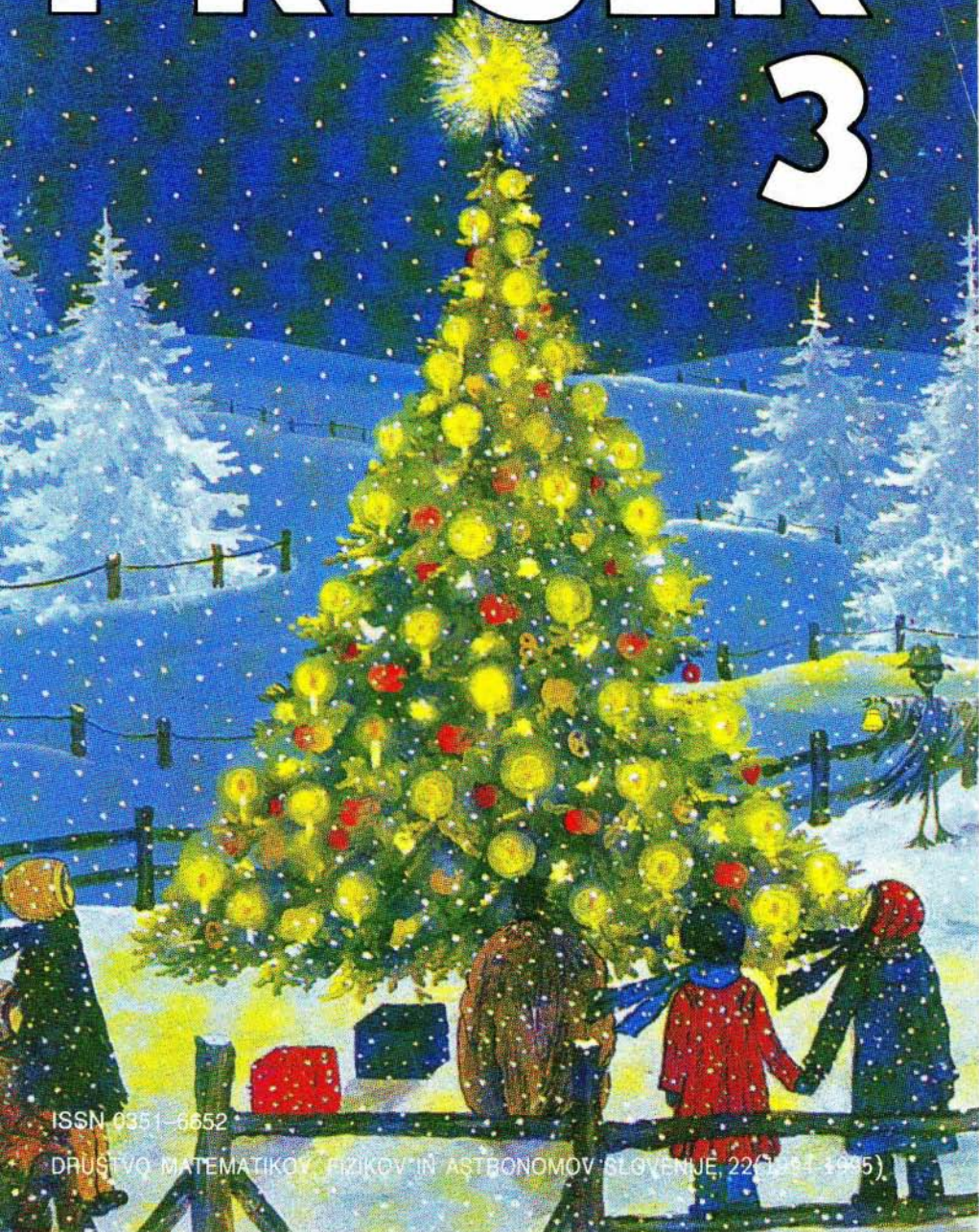


PRESEK

3



ISSN 0351-6652

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE, 22(1991-1995)

VSEBINA

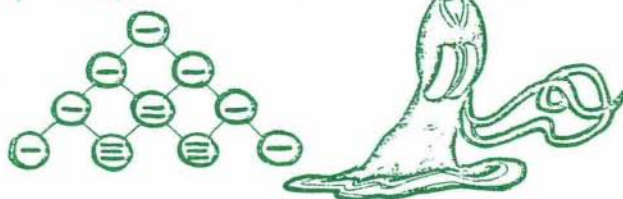
MATEMATIKA	Pascal, Fibonacci in božično drevce (Gregor Pavlič)	129-132
FIZIKA	Žejna račka (Janez Strnad)	146-152
ASTRONOMIJA	Kosci (Marian Prosén)	162-165
RAČUNALNIŠTVO	Vrste vzporednih računalnikov in računalnik CM-5 (Sandi Klavžar)	166-172
TEKMOVANJA	29. občinsko tekmovanje za srebrno Vegovo priznanje (Aleksander Potočnik)	133-135
	Naloge za ogrevanje - rešitve s str. 83 (Aleksander Potočnik)	139-141
	14. področno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce - rešitve s str. 74 (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte)	142-144
	Nekaj nalog z računalniškega tekmovanja za srednješolce v letu 1994 (Marko Grobelnik)	144-145
	Rešitve nalog s predtekmovanja iz srednješolske fizike - s str. 111 (Ciril Dominko, Jure Bajc)	153-157
	Rešitve nalog z izbirnega tekmovanja iz matematike za srednješolce - s str. 102 (Matjaž Željko)	174-178
	Naloge z državnega tekmovanja iz srednješolske fizike (Jure Bajc, Ciril Dominko, Bojan Golli)	180-184
	14. državno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte)	188-190
NOVICE	25. mednarodna fizikalna olimpiada (Ciril Dominko)	136-137
	25. mednarodna fizikalna olimpiada v Pekingu na Kitajskem - neformalno (Metka Demšar)	137-139
	Poročilo s 35. mednarodne matematične olimpiade (Matjaž Željko)	158-159
	Še o letalskem poku (Janez Strnad)	184
	1. kongres matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (Marija Vencelj)	191-192
	Fizika v Preseku (Janez Strnad)	192
NALOGE	Vsi nizi (Martin Juvan)	132
	Številska uganka za jubilej (Marija Vencelj)	133
	Novoletna (Marija Vencelj)	135
	Sedem žeblicev (Dušan Repovš)	159
RAZVEDRILO	Križanka Ob jubileju slovenskega matematika (Marko Bokalič)	160-161
REŠITVE NALOG	Premeščanje števk - s str. 125 (D.M.Milošević, prev. B. Japelj)	152
	Križanka Ob I. kongresu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije - s str. 96 (Marko Bokalič)	172
	Aritmetična števila - s str. 77 (Martin Juvan)	173
	Trgi in ulice - s str. 111 (D.M.Milošević, prev. B. Japelj)	178
	Daljnosežne posledice preproste enačbe - s str. 76 (Jurij Kovič)	179
	Trisekcija - s str. 89 (Martin Juvan)	185
	Kako hitro izteče voda? - iz P-XXI/5, str. 257 (Martin Klanjšek)	186-187
	Konstruktivska naloga - s str. 126 (Marija Vencelj)	187
	Račun z znaki - s str. 65 (Martin Juvan)	190-191
NA OVITKU	Presek vošči vesele praznike; oglejte si tudi članek na strani 129	I
	Slovenski olimpijski ekipi na 35. matematični in 25. fizikalni mednarodni olimpiadi. Glej tudi prispevke na straneh 136, 137 in 158	IV

MATEMATIKA

PASCAL, FIBONACCI IN BOŽIČNO DREVCE

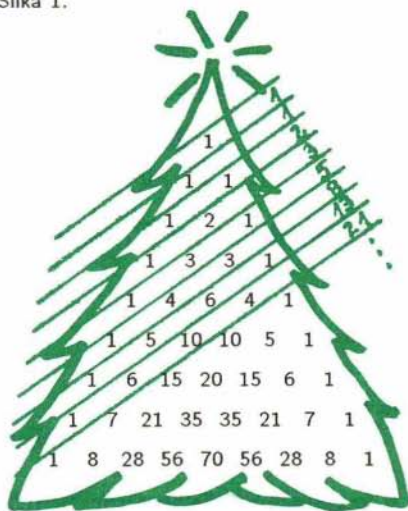
V trikotnik razporejenih števil, ki jih poznamo pod imenom Pascalov trikotnik, ni odkril slavní filozof in matematik Blaise Pascal (1623 - 1662), ampak so jih poznali kitajski matematiki že 350 let pred njim. Vprašanje pa je, ali so se zavedali, kaj vse se v trikotniku skriva (slika 1).

圖方算七法古



Slika 1.

(A) Najprej na hitro ponovimo: Na robu Pascalovega trikotnika so same enice, število, ki ni na robu, pa je vsota svojega levega in desnega sosedu v vrstici pred njim (slika 2). Vemo še, da posamezno število lahko tudi izračunamo iz njegovega položaja v trikotniku. V k -ti vrsti je na i -tem mestu število $\binom{k}{i}$; $i = 0, 1, \dots, k$. Oglejmo si še nekaj zanimivih lastnosti Pascalovega trikotnika. Vsota vseh števil v k -ti vrsti Pascalovega trikotnika je število vseh podmnožic končne množice z močjo k oziroma moč njene potenčne množice:



Slika 2.

$$\binom{k}{0} + \binom{k}{1} + \dots + \binom{k}{k} = 2^k.$$

Če pa seštejemo števila iz Pascalovega trikotnika po poševnih vrstah od vrha navzdol, kot kaže slika 2, ostanemo brez besed: Saj to je vendar Fibonaccijevo zaporedje!

