti Kraljiča. Označen je spomladanski nebesni trikotnik, ki ga oblikujejo zvezde Regulus (α Leva), Arktur (α Volarja) in Spika (α Devica).

Marijan Prosén

IN VENDAR SE PREMIKA

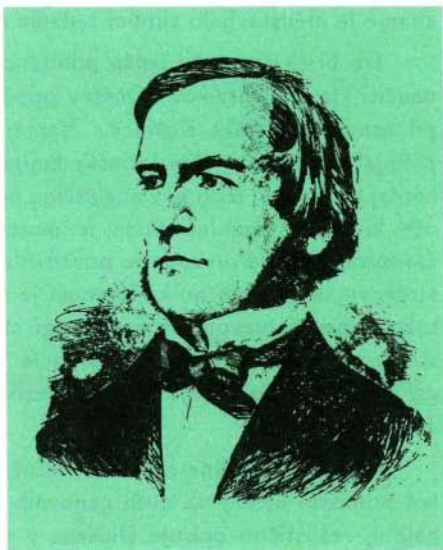
Konrad Zuse je eden najpomembnejših pionirjev sodobnega računalništva. Med drugim je leta 1941 ustvaril prvi avtomatski programabilni računalnik (Z3), zasnovan na dvojiškem številskem sestavu. Rekonstrukcijo tega računalnika si lahko ogledamo v "Deutsches Museum" v Münchnu.

Pisalo se je leto 1937, ko je Zuse za nadaljevanje svojega dela potreboval finančno pomoč. Obrnil se je na znanega izdelovalca specializiranih računskih naprav. Prejel je naslednji odgovor. "Dobil sem obvestilo, da ste izumili računski stroj. Ne bi vas sicer rad odvrnil od nadaljnega izumljanja in razvijanja novih idej, vendar vam moram povedati naslednje: na področju računskih strojev je praktično vse že raziskano in izpiljeno do poslednjih podrobnosti. Komajda kaj lahko še odkrijemo. Tudi slavni konstruktor Hamann, ki je postavil temelje za izgradnjo približno milijon računskih strojev, je tega mnenja."

Sandi Klavžar

GEORGE BOOLE – ob stotridesetletnici smrti

V devetnajstem stoletju je matematika doživela nesluteni razmah in napredek. V nasprotju s prejšnjim stoletjem, ko so večji del matematike ustvarili Francozi (**D'Alembert**, **Fourier**, **Lagrange**, **Laplace**, **Legendre**) in Švicarji (**Euler**), so sedaj z velikim uspehom matematiko razvijali skoraj povsod po svetu (**Boole**, **Hamilton** in **Cayley** v Veliki Britaniji; **Bolyai** na Madžarskem; **Abel** na Norveškem, **Dirichlet**, **Gauss** in **Jacobi** v Nemčiji, **Lobačevski** v Rusiji in **Peirce** v Združenih državah Amerike). Napredek je bil dodatno pospešen z ustanavljanjem matematičnih družb (*London Mathematical Society* v Angliji in *La Société mathématique de France* v Franciji), ki so redno izdajale publikacije s prispevki svojih članov.



Razvoj pa je prinesel tudi nekaj težav. Matematika je postajala vedno bolj okorna in zelo obsežna zgradba. Zato je bilo treba razviti osnovna orodja, ki so omogočila širši in enostavnejši pregled nad celotno snovjo.

Eno od najpomembnejših področij, ki tvorijo temelje matematike, matematično logiko, je začel ustvarjati **George Boole** (1815-1864). Logiko, s katero so špekulirali tedanji filozofi, je s pomočjo matematike očistil in iz nje razvil povsem novo matematično področje. Znani filozof in matematik **Bertrand Russell** (1872-1970) je o njegovem delu dejal: "Čisto matematiko je odkril Boole v delu *The Laws of Thought*, 1854 (*Zakoni mišljenja*). V njem obravnava formalno logiko, to pa je isto kot matematika sama."

George Boole se je rodil 2. novembra 1815 v Lincolnu v Angliji. Njegov oče je bil nepomemben prodajalec, predstavnik najrevnejšega sloja, ki ga poznamo iz Dickensovih romanov. Zaradi pomanjkanja denarja je moral George obiskovati ljudske šole, v katerih so poleg katekizma otroke večinoma učili le še ponižnosti in poslušnosti. Vendar tudi boljše (in dražje) šole niso bile

kaj prida. Mladi gospodiči, aristokracija in sinovi bogatašev so se, za razliko od revnejših vrstnikov, na pamet učili še grške in latinske lekcije. Takšno znanje je predstavljalo simbol tedanje visoke družbe.

Da bi si omogočil lepšo prihodnost, se je George na vsak način hotel naučiti klasičnih jezikov. Očetov prijatelj, lastnik knjižarne, mu je pomagal pri osnovah latinske slovnice. Naprej si je moral George utirati pot sam; prebival se je skozi težke latinske knjige. Izjemni naporji so rodili sadove. Pri komaj dvanajstih letih je v angleščino prepesnil eno od Horacijevih od. Njegov oče, ki sicer ni znal latinščine, je, ponosen na sina, prevod objavil v lokalnem časopisu. Objava prevoda je povzročila pozitivne in negativne odmeve. Neki strokovnjak za klasično književnost je trdil, da dvanajstletni deček ni zmožek tako dobrega prevoda. Spet drugi strokovnjak je prepesnitev raztrgal po strokovni plati. Kritika je Georga le še bolj potisnila v študij latinščine in grščine. Izpiljeno znanje klasičnih jezikov je razvidno iz Boolovih objavljenih del.

Ko so se finančne razmere v družini še poslabšale, se je George zaposlil kot pomožni učitelj na dveh osnovnih šolah. V nevzdržnih razmerah (ki jih najbolj realistično opisuje Dickens v svojem romanu *Nicholas Nickleby*) je zaslužil nekaj denarja, s katerim je podpiral družino. Po štirih letih je začel resno razmišljati o bolj častnem in dobičkonosnem poklicu. Izbiral je lahko med vojaško kariero, pravom in cerkvijo. Kot pripadnik najnižjega sloja si vojaške kariere ni mogel obetati, študij prava pa je bil predrag. V štirih letih študija teologije se je dobro naučil francosko, nemško in italijansko. Zaradi nevzdržnih finančnih razmer doma, svoje šaljive narave, pa tudi zaradi dvomov o duhovniškem poklicu, je študij opustil in odprl lastno privatno šolo.

Svoje učence je moral, poleg drugih znanj, naučiti tudi nekaj matematike. Od matematike je George obvladal le najbolj osnovno računstvo. Tedanji učbeniki so bili slabi in strah vzbujajoči, zato se je lotil tedanjih osnovnih matematičnih knjig. Brez vsake pomoči se je prebil skozi Laplaceovo *Mécanique céleste* (*Nebesna mehanika*) in Lagrangeovo *Mécanique analytique* (*Analična mehanika*). Pri študiju je naletel na veliko problemov in odprtih vprašanj, največ na področju variacijskega računa. Nekaj odprtih vprašanj mu je upelo rešiti. Svoja prva dela je objavil v časopisu *The Cambridge Mathematical Journal*, ki ga je urejal škotski matematik **D. F. Gregory**. S tega področja je kasneje objavil še dve izvrstni deli, *Differential Equations* (*Diferencialne enačbe*) leta 1859 in *Finite Differences* (*Končne diference*) leta 1860, ki obravnavata diferencialne enačbe in diferenčni račun.

Prelomnico v Boolovem raziskovanju predstavlja leto 1830, ko je **George Peacock** (1791-1858) objavil delo *Treatise on Algebra (Predavanja o algebri)*, **Duncan Farquharson** pa delo *On the Real Nature of Symbolical Algebra (O naravi simbolične algebre)*. Oba avtorja sta na dotlej znane računske zakone komutativnosti in distributivnosti

$$x + y = y + x, \quad (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z, \quad x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

pogledala iz povsem drugega zornega kota. Oznake x , y in z jima niso predstavljale samo konkretnih števil, znaka $+$ in $\cdot$ pa ne le običajnih računskih operacij. Na oznake x , y in z sta gledala kot na poljubne simbole, znaka $+$ in $\cdot$ pa sta služila le za združevanje teh simbolov. Podobni pogledi so danes skoraj do popolnosti obdelani v teoriji formalnih jezikov. Tudi v slovenskem jeziku je napisana izvrstna knjiga prof. Nika Prijatelja, *Osnove matematične logike 2*, ki pa je zaradi zahtevnosti primerna le za bolj podučene bralce.

Obogaten z novim pogledom na aritmetiko, je Boole leta 1848 objavil knjižico *The Mathematical Analysis of Logic (Matematična analiza logike)*, v kateri je logične probleme, do tedaj v strogi domeni filozofije, reševal s pomočjo metod iz matematične analize. Po objavi so ga kolegi matematiki vzpodbujali, naj gre v Cambridge dopolnit svoje matematično znanje. Ker so bili starši še vedno odvisni od njegove finančne podpore, si kaj takega ni mogel privoščiti, zato je nadaljeval s poučevanjem na svoji šoli. Na srečo je leta 1849 dobil mesto profesorja matematike na Queen's Collegeu na Irskem. Tam je lahko razširjal svoje znanje, hkrati pa imel dovolj možnosti in časa za nadaljnje raziskave.

Čez šest let je objavil že omenjeno, originalno in mogočno knjigo *An Investigation of the Laws of Thought, on which are founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities (Raziskava zakonov mišljenja, na katerih temeljita matematični teoriji logike in verjetnosti)*. Z njo logične probleme prevede na obravnavo algebrskih struktur posebne vrste, ki si jih bomo ogledali kasneje. Del, ki se ukvarja z verjetnostjo, je osnova današnji aksiomatični zasnovi verjetnostnega računa. Z objavo te knjige je postal znan in spoštovan matematik tistega časa.

Pri štiridesetih letih se je poročil z nečakinjo profesorja grščine na Queen's Collegeu, Mary Everest, ki je postala njegova zvesta učenka. Ko je Boole pozimi leta 1864 po nekem deževju, premočen do kože, še ves dan predaval, se je hudo prehladil. Prehlad je prerasel v pljučnico, zaradi katere je 8. decembra 1864 tudi umrl.

Mary Everest je po njegovi smrti izdala brošuro *Boolova psihologija*, kjer na osnovi idej iz knjige *The Laws of Thought* razmišlja o humanizaciji vzgoje otrok v tedanjem času. V brošuri je zapisana tudi zanimiva Boolova ideja o izvoru matematičnih idej. Ko se je Boole, star sedemnajst let, sprehajal po polju, se mu je utrnila zanimiva misel. Svet spoznavamo ne samo s pomočjo znanja, pridobljenega z opazovanjem in učenjem, temveč tudi s pomočjo spoznanj, ki izvirajo iz podzavesti.

Na koncu opišimo že omenjeno algebrasko strukturo, poimenovano po Boolu.

Naj bo $\mathcal{K}$ množica, $+$ in $\cdot$ pa binarni operaciji na njej:

$$\begin{aligned} + : \mathcal{K} \times \mathcal{K} &\rightarrow \mathcal{K} & + : (a, b) &\mapsto a + b \\ \cdot : \mathcal{K} \times \mathcal{K} &\rightarrow \mathcal{K} & \cdot : (a, b) &\mapsto a \cdot b \end{aligned}$$

Z drugimi besedami to pomeni: Če sta a in b elementa iz $\mathcal{K}$, sta tudi $a + b$ in $a \cdot b$ neka elementa iz $\mathcal{K}$.

Naj veljajo še naslednje zahteve:

1. Obstaja tak element $z \in \mathcal{K}$ (*enota za seštevanje*), da za vse $a \in \mathcal{K}$ velja $a + z = z + a = a$.
2. Obstaja tak element $e \in \mathcal{K}$ (*enota za množenje*), da za vse $a \in \mathcal{K}$ velja $a \cdot e = e \cdot a = a$.
3. Za vse $a, b \in \mathcal{K}$ velja $a + b = b + a$ in $a \cdot b = b \cdot a$ (*komutativnost seštevanja in množenja*).
4. Za vse $a, b, c \in \mathcal{K}$ veljata *distributivnostna zakona*

$$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c) \quad \text{in} \quad a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c).$$

5. Za vsak element $a \in \mathcal{K}$ obstaja tak $a' \in \mathcal{K}$ (*komplement k a*), da velja $a + a' = e$ in $a \cdot a' = z$.
6. $\mathcal{K}$ vsebuje vsaj dva različna elementa.

Trojki $(\mathcal{K}, +, \cdot)$, ki zadošča navedenim zahtevam, pravimo *Boolova algebra*.

Osnovni zgled Boolove algebre so podmnožice dane (univerzalne) množice $\mathcal{U}$ za operaciji unije in preseka. V tem primeru male tiskane črke pred-

stavljajo množice, znak $+$ unijo množic in znak $\cdot$ presek množic. Hitro lahko preverimo, da veljajo vse zahteve. Za z je treba vzeti prazno množico $\emptyset$, za e univerzalno množico U , za a' pa komplement množice a . Velja tudi nenavadni distributivnostni zakon iz četrte točke, ki se v običajnih oznakah iz teorije množic glasi

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C).$$

Drugi zgled je zelo enostavna pascalska struktura. Tisti bralci, ki so se učili programski jezik pascal, zagotovo poznajo poseben tip spremenljivk `boolean`. `Boolu` v čast nosijo njegovo ime. Te spremenljivke lahko zavzamejo le dve vrednosti: `true` (pravilno) ali `false` (nepravilno). Množenje in seštevanje takih spremenljivk je definirano kot konjunkcija ($\wedge$, logični in) in disjunkcija ($\vee$, logični ali) izjav.

a	b	$a \wedge b$	$a \vee b$
false	false	false	false
false	true	false	true
true	false	false	true
true	true	true	true

Tabelica seštevanja in množenja v $(\{\text{false}, \text{true}\}, \vee, \wedge)$

Če vzamemo za $\mathcal{K} = \{\text{true}, \text{false}\}$, za množenje konjunkcijo $\wedge$ in za seštevanje disjunkcijo $\vee$, s tem ugodimo vsem zahtevam, ki jih predpisujejo zakoni Boolove algebre. Pri tem je $z = \text{false}$, $e = \text{true}$, $\text{true}' = \text{false}$ in $\text{false}' = \text{true}$.

V skušnjavo nas spravlja tudi običajni primer iz aritmetike: $\mathcal{K} = \mathbb{Z}$, pri čemer sta operaciji običajno seštevanje in množenje. Vendar pa prvi distributivnostni zakonu ni izpolnjen, saj je na primer $(1 + 2) \cdot 3 \neq (1 + 2) \cdot (1 + 3)$.

Uporabnost Boolove algebre se najbolj izkaže pri reševanju logičnih problemov. Najprej je treba problem prevesti na "enačbo", v kateri nastopajo elementi iz $\mathcal{K}$, znak $+$ in znak $\cdot$. Nato skušamo s pomočjo že razvitih algebrskih metod tako enačbo rešiti. Če nam uspe, s tem hkrati rešimo logični problem.

Marjan Jerman

REŠITVE NALOG

NOVOLETNA - Rešitev s str. 135

Iskano število označimo s $\varphi(1995)$.

Nadalje naj bo V_a ($a \in \mathbb{N}$) število naravnih večkratnikov števila a , ki ne presegajo števila 1995, in $V_{a,b,\dots,r}$ ($a, b, \dots, r \in \mathbb{N}$) število takih pozitivnih skupnih večkratnikov števil $a, b, \dots, r$, ki tudi ne presegajo števila 1995.

Ker je $1995 = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 19$, je število vseh naravnih števil, ki niso tuja z 1995 in niso večja od 1995, enako

$$\begin{aligned} & V_3 + V_5 + V_7 + V_{19} - V_{3,5} - V_{3,7} - V_{3,19} - V_{5,7} - V_{5,19} - V_{7,19} + \\ & \quad + V_{3,5,7} + V_{3,5,19} + V_{3,7,19} + V_{5,7,19} - V_{3,5,7,19} = \\ & = 665 + 399 + 285 + 105 - 133 - 95 - 35 - 57 - 21 - 15 + 19 + 7 + 5 + 3 - 1 = 1131 \end{aligned}$$

Torej je $\varphi(1995) = 1995 - 1131 = 864$.

Opomba. Z nekaj več znanja algebre je račun preprostejši. Vrednost Eulerjeve funkcije $\varphi(n)$, to je število vseh od n manjših števil, ki so tuja z n , lahko izračunamo s formulo

$$\varphi(n) = \varphi(a_1) \cdot \varphi(a_2) \cdot \dots \cdot \varphi(a_k),$$

kjer je $n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k$ in so faktorji $a_1, a_2, \dots, a_k$ paroma tuji. V našem primeru je

$$\varphi(1995) = \varphi(3) \cdot \varphi(5) \cdot \varphi(7) \cdot \varphi(19) = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 18 = 864.$$

Marija Vencelj

PALIČICE

Na listu papirja je iz enakih paličic sestavljena enakost:

$$XI + I = X$$

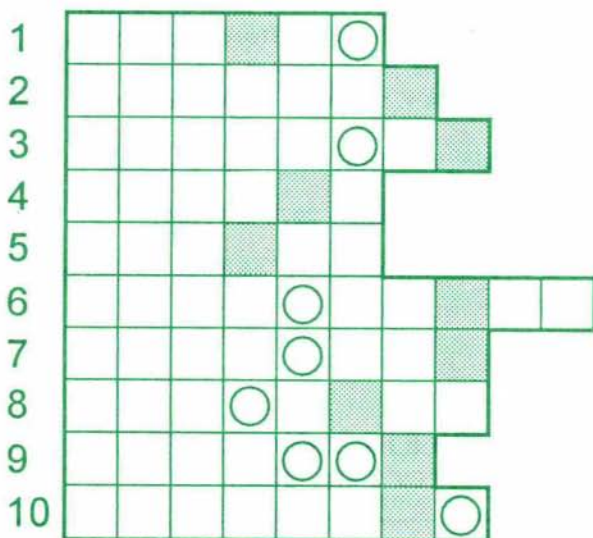
Kako bi, ne da bi se dotaknili ene same paličice, dobili pravilno enakost?

Dragoljub M. Milošević - prev. in prir. Barbara Japelj

RAZVEDRILO

IZPOLNJEVANKA Z MATEMATIČNIMI POJMI

Tokrat za spremembo objavljamo zanimivo izpolnjevanko, ki nam jo je poslal eden naših bralcev (op. uredništva).



Opisi za izpolnjevanko niso podani v pravilnem vrstnem redu, zato premislite preden začnete vpisovati!

- Tetiva, ki je pravokotna na tangento, pa še dotika se je.
- Lahko je injektivna, surjektivna ..., ali pa fotografska.
- Včasih je negativen, če pa je pozitiven, sploh ni potreben.
- Imajo ga vsa naravna števila (razen enega) ter vsi ljudje (razen dveh).
- Premica, imenovana tudi transverzala.
- Oblikujejo ga skupni elementi dveh množic.
- Lahko bi rekli tudi prioriteta.
- Ena izmed transformacij, če vzamete množino, tudi naslov znane knjige znanega Slovenca, bivšega ministra.
- Zelo, zelo, zelo dolga ravna črta.
- Beseda, ki jo najdete v knjigi N. Prijatelj: Osnove matematične logike, Prvi del, druga izdaja, na strani 183, drugi stolpec, druga vrsta, tudi latinsko ime za povedek.

Na označenih poljih dobite, prebrano navzdol, dva pojma, ki sta končna rešitev uganke.

Jakob Andrejčič

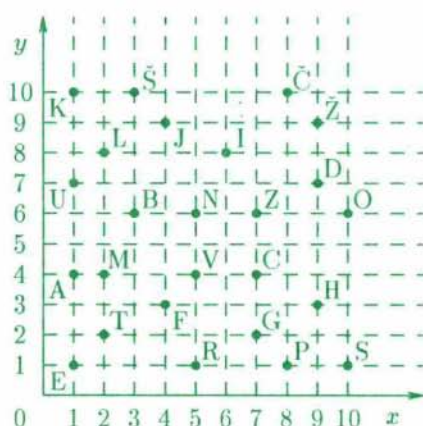
ŠIFRIRANO PISEMCE ZA MLAJŠE BRALCE

Urška je zaljubljena v Roka. Svoji prijateljici Mateji rada zaupa, kako je z njeno simpatijo. Ker v šoli ne sedita skupaj in ne moreta klepetati, si pišeta pisemca. Da bi radovedni sošolci, ki igrajo poštarje, pisemca ne mogli brati, sta se prijateljici dogovorili, da si bosta dopisovali v šifrah. Med odmorom sta zapisali vse črke abecede v koordinatno mrežo v dveh enakih izvodih, za vsako po enega, potem pa sta si pošiljali pisemca, ki jih brez mreže ni mogel nihče prebrati.

Meni sta za tole priliko posodili svojo mrežo in tudi eno od pisemc. Bi ga znali dešifrirati?

Mreža:

Pisemce:



(9, 7)(1, 4)(5, 6)(1, 1)(10, 1) (10, 1)(1, 1)
 (3, 6)(10, 6)(5, 4)(1, 4) (7, 6)
 (5, 1)(10, 6)(1, 10)(10, 6)(2, 4)
 (10, 1)(1, 10)(1, 7)(8, 1)(1, 4)(4, 9)
 (1, 7)(8, 10)(6, 8)(2, 8)(1, 4)
 (2, 4)(1, 4)(2, 2)(1, 1)(2, 4)(1, 4)–
 (2, 2)(6, 8)(1, 10)(10, 6).

Če vam bo prišlo jutri v roke kako njuno novo pisemce, se ne trudite z branjem. Medtem sta šifro že spremenili!

Marina Rugelj

SAM SEBE

Napisati program, ki izpiše samega sebe, je klasičen programerski problem. Lotimo se ga v pascalu. Naloga ima dve varianti:

- uporaba datotek je dovoljena (ta varianta je bistveno lažja),
- uporaba datotek ni dovoljena (ta pa zahteva nekaj domiselnosti in iznajdljivosti).

Martin Juvan

NOVE KNJIGE

HAWKINGOVE KNJIŽNE USPEŠNICE V ZBIRKI SIGMA

Po izidu knjige **Berilo h kratki zgodovini časa** Stephena Hawkinga pred dobrim letom sta lani v zbirki *Sigma* izšli še dve knjigi istega avtorja: v nekaj mesecih po originalni ameriški izdaji najnovejša **Črne luknje in otroška vesolja**, kmalu zatem pa še (popravljeni) prevod prve Hawkingove knjige **Kratka zgodovina časa**, ki je v Ljubljani prvič izšla leta 1990 pri Cankarjevi založbi.

Kratka zgodovina časa je knjiga, s katero se je teoretični fizik, ki je zaradi neozdravljive bolezni gibalnih živcev priklenjen na invalidski voziček, z okolico pa komunicira preko posebnega računalnika in sintetizatorja govora, 'lansiral' v svet uspešnic žepne izdaje, kakršne prodajajo po letaliških čakalnicah. In ravno tega si je Hawking, kot pravi v uvodu k **Črnim luknjam**, vedno želel: da bi ga brali (preprosti) ljudje, ki nimajo sreče biti posvečeni v svet znanosti, ki pa jih morda zanima tisti vsaj delno predvidljivi del naše prihodnosti, ki je povezan prav z razvojem znanosti in tehnologije. Hawking je prepričan, da je današnja (naravoslovna) znanost dosegla takšno stopnjo, ko lahko bistveno in ireverzibilno posega v življenje vseh ljudi. Zato morajo 'vsi ljudje' imeti možnost odločanja, to je možnost izbiranja in presojanja. Zdravo presojati pa je možno le na podlagi resničnih informacij in znanja. Da pa bi (neposvečeni) ljudje lahko prišli do ustreznega védenja, jim je dosežke znanstvenih raziskav in smernice tehnološkega razvoja treba prikazati na, kar se da, razumljiv način, brez matematičnih formul in suhih izpeljav. Hawking je poskusil biti razumljiv znanstvenik, kako dobro mu je to uspelo, pa prepušča v presojo svojim bralcem.