Za dokaz tega osupljivega odkritja uporabimo rekurzivno definicijo Fibonaccijevega zaporedja $F(n)$, $n = 0, 1, \dots$:

$$\begin{aligned} F(0) &= F(1) = 1, \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2); \quad n = 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

in eno od lastnosti binomskih simbolov (aditivnost):

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

Z $S(n)$; $n = 0, 1, 2, \dots$ označimo vsoto števil v n -ti poševni vrsti. Res je $S(0) = S(1) = 1$. Dokažimo še rekurzivno formulo. Za sode n gre takole:

$$\begin{aligned} S(2m-1) + S(2m-2) &= \\ &= \binom{2m-1}{0} + \binom{2m-2}{1} + \dots + \binom{m}{m-1} + \binom{m-1}{m} + \\ &\quad + \binom{2m-2}{0} + \dots + \binom{m}{m-2} + \binom{m-1}{m-1} = \dots \end{aligned}$$

$\binom{2m-1}{0}$ zamenjamo z $\binom{2m}{0}$, uporabimo aditivnost binomskih simbolov in dobimo

$$\dots = \binom{2m}{0} + \binom{2m-1}{1} + \dots + \binom{m+1}{m-1} + \binom{m}{m} = S(2m).$$

Za lihe n ni dokaz nič težji.

Vsote $S(n)$ torej res tvorijo Fibonaccijevo zaporedje.

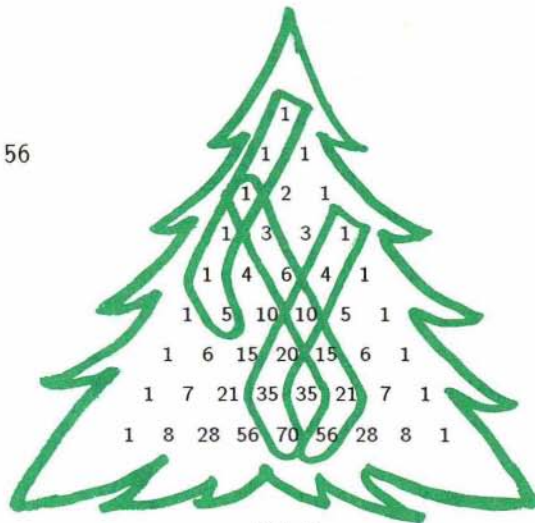
(B) V anglosaških deželah otroci Božičku ne nastavljajo peharjev ampak velike pisane nogavice. Take "nogavice" najdemo tudi na Pascalovem trikotniku (slika 3).

Nogavica je lahko dolga, kolikor hočemo, le njen zgornji del se mora začeti na robu trikotnika in stopalo mora biti dolgo dve števili, s peto vred. Potem je vsota števil v nogavici enaka številu v prstih stopala.

$$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 = 56$$

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$$

$$1 + 4 + 10 + 20 + 35 = 70$$



Slika 3.

Za dokaz trditve spet potrebujemo le lastnosti binomskih simbolov. Oglejmo si primer nogavice, ki teče od zgoraj navzdol od leve proti desni. Za drugi primer lahko napravite dokaz sami.

$$\begin{aligned}
 \binom{n}{0} + \binom{n+1}{1} + \binom{n+2}{2} + \cdots + \binom{n+k-1}{k-1} + \binom{n+k}{k} &= \\
 &= \left[\binom{n+1}{0} + \binom{n+1}{1} \right] + \cdots + \binom{n+k}{k} = \\
 &= \left[\binom{n+2}{1} + \binom{n+2}{2} \right] + \cdots + \binom{n+k}{k} = \\
 &= \binom{n+3}{3} + \cdots + \binom{n+k}{k} = \\
 &\dots\dots\dots \\
 &= \binom{n+k}{k-1} + \binom{n+k}{k} = \binom{n+k+1}{k}.
 \end{aligned}$$

(C) Za konec okrasimo božično drevice še z Davidovimi zvezdami. Zvezda mora obkrožiti eno od števil Pascalovega trikotnika, kot kaže slika 4; potem je produkt števil v krakih Davidove zvezde popolni kvadrat.

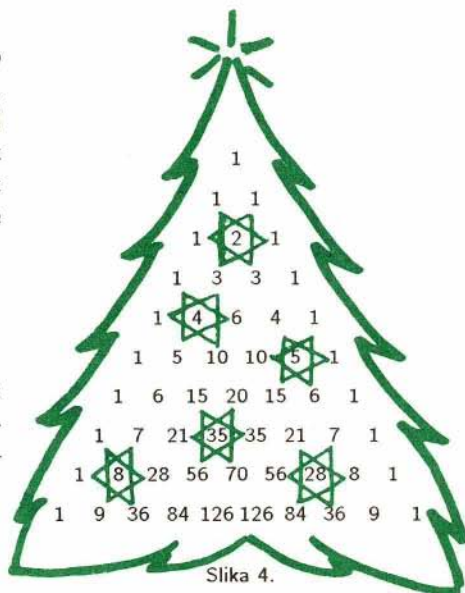
$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 3^2.$$

$$3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 6 = 30^2.$$

$$1 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1 = 60^2.$$

Tokrat bomo pri dokazovanju uporabili znano formulo za izračun vrednosti binomskega simbola:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



$$\begin{aligned} & \binom{n}{k} \cdot \binom{n}{k+1} \cdot \binom{n+1}{k} \cdot \binom{n+1}{k+2} \cdot \binom{n+2}{k+1} \cdot \binom{n+2}{k+2} = \\ &= \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!} \cdot \frac{(n+1)!}{k!(n+1-k)!} \cdot \frac{(n+1)!}{(k+2)!(n+1-k-2)!} \cdot \\ & \cdot \frac{(n+2)!}{(k+1)!(n+2-k-1)!} \cdot \frac{(n+2)!}{(k+2)!(n+2-k-2)!} = \\ &= \left[\frac{n!(n+1)!(n+2)!}{k!(k+1)!(k+2)!(n-k-1)!(n-k)!(n-k+1)!} \right]^2. \end{aligned}$$

Dokazano!

Gregor Pavlič

VSI NIZI

Sprogramiraj podprogram, ki kot parameter dobi naravno število n in izpiše vse nize dolžine n , ki so sestavljeni le iz znakov a in b , vsakega natanko enkrat. Kako pa bi rešil nalogo, če bi moral izpisati le tiste nize, ki ne vsebujejo strnjene podniza abb ?

Martin Juvan

ŠTEVILSKA UGANKA ZA JUBILEJ

V novembru je praznoval okrogli jubilej s praštevilsko prvo števką prof. dr. Jože Grasselli, zvest pisec v našo revijo. Presekovci mu iskreno voščimo za praznik, vam pa zastavljamo naslednjo številsko uganko.

V besedi

GRASSELLI,

priimku našega jubilanta, nadomestite različne črke z različnimi desetiški števkami (in enake z enakimi), $G \neq 0$, $I \neq 0$, tako da bo dobljeno devetmestno število, potem ko bomo nanj uporabili spodaj navedeno navodilo, dalo rezultat 1099989000.

Navodilo:

- Zapiši število.
- Prezrcali števkę števila glede na sredino zapisa.
- Manjše od števil iz a) in b) odštej od večjega.
- V razliki iz c) prezrcali števkę glede na sredino zapisa.
- Seštej števili iz c) in č). To je rezultat.

Marija Vencelj

29. OBČINSKO TEKMOVANJE ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

20. aprila 1994 se je 1706 šestošolcev, 1683 sedmošolcev in 1678 osmošolcev na občinskem tekmovanju potegovalo za srebrno Vegovo priznanje. Osvojilo ga je 579 učencev 6. razreda, 547 učencev 7. razreda in 563 učencev 8. razreda. Naloge, ki jih je izbrala državna tekmovalna komisija, so bile:

6. razred

- Izračunaj vrednost izraza: $1759 + (1,75 + (6\frac{3}{7} - \frac{1}{7} \cdot 20) \cdot 2,8) \cdot 20 =$
- Na matematičnem tekmovanju tretjina učencev ni pravilno rešila ene naloge, četrtna dveh, šestina treh, osmina učencev pa je vse štiri naloge napačno rešila.
 - Koliko učencev je bilo na tekmovanju, če jih ni tekmovalo več kot 30?
 - Koliko učencev je pravilno rešilo vse naloge?

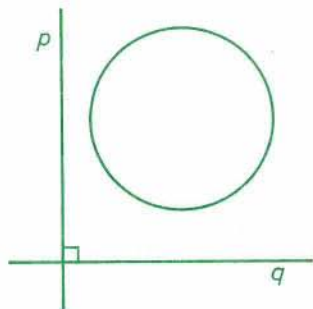
TEKMOVANJA

3. Na neki osnovni šoli je 93 šestošolcev. Na vprašanje, koliko je vseh učencev, je ravnatelj takole odgovoril: „Število šestošolcev predstavlja tri petine od četrtnine vseh učencev na naši šoli.”

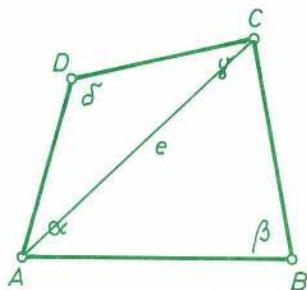
a) Koliko učencev obiskuje to osnovno šolo?

b) Koliko odstotkov vseh učencev predstavlja jo šestošolci?

4. Krogu, ki ima 2,5 cm dolg polmer, očrtaj kvadrat tako, da bodo stranice kvadrata vzporedne s premicama p in q ($p \perp q$). Opiši postopek načrtovanja. (Sliko preriši, upoštevaj podatke.)



5. V štirikotniku $ABCD$ merita kota $\alpha = \sphericalangle BAD = 56^\circ 20'$ in $\beta = \sphericalangle ABC = 47^\circ 53'$. Trikotnik $\triangle ACD$ je enakokrak ($\overline{AD} = \overline{DC}$), diagonala $e = \overline{AC}$ je simetrala notranjega kota α . Izračunaj koto $\gamma = \sphericalangle BCD$ in $\delta = \sphericalangle CDA$.