V **Kratki zgodovini časa**, ki ji je dal podnaslov *Od velikega poka do črnih lukenj*, je poskusil predstaviti sliko o razvoju vesolja, kakršno ima večji del današnje znanstvene srenje za trenutno najboljši možni model. V enajstih poglavjih nam tako predstavi današnjo 'predstavo o vesolju', pojma prostor in čas ter njuno povezanost v okviru teorije relativnosti ter idejo razširjajočega se vesolja, ki jo potrjujejo astronomska opazovanja. Ker si fizika največjega (kozmozologija) in fizika najmanjšega (osnovni delci) pogosto podajata roke, posebej pa še v zgodnjih razvojnih stopnjah vesolja, se Hawking ustavi tudi ob (današnjih) elementarnih delcih in osnovah kvantne mehanike. Nadaljuje s črnimi luknjami, singularnostmi v prostor-času, v katerih je gravitacijska sila tako močna, da niti svetlobno valovanje ne more ulti silnemu privlaku; zato teh področij ne vidimo in pravimo, da so nekakšne črne lise. V nasled-

njem poglavju pa Hawking poroča o odkritju, do katerega je prišla skupina fizikov, s katero je sodeloval tudi sam: črne luknje niso povsem črne, ampak sevajo. To sevanje so poimenovali Hawkingovo sevanje. V nadaljevanju knjige avtor spregovori še o nastanku in koncu vesolja, o smeri, v katero teče čas, in o stanju ter možnostih za poenotenje fizike, to je izdelavo teorije, ki bo na enoten način opisala vse poznane interakcije (sile): močno jedrsko, elektromagnetno, šibko jedrsko in gravitacijsko.

Knjiga **Črne luknje in otroška vesolja** prinaša vsaj nekaj tistega, kar so premnogi bralci zaman pričakovali ob nakupu prve Hawkingove knjige: podroben opis zgod in nezgod v življenju fizika, ki mu je usoda podarila briljanten um in ga hkrati udarila z neozdravljivo boleznijo. Ta se je vse močnejše oglašala od njegovih mladostniških let, ga sprva opominjala pri športu, kasneje posadila na invalidski voziček in mu na koncu odvzela zmožnost govora. Vsem takšnim radovednežem je Hawking pripravil v novi knjigi kar tri poglavja, v katerih govori o svojem otroštvu, o letih šolanja in o svojih izkušnjah z boleznijo gibalnih živcev. V nadaljevanju posveti posebno poglavje odnosu, ki ga ima javnost do znanosti. Spregovori še o svoji prvi knjigi, o svojem osebnem pogledu na življenje, nato pa se poda v bolj fizikalne vode. Razpravlja o perspektivah teoretične fizike in o nastanku vesolja. O črnih luknjah spregovori v poglavju Kvantna mehanika črnih lukenj in nadaljuje z opisom povezave med črnimi luknjami in otroškimi vesolji. Nadaljuje s poglavjem o predoločenosti in o prihodnosti vesolja. Na koncu je zapisan še pogovor s Hawkingom za oddajo britanskega radia 'Glasba za samotni otok'. Ta oddaja ima dolgoletno tradicijo, njeni gostje pa so slavni in pomembni ljudje. V odgovorih na novinarčina vprašanja Hawking odkrije marsikatero podrobnost o sebi in svojih občutjih.

V slovenščini imamo torej popolno Hawkingovo trilogijo. Knjige so napisane razumljivo, pretežke odstavke pa bralec lahko tudi izpusti, še posebej, ker so poglavja večinoma zaključene celote, dostikrat so to (predvsem v **Črnih luknjah**) zapisi predavanj, ki jih je imel avtor ob različnih priložnostih za različne avditorije. Zato velja povabiti bralca Preseka, da jih vzamejo v roke in se spoprimejo z vedno zanimivimi vprašanji o obdajajočem nas vesolju, o 'začetku' in 'koncu'. Če bodo Hawkingovi (fizikalni) odgovori kdaj pa kdaj pretežki, pa knjigo še vedno lahko za leto ali dve odložite in jo kasneje, ko si boste morda med študijem nabrali več fizikalnih znanj, spet vzamete v roke.

Mirjam Galičič

REŠITVE NALOG

VSI NIZI - Rešitev s str. 132

Nalogo bomo rešili rekurzivno, rešitev pa bomo zapisali v turbo pascalu. Vse nize dolžine n , sestavljene iz znakov a in b , dobimo tako, da poljubnemu nizu dolžine $n - 1$ dodamo bodisi znak a bodisi znak b . Za bazo rekurzije bomo vzeli prazen niz (to je ravno edini niz dolžine 0). Tule je ustrezni podprogram.

```
procedure Nizi(var s: string; n: integer);
{ V spremenljivki s gradi niz, sestavljen le iz a-jev in b-jev. }
{ Dodati mu mora še n znakov. }

begin
  if n <= 0 then
    Obisci(s)
  else begin
    s := s + 'a'; Nizi(s, n - 1); Delete(s, Length(s), 1);
    s := s + 'b'; Nizi(s, n - 1); Delete(s, Length(s), 1);
  end;
end; { Nizi }
```

Podprogram *Obisci* le izpiše niz.

```
procedure Obisci(var s: string);
begin
  writeln(s);
end; { Obisci }
```

Če pa želimo izpisati le tiste nize, ki ne vsebujejo strnjene podniza *abb*, le nekoliko spremenimo podprogram *Obisci*. Dodamo mu test, ki preveri, ali niz, s katerim ga pokličemo, res ne vsebuje podniza *abb*.

```
procedure Obisci(var s: string);
begin
  if Pos('abb', s) = 0 then writeln(s);
end; { Obisci }
```

Taka rešitev je sicer zelo enostavna, seveda pa ni najboljša. Vseh nizov dolžine n , sestavljenih iz znakov a in b , je namreč 2^n , tistih, ki ne vsebujejo strnjene podniza *abb* pa je le $\frac{5+2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \frac{5-2\sqrt{5}}{5} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n - 1$, torej približno reda velikosti 1.62^n . Rešitev, ki bi gradila le take nize (in bi bila zato nekoliko učinkovitejša), pa naj bralec poskuša sprogramirati sam.

Martin Juvan

TEKMOVANJA

URNIK TEKMOVANJ V LETU 1995

področje	šola	tekmovanje	datum
matematika	osnovna	šolsko občinsko državno	do 8. aprila 22. april 20. maj
	srednja	izbirno državno olimpiada	18. marec 22. in 23. april julij
fizika	osnovna	šolsko področno državno	do 30. marca 1. april 6. maj
	srednja	izbirno državno olimpiada	8. april 6. maj julij
logika	osnovna in srednja	šolsko izbirno državno	september oktober november
matematika za razvedrilo	osnovna in srednja	državno	2. september
računalništvo	osnovna	šolsko področno državno	23. marec 21. april 13. maj
	srednja	državno	13. maj
raziskovanje inovatorstvo	srednja	državno	konec maja

Nekaj informacij o tekmovanjih

Matematika – osnovna šola

Vsa tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju učencev osnovne šole v znanju matematike za Vegova priznanja*. Pojasnila lahko dobite pri g. A. POTOČNIKU, OŠ Božidarja Jakca, Nusdorferjeva 10, Ljubljana, telefon (061)-443-074 ali (061)-442-900.

Matematika – srednja šola

Vsa tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju srednješolcev v znanju matematike*. Pojasnila daje g. D. FELDA, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Tržaška 25, Ljubljana, tel. (061)-17-68-233 ali (061)-17-68-234.

Fizika – osnovna šola

Vsa tekmovanja bodo potekala v skladu s *Pravilnikom o tekmovanju učencev osnovne šole v znanju fizike za Stefanova priznanja*. Dodatne informacije dobite pri g. J. SAKELŠEK, OŠ Ketteja in Murna, Koširjeva 2, Ljubljana, tel. (061)-444-401 ali (061)-444-181.

Fizika – srednja šola

Razpis za tekmovanja bomo skupaj s prijavnici poslali na šole do konca februarja. Informacije dobite pri g. C. DOMINKU na Gimnaziji Bežigrad, Peričeva 4, Ljubljana, telefon (061)-321-567 ali (061)-311-024.

Matematika za razvedrilo

Vse informacije dobite v časopisih *Logika & Razvedrilna matematika* in *Ugan-karski domenek*.

Logika

Na državnem tekmovanju tekmujejo učenci, ki bodo v času tekmovanj na predmetni stopnji osnovne šole, učenci srednjih šol in študenti. Šole, ki bodo organizirale izbirno tekmovanje, se morajo prijaviti na razpis do **1. junija** na ZOTKS, Komisija za logiko, Lepi pot 6, 61001 Ljubljana. Druge informacije daje g. A. JUS na ZOTKS, tel. (061)-213-727 ali (061)-268-010.

Računalništvo – osnovna šola

Razpisi za tekmovanje so že na šolah. Informacije dobite pri g. A. JUSU, ZOTKS – Svet za tehnično vzgojo mladine, Lepi pot 6, Ljubljana, tel. (061)-213-727 ali (061)-268-010.

Računalništvo – srednja šola

I. Raziskovalne naloge

Strokovna komisija bo pregledala naloge, ki bodo do **1. maja** prispele na naslov Gibanje znanost mladini, Lepi pot 6, Ljubljana. Na osnovi dobljenih ocen bo določila tiste učence, ki bodo svoje naloge ustno zagovarjali.

II. Tekmovanje iz znanja računalništva

Mentorji naj pošljejo prijavo šole s poimenskim seznamom tekmovalcev (ne več kot po 5 učencev za vsako od treh tekmovalnih skupin) do **10. aprila** na Gibanje znanost mladini. Pri tem naj upoštevajo pravila, ki že vrsto let veljajo za to tekmovanje.

Potrditev prijav in natančni razpored tekmovanja bodo šole dobile teden dni pred tekmovanjem. Šolam priporočamo, da izvedejo predtekmovanja in tako izberejo najboljše predstavnike. Učenci šol, ki se ne bodo prijavile na tekmovanje kot organizacije, se lahko sami prijavijo na isti naslov, prav tako najkasneje do 10. aprila. Informacije daje g. R. DORN, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Tržaška 25, Ljubljana, tel. (061)-273-489.

Raziskovanje in inovatorstvo

Razpise za srečanje mladih raziskovalcev in inovatorjev Slovenije so srednje šole že dobile, podrobnejše informacije pa dobite pri g. B. SOTOŠKU, ZOTKS – Gibanje znanost mladini, Lepi pot 6, Ljubljana, p.p. 99, tel. (061)-213-727 ali (061)-268-010.

Darjo Felda

14. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE – Rešitve s str. 188

7. razred

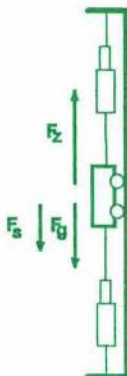
1. a) Prostornina vode je $V = Sh = 2,0 \text{ m}^2 \cdot 1,5 \text{ cm} = 30 \text{ dm}^3$ in masa 30 kg.
b) Voda je oddala toploto $Q_{\text{odd}} = cm(T_k - T_z) = 4200 \text{ J/kgK} \cdot 30 \text{ kg} \cdot (5 \text{ K}) = 630 \text{ kJ}$.

c) Sneg je sprejel 630 kJ toplote. Ker 1 kg snega stalimo s 335 kJ, je masa staljenega snega $630 \text{ kJ} / 335 \text{ kJ/kg} = 1,9 \text{ kg}$.

d) Prostornino snega izračunamo iz mase in gostote: $V_s = m/\rho = 1,9 \text{ kg} / 200 \text{ kg/m}^3 = 0,0095 \text{ m}^3$. Na $2,0 \text{ m}^2$ veliko lužo je padlo $h_s = 0,0095 \text{ m}^3 / 2,0 \text{ m}^2 = 4,8 \text{ mm}$ snega. Ker zapade 60 mm snega v eni uri, zapade 1 mm v eni minuti, oziroma 4,8 mm v 4,8 minutah.

2. b) Voziček miruje in vsota vseh sil, ki delujejo nanj, je enaka 0: $F_g + F_s = F_z$. Razlika sil silomerov je enaka teži 5 N. Silomera sta enaka in za kolikor kaže zgornji več, za toliko kaže spodnji manj. Sila je namreč sorazmerna z raztežkom in za kolikor je zgornja vzmet bolj raztegnjena, je spodnja manj. Torej kaže zgornji pol teže več in spodnji pol teže manj, da je razlika obeh sil ravno enaka teži. $F_z = 10 \text{ N} + 2,5 \text{ N} = 12,5 \text{ N}$, $F_s = 10 \text{ N} - 2,5 \text{ N} = 7,5 \text{ N}$.

c) Ker kaže spodnji silomer 0, je pol teže enako 10 N, torej cela teža 20 N in zgornji silomer kaže 20 N, ravno celo težo vozička. Masa vozička je torej 2,0 kg.