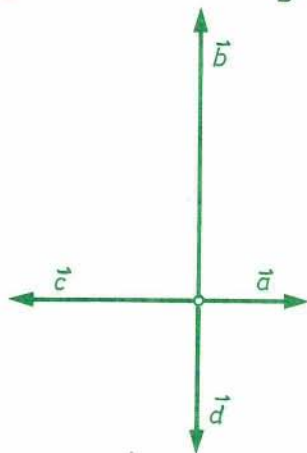
7. razred

1. Poišči x , če je $10^x = \frac{5,5 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^3 + \frac{1}{2} \cdot (-10)^4}$.

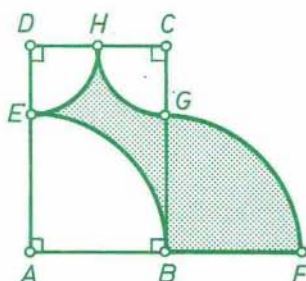
2. Izračunaj vrednost izraza $\frac{b^2}{a^3} - \frac{b}{a^2} + \sqrt{\frac{b}{a}}$, če je a največje celo negativno dvomestno število, b pa najmanjše celo število med -30,3 in -40,4.

3. Dani so vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$. Nariši vektor $\vec{x}$, tako da velja $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{x} = \vec{c} + \vec{d}$. (Sliko preriši primerno povečano!)

4. Stranice trikotnika $\triangle ABC$ merijo: $\overline{AB} = 15$ cm, $\overline{BC} = 18$ cm, $\overline{AC} = 21$ cm. Daljica CD je višina na stranico AB , točka M pa središče stranice AC . Kolika je dolžina daljice DM ?

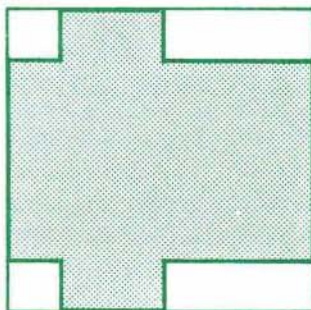


5. Izračunaj obseg in ploščino osenčenega lika, ki ga vidiš na sliki. Dolžina stranice CD je 8 cm, točka H je središče stranice CD .



8. razred

1. Dano štirimestno število ima na mestu enic številko 8. Če enice odvzameš in jih pripišeš številu spredaj, dobiš število, ki je za 61 večje od dvakratnika danega štirimestnega števila. Poišči dano štirimestno število.
2. Oče in mati sta skupaj stara 82 let, njuni otroci pa 16, 14 in 9 let. Čez koliko let bo starost vseh treh otrok skupaj 66 % vsote očetovih in materinih let? Koliko bosta oče in mati takrat stara, če je oče 4 leta starejši od matere?
3. Izračunaj ploščino trikotnika, ki ga oklepata grafa premic $y = -3x + 6$ in $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ter ordinatna os.
4. V pravokotnem trikotniku višina na hipotenuzo razdeli pravi kot v razmerju 1 : 2, hipotenuzo pa na dva dela. Krajši del je dolg 3 cm. Izračunaj obseg tega pravokotnega trikotnika.
5. Mrežo kvadra smo izdelali iz kvadrata s ploščino 144 cm^2 , tako da smo odrezali dva kvadrata s stranico 2 cm in dva pravokotnika, vsakega s ploščino 12 cm^2 . Izračunaj prostornino kvadra.



Aleksander Potočnik

NOVOLETNA

Koliko je bilo doslej v našem štetju letnic, ki so tuje z letnico prihodnjega leta, to je številom 1995?

Marija Vencelj

25. MEDNARODNA FIZIKALNA OLIMPIADA

Letošnja jubilejna Mednarodna fizikalna olimpiada IPhO (International Physics Olympiad) je bila od 11. do 19. julija v Pekingu, v Ljudski republiki Kitajski.

Tekmovanja se je udeležilo 229 tekmovalcev iz 47 držav. Tako kot narekujejo pravila tekmovanja, je slovensko ekipo sestavljalo pet tekmovalcev in dva spremljevalca. Za Slovenijo so tekmovali: Arpad Bűrmen (Gimnazija Murska Sobota), Matjaž Vencelj in Jure Vrhovnik (Gimnazija Bežigrad, Ljubljana), Primož Kušar (Srednješolski center Ptuj) in Metka Demšar (Gimnazija Šentvid, Ljubljana). Spremljevalca in hkrati člana mednarodne komisije sta bila Jure Bajc (FNT, Oddelek za fiziko) in Ciril Dominko (Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije). Slovenski ekipi sta udeležbo finančno omogočili Ministrstvo za šolstvo in šport in Ministrstvo za znanost in tehnologijo.

Tekmovanje na fizikalni olimpiadi je sestavljeno iz dveh delov: teoretičnega, kjer je možno doseči največ 30 točk, in eksperimentalnega, kjer je možno doseči 20 točk. V teoretičnem delu rešujejo tekmovalci tri teoretične naloge, za kar imajo pet ur časa. V eksperimentalnem delu izvedejo dva eksperimenta in za vsakega napišejo poročilo, ki se potem ocenjuje. Za vsak eksperiment imajo na razpolago dve uri in pol.

Organizatorji letošnje olimpiade so se odločili, da bodo poleg uradnih nagrad, za katere šteje skupni rezultat, podelili tudi neuradne, in sicer posebej za teoretični del tekmovanja in posebej za eksperimentalni del. Tako je v naši ekipi dobil bronasto medaljo za teoretični del Arpad Bűrmen, ki je v tem delu dosegel 17,1 točke. Bil je tudi eden izmed šestih tekmovalcev, ki so dobili maksimalno število točk pri prvi teoretični nalogi.¹ Največ točk je v tem delu dosegel kitajski tekmovalec Liang Yang (29,1 točke).

Prav tako je bronasto medaljo dobil Matjaž Vencelj v eksperimentalnem delu tekmovanja. Dosegel je 11 točk. Največ točk je tudi v tem delu tekmovanja dosegel domačin Jingxiang Rao (16,9).

Pohvalo za skupni rezultat je dobil Arpad Bűrmen, ki je dosegel 57 % točk od povprečja treh najboljših tekmovalcev. Ta pohvala nas kot ekipo na neuradni razvrstitvi držav udeleženk uvršča na 23. mesto med 47 ekipami. Veliko ekip torej ni dobilo nobenega uradnega priznanja.

Naslednja, XXVI. mednarodna fizikalna olimpiada, bo od 5.-12. julija 1995 v glavnem mestu Avstralije Canberri. To bo prva olimpiada na južni polobli.

Ciril Dominko

¹ Naloge z olimpiade bodo objavljene v eni od naslednjih številčk Preseka.

25. MEDNARODNA FIZIKALNA OLIMPIADA V PEKINGU NA KITAJSKEM - neformalno

Vse se je začelo nekega lepega jutra v juliju, ko smo privlekli svoje težke 'kufre' na brniško letališče, se še zadnjič vrgli staršem v objem in nazadnje zasedli svoje sedeže v letalu proti Frankfurtu. Po tem, ko so naši želodci nekako preživel premetavanje ob pristanku letala, smo pet ur presedeli na letališču v Frankfurtu. Naslednjih deset ur pa smo se brez uspeha trudili, da bi zaspali na Lufthansinem letalu (spremljal nas je namreč polarni dan). Nismo se še dobro poznali, še manj pa smo se zavedali, da gremo na Kitajsko...

Takoj, ko smo v Pekingu stopili iz letala, nam je za dobrodošlico v obraze puhnil vroč zrak, prenasičen z vodno paro. Kmalu nam je bilo jasno, da bomo nadaljnih 14 dni vsaj iz dveh razlogov bolj mokri kot suhi. Že takoj na letališču smo namreč padli tudi v gosto množico; znašli smo se sredi neznanih ljudi, drugačnih od nas in drugačnega jezika, ki jih je bilo toliko - kot Kitajcev. K sreči nam je eden izmed njih pomahal z oznako IPhO in nas popeljal skozi VIP izhod. Tam so nas že čakali avtobusi, sicer že bolj v razpadlem stanju, vendar najboljši daleč naokoli. Odpeljali so nas v predmestje Pekinga do našega hotela (katerega pritličje so še gradili!). Ni minilo dolgo in že smo dobili svoje sobice, takoj zatem pa še kitajsko vodičko, našo drago Dragano, študentko srbščine. Tako smo se na Kitajskem s Kitajko Wu Xu Xin - Dragano sporazumevali v polomljeni srbščini! Pa smo se kljub temu dobro razumeli!

Doživeli smo tudi svoje prvo kitajsko kosilo in že takoj na začetku smo prisegli na palčke. Najprej smo sicer z muko pripravili vsak košček hrane posebej, da je prepotoval pot od krožnika do ust, ne da bi se nekoč zaporedoma vrnil nazaj na krožnik. Po nekaj dneh pa smo bili že pravi mojstri za uporablanje palčk. Pa tudi to nam ni pomagalo, da ne bi ostajali kdaj pa kdaj bolj lačni kot siti. Sicer je res, da smo za zajtrk, kosilo in večerjo lahko izbirali med najrazličnejšimi jedmi iz mesa ali zelenjave. Vendar, ko poskusiš cmok, nadevan s posladkano zelenjavo, ali pa poduhaš že na pogled sumljivo črno juho, se tvoj evropejski želodček odloči, da bo raje ostal prazen.

Včasih smo zato segli le po porciji riža in kozarčku keikoukeile (coca-cola po kitajsko).

Naslednjega dne se je olimpiada z otvoritvijo na Pekinški univerzi uradno začela. Tistega dne smo navezali prve stike s tekmovalci iz drugih dežel sveta. Najprej smo spoznali Argentince, ki so bili vedno tako veseli, da jih sploh nisi mogel zgrešiti. Z njimi smo igrali 'truco' (igra s kartami, katere pravil si tudi po dveh urah nismo mogli zapomniti), s Švedi smo prepevali pesmice, s Taiwanci smo zamenjavali kovance, Američani so nas snemali s kamero, najbolj pa smo se 'štekali' s Surinamci, ki so pravtako prišli iz zelo majhne države, le da iz Južne Amerike.

Vse pa nas je naslednjega dne čakal teoretični del tekmovanja. Pet ur smo imeli na razpolago, da smo reševali naloge, pili vodo in jedli Maria piškote. Pa to še ni bilo vse. Čez dva dni smo zopet napeli možgane, zbrali vse fizikalne formule in ideje ter ugotavljali, kaj je v 'črni škatli' in kaj vse zmorejo laserji.

Ko je bilo konec obeh delov tekmovanja in ko se ni dalo nič več popraviti ali spremeniti, je napetost popustila. Šele tedaj smo začeli doživljati Kitajsko. Sprehajali smo se po veličastnem Prepovedanem mestu, kjer so nekoč prebivali le cesarji. Hladili smo se v senci spomenika na sredi trga Tianan Men. Z ladjico smo pluli po prostranem jezeru Poletne palače. Vozili smo se v razpadajočih rumenih taksijih in se s težavo prebijali skozi invazijo koles na kolesarskih stezah (oziroma že skoraj cestah). Pozirali smo pred kitajskimi fotoaparati. Trudili smo se brati kitajske napise, pa nam ni preveč uspevalo. Počez smo prehodili Kitajski zid. Kupili smo si kitajske klobuke, zvončkljali s kitajskimi kroglicami in se pahljali s kitajskimi pahljačami. Tudi govorili smo že skoraj po kitajsko!

Preveč hitro je prišel čas zaključne prireditve. Podeljene so bile nagrade in pohvale (ki so prinesle veselje tudi v našo ekipo), odzveneli so svečani govori, olimpiada se je končala. Niso pa se končala nova prijateljstva. Še dolgo v noč smo skupaj bedeli mi, ki smo bili le en teden skupaj, ki smo si bili zelo različni in vendarle podobni in ki smo odhajali nazaj domov, na različne konce sveta.

Na srečo pa smo nekateri še en teden ostali skupaj na potovanju po Kitajski. Iz Pekinga smo z letalom odrčali proti osrednjemu delu Kitajske v mesto Xian. Povzpeli smo se na mogočno mestno obzidje in tudi na vrh budistične pagode. Zašli smo tudi v najbolj revne predele mesta, kjer so ljudje živeli v lesenih lopah, polnih polomljenih vrat, stolov, nikjer pa ni manjkal televizor. Le do cesarske grobnice nismo mogli, ker nam je pot

zastavila vojska ogromnih glinenih vojščakov. Iz Xiana nas je tupoljev ponesel proti jugu Kitajske v Guilin. Z ladjo smo se peljali po Li jiang reki, ki teče po pravljичni pokrajini med hribi najrazličnejših oblik. Skrivnostne meglice so se dvigale nad riževimi polji in bambusom, ki je poraščal bregove reke. Nazadnje smo se ustavili še v precej bolj modernem Guangzhou, kjer ni manjkalo visokih stolpníc, nočnih lokalov in dobrih slaščic. Z vlakom smo se pripeljali do Hongkonga. Imeli pa smo le toliko časa, da smo s terase na letališču opazovali z lučkami razsvetljeno mesto in letala, ki so pristajala na ozki pisti med stolpnícami tik pred našimi nosovi. Kmalu je tudi naše letalo zletelo nad oblake...

Domov smo se vrnili polni vtisov in odkritih skrivnosti iz tistega tako drugačnega sveta, daleč nekje za obzorjem...

Metka Demšar

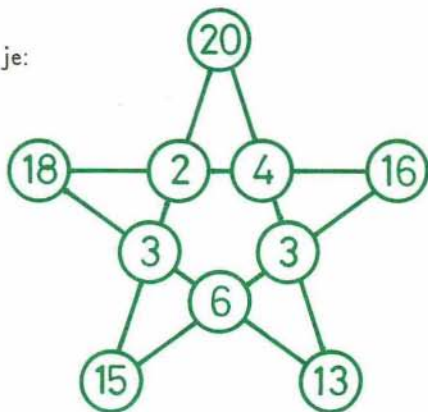
Zahvaljujemo se naslednjim ustanovam in podjetjem, ki so nam priskočili na pomoč, da smo se lahko udeležili potovanja po Kitajski po zaključku olimpiade: Inštitut Jožef Stefan, Petrol, Energoplan, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo - PTI, Podjetje za urejanje hudournikov, Best d.d., Lekarna Kamnik, Talum Kidričevo in Občina Ptuj.

Zahvaljujemo se tudi Uradu za informiranje RS, ki je prispeval simpatična darila za izmenjavo z drugimi udeleženci olimpiade.

NALOGE ZA OGREVANJE - Rešitve s str. 83

5. razred

1. Rešitev je veliko, ena od njih pa je:



TEKMOVANJA

2.

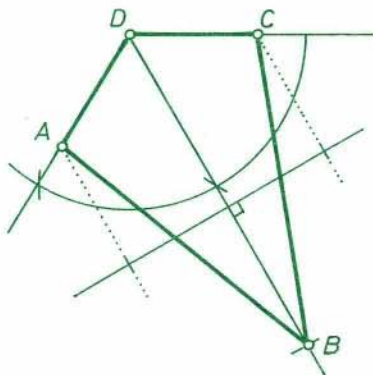
RAZRED	IME LA NA ZAČ.	PRODALA	OSTALO
1.	50	24	26
2.	26	12	14
3.	14	5	8
4.	8	3	5

Na začetku je imela 50 vstopnic.

3. Vrednost izraza je 524.
4. Narišemo krožnico s središčem v točki V in polmerom 3 cm. Presečišča krožnice s premicama določajo množico rešitev $R = \{T_1, T_2, T_3, T_4\}$.
5. Enačba $(288 : 6) - x = 5 \cdot 6 + 28 : 2$ ima rešitev $x = 4$.

6. razred

1. a) $x = 7$
b) $x = 12$
2. Načrtamo kot $\delta = 120^\circ$ in nato simetralo kota δ . Na simetrali odmerimo diagonalo $f = 8$ cm in dobimo oglišči B in D . Kjer koli na diagonalni f načrtamo pravokotnico in odmerimo 2,5 cm (polovico diagonale e) na vsaki strani presečišča. Skozi točki, ki smo ju tako določili na pravokotnici, načrtamo vzporednici diagonalni f . V presečiščih vzporednic in krakov kota δ dobimo še oglišči A in C .
3. $v(4, 8, 10) = 40$. Čez 39 dni (40. dan), to bo 16. maja.
4. Zaradi $62,5\% < \frac{7}{9} < 0,8$ dobimo enačbo $\frac{2}{10} \cdot x = 36$, ki ima rešitev $x = 180$. Cesta je dolga 180 km.
5. Enačba $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + x \cdot 3 = 582$ ima rešitev $x = 131$, zato je $131 + 90 + 9 = 230$. Knjiga ima 230 strani.



7. razred

1. a) Vrednost izraza je $5\frac{5}{16}$.
b) Vrednost izraza je $1\frac{1}{2}$.
2. $((1000 : 100) \cdot 8 \cdot 68) : 4 = 1360$. Stroški potovanja na osebo so 1360 SIT.

3. 14 kač poje v 14 minutah 56 podgan.
 4. a) $l = \frac{1}{4}2\pi a = \pi \doteq 3,14$
 b) $p = a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2 = 4 - \pi \doteq 0,86$
 c) $\frac{0,86}{4} = 21,5\%$

8. razred

1. a) Zaradi $n_1 = n_2$, je $-\frac{a+5}{3} = 2$ in $a = -11$.
 b) Veljati mora $k_1 = k_2$ in $n_1 = n_2$, zato $2 = \frac{1}{b} - 3$, od tod pa dobimo še $b = \frac{1}{5}$.

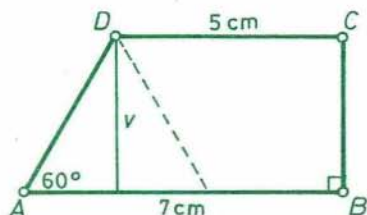
$$2. \frac{a(a+1)}{a^2+2a+1} - \frac{a^2-2a+1}{a^2-1} + \frac{2a^2-12a+18}{a^2-6a+9} = \frac{a}{a+1} - \frac{a-1}{a+1} + \frac{2(a-3)^2}{(a-3)^2} = \frac{a-a+1}{a+1} + 2 = \frac{1}{a+1} + 2 = \frac{2a+3}{a+1}$$

3. Iz besedila naloge dobimo enačbo

$$x \cdot 8 + (1300 - x) \cdot 5 = 8900,$$

ki ima rešitev $x = 800$. Prodali so 800 dražjih vstopnic.

4.



Zaradi $p = \frac{(a+c)v}{2}$ dobimo $v = \frac{2p}{a+c} = 2\sqrt{3}$. Ker je $v = \frac{d\sqrt{3}}{2}$, je $d = \frac{2v}{\sqrt{3}} = 4$. Sledi

$$o = a + v + c + d = 7 + 2\sqrt{3} + 5 + 4 = 2(8 + \sqrt{3}).$$

5. $P = 2(ab + ac + bc)$, zato je $384 = 2(12t^2 + 36t^2 + 48t^2) = 192t^2$, od tod pa $t = \sqrt{\frac{384}{192}} = \sqrt{2}$. Robovi so tedaj $a = 3\sqrt{2}$, $b = 4\sqrt{2}$ in $c = 12\sqrt{2}$. $D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{338} = 13\sqrt{2}$.