3. a) Temperatura se je znižala in zrak se je skrčil za 12 cm^3 . Če se pol litra zraka ohladi za en kelvin, se mu prostornina zmanjša za $1,7 \text{ cm}^3$. Torej se je temperatura znižala za $(12/1,7)$. $1 \text{ K} = 7 \text{ K}$. Temperatura je ponoči padla na 13°C .

b) Tlak v steklenici se je znižal za $\Delta p = \sigma \cdot h = 10 \text{ N/dm}^3 \cdot 1 \text{ cm} = 100 \text{ Pa}$.

4. Pri krajših nihajnih časih merimo čas desetih nihajev, pri daljših je lahko število nihajev manjše. Povprečje meritev:

lega drsnika (cm)	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	5,7
nihajni čas (s)	1,1	2,0	3,1	4,1	5,1	5,8

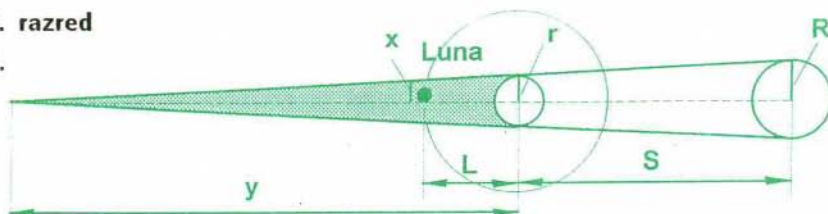


Nihajni čas pri legi 0 ocenimo na $0,1 \text{ s}$.

5. Na kocko obesimo utež in vse skupaj spustimo v vodo. Iz vode gleda okrog 16 mm kocke, pod vodo pa je 24 mm . Teža uteži in kocke je po velikosti enaka teži izpodrinjene tekočine. Volumen izpodrinjene tekočine je $4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 2,4 \text{ cm}$ in še 3 cm^3 zaradi uteži, skupaj torej 41 cm^3 . Teža izpodrinjene vode je $0,41 \text{ N}$, torej je teža uteži in kocke $0,41 \text{ N}$, masa pa 41 g . Masa kocke je $41 \text{ g} - 25 \text{ g} = 16 \text{ g}$. Plašč kocke razvijemo v šest kvadratov, ki imajo maso $m = \rho V = \rho \cdot 6a^2 \cdot d$, debelina sten pa je $d = m/(\rho \cdot 6a^2) = 16 \text{ g}/(1,1 \text{ g/cm}^3 \cdot 6 \cdot 16 \text{ cm}^2) = 0,15 \text{ cm}$.

8. razred

1.



a) Dolžino sence y izračunamo iz podobnosti trikotnikov $r/y = R/(S + y)$ in dobimo za dolžino sence $y = rS/(R - r) = rS/108r = S/108 = 1.400.000 \text{ km}$.

b) Popolni Lunin mrk traja toliko časa, kot potrebuje Luna za pot $2x - 2r_L$. x izračunamo po podobnosti trikotnikov $r/y = x/(y - L)$, od koder sledi $x = r(y - L)/y = 4650 \text{ km}$. Razdalja, ki jo prepotuje Luna po senci, je $2x - 2r_L = 9300 \text{ km} - 3500 \text{ km} = 5800 \text{ km}$. Hitrost Lune je $2\pi \cdot 380.000 \text{ km}/28 \text{ dni} = 0,99 \text{ km/s}$. Za pot 5800 km potrebuje Luna čas $t = 5800 \text{ km}/(0,99 \text{ km/s}) = 5860 \text{ s} = 1 \text{ h } 38 \text{ minut}$. Popolni mrk traja torej približno eno uro in 40 minut.

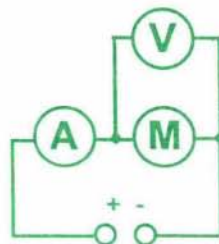
2. a) Med pospeševanjem in zaviranjem prepotuje dvigalo enako pot $v_{sr} \cdot t = 3 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 12 \text{ m}$. Enakomerno se giblje 76 m in porabi za ta del poti $76 \text{ m} / (6 \text{ m/s}) = 13 \text{ s}$. Vožnja navzgor traja $8 \text{ s} + 13 \text{ s} = 21 \text{ s}$.

b) $F_v = 10000 \text{ N}$.

c) Na dvigalo delujeta sila vrvi navzgor in teža dvigala navzdol. Ker dvigalo zavira, kaže pospešek navzdol, torej kaže tudi vsota vseh sil navzdol: $F_g - F_v = ma$. Sledi $F_v = F_g - ma = 10000 \text{ N} - 1000 \text{ kg} \cdot (6 \text{ m/s} / 4 \text{ s}) = 8500 \text{ N}$.

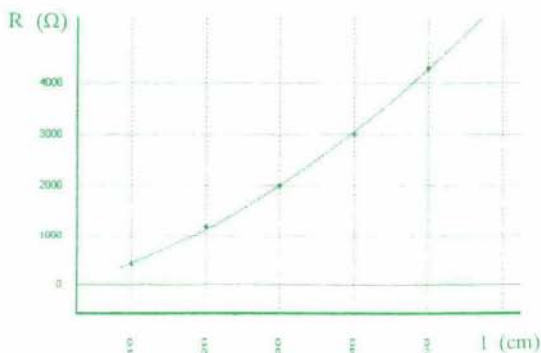
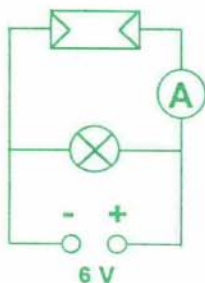
3. Prvi ampermeter kaže polovico skupnega toka, saj se pri vzporedni vezavi enakih upornikov skupni tok razdeli na enake dele. Skupni tok je 2,0 A. Tretji ampermeter kaže tok skozi enega od treh vzporedno vezanih upornikov $I_3 = 2/3 \text{ A}$. Drugi ampermeter je vezan po razvejišču. Do razvejišča je tok 1,0 A, po razvejišču pa teče skozi zgornji desni upornik $2/3 \text{ A}$, ostanek do 1 A, torej $1/3 \text{ A}$, pa skozi drugi ampermeter.

4. Povprečje meritev: elektromotor je dvignil maso 100 g v 8,0 s 72 cm visoko. Opravljeno mehansko delo je torej $A_m = 1,0 \text{ N} \cdot 0,72 \text{ m} = 0,72 \text{ J}$. Med dvigovanjem sta kazala voltmeter 2,3 V in ampermeter 0,36 A. Dovedeno električno delo je $A_{el} = UIt = 2,3 \text{ V} \cdot 0,36 \text{ A} \cdot 8,0 \text{ s} = 6,6 \text{ J}$. Izkoristek $A_m/A_{el} = 0,72 \text{ J} / 6,6 \text{ J} = 0,11 = 11\%$. Možna so manjša odstopanja zaradi različnosti elektromotorjev.



5. a)

b)



Ker vsi fotouporniki niso enaki, so možni tudi nekoliko drugačni rezultati.

Mirko Cvahte, Zlatko Bradač

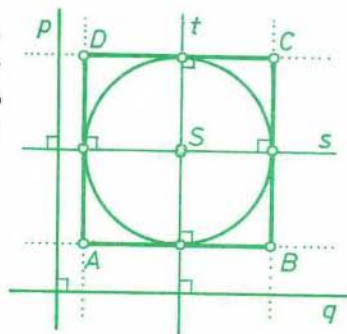
29. OBČINSKO TEKMOVANJE ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE – Rešitve s str. 133

6. razred

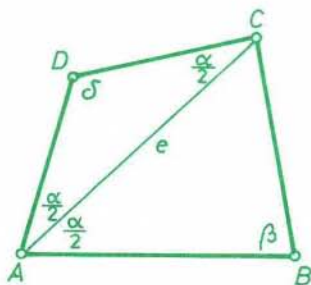
1. Vrednost izraza je 1994.
2. a) $v(3,4,6,8)=24$. Na tekmovanju je bilo 24 učencev.
b) Ene naloge ni pravilno rešilo 8 učencev, dveh nalog 6 učencev, treh nalog 4 učenci. 3 učenci so vse naloge rešili napačno.
 $24-(8+6+4+3)=3$
Trije učenci so pravilno rešili vse naloge.

3. a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$
93 šestošolcev predstavlja $\frac{3}{20}$ vseh učencev. S sklepanjem dobimo:
 $31 \cdot 20 = 620$. Osnovno šolo obiskuje 620 učencev.
b) $\frac{93}{620} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 15\%$
Šestošolci predstavljajo 15 % vseh učencev.

4. Skozi središče kroga narišemo pravokotnici s in t na premici p in q , v presečiščih teh pravokotnic s krožnico pa še pravokotnice AB , BC , CD in AD na premici s in t .



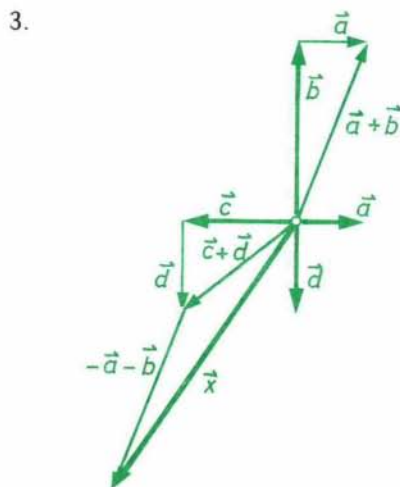
5. $\delta = 180^\circ - \alpha = 123^\circ 40'$
 $\gamma = 360^\circ - (\alpha + \beta + \delta) = 132^\circ 7'$



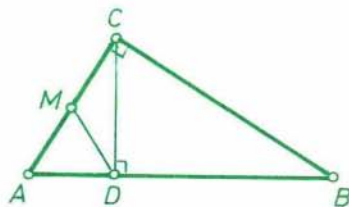
7. razred

$$\begin{aligned}
 1. \quad 10^x &= \frac{55 \cdot 10^7}{500 + 5000} \\
 10^x &= \frac{55 \cdot 10^7}{55 \cdot 10^2} \\
 10^x &= 10^5 \\
 x &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad a &= -10 \\
 b &= -40 \\
 \frac{b^2}{a^3} - \frac{b}{a^2} + \sqrt{\frac{b}{a}} &= \frac{(-40)^2}{(-10)^3} - \frac{-40}{(-10)^2} + \sqrt{\frac{-40}{-10}} = \\
 &= \frac{1600}{-1000} + \frac{40}{100} + \sqrt{4} = -1,6 + 0,4 + 2 = 0,8
 \end{aligned}$$



4. $\triangle ADC$ je pravokoten in $\overline{AM} = \overline{MC}$. Točka M je središče trikotniku $\triangle ADC$ očrtanega kroga. Polmer kroga je $r = \overline{AM} = \overline{MC} = \overline{MD} = \frac{\overline{AC}}{2}$. $\overline{DM} = \frac{21}{2} = 10,5$ cm.

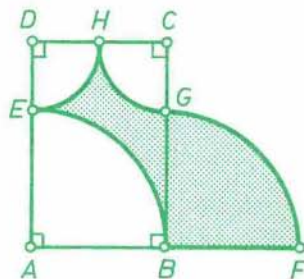


5. ● Obseg lika

Označimo: $\overline{CD} = r$ in $\overline{CH} = \frac{r}{2}$. Tedaj je $o = r + \pi r + \frac{\pi r}{2} = 8 + 8\pi + 4\pi = 8 + 12\pi \doteq 45,7$ cm.

- Ploščina lika

$\overline{AD} = 12$ cm. $P = P_{ABCD} - \frac{1}{2}\pi(\frac{r}{2})^2 = 8 \cdot 12 - \frac{1}{2}\pi \cdot 4^2 = 96 - 8\pi \doteq 70,88$ cm².



8. razred

1. Dano štirimestno število je $10x + 8$, novo število pa $8000 + x$. Iz besedila naloge dobimo enačbo $8000 + x = 2(10x + 8) + 61$, ki ima rešitev $x = 417$. Štirimestno število je 4178.
2. Čez x let bodo otroci stari $16 + x$, $14 + x$ in $9 + x$, starša pa skupaj $82 + 2x$ let. Pogoji naloge nam dajo enačbo $(16 + x) + (14 + x) + (9 + x) = 66\%$ od $(82 + 2x)$ z rešitvijo $x = 9$. Čez 9 let. Takrat bo oče star 52 let, mati pa 48 let.