Aleksander Potočnik

14. PODROČNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE – Rešitve s str. 74

7. razred

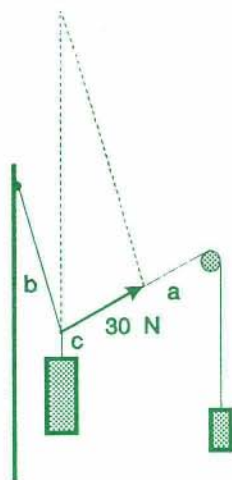
1. S črnilom ene bombice lahko potegnemo črto z dolžino $c = V/ab = 0,95 \text{ cm}^3 / 0,04 \text{ cm} \cdot 0,003 \text{ cm} = 7900 \text{ cm}$. S trikotnikom izmerimo dolžino črt v napisu FIZIKA: $x = 65 \text{ mm}$. Število napisov je torej $N = 7900 \text{ cm} / 6,5 \text{ cm} = 1200$. Zaradi nenatančnosti pri merjenju napisa so možna odstopanja ± 200 napisov.

2. Vozel nad večjo utežjo miruje. Torej je vsota sil vseh treh vrvic enaka nič. Sila v vrvi a je enaka teži desne uteži, torej $F_a = 30 \text{ N}$, kar narišemo npr. s 30 mm dolgo puščico. Vsota sil F_b in F_c je nasprotno enaka sili F_a in ima navpično smer. Ko načrtamo trikotnik (na sliki črtkano), lahko izmerimo dolžino navpične puščice $d = 105 \text{ mm}$. Sila F_c je torej 105 N, masa leve uteži pa 10,5 kg.

3. a) Ko se bat premakne, je tlak, ki ga povzroča vodni stolpec v ožji posodi, enak tlaku zaradi teže bata $mg/S_1 = \Delta gh_2$, od koder sledi $h_2 = m/\Delta S_1 = 40 \text{ cm}$. Skupna višina vode v ožji posodi je zaradi začetne višine bata še za 2 cm večja $h_0 = 42 \text{ cm}$ in prostornina vode je $42 \text{ cm} \cdot 2,5 \text{ cm}^2 = 105 \text{ cm}^3$. V širši posodi je prostornina vode $2 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^3$. V obe posodi je skupaj nateklo 125 cm^3 vode. S sklepnim računom izračunamo čas $t = 100 \text{ s}$.

b) Iz širše posode začne iztekati voda, ko je bat na vrhu, pri čemer se je gladina vode v obeh posodah dvignila za 10 cm. Največja višina vode v ožji posodi je torej 52 cm.

4. Višina kapljev in v obeh menzurah je enaka $h = V/S_m = 16 \text{ cm}$. Pri plavanju izpodrine slamice s skupno maso $8,0 \text{ g}$, $8,0 \text{ cm}^3$ vode oziroma $10,0 \text{ cm}^3$ olja. V prvem primeru je dolžina potopljenega dela $8,0 \text{ cm}^3 / 0,5 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}$. Ker je celotna dolžina 22 cm, je dolžina nepotopljenega dela 6,0 cm. V menzuri z oljem bi bila dolžina potopljenega dela $10,0 \text{ cm}^3 / 0,5 \text{ cm}^2 = 20,0 \text{ cm}$, ker pa je začetna višina olja le 16 cm, slamica nasede na dno. Gladina olja se zaradi potopljenega dela slamice $16 \text{ cm} \cdot 0,5 \text{ cm}^2 = 8,0 \text{ cm}^3$ dvigne za $8,0 \text{ cm}^3 / (3,0 \text{ cm}^2 - 0,5 \text{ cm}^2) = 3,2 \text{ cm}$. Dolžina potopljenega dela je torej $16 \text{ cm} + 3,2 \text{ cm}$, iz olja pa gleda 2,8 cm slamice.



5. V učbeniku preberemo, da se jeklena palica pri temperaturni razliki 1 K raztegne za 0,012 mm, aluminijasta pa 0,023 mm. Pri temperaturni razliki 100 K sta raztezka 1,2 mm in 2,3 mm. Nova prostornina je torej $V_2 = 1,00232 \text{ m}^2 \cdot 1,0012 \text{ m} = 1,0058 \text{ m}^3$. Ker je bila začetna prostornina $V_1 = 1,000 \text{ m}^3$, je sprememba prostornine $\Delta V = 5,8 \text{ dm}^3$.

8. razred

1. Kroglica kroži s hitrostjo $v = 2\pi r/t_0 = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \text{ m}/3 \text{ s} = 0,42 \text{ m/s}$.

a) Ko je kroglica v legi A, potuje senca z enako hitrostjo kot kroglica, torej je hitrost 0,42 m/s.

b) Ko je kroglica v legi B, se giblje ravno pravokotno na zaslon in hitrost sence na zaslonu je enaka nič.

2. a) V diagramu $v = v(t)$ je opravljena pot enaka ploščini pod črto, ki kaže, kako se hitrost spreminja s časom. Razlika poti dveh teles za isti časovni interval je enaka ploščini lika, ki ga določata zgornja in spodnja črta. V mislih razdelimo lik na dva enaka trikotnika. Pot, ki ustreza ploščini zgornjega, je $s_1 = 12 \text{ s} \cdot (7 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s})/2 = 18 \text{ m}$. Na koncu je razdalja med telesoma 36 m. Nalogo lahko rešimo tudi tako, da iz povprečnih hitosti na posameznih časovnih intervalih računamo posamezne poti.

b) Voznik v avtomobilu B izmeri relativno hitrost $v = v_A - v_B$. Iz diagrama ob danih časih odčitamo: $v_1 = 4 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s} = 0$, $v_2 = 7 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$ in $v_3 = 4 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s} = 0$.

3. a) Na začetku delujeta na voziček vlečna sila vrvice, ki je enaka teži uteži $F_v = 0,3 \text{ N}$, in sila trenja, ki je enaka $0,02 \cdot 10 \text{ N} = 0,2 \text{ N}$. Pospešek je $a_1 = (0,3 \text{ N} - 0,2 \text{ N})/1 \text{ kg} = 0,1 \text{ m/s}^2$.

b) Ko je voziček samo še 10 cm od škripca, je utež že nasledla na tla in edina sila je sila trenja. Pospešek je enak $a_2 = F_{tr}/m = -0,2 \text{ N}/1 \text{ kg} = -0,2 \text{ m/s}^2$.

c) Prvih 70 cm je gibanje vozička enakomerno pospešeno in za to pot potrebuje voziček čas $t = \sqrt{2s_1/a_1} = 3,7 \text{ s}$. Po 70 cm gibanja ima voziček hitrost $v_1 = a_1 \cdot t_1 = 0,1 \text{ m/s}^2 \cdot 3,7 \text{ s} = 0,37 \text{ m/s}$. Nato se giblje pojemalno $4,4 \text{ s} - 3,7 \text{ s} = 0,7 \text{ s}$. V 0,7 s se mu hitrost zmanjša za $\Delta v = a_2 \cdot t_2 = 0,2 \text{ m/s}^2 \cdot 0,7 \text{ s} = 0,14 \text{ m/s}$, torej se zaleti v škripec s hitrostjo $0,37 \text{ m/s} - 0,14 \text{ m/s} = 0,23 \text{ m/s}$.

4. Smučarka ima v točki A hitrost $100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$, po 0,50 s pa se ji hitrost poveča na $105 \text{ km/h} = 29,2 \text{ m/s}$.

a) $\Delta W_k = mv_2^2/2 - mv_1^2/2 = 2800 \text{ J}$.

b) Potencialna energija se je smučarki zmanjšala za $F_g \cdot h = 700 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} = 4200 \text{ J}$. 2800 J se je porabilo za povečanje kinetične energije, torej je 1400 J oddala kot delo pri premagovanju sile upora zraka. Sila upora je $F_u = A/s = 1400 \text{ J}/15 \text{ m} \approx 90 \text{ N}$.

5. a) Ampermeter A2 bi vezali npr. zaporedno k uporniku R1 (lahko tudi k uporniku R2).

b) A1 bi nam kazal tok I_6 , ampermeter A2 pa tok I_1 . Ostale tokove bi izračunali: $I_2 = I_6 - I_1$, $I_3 = I_4 = I_5 = I_6/3$.

Zlatko Bradač, Mirko Cvahte

NEKAJ NALOG Z RAČUNALNIŠKEGA TEKMOVANJA ZA SREDNJEŠOLCE V LETU 1994

Predstavili bomo nekaj nalog z letošnjega računalniškega tekmovanja za srednješolce, ki je potekalo v maju na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo. Shema tekmovanja je bila podobna kot vsa zadnja leta: tekmovalci so razdeljeni v tri težavnostne skupine, prva je najlažja in tretja najtežja. V vsaki skupini je potrebno rešiti 4 naloge, ki so razdeljene približno na naslednje štiri tipe nalog: "Razloži, kako deluje!", "Napiši (pod)program!", "Opiši postopek!" in "Reši problem ob upoštevanju realnega časa!". Tokrat bomo iz vsake skupine predstavili po eno nalogo.

Skupina 1; naloga 4.

Sestavi funkcijski podprogram `PodNiz(t,s)`, ki vrne vrednost *resnično* (`true`) natanko takrat, ko lahko dobimo besedo `t` iz besede `s` tako, da v besedi `s` prečrtamo nekaj znakov. Predpostaviš lahko, da se beseda v tabeli konča s presledkom. Primera:

klic `PodNiz('banana ', 'ljubljančanka ')` vrne vrednost `true`,
klic `PodNiz('pero ', 'koper ')` pa vrne vrednost `false`.

Pri reševanju uporabljaj naslednji deklaraciji:

```
const MaksDNiza=...;           { največja dolžina besede }
type NizT=array[1..MaksDNiza] of char;      { beseda }
```

Skupina 2; naloga 4.

Napiši program ali natančno opiši algoritem, ki pobarva grafični zaslon s črnimi pikami v naključnem vrstnem redu. Na voljo imaš naslednje parametre in pomožne podprograme:

- Velikost zaslona je $XMAX \times YMAX$ pik, pri čemer ima leva zgornja točka koordinati (0,0).
- Podprogram Pobarvaj(x, y) pobarva točko s koordinatama (x, y) s črno barvo.
- Logična funkcija Pobarvana(x, y) vrne vrednost true, če je točka (x, y) že pobarvana s črno barvo, sicer pa vrne vrednost false.
- Funkcija Random(n) vrne naključno celo število med 0 in $n - 1$.

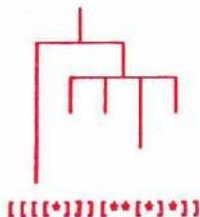
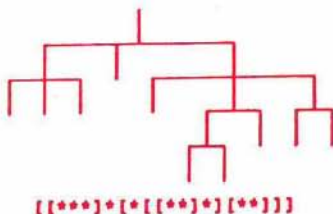
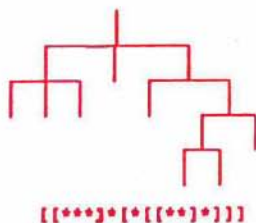
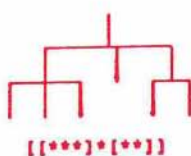
Program mora vsako točko pobarvati natanko enkrat. Privzeti smeš, da na začetku na zaslonu ni črnih točk. Točke mora barvati enakomerno in naključno. Program naj bo hiter in naj ne porabi veliko dodatnega pomnilnika. Upoštevaj, da je tipična velikost zaslona 1280×1024 .

Skupina 3; naloga 4.

Sestavi podprogram, ki nariše drevo danega oklepajnega izraza tako, kot je prikazano v primerih. Oklepajni izraz je zapisan v globalni spremenljivki Izraz, ki je tipa

`NizT = array[1..MaksDNiza] of char;`

pri čemer je MaksDNiza primerna konstanta. Predpostaviš lahko, da so vhodni podatki pravilni in da se že nahajaš v grafičnem načinu. Za risanje imaš na voljo podprogram Crta(x1,y1,x2,y2: real), ki nariše črto od točke (x1, y1) do točke (x2, y2). Primeri:



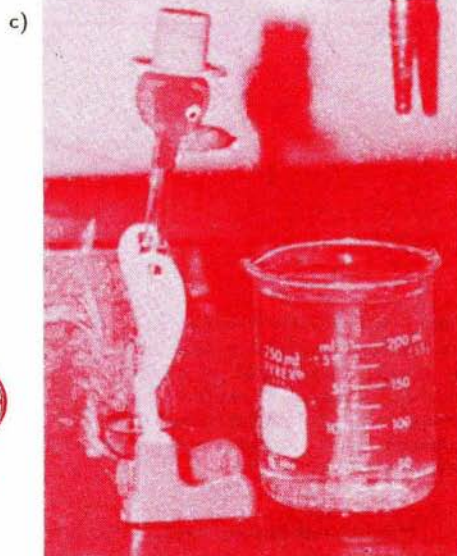
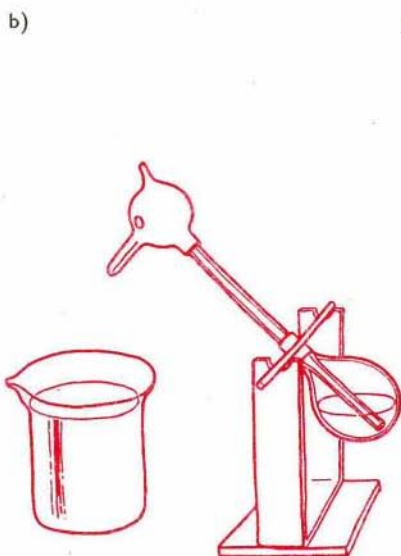
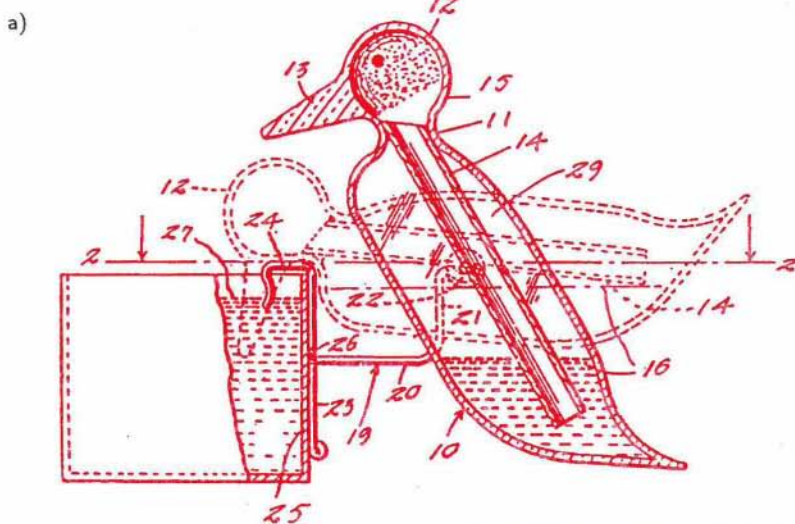
Marko Grobelnik

Prispevki iz toplote so na splošno zahtevnejši kot prispevki iz mehanike. V mehaniki lahko pogosto neposredno opazujemo gibajoče se telo in gibanje majhnega telesa opišemo tako, da povemo, kako se s časom spreminjajo njegove koordinate. V toploti so razmere bolj nepregledne in jih pogosto ne moremo tako neposredno opazovati. Poleg tega so v njej količine odvisne od več spremenljivk. Tako je na primer tlak v posodi s plinom odvisen od prostornine in od temperature. Na drugi strani je toplota ali termodinamika zelo splošna veja fizike. Albert Einstein je v *Avtobiografskem* o njej zapisal: "Teorija naredi tem močnejši vtis, čim preprostejše so njene osnovne trditve, čim bolj raznovrstne stvari povezuje in čim širše je območje njene uporabe. Od tod globok vtis, ki ga je name naredila termodinamika. To je edina fizikalna teorija s splošno vsebino, o kateri sem prepričan, da je v okviru, v katerem lahko uporabimo njene osnovne pojme, nikoli ne bodo ovrgli."

V času zadreg z energijo je posebno pomembno poglavje o toplotnih strojih. Presek je pred časom v nanizanki opisal nekatere velike toplotne stroje, na primer parno turbino. Zdaj pa se bo lotil mnogo manjšega toplotnega stroja, *žejne račke*. Te igračke ne moremo izkoristiti za pridobivanje moči, lahko pa jo izkoristimo za razmišljanje o toplotnih strojih. Bralci Preseka jo prav gotovo poznajo, saj jo omenja učbenik fizike za sedmi razred.

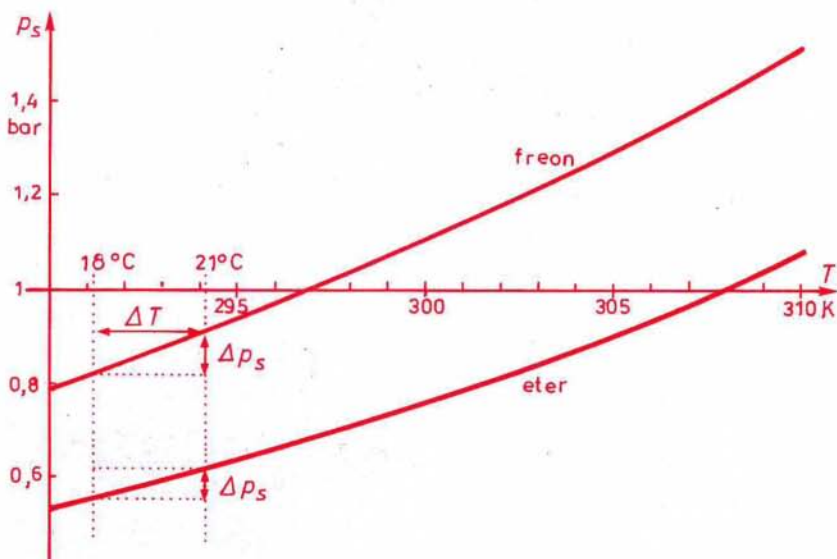
Drobni napravi v obliki ptiča pomočimo prvič kljun v vodo, nato pa sama sebi prepuščena ponavlja to gibanje. Kaže, da si je račko prvi zamislil M.V.Sullivan, ki jo je v ZDA patentiral leta 1946 (slika 1). Račka ne more biti *perpetuum mobile*, saj vemo, da ideje takega stroja ni mogoče uresničiti. Ni mogoč ne *perpetuum mobile prve vrste*, ki bi oddajal delo, pa mu ne bi dovajali ne toplote ne dela, ne *perpetuum mobile druge vrste*, ki bi mu dovajali samo toploto in bi oddajal samo delo pri vseskozi enaki temperaturi. Mogoče pa je zgraditi toplotni stroj, ki mu dovajamo toploto pri višji temperaturi in od njega odvajamo delo in toploto pri nižji temperaturi. Preden poskusimo pojasniti delovanje račke, si oglejmo, kako je sestavljena.