- 3.
- $y = -3x + 6$
- ,

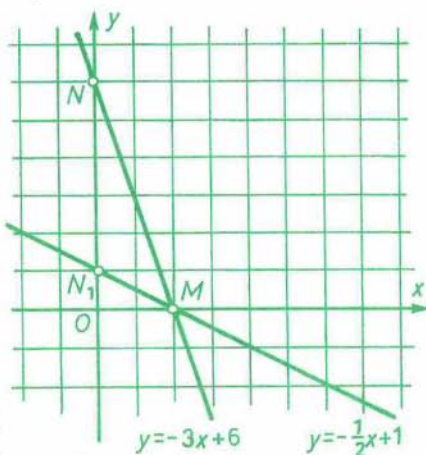
$$M(2, 0), N(0, 6),$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1,$$

$$M_1(2, 0), N_1(0, 1),$$

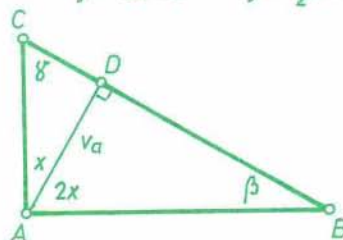
$$\overline{N_1N} = 5 \text{ in } \overline{OM} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_{\triangle N_1MN} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5 \text{ e}^2.$$

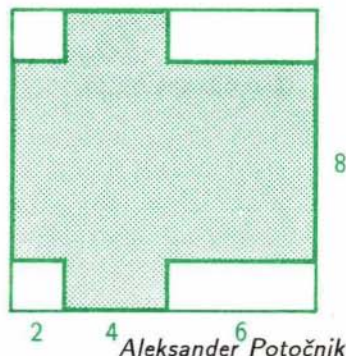


4. $x + 2x = 90^\circ$, $x = 30^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 60^\circ$. $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{CD} = 6$ cm in $\overline{AD} = \frac{\overline{AC} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \doteq 5,2$ cm. $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{AD} = 6\sqrt{3} \doteq 10,4$ cm in $\overline{BD} = \frac{\overline{AB} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9$ cm.

$$o = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{CD} + \overline{AC} = 6\sqrt{3} + 9 + 3 + 6 = 18 + 6\sqrt{3} \doteq 28,4 \text{ cm.}$$



5. Stranica kvadrata je $\sqrt{144} = 12$ cm, robovi kvadra pa 2 cm, 4 cm in 8 cm, prostornina pa 64 cm^3 .



Aleksander Potočnik

9. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ ZNANJA RAČUNALNIŠTVA ZA OSNOVNOŠOLCE

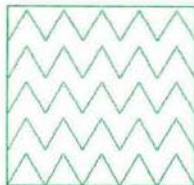
Tudi v lanskem šolskem letu so se najboljši računalničarji osnovnih šol Slovenije pomerili v znanju računalništva. 9. državno tekmovanje je potekalo 21. maja 1994 na Gimnaziji Bežigrad v Ljubljani v organizaciji Komisije za računalništvo Zveze organizacij za tehnično kulturo Slovenije.

Tekmovanja se je udeležilo 88 osnovnošolcev iz vse Slovenije. Predhodno so tekmovali na 130 osnovnošolskih in 8 regionalnih tekmovanjih. Skupno se je tekmoval v preteklem šolskem letu udeležilo preko dva tisoč osnovnošolcev, ki so jih pripravljali mentorji na šolah skupaj z nekaterimi starši.

Tekmovali so v šestih starostnih skupinah. V prvih dveh skupinah so za reševanje uporabljali programski jezik logo, v ostalih pa programske jezike logo, basic ali pascal. Naloge so reševali dve šolski uri. Oglejmo si naloge za vse skupine!

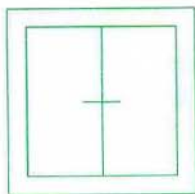
Naloge za 1. skupino (do 3. razreda OŠ)

1. Sestavi ukaz, s katerim narišeš pravokotnik, okrašen z vzorcem. S klicem vzorec 30 tako narišemo sliko:

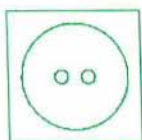


Velikost črt v vzorcu je 30 enot.

2. Z ukazom okno :a nariši sliko okna. Velikost slike naj bo odvisna od parametra :a. Ostale mere naj bodo podobne meram na sliki in prav tako odvisne od :a.

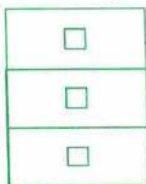


3. S pomočjo ukaza vtičnica :a nariši sliko električne vtičnice. S parametrom :a spreminjamo velikost vseh delov vtičnice hkrati.



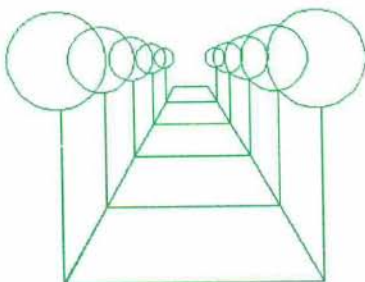
Naloge za 2. skupino (4. razred OŠ)

1. Sestavi ukaz predalnik :a, ki nariše spodnji predalnik.

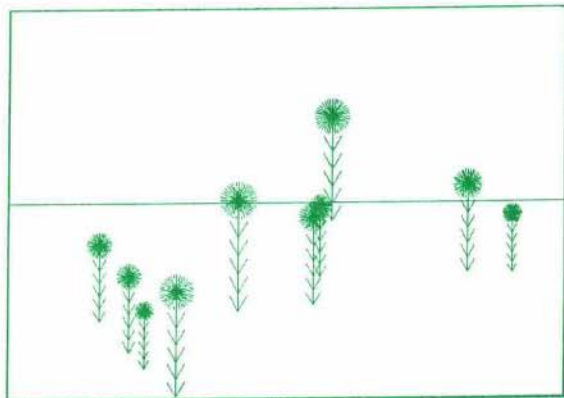


Parameter :a nam pove, kako veliki so predali. Vse mere naj bodo približno tako velike kot na sliki in odvisne od velikosti parametra :a.

2. Nariši drevored desetih dreves tako, da bo na sliki vsako naslednje drevo in vsak naslednji odsek velik $\frac{2}{3}$ prejšnjega. Velikosti posameznih delov oceni po sliki.



3. Napiši ukaz travnik, s katerim lahko narišeš takole livado: v spodnjem delu zaslona (pod črto) je zelenica, kjer je "veter" naključno zasejal 10 cvetic. Te imajo steblo (do cveta) visoko med 50 in 100 enot. Širina cveta je dve petini višine stebela.



Naloge za 3. in 4. skupino (5. in 6. razred OŠ)

1. Izračunaj največje celo število, s katerim lahko računa računalnik.
2. Janez je našel hranilno knjižico svojega očeta z vezano devizno vlogo. Zadnji vpis v knjižici je bil pripis obresti za leto 1972. Stanje je bilo tedaj 123.45 DEM. Banka je vsako leto ob koncu leta h glavnici prištela po 4.75% obresti in zaokrožila glavnico na stoti del DEM. Ob prvem obisku v banki bodo v knjižico vpisali vse do sedaj nevpisane obresti. Koliko denarja bo po vpisu vseh obresti na hranilni knjižici?
3. Napiši program, ki prebere besedilo, dolgo do 255 znakov, in preveri, ali pred besedami *ki*, *ko*, *da*, če stoji vejica. Če ne stoji, naj jo program sam vpiše!

Naloge za 5. in 6. skupino (7. in 8. razred OŠ)

1. Preštej, na koliko načinov lahko poljubno naravno število razcepimo na vsoto več kot dveh naravnih števil, od katerih je prvo enako 1 in je razlika med dvema sosednjima konstantna:

$$N = 1 + (1 + d) + (1 + 2 \cdot d) + \dots + (1 + (n - 1) \cdot d).$$

Za vsak razcep določi še naravni števili d in n .

Primer: $N = 22$, način = 1, $n = 4$, $d = 3$: $22 = 1 + 4 + 7 + 10$;

2. Zapiši program, ki bo za poljubni naravni števili m in n izračunal vrednost funkcije $f(m, n)$, ki je definirana rekurzivno na sledeč način:
- (a) $f(0, n) = n + 1$,
 - (b) $m > 0, f(m, 0) = f(m - 1, 1)$,
 - (c) $m > 0, n > 0, f(m, n) = f(m - 1, f(m, n - 1))$.
3. Imamo dve zaporedji dvojic naravnih števil:
 $a = ((ax_1, ay_1), \dots, (ax_m, ay_m))$ in $b = ((bx_1, by_1), \dots, (bx_n, by_n))$,
 kjer sta m in n naravni števili. Pari nam predstavljajo točke v ravni-
 ni. Povežimo po dve sosednji točki v zaporedju z daljico, nazadnje pa
 povežemo še prvo in zadnjo točko v vsakem zaporedju, s čimer dobimo
 dve sklenjeni poligonski črti. Določi število presečišč teh dveh poligonskih
 črt.

Med najboljšimi so bili:

1. skupina:
 1. Ivo List, regija LJUBLJANSKA, OŠ Oskarja Kovačiča,
 2. Andrej Veber, regija LJUBLJANSKA, OŠ Oskarja Kovačiča,
 3. Anže Goste, regija CELJSKA, OŠ Frana Roša, Celje.
2. skupina:
 1. Jože Muc, regija CELJSKA, OŠ Ob Dravinji, Slovenske Konjice,
 2. Igor Vizec, regija DOLENJSKO-POSAVSKA, OŠ Šentjernej,
 3. Gregor Bien, regija PODRAVJE, OŠ Olge Meglič, Ptuj.
3. skupina:
 1. Jure Merčun, regija LJUBLJANSKA, OŠ Maksa Pečarja,
 2. Davorin Lešnik, regija PODRAVJE, OŠ Majšperk,
 3. Aleš Zamuda, regija PODRAVJE, OŠ Velika Nedelja.
4. skupina:
 1. Andraž Tori, regija LJUBLJANSKA, OŠ Oskarja Kovačiča,
 2. Matej Breznik, regija LJUBLJANSKA, OŠ RIC,
 3. Egon Kocjan, regija DOLENJSKO-POSAVSKA, OŠ Krško.
5. skupina:
 1. Damjan Cvetko, regija LJUBLJANSKA, OŠ Prule,
 2. Iztok Heric, regija POMURJE, OŠ II. Murska Sobota,
 3. Damjan Šoberl, regija GORENJSKA, OŠ Dr. Josipa Plemija, Bled.
6. skupina:
 1. Matej Rizman, regija PODRAVJE, OŠ Hoče,
 2. Ožbej Merc, regija LJUBLJANSKA, OŠ Prežihovega Voranca,
 3. Zlatko Kropf, regija CELJSKA, OŠ Ob Dravinji, Slovenske Konjice.

Na letošnjem državnem prvenstvu so se izkazali tudi sponzorji, saj jih je bilo kar petindvajset, prispevali pa so nagrade v vrednosti več kot 800.000 SIT.

Ivan Gerlič

3. DRŽAVNO TEKMOVANJE OSNOVNOŠOLCEV V ZNANJU MATEMATIKE

V soboto, 21. maja 1994, se je 202 sedmošolca in 317 osmošolcev, ki so se na občinskem tekmovanju najbolje odrezali, zbralo v Ljubljani, Mariboru, Celju, Kopru, Novi Gorici in Novem mestu na 3. državnem tekmovanju, ki je bilo že trideseto tekmovanje slovenskih osnovnošolcev v znanju matematike, štiriindvajsetič pa je nosilo ime po našem slavnem matematiku Juriju Vegi.

Zlato Vegovo priznanje je osvojilo 70 sedmošolcev in 87 osmošolcev, prejeli pa so ga sedmošolci, ki so osvojili vsaj 16 od 25 možnih točk, in osmošolci, ki so osvojili najmanj 13 od 25 možnih točk.