Račko sestavljata dve posodici: trup in glava. Povezuje ju cev, ki sega skoraj do dna trupa. V trupu je obarvana kapljevina, ki ima pri navadnem tlaku vrelišče pri sobni temperaturi oziroma ne znatno više. Vrelišče je odvisno od tlaka; čim večji je tlak, tem višje je vrelišče. Trditev lahko obrnemo: izparilni tlak je odvisen od temperature; čim večji je izparilni tlak, tem višja je



Slika 1. Risba žejne račke na patentni prijavi M.V.Sullivan iz leta 1946 (a), risba iz knjige J.Ferbar, F.Plevnik, Fizika za sedmi razred, DZS, Ljubljana 1974, str.106 (b) in fotografija iz članka R.Mentzer, *The drinking bird - the little heat engine that could*, The Physics Teacher **31** (1993) 126 (c). Nekaj podatkov je mogoče dobiti tudi v članku L.M.Ng, Y.S.Ng, *The thermodynamics of the drinking bird toy*, Physics Education **28** (1993) 320.

temperatura. Ugodno je, če se izparilni tlak izrazito spreminja s temperaturo (slika 2). Obema zahtevama najbolj ustreza klorofluroogljikovodik freon 11 (CCl_3F) z vreliščem pri $23,8^\circ\text{C}$. Je brez vonja in okusa in je zelo obstojen. Na veliko so ga uporabljali v hladilnikih, vendar so uporabo opustili. Ko uide v ozračje, namreč v visokih plasteh uničuje plast ozona, ki nas ščiti pred ultravijolično svetlobo s Sonca. Nadomestila ga bo najbrž spojina CF_3CHCl_2 z vreliščem pri 28°C . (Nekdaj so v ta namen uporabljali eter z vreliščem pri $34,6^\circ\text{C}$.)



Slika 2. Izparilni tlak freona in etra v odvisnosti od temperature okoli sobne temperature. Na vodoravno os je nanesena temperatura T v kelvinih in na navpično os izparilni tlak p_s v barih. Izparilni tlak pri vrelišču je enak 1 bar. Nagib krivulj v vrelišču izračunamo s Clausius-Clapeyronovo enačbo $\Delta p_s / \Delta T = (Mq_i / R) p_s / T$. Mq_i je kilomolska izparilna toplota in R splošna plinska konstanta. Razliki temperatur 3 K ustreza pri freonu razlika izparilnih tlakov 120 milibara in pri etru razlika 100 milibara. Obratni diagram bi pokazal odvisnost vrelišča od tlaka.

Preden napolnimo račko s kapljevino, iz nje izsesamo zrak. Blizu sredine cevi je nameščena vodoravna os. Težišče račke je pod osjo, ko je kapljevina v trupu. Račka je v stabilni ravnovesni legi, nagnjena nekoliko naprej. Ko se dviga kapljevina v cevi, se dviga težišče in se naposled dvigne nad os. Lega postane labilna in račka se skloni naprej. Ob tem kapljevina izprazni cev in se skozi njo prelije nazaj v trup. Račka se vzravna in igra se ponovi.

Kljun, ki ga račka pomoči v vodo, je izdelan iz luknjičave snovi in v njem se nabere nekaj vode. Voda iz kljuna izhlapeva in jemlje iz okolice izparilno toploto. Zato ima glava račke malo nižjo temperaturo kot trup, ki ima temperaturo okolice. Razlika temperatur je odvisna od tega, kako vlažen je zrak ob glavi račke. (Poznamo napravo, ki ji pravimo *psihrometer* in ki sta jo svoj čas obravnavala tako znana fizika kot James Clerk Maxwell in Jožef Stefan. Naprava sestoji iz dveh termometrov; eden je *suh*, drugi, katerega posodico ovija mokra krpica, pa *moker*. Mokri termometer zaradi izhlapevanja vode kaže manj kot suhi. Na termometra pihamo zrak s pihalom, ki ne spremeni njegove temperature. Temperaturna razlika je največja pri relativni vlažnosti 0 in je enaka nič pri relativni vlažnosti 100 %, ko je zrak nasičeno vlažen in ne more sprejeti nič več vode. Po izmerjeni razliki temperatur iz psihometrične preglednice določimo relativno vlažnost.)

Pri žejni rački navadno ne uporabimo pihala, zato je temperaturna razlika malo manjša, kakor jo preberemo pri dani temperaturi zraka iz psihometrične preglednice. Pri temperaturi zraka 21°C doseže kljun račke okoli 18°C. Temperatura v glavi račke je sicer nekoliko višja kot v kljunu, a vseeno za stopinjo ali dve nižja kot temperatura v trupu. Zato je izparilni tlak v trupu višji kot v glavi. V trupu kapljevine izpareva, medtem ko se v glavi para utekočinja. Nad gladino kapljevine se v trupu pri višjem izparilnem tlaku večja masa pare in izpodriva kapljevine v cev. V glavi se pri nižjem izparilnem tlaku para utekočinja in polzi navzdol v cev. Gladina kapljevine v cevi se dviga, z njo tudi težišče in naposled se račka nagne naprej. Kapljevine se vrne v trup. Medtem kljun znova zajame malo vode in igra se ponovi in se ponavlja, dokler račka ne porabi vode v kozarcu.

Z žejno račko je mogoče narediti zanimive poskuse. Če pihamo nanjo zrak s pihalom, ki zraku ne spremeni temperature, postane časovni razmik med dvema priklonoma račke krajši. Kot smo omenili, se zaradi zračnega toka zniža temperatura mokrega termometra, torej kljuna račke. Zaradi večje temperaturne razlike se poveča razlika izparilnih tlakov in se kapljevinski stolpec v cevi dviga hitreje. Navadno račka dela, če glavo preko kljuna hladimo z izhlapevanjem vode. Enak učinek dosežemo tako, da trup segrevamo. Pobarvamo ga črno, postavimo račko na sonce in ji glavo pokrijemo z belim klobukom. Priklona račke si sledita v še krajšem časovnem razmiku. Trup se zaradi absorbirane sončne svetlobe segreje za nekaj stopinj nad temperaturo okolice, medtem ko ima glava domala temperaturo okolice. Poskusi z različnimi račkami ne dajo povsem enakih rezultatov.

Opisani poskus z račko, ki deluje, čeprav ne pije - torej ni "žejna", je posebno poučen, ker pokaže, da je za toplotni stroj pomembna temperaturna razlika. Račka deluje kot toplotni stroj, če ima trup temperaturo okolice in glava, zaradi hlajenja z izhlapevanjem vode, nižjo temperaturo. Deluje pa tudi, če ima glava temperaturo okolice in trup, zaradi segrevanja s sončno svetlobo, višjo temperaturo. Robert Pohl, za katerega je mogoče reči, da je prvi gradil predavanje iz uvodnega tečaja fizike izrazito na demonstracijskih poskusih, je v svojem učbeniku opisal še bolj poučen poskus. Strojček na vroči zrak (v Preseku je opisal stroje na vroči zrak R. Jerman v 1. številki 4. letnika) je deloval kot toplotni stroj, če je bil njegov spodnji del v vrelem glicerinu pri temperaturi 220°C in njegov zgornji del v vodi s temperaturo 20°C . Deloval pa je tudi, če je bil njegov spodnji del potopljen v tekoči zrak pri temperaturi -180°C in njegov zgornji del pri temperaturi 20°C . Strojček se je v drugem primeru vrtel približno enako hitro kot v prvem. Izkoristek je namreč približno sorazmeren z razliko temperatur, ki je bila v obeh primerih enaka: $(220 - 20)^{\circ}\text{C} = 200^{\circ}\text{C}$ in $[20 - (-180)]^{\circ}\text{C} = 200^{\circ}\text{C}$.

Tak poskus s strojčkom na segreti zrak sem pokazal pred leti pri predavanju iz fizike v prvem letniku. Strojček je deloval, če je spodnji del lizal plamen ali če je bil spodnji del potopljen v tekoči zrak. Toda po poskusu strojček ni več deloval. Kot kaže, so bila tesnila slaba in so se pri temperaturi tekočega zraka pokvarila. Strojček so popravili, vendar ga odtlej ne poskušamo več potopiti v tekoči zrak, da se ne bi zopet pokvaril.

Poskuse je mogoče spremljati z računi. Če se zadovoljimo z ocenami, lahko zajamemo vse račke. Običajna račka pije vsako minuto enkrat ali dvakrat. To pomeni, da traja en mah okoli pol minute do minute. Med tem se dvigne v cevi s presekom 1 cm^2 gladina za nekaj centimetrov. Račka ne odda koristnega dela, opravi pa delo proti trenju in upor. Oddano delo ob enem mahu lahko ocenimo s tem, da pomnožimo težo kapljevinskega stolpca s potjo težišča. Težo dobimo tako, da maso pomnožimo s težnim pospeškom, maso tako, da gostoto kapljevine ($1,47 \cdot 10^3\text{ kg/m}^3$) pomnožimo s prostornino (presekok okoli 1 cm^2 krat višina stolpca okoli 2 cm). To pomnožimo s potjo težišča 1 cm in dobimo nekaj deset tisočin joula na en mah.

Kako učinkovita je račka kot toplotni stroj, ugotovimo z dovedeno toploto. Te ne poznamo, pač pa lahko ocenimo odvedeno toploto preko mase vode, ki izhlapi v kljunu, to je z maso vode, ki jo "spije" račka iz kozarca. Pri več sto mahih spije en do dva kubična centimetra vode, to je en do dva grama. Izparilna toplota vode meri $2,6$ milijonov joulov za kilogram. Za gram porabimo tisočkrat manj in za en mah še nekaj stokrat manj, torej vsega

nekaj joulov. Delo A , ki ga stroj odda, dobimo kot razliko dovedene Q_{dov} in odvedene toplote Q_{odv} : $A = Q_{dov} - Q_{odv}$. V našem primeru je delo tako majhno, da lahko dovedeno toploto približno izenačimo z odvedeno. Po tem ocenimo izkoristek račke z

$$\eta = \frac{A}{Q_{dov}} \approx 10^{-4}.$$

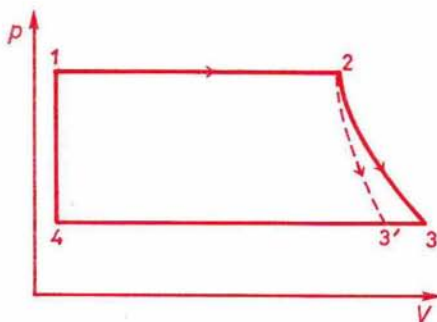
Na drugi strani izračunamo *izkoristek idealnega toplotnega stroja* z enačbo:

$$\eta_{id} = \frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-2}.$$

Pri tem je T višja temperatura v toplotnem stroju in ΔT razlika višje in nižje temperature. Temperaturo moramo meriti v absolutni lestvici, to je od absolutne ničle -273°C v kelvinih. Razliko temperatur smo ocenili s 3 K in za sobno temperaturo postavili 300 K. Ocenjeni izkoristek račke je še kakih stokrat slabši od izkoristka idealnega toplotnega stroja, ki bi delal med istima temperaturama.

Stroj dela periodično, pravimo, da ponavlja *krožno spremembo*, ki jo lahko ponazorimo v diagramu pV . Pri tem zasledujemo v stroju izbrano maso delovne snovi. Oglejmo si diagram za parni stroj, ki ga imenujejo po Škotu Macquornu Rankineu. Voda v parnem kotlu izpareva pri visoki temperaturi in konstantnem večjem tlaku. Nastala para ima večjo prostornino (12). Para se v valju razpne, ko odriva bat, ne da bi oddala ali prejela toploto (23) in se ohladi. Para se pri nižji temperaturi v kondenzatorju pri konstantnem nižjem tlaku utekočini. Nastala voda ima manjšo prostornino (34). Nazadnje črpalka stisne vodo v kotel (41) in krožna sprememba se lahko ponovi (slika 3).

Slika 3. Diagram pV za parni stroj - Rankineova krožna sprememba. Zasledujemo določeno maso vode na poti skozi parni stroj. Na podoben način poskušamo zasledovati del kapljavine v žejni rački: masa tega dela in temperaturna razlika ter z njo povezana razlika izparilnih tlakov so veliko manjši kot pri parnem stroju. Poleg tega dobimo tako krožno spremembo ob izdatni idealizaciji. Več podatkov najde bralec v prispevku P.E.Richmond, *The thermodynamics of a "drinking" duck* v *Entropy in the School I* (ur. G.Marx), Roland Eötvös Physical Society, Budapest 1983, str. 215.



V žejni rački so razmere mnogo manj pregledne. Dogodki niso časovno tako dobro ločeni in deli delovne snovi se mešajo drug z drugim. Vseeno poskusimo krožno spremembo do skrajnosti idealizirati, da bi jo primerjali s krožno spremembo pri parnem stroju.

Kapljevina v trupu pri višji temperaturi in večjem tlaku sprejema toploto iz okolice in izpareva pri konstantnem tlaku, potem ko se je račka zravnila. Nastala para ima večjo prostornino (12). Ob tem potiska para preostalo kapljevino v cev, dokler se račka ne prevesi. Tedaj se nastala para kot topel mehur dvigne v glavo, kjer je temperatura nižja in je manjši tlak. Pri tem ne moremo reči, da para ni sprejela nič toplote, in se prostornina le malo spremeni (23'). (Ustrezna črta je bolj strma kot pri parnem stroju, slika 3.) V glavi pri konstantnem nižjem tlaku se para utekočinja in oddaja izparilno toploto preko glave. Del te toplote se porabi za izhlapevanje vode v kljunu. Nastala kapljevina ima manjšo prostornino (3'4). Ko se račka prevesi, stisne teža kapljevino v trup k višji temperaturi in večjemu tlaku (41).

Kotel parnega stroja ustreza trupu račke in kondenzor glavi. Delovna snov je majhen del kapljevine, ki izpari in se utekočini (pri tem ni treba, da bi se utekočinil isti del). Del kapljevine, ki ne izpari, in del pare, ki se ne utekočini, ne sodelujeta pri krožni spremembi. Batu v valju parnega stroja ustreza kapljevinski stolpec v cevi, vlogo črpalke pa opravi teža. Upoštevati velja, da je temperatura v notranjosti račkine glave nekaj višja od temperature vlažnega kljuna in temperatura trupa malo nižja od temperature okolice.

Od vseh ugotovitev, do katerih nam je pripomogla žejna račka, je najpomembnejša ta, da ne obstaja toplotni stroj, ki ne bi oddajal toplote pri nižji temperaturi. Zato stroj odda kot delo samo razliko med toploto, ko mu jo dovedemo pri višji temperaturi, in toploto, ki jo odvedemo od njega pri nižji temperaturi. Izkoristek toplotnih strojev je veliko manjši kot 1, medtem ko se izkoristek mehaničnih strojev, na primer vodne turbine, približa 1. S tem je povezanih nekaj bridkih resnic. Kot delo lahko v toplotnih strojih izkoristimo samo majhen del toplote, ki jo dobimo s sežigom goriv, redko kaj več kot dobro tretjino. Poleg tega s toploto, ki jo moramo pri nižji temperaturi odvajati, okolico toplotno onesnažujemo.

Janez Strnad

PREMEŠČANJE ŠTEVK - Rešitev s str. 125

$$10001 - 100^2 = 1$$

Dragoljub M. Milošević - prev. in prir. Barbara Japelj

TEKMOVANJA

REŠITVE NALOG S PREDTEKMOVANJA IZ SREDNJEŠOLSKE FIZIKE - s strani 111

Skupina A

1. Najprej zračunamo razdaljo s_1 od opazovalca:

$$s_1 = c_0 t_s = c_z t_z, \quad t_z - t_s = t_1, \quad s_1 = \frac{t_1}{\frac{1}{c_z} - \frac{1}{c_0}} = 1520 \text{ m.}$$

Potem zračunamo razdaljo s_2 od stadiona:

$$t_2 = \frac{s_2}{c_z} + \frac{s_0}{c_0} - \frac{s_1}{c_0} \Rightarrow s_2 = \left(t_2 - \frac{s_0}{c_0} + \frac{s_1}{c_0} \right) c_z = 1030 \text{ m.}$$

S poskušanjem ugotovimo, da za zahod velja $s_1^2 = s_0^2 + s_2^2$, in je torej zahod iskana stran neba. Relativna napaka je za razdaljo s_1 enaka $1,1 \cdot 10^{-6}$, za razdaljo s_2 pa $4,4 \cdot 10^{-7}$.

2. Rezultanta sil na avto in rezultanta sil na klado je enaka nič. Postavimo x os koordinatnega sistema vzporedno z naklonsko ploskvijo klanca in y os pravokotno na naklonsko ploskev. Potem lahko zapišemo za komponente sil, ki delujejo na avto

$$x: \quad F_{t_1} + F \sin \beta = F_{g_1} \sin \alpha$$

$$y: \quad F_{p_1} + F \cos \beta = F_{g_1} \cos \alpha$$

in za komponente sil, ki delujejo na klado

$$x: \quad F_{t_2} = F_{g_2} \sin \alpha + F \sin \beta$$

$$y: \quad F_{p_2} = F_{g_2} \cos \alpha + F \cos \beta.$$

V zgornjih enačbah je F sila, s katero kolo deluje na klado oziroma klada na kolo, $F_t = F_p k_t$, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$. Iz enačb za avto izračunamo neznano silo F :

$$F = F_{g_1} \frac{\sin \alpha - k_{t_1} \cos \alpha}{\sin \beta - k_{t_1} \cos \beta} = 950 \text{ N}$$

in potem iz enačb za klado iskani koeficient trenja

$$k_{t_2} = \frac{F_{g_2} \sin \alpha + F \sin \beta}{F_{g_2} \cos \alpha + F \cos \beta} = 0,9.$$

3. Vsaka navpična vrv nosi četrtno teže. Za poševno vrv velja $F_2 \sin \alpha = F_g/4 \Rightarrow F_2 = 5000 \text{ N}$, za vodoravno pa $F_1 = F_2 \cos \alpha = 4300 \text{ N}$. Ker je $F_2 > F_1$, sledi, da mora jeklenica zdržati silo 5000 N . Navor $M = r F_2 \cos \alpha = 8600 \text{ Nm}$.

4. Iz podatkov za potopljena dela palic izračunamo gostoti in masi borove in mahagonijeve palice, iz podanih dimenzij pa volumen posamezne palice $\rho_B = 500 \text{ kg/m}^3$, $m_B = 0,3 \text{ kg}$ in $\rho_M = 670 \text{ kg/m}^3$, $m_M = 0,4 \text{ kg}$, $V = 600 \text{ cm}^3$. Od dveh kombinacij sestavljanja palic ($100 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$, $100 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$) je primerna le prva, ker drugega sestava ne moremo vtakniti v cev zunanjega premera $2r_2 = 6 \text{ cm}$. Po Pitagorovem izreku izračunamo notranji premer cevi in dobimo rezultat $2r_1 = 5 \text{ cm}$. Izračunamo volumen železnega dela cevi $V_0 = \pi(r_2^2 - r_1^2)l = 43 \text{ cm}^3$ ($l = 5 \text{ cm}$) in maso cevi $m_{Fe} = 0,34 \text{ kg}$. Za krajišče, ki moli iz vode, na koncu dobimo:

$$x = l \left(1 - \frac{(m_B + m_M + m_{Fe})/\rho_{vode} - V_0}{2V} \right) = 17 \text{ cm}.$$

Skupina B

1. Potem, ko Tarzan v najnižji točki svoje poti ujame Čito, imata hitrost v , ki jo izračunamo iz izreka o ohranitvi gibalne količine:

$$Mv_1 - mv_x = (M + m)v,$$

kjer je v_1 hitrost Tarzana v najnižji točki njegove poti in v_x vodoravna komponenta hitrosti Čite v tej točki. Hitrost $v_1 = \sqrt{2gh}$, kjer je $h = 5 \text{ m}$, izračunamo iz izreka o ohranitvi energije. Hitrost v_x izračunamo iz $v_x = x