Državna tekmovalna komisija, ki jo je vodila predsednica prof. Terezija Uran, je pripravila naloge, pregledala rešitve in določila kriterij za podelitev zlatih Vegovih priznanj. Tekmovalci so reševali naslednje naloge:

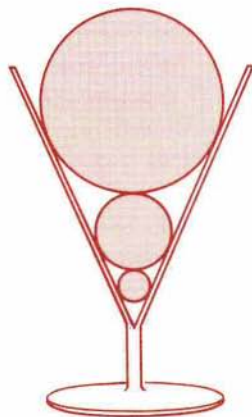
7. razred

1. Člani strelskega društva so na tekmovanju dosegli skupno 138 zadetkov, kar je 23 % vseh možnih zadetkov. Koliko članov je tekmovalo, če je vsak streljal 15 krat?
2. Za realna števila a , b , c velja $a + b + c = 0$ in $abc = 1994$. Pokaži, da je $a(a + b)(a + c) = 1994$.
3. Avtomobilist se je odpravil na tridnevno potovanje. Prvi dan je prevozil $\frac{3}{8}$ celotne poti, drugi dan $\frac{5}{12}$ celotne poti, treji dan pa $\frac{1}{6}$ celotne poti in še 45 km. Koliko km je prevozil v vseh treh dneh?
4. Načrtaj krog s središčem S in polmerom 2 cm. Na krožnici izberi točko B . V zunanosti kroga izberi točko A , tako da točke A , B in S ne ležijo na isti premici. Nato načrtaj krožnico, ki gre skozi točko A in se dotika prve krožnice v točki B . Načrtovanje opiši.
5. Izračunaj ploščino paralelograma, če je $v_a = 5$ cm, $v_b = 7,5$ cm in obseg 40 cm.

8. razred

1. Na šahovskem turnirju po sistemu "vsak z vsakim" sta dva šahista odigrala vsak po 3 partije, toda ne drug z drugim, nato pa sta odstopila. Zato je bilo na turnirju odigranih le 84 partij. Koliko je bilo vseh šahistov, ki so igrali na turnirju?
2. Pokaži, da je vrednost izraza $\frac{(a+c)(b+d)}{a+b+c+d} - \frac{ab}{a+b} - \frac{cd}{c+d}$ enaka 0, če je $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$.

3. Dva stolpa sta 50 korakov narazen. Prvi je visok 40 korakov, drugi 30 korakov. Nekje vmes je vodnjak, tako da goloba, ki se istočasno spustita z vrhov obeh stolpov in letita enako hitro, hkrati sedeta na vodnjak. Kje stoji vodnjak?
(Znani Fibonaccijev problem iz 13. stoletja.)
4. V posodi, ki ima obliko stožca, so tri kroglice. Vse se lepo dotikajo posode, dotikajo pa se tudi med seboj (glej sliko). Srednja kroglica ima polmer 1 cm, njeno središče je od dna (vrha stožca) oddaljeno 3 cm. Kolik je polmer spodnje kroglice?
5. Stranski robovi tristrane piramide so med seboj pravokotni, ploščine stranskih ploskev pa merijo 6 cm^2 , 4 cm^2 in 3 cm^2 . Izačunaj dolžine stranskih robov in prostornino piramide.



Aleksander Potočnik

RAZPIS ZA SREDNJEŠOLSKO TEKMOVANJE IZ RAČUNALNIŠTVA

Sekcija za računalništvo pri ZOTKS Gibanju znanost mladini (GZM), Lepi pot 6, Ljubljana, razpisuje srečanje mladih raziskovalcev računalništva, 20. tekmovanje iz znanja računalništva in 1. tekmovanje programov. Prvič bomo organizirali tudi tekmovanje na računalnikih, kjer bodo tekmovali uspešnejši tekmovalci s prvih dveh tekmovanj. Na razpis vabimo dijake srednjih šol.

Raziskovalne naloge

Dijaki, ki želijo samostojno reševati praktične naloge, si temo svoje naloge izberejo s pomočjo mentorja. Število udeležencev iz posameznih šol ni omejeno, strokovna komisija pa si pridržuje pravico po pregledu nalog določiti tiste, ki jih bodo udeleženci ustno zagovarjali.

Naloge so lahko iz vseh področij računalništva, iz programske in strojne opreme. Podrobnejša pojasnila o možnih temah za naloge in o njihovih oblikah lahko dobite pri dr. Romanu Dornu, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Tržaška 25, Ljubljana, tel. (061) 123 11 12. (Upoštevajte tudi Navodila za sestavo naloge.)

Srečanje raziskovalcev, predstavitev nalog ter ustni zagovor pred komisijo bo 12. 5. 1995. Naloge morajo udeleženci poslati na naslov GZM do 1. 5. 1995.

Tekmovanje v znanju

Tekmovanje v znanju računalništva za srednješolce bo v soboto 13.5.1995 v Ljubljani, na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo.

Tekmovalci tekmujejo v treh težavnostnih skupinah. V prvi skupini tekmujejo učenci po enem letu pouka računalništva, v drugi učenci, ki se računalništva učijo dve leti, in v tretji učenci, ki se z računalništvom ukvarjajo že več let.

Tekmovalec, ki je že dobil nagrado v prvi skupini, sme letos tekmovati le v višji, torej v drugi ali tretji skupini.

Tekmovalec, ki je že dobil nagrado v drugi skupini, sme letos tekmovati le v tretji skupini.

V tretji skupini sme tekmovalec tekmovati poljubnokrat.

Tekmovalec, ki ni prejel nagrade v svoji tekmovalni skupini, sme ostati tudi letos v isti, če se ne čuti dovolj sposobnega za tekmovalje v višji skupini. Spodobi pa se, da tekmovalci, ki so računalništvo poslušali že dve leti ali več, tekmujejo le v drugi ali celo tretji skupini.

Zaradi velikega števila tekmovalcev na zadnjih tekmovanjih omejuje sekcija za računalništvo udeležbo na letošnjem tekmovanju na največ 5 tekmovalcev s posamezne šole v prvi in drugi skupini, v tretji pa je število neomejeno.

Način tekmovanja ostane nespremenjen. Uradni programski jeziki tekmovanja so C, C++, pascal, fortran, basic, modula-2.

Prijavnico za 20. državno tekmovanje iz računalništva morajo mentorji izpolniti ter poslati do 15. 4. 1995 na naslov GZM, nato bodo dobili nadaljnja navodila o tekmovanju. Vse kasneje prispele prijavnice bomo zavrnil.

Tekmovanje programov

Letos prvič organiziramo tekmovanje programov, ki jih bodo dijaki sestavili glede na vnaprej pripravljene naloge. Naloge bodo zastavljene tako, da bodo rešitve nalog lahko tekmovalci med seboj na računalniku. Zmagovalec bo tisti, katerega rešitev se bo najbolje obnesla pri tekmovanju z rešitvami ostalih tekmovalcev.

Zastavljeni bosta dve nalogi, od katerih bo prva nekoliko lažja, primerna za vsakogar z osnovnim znanjem programiranja, druga pa težja, primerna le

za izkušenejše tekmovalce. Podrobnejša navodila o obeh nalogah bodo dosegljiva pri GZM, objavljena pa bodo tudi v nekaterih računalniških časopisih.

Dijaki oz. mentorji morajo poslati do 1. 5. 1995 rešitve zastavljenih nalog na disketah. Rešitev ene ali obeh nalog lahko napiše vsak dijak.

Tekmovanje iz prve naloge bo potekalo 12. 5. 1995 popoldne, po srečanju mladih raziskovalcev, tekmovanje iz druge naloge pa 13. 5. 1995, po tekmovanju v znanju, pred razglasitvijo rezultatov. Tekmovanje bo potekalo predvidoma v veliki predavalnici Fakultete za elektrotehniko in računalništvo na računalniku, katerega zaslon bo projiciran na veliko platno.

Tekmovanje na računalnikih (play-off)

Tekmovanje na računalnikih bo potekalo 14. 5. 1995 dopoldne, dan po tekmovanju v znanju računalništva. Zaradi tehničnih razlogov bo število tekmovalcev omejeno. Tekmovali bodo najuspešnejši tekmovalci iz tekmovanja v znanju računalništva in avtorji najboljših raziskovalnih nalog.

Schema izbire tekmovalcev bo okvirno naslednja: Iz tekmovanja v znanju računalništva bodo izbrani takole: prvih 9 iz tretje skupine, prvih 6 iz druge skupine in prvi 3 iz prve skupine. Dodatno bomo izbrali do 10 avtorjev najboljših raziskovalnih nalog iz srečanja mladih raziskovalcev. Podrobnejši izbor tekmovalcev bo opravila komisija po prvih dveh tekmovanjih.

Tekmovanje bo potekalo tako, da bo imel vsak tekmovalec svoj računalnik, na katerem bo moral v treh urah rešiti eno nalogo. Zmagovalec bo tisti, čigar rešitev bo najboljša.

Marko Grobelnik

REŠITVE NALOG Z DRŽAVNEGA TEKMOVANJA IZ SREDNJEŠOLSKÉ FIZIKE – 1. del – s strani 180

Skupina A

1. Iz strmin premic na grafu dobimo razmerje obeh pospeškov: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{t_2 - t_1}{t_2} = \frac{4}{9}$. Telesi sta v istem položaju, ko je $s_1 = s_2$ oziroma $\frac{a_1 t^2}{2} = \frac{a_2 (t - t_1)^2}{2}$. Ko vstavimo v zgornjo enačbo razmerje pospeškov in podatke, dobimo kvadratno enačbo (čas t je v sekundah): $0 = t^2 - 18t + 45 = (t - 3)(t - 15)$. Fizikalno smiselna rešitev je $t = 15$ s.

2. Po kratkem času po izpustitvi se sonda giblje enakomerno in velja:

$$F_{vzg} = F_g + F_u \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2g}{c} \left(\frac{V}{S} - \frac{m}{\rho S} \right)} \approx \sqrt{\frac{2gV}{cS}} \approx 22,1 \text{ m/s.}$$

Višina, ki jo doseže težišče sonde, je $H = v_0^2/2g = 24,9 \text{ m}$. Težišče sonde je nad $h_0 = 20 \text{ m}$ le dobo $2t$, kjer je $t = \sqrt{2(H - h_0)/g} = 1,0 \text{ s}$. To je prvi približek za trajanje signala na radarju. Pri oceni napake zaradi dimenzij sonde privzemimo, da je težišče sonde na sprednjem koncu. Za izračun napake si bomo ogledali dva skrajna primera: prvič naj zazna radar sondo takoj, ko ta vsaj malo gleda nad 20 m višine, drugič pa mora biti vsa nad 20 m , da jo radar zazna. V prvem primeru dobimo za padanje sonde čas $t_1 = \sqrt{2(H - h_0 + l)/g} = 1,2 \text{ s}$, za dviganje pa t . Čas trajanja signala na zaslonu je torej $t + t_1 = 2,2 \text{ s}$. Pri tem je l dolžina sonde. V drugem primeru dobimo za padanje čas t , za dviganje pa $t_2 = \sqrt{2(H - h_0 - l)/g} = 0,8 \text{ s}$. Čas trajanja signala na zaslonu je $t + t_2 = 1,8 \text{ s}$. Za izračun napake ocenimo čas trajanja signala na zaslonu 2 s , napako pa $0,2 \text{ s}$ oziroma 10% .

3. Označe za sile, s katerimi so napeti posamezni deli glavne vrvi, oziroma druge vrvi, so naslednje: F_1 - vodoravni del, F_2 - del, ki je pod kotom 30° glede na vodoravnico, F_3 - del, ki je pod kotom 45° , N_1 - krajša navpična vrv, N_2 - daljša navpična vrv, F_4 - natezna vrv. Iz ravnovesnega pogoja za sile sledi:

$$\begin{aligned} F_1 &= F_2 \cos \alpha, & F_2 \cos \alpha &= F_3 \cos \beta, \\ N_1 &= F_2 \sin \alpha, & F_2 \sin \alpha + N_2 &= F_3 \sin \beta, \\ \frac{1}{4} F_g &= N_1 + N_2. \end{aligned}$$

Rešitve sistema enačb so: $F_1 = 2,50 \cdot 10^6 \text{ N}$, $F_2 = 2,89 \cdot 10^6 \text{ N}$, $F_3 = 3,54 \cdot 10^6 \text{ N}$. Iz zadnjega rezultata sledi, da mora biti v nosilni vrvi 36 jeklenic. Za nosilec še napišemo enačbo za ravnovesje navorov: $h_0 F_{3x} = h_1 F_{4x}$. Pri tem vemo, da je sila v napenjalni vrvi lahko največ $3,6 \cdot 10^6 \text{ N}$ in da je $F_{4x} = F_4/2$. Od tu dobimo $h_1 = 83 \text{ m}$.

4. Na površini je tlak $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, na globini h pa $p = p_0 + \rho gh$. Velja Boylov zakon $p_0 V_0 = pV$ oziroma $p_0 l_0 = p l$. Iz tega izrazimo

$$l = l_0 \frac{p_0}{p_0 + \rho gh} \quad \text{oziroma} \quad y = \frac{l}{l_0} = \frac{1}{1 + h/h_0},$$

kjer je $h_0 = p_0/(\rho g)$. Za dane globine po vrsti narišemo črtice pri 15 cm, 10 cm in 7,5 cm za globine 10 m, 20 m, 30 m. Globina 0 m je seveda pri 30 cm zračnega stolpca.

Skupina B

1. Pri gibanju pod kotom α glede na mejo (klanec), kjer se spremeni hitrost, se spremeni vzdolžna komponenta hitrosti (v_x), prečna komponenta (v_y) pa ostane nespremenjena. Preden telo doseže klanec, velja:

$$v_{x1} = v_1 \cos \alpha = 0,4 \text{ m/s},$$

$$v_{y1} = v_1 \sin \alpha = 0,3 \text{ m/s}.$$

Po prehodu klanca se hitrost poveča: $v_2^2 = v_1^2 + 2gh$, iz česar dobimo za $v_2 = 1,5 \text{ m/s}$. Prečna komponenta ostane nespremenjena: $v_{y2} = v_{y1}$. Kot med pravokotnico na mejo in hitrostjo dobimo iz

$$\sin \beta = \frac{v_{y2}}{v_2} \Rightarrow \beta = 12^\circ.$$

Odklon od prvotne smeri je $\alpha - \beta = 28^\circ$.

2. Predpostavimo, da je vpliv gravitacijske sile med kroglicama zanemarljiv. To predpostavko bomo na koncu preverili. Kroglici se približujeta le zato, ker padata obe proti središču Evrope.

$$\frac{l}{R} = \varphi \quad \text{in} \quad \Delta l = \Delta R \varphi, \quad \text{oziroma} \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta R}{R}.$$

Iz gravitacijskega zakona sledi, da je $g = \kappa M/R^2$. Ker se razdalja med kroglicama le malo spremeni, je tudi sprememba težnega pospeška majhna, zato predpostavimo konstanten težni pospešek g in zato

$$\Delta R = g \frac{t^2}{2} = \kappa \frac{M}{R^2} \frac{t^2}{2}.$$

Od tu dobimo

$$R^3 = \kappa \frac{M t^2 l}{2 \Delta l} \quad \Rightarrow \quad R = 23\,000 \text{ km}.$$

Gravitacijska sila med kroglicama $F' = \kappa m^2 / l^2$ je dosti manjša od prečne komponente teže $F_x = mg \sin(\varphi/2)$:

$$\frac{F'}{F_x} = \frac{m\kappa t^2}{l^2 \Delta l} < 10^{-4}.$$

Težni pospešek g se spremeni za faktor $g/g_1 = R_1^2/R^2 = (R + \Delta R)^2/R^2 = (1 + \Delta l/l)^2 \sim 1,02$.

3. Zaradi trenja je v enem obratu opravljeno delo $A_1 = 2\pi R m g k_t = 260$ J. V tem času se kolo žage segreje za $0,03$ K in prejme toploto $Q_1 = mc_p \Delta T = 240$ J. Postrgana plast v enem obratu je potem enaka

$$d_1 = d_0 \frac{A_1 - Q_1}{A_0} = 0,52 \text{ mm}; \quad \frac{A_0}{d_0} = 40 \text{ J/mm}.$$

Pri tem smo zanemarili spremembo potencialne energije, ki je enaka $\Delta W_p = mgd_1 = 0,05$ J. Število obratov, ki jih naredi kolo žage, je enako $n = d/d_1 = 385$, pri tem pa se segreje za $n \cdot \Delta T = 11,5$ K. Pri enem obratu bo kolo žage prejelo največ toplote, če žaga ne bo nič rezala in bo $Q_2 = A_1$. Tedaj se pri enem obratu segreje za

$$\Delta T_{\max} = \Delta T \frac{Q_2}{Q_1} = 0,033 \text{ K}.$$

4. Za plin v posodi, ki je segret, ter za plin v posodi, ki ostane pri prvotni temperaturi, veljata enačbi stanja v obliki:

$$pV = \frac{m_1 R T_1}{M}, \quad pV = \frac{m_2 R T}{M}.$$

Pred segrevanjem plina v eni posodi pa stanje plina v sistemu opiše enačba stanja v obliki:

$$p_0 2V = \frac{(m_1 + m_2) R T}{M}.$$

Iz prvih dveh enačb izrazimo posamezne mase in vstavimo v zadnjo enačbo.

Po preureditvi dobimo: $\frac{p - p_0}{p_0} = \frac{T_1 - T}{T_1 + T} = 0,09$.

Tlak se poveča za 9 %.

Rešitve za skupini C in D bomo objavili v prihodnji številki.

Jure Bajc, Ciril Dominko

NEKAJ NALOG Z RAČUNALNIŠKEGA TEKMOVANJA ZA SREDNJEŠOLCE V LETU 1994 – Rešitve s str. 144

Skupina 1; naloga 4.

Uporabili bomo naslednji postopek. Pomikamo se od začetka proti koncu besede *s*. Na vsakem koraku primerjamo trenutni znak v besedi *s* s trenutnim znakom v besedi *t*. Če sta enaka, se pomaknemo naprej tudi v besedi *t*. Če tako uspemo besedo *t* v celoti pregledati, potem je ta podniz besede *s*. Sicer pa je odgovor negativen.

```
function PodNiz(t, s: NizT): boolean;
  var i, j: integer;
begin
  i := 1; j := 1;
  while (s[i]<>' ') and (t[j]<>' ') do begin
    if s[i]=t[j] then j := j+1;
    i := i+1;
  end;
  PodNiz := t[j]=' ';
end; {PodNiz}
```

Skupina 2; naloga 4.

Če bi bil zaslon majhen, recimo velikosti 80×25 , potem bi lahko uporabili naslednji algoritem. Točke na zaslonu uredimo po vrsti tako, da uredimo vrstice od zgoraj navzdol in točke v vrstici od leve proti desni. Nato izvajamo naslednje korake:

1. $i :=$ število točk na zaslonu.
2. $r := \text{Random}(i)$.
3. Po vrsti prebiraj točke na zaslonu. Ko naletiš na r -to nepobarvano točko, jo pobarvaj.
4. $i := i - 1$.
5. Če je $i > 0$, pojdí na korak 2, sicer končaj.

Za velik zaslon pa se ta algoritem ne obnese, ker traja korak 3 predolgo. Pomagamo si tako, da si zapomnimo, koliko točk je treba še pobarvati v vsaki posamezni vrstici. V koraku 3 lahko tako zelo hitro določimo vrstico, v kateri je r -ta nepobarvana točka.

Rešitev bomo tokrat zapisali v programskem jeziku C.

```
#define XMAX 1280      /* Število stolpcev */
#define YMAX 1024      /* Število vrstic */
extern int Random(int);
extern void Pobarvaj(int, int);
extern int Pobarvana(int, int);
void PobarvajZaslon() {
    int i, r, x, y;
    int vrstica[YMAX];
    for (i = 0; i < YMAX; i++) vrstica[i] = XMAX;
    for (i = XMAX*YMAX; i > 0; i--) {
        r = Random(i);
        for (y = 0; r >= 0; r -= vrstica[y++]);
        r += vrstica[--y]--;
        for (x = 0; r >= 0; x++) if (!Pobarvana(x, y)) r--;
        x--;
        Pobarvaj(x, y);
    }
}
```

Skupina 3; naloga 4.

V praksi poznamo več načinov risanja drevesa. Lahko ga rišemo "od zgoraj navzdol", "od spodaj navzgor", lahko pa vse elemente drevesa povežemo z "vzmetmi" in pustimo, da se uravnovesijo. Poleg naštetih obstaja še nekaj drugih načinov, ki pa se razlikujejo predvsem glede na pravila, ki določajo, kaj je lepo drevo. V rešitvi bomo predstavili risanje drevesa "od spodaj navzgor", ki daje kar dobre rezultate, čeprav je podprogram kratek. Osnovna ideja je, da dodelimo vsakemu listu v drevesu enak delež prostora v vodoravni smeri, višja vozlišča (očetovska) pa postavimo na sredo med sinove. Ta postopek ponavljamo do vrha drevesa.

```
procedure RisiDrevo(Globina: integer; var LeviX, DesniX: real);
var
    LeviPodX, DesniPodX: real;
    Prvic: boolean;
begin
    Prvic := true;
    repeat
        if Izraz[Z]='I' then begin
            Z := Z+1; RisiDrevo(Globina+1, LeviPodX, DesniPodX);
            Crta(LeviPodX, Globina, DesniPodX, Globina); { vodoravna črta }
            DesniX := LeviPodX+(DesniPodX-LeviPodX)/2;
            if Prvic then begin LeviX := DesniX; Prvic := false; end;
            Crta(DesniX, Globina, DesniX, Globina-1); { koren podizraza }
        end else
```

```

if Izraz[Z]='*' then begin
  Z := Z+1;
  Crta(X, Globina, X, Globina-1);
  DesniX := X;
  if Prvic then begin LeviX := DesniX; Prvic := false; end;
  X := X+1;
end;
until (Izraz[Z]='}') or (Izraz[Z]=' ');
Z := Z+1;
end; { RisiDrevo }

```

V rešitvi uporabljamo globalni spremenljivki Z in X. Prva pove, kateri znak vhodnega niza Izraz moramo pogledati na naslednjem koraku, druga pa, koliko v desno moramo narisati naslednji list. Začetni klic je

```
Z := 1; X := 1; RisiDrevo(1, LeviX, DesniX);
```

Pri vходу v podprogram števec Z označuje znak, ki sledi začetnemu predklepaju, po koncu pa kaže na znak, ki sledi končnemu zaklepaju. Izjema je le začetni klic, zato se mora oklepajni izraz končati s presledkom. Parametra LeviX in DesniX povesta, kje se začne in kje se končajo risbe korenov poddreves.

Podprogram ima zaradi upoštevanja predpostavke o pravilnosti vhodnih podatkov še eno slabost: če oklepajni izraz kljub vsemu vsebuje znak, ki ni predklepaj, zaklepaj, zvezdica ali presledek, potem se zanka repeat nikoli ne konča. Seveda si pri resnem programiranju česa takega ne smemo dovoliti.

Marko Grobelnik

38. MATEMATIČNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE

Kako je bilo v Kočevju, ko je tamkajšnja gimnazija gostila udeležence tekmovanja, ste lahko prebrali v prvi številki *Preseka*, kjer smo objavili tudi imena nagrajenih in pohvaljenih. Tokrat objavljamo naloge.

Prvi letnik

1. Vsako izmed števil $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$ je enako 1 ali -1 . Dokaži: Če je $e_1 e_2 + e_2 e_3 + \dots + e_{n-1} e_n + e_n e_1 = 0$, je n deljiv s 4.
2. Pokaži, da vsota kvadratov deliteljev naravnega števila n ni enaka številu $(n+1)^2$ za noben n .

3. Dan je trikotnik in točka na eni od njegovih stranic. Načrtaj premico, ki gre skozi dano točko in ploščinsko razpolavlja trikotnik.
4. Vsak izmed 20 učencev nekega razreda je s počitnic poslal po eno razglednico desetim sošolcem. Pokaži, da sta vsaj dva sošolca pisala drug drugemu.

Drugi letnik

1. Za naravni števili m in n vemo, da je $mn + 1$ deljivo s 24. Pokaži, da je tudi $m + n$ deljivo s 24.
2. Na naravoslovnem dnevu je matematična skupina postavila nekaj stolov okrog ribnika in na vsakega napisala po eno število. Ko sta se Mitja in Dušanka sprehodila okrog ribnika, je Mitja opazil, da je na vsakem stolu napisana absolutna vrednost razlike števil s stolov, ki sta neposredno pred tem stolom. Dušanka, ki je imela pri sebi žepni računalnik, je izračunala, da je vsota vseh števil enaka 1994.
Dokaži: Trije učenci lahko pospravijo vse stole, če odnesejo po enako število stolov.
3. Naj bodo n , x , y in z naravna števila in $z \leq n$. Pokaži, da enačba $x^n + y^n = z^n$ ni rešljiva.
4. Dani krožnici s središčem S narišimo tetivo AB (ki ne vsebuje središča) in na njej točko C . Trikotniku SAC očrtamo krožnico in drugo presečišče te krožnice z dano krožnico označimo z D . Dokaži, da je $|CD| = |CB|$.

Tretji letnik

1. Dokaži: Če sta $2n + 1$ in $3n + 1$ popolna kvadrata, kjer je n naravno število, je n deljivo s 40.
2. Pokaži, da za vsako realno število x velja $\cos(\sin x) > \sin(\cos x)$.
3. Polinom $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ima realne korene. Pokaži, da ima polinom $q(x) = x^3 - bx^2 + acx - c^2$ vsaj en nenegativen koren.
4. Na hipotenuzi AC pravokotnega trikotnika ABC izberemo točko D , da je $|AB| = |CD|$. Dokaži: V trikotniku ABD se simetrala kota pri A , težiščnica iz B in višina iz D sekajo v skupni točki.

Četrty letnik

1. Dokaži, da ne obstaja funkcija $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, za katero je $f(f(x)) = x + 1$ za vsak $x \in \mathbb{Z}$.
2. V prazna polja tabele vpiši po eno naravno število tako, da bodo števila v vsaki vrstici in vsakem stolpcu sestavljala aritmetično zaporedje.
3. Dokaži, da so vsa števila v zaporedju

	74			
				186
		103		
0				

49, 4489, 444889, 44448889...

popolni kvadrati (v vsakem številu nastopa po n štiric in $n - 1$ osmic ter ena devetka).

4. Naj bo Q razpolovišče stranice AB tetivnega štirikotnika $ABCD$ in S presečišče njegovih diagonal. Pravokotni projekciji točke S na AD in BC označimo zaporedoma s P in R . Dokaži, da je $|PQ| = |QR|$.

Darjo Felda

16. MEDNARODNO MATEMATIČNO TEKMOVANJE MEST – JESENSKI KROG

Začnimo poročilo z letošnjega tekmovanja mest s tremi pohvalami, ki so jih za uspešno reševanje nalog na lanskoletnem tekmovanju prejeli Petra IPAVEC in Blaž MAVČIČ (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana) ter Iztok KAVKLER (Gimnazija Lava, Celje).

V prvem delu jesenskega kroga 16. tekmovanja mest, ki je bil 25. oktobra lani, je tekmovalo 24 srednješolcev. Dijaki prvih in drugih letnikov so tekmovali v prvi skupini, ostali pa v drugi skupini. Spoprijeli so se z naslednjimi nalogami:

Prva skupina

1. Skupina fantov in deklet pleše valček. Ali je mogoče, da bo vsak fant plesal naslednji valček z lepšim ali z bolj bistrim dekletom od tistega, s katerim pleše sedaj, in da bo eden od fantov naslednji valček plesal z dekletom, ki je lepše in bolj bistro od njegove sedanje plesalke. (Fantov je prav toliko kot deklet in vsi plešejo.)

2. Dana sta kroga na ravnini, eden leži v drugem. Konstruiraj točko C , da bo obstajal razteg s središčem C , ki preslika en krog na drugega.
3. Poišči pet pozitivnih števil, za katera velja: Največji skupni delitelj kateregakoli para števil je enak razliki med tema številoma.
4. V Srednjem Kašlju hodi v šolo 20 učencev. Katerakoli dva izmed njih imata skupnega starega očeta. Pokaži, da je med učenci 14 takih, ki imajo skupnega starega očeta.

Druga skupina

1. Skupina fantov in deklet pleše valček. Ali je mogoče, da bo vsak fant plesal naslednji valček z lepšim ali z bolj bistrim dekletom od tistega, s katerim pleše sedaj, in da bo večina (ne manj kot 80 %) fantov naslednji valček plesala z dekletom, ki je lepše in bolj bistro od njihove sedanje plesalke? (Fantov je prav toliko kot deklet in vsi plešejo.)
2. Dokaži, da lahko iz robov poljubnega tetraedra konstruiramo dva trikotnika.
3. Naj bodo a, b, c, d realna števila, za katere je

$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = a + b + c + d = 0.$$

Dokaži, da je vsota dveh izmed njih enaka 0.

4. Trak dimenzije 1×10 razdelimo na 10 kvadratkov dimenzije 1×1 . Števila 1, 2, 3, ..., 10 vpišemo v kvadratke na naslednji način: najprej vpišemo 1 v enega od kvadratkov, nato 2 v enega od sosednjih kvadratkov, nato 3 v enega od prostih kvadratkov, ki sta sosednja k že zasedenima... Koliko različnih permutacij (postavitev) števil $\{1, 2, \dots, 10\}$ lahko dobimo na ta način?

V drugem delu tekmovanja, ki je bil 28. oktobra lani, so imeli tekmovalci na izbiro sedem (neenakovrednih) nalog. Kot v prvem delu se izdelek vsakega tekmovalca oceni z največjo možno vsoto točk iz treh nalog. Objavljeni dve nalogi za vsako skupino sta bili srednje težki.

Prva skupina

1. Pravokotnici l in m se sekata v točki na krožnici in jo delita na tri loka. Na vsakem od teh lokov izberemo točko M_i ($i = 1, 2, 3$) tako, da tangenta na krožnico skozi M_i seka l in m v točkah, ki sta enako oddaljeni od M_i (M_i je torej središče daljice med tema točkama). Dokaži, da je trikotnik $M_1 M_2 M_3$ enakostraničen.

2. Ali lahko iz zaporedja $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ izberemo

(a) podzaporedje 100 različnih števil,

(b) neskončno podzaporedje

tako, da bo vsako število podzaporedja (od tretjega dalje) enako razliki med dvema številoma pred njim ($a_k = a_{k-2} - a_{k-1}$).

Druga skupina

1. Dokaži, da za vse pozitivne $a_1, a_2, \dots, a_n$ velja neenakost

$$\left(1 + \frac{a_1^2}{a_2}\right)\left(1 + \frac{a_2^2}{a_3}\right) \cdots \left(1 + \frac{a_n^2}{a_1}\right) \geq (1 + a_1)(1 + a_2) \cdots (1 + a_n).$$

2. Periodi periodičnih zaporedij sta tuji si števili m in n , $m, n > 1$. Kolikšna je lahko največja dolžina začetnega dela teh dveh zaporedij, na katerem sovpadata?

(Perioda p zaporedja $a_1, a_2, a_3, \dots$ je najmanjši p , da velja $a_n = a_{n+p}$ za vsak n .)

Najuspešnejši dijaki v jesenskem krogu tekmovanja mest so bili Jernej BARBIČ (Gimnazija Tolmin), Tadej NOVAK (Srednja šola Rudolfa Maistra, Kamnik), Miha VUK in Martin KLANJŠEK (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Andrej VODOPIVEC (Gimnazija Celje) in Sašo ŽIVANOVIČ (Gimnazija Lava, Celje).

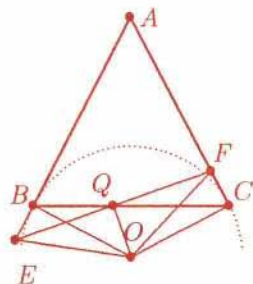
Matjaž Željko

REŠITVI IZBRANIH NALOG S 35. MATEMATIČNE OLIMPIADE – s strani 158

1. Predpostavimo najprej $\angle OQE = \frac{\pi}{2}$. Potem sta štirikotnika $OEBQ$ in $OCFQ$ tetivna. Sledi

$$\angle OEQ = \angle OBQ = \angle OCQ = \angle OFQ.$$

Torej sta pravokotna trikotnika OEQ in OFQ skladna in je zato $|QE| = |QF|$.



Za dokaz v drugo smer pa zapišimo Menelajev izrek:

$$\frac{|AC|}{|FC|} \cdot \frac{|FQ|}{|QE|} \cdot \frac{|EB|}{|BA|} = 1.$$

Upoštevamo predpostavko $|QE| = |QF|$ in enakokrakost trikotnika ($|AC| = |BA|$), pa dobimo $|EB| = |FC|$. Torej sta pravokotna trikotnika EBO in FCO skladna. Sledi $|EO| = |FO|$. Očitno je potem $OQ \perp EF$.

2. Opazimo, da sta si števili $mn - 1$ in m^3 tuji. Sledi

$$\begin{aligned} mn - 1 \mid n^3 + 1 &\iff mn - 1 \mid m^3(n^3 + 1) \iff \\ &\iff mn - 1 \mid (m^3 n^3 - 1) + m^3 + 1 \iff \\ &\iff mn - 1 \mid m^3 + 1. \end{aligned}$$

Torej je par (m, n) rešitev naloge natanko tedaj, ko jo reši (n, m) , in lahko zato predpostavimo $m \geq n$.

V primeru $m = n$ mora biti število

$$\frac{n^3 + 1}{n^2 - 1} = n + \frac{1}{n - 1}$$

celo. Dobimo edino rešitev $m = n = 2$.

V primeru $m > n$ pa obravnavamo dve možnosti: pri $n = 1$ mora biti $\frac{2}{m-1}$ celo število in zato $m = 2$ ali $m = 3$. Pri $n \geq 2$ pa opazimo $n^3 + 1 \equiv 1 \pmod{n}$ ter $mn - 1 \equiv -1 \pmod{n}$ in mora biti zato $\frac{n^3+1}{mn-1} \equiv -1 \pmod{n}$. Torej je $\frac{n^3+1}{mn-1} = kn - 1$ za neki $k \in \mathbb{N}$. Zaradi predpostavke $n < m$ lahko ocenimo

$$kn - 1 < \frac{n^3 + 1}{n^2 - 1} = n + \frac{1}{n - 1}.$$

Sledi

$$(k - 1)n < 1 + \frac{1}{n - 1}$$

in od tod $k = 1$. Iz enakosti $\frac{n^3+1}{mn-1} = n-1$ lahko izpeljemo

$$m = n + 1 + \frac{2}{n-1}.$$

Izraz $\frac{2}{n-1}$ je celo število le pri $n = 2$ ali $n = 3$ in obe rešitvi ustezata (pri obeh je $m = 5$).

Povzemimo: z upoštevanjem simetrije ima naloga natanko 9 rešitev:

(2, 2), (2, 1), (3, 1), (5, 2), (5, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 5), (3, 5).

Matjaž Željko

PRI NASTAJANJU PRESEKA POMAGAJO S PROGRAMSKO OPREMO PODJETJA: MARAND, MARMIS IN SKUPINA ATLANTIS

PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
22. letnik, šolsko leto 1994/95, številka 4, strani 193–256

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Dušica Boben (oblikovanje teksta), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Roman Drnovšek (novice), Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Martin Juvan (računalništvo), Sandi Klavžar, Boris Lavrič, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Peter Petek, Marijan Prosén (astronomija), Marjan Smerke (svetovalec za fotografijo), Miha Štalec, Jana Vrabec (nove knjige), Marija Vencelj (matematika, odgovorna urednica).

Dopisi in naročnine: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije - Podružnica Ljubljana - Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 1232-460, št. ŽR 50101-678-47233. Naročnina za šolsko leto 1994/95 je za posamezne naročnike **1100 SIT**, za skupinska naročila šol **880 SIT**, posamezna številka **220 SIT**, za tujino 21000 LIT, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, val-27621-42961/9, Ajdovščina 4, Ljubljana.

List sofinancirajo MZT, MŠŠ in MK
Ofset tisk DELO - Tiskarna, Ljubljana

Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

© 1994 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1224

**PRVA
SLOVENSKA
ASTRONOMSKA
REVIJA**

Spika



**VSAK MESEC NOVA, BARVNA ŠTEVILKA REVije ZA LJUBITELJE ASTRONOMIJE,
KI PRINAŠA NOVICE, VSE O SONCU, PLANETIH, ZEMLJI, ZVEZDAH,
GALAKSIJAH, ASTROFIZIKI, KOZMOLOGIJI, ASTRONAVTIKI,
ASTROFOTOGRAFIJI, ARHEOASTRONOMIJI...
ZA AMATERJE MESEČNO SVEŽE EFEMERIDE IN ZVEZDNA KARTA,
O TELESKOPIH, UPORABNIH PROGRAMIH...
IN ŠE OSNOVE ZA ZAČETNIKE, RAZISKOVALNI KOTIČEK, TESTI,
ZNANSTVENA FANTASTIKA, MALI OGLASI TER NAGRADNA IGRA!**

Revijo naročajte na naslov: Spika, Poštni predal 9, 61109 Ljubljana. Četrtletna naročnina (15% popusta) je 1070,00 SIT, polletna naročnina (20% popusta) je 2015,00 SIT, celoletna naročnina (25% popusta) je 3780,00 SIT.

Rešitev kažeta spodnji fotografiji.

Dušan Repovš



Sedem žebeljev ...



...lahko pa tudi več!

(foto Matjaž Vencelj)



Baterija petih Voltovih členov s kovanci za 5 tolarjev in 50 stotinov. Gonilna napetost je 2,27 V (foto Marjan Smerke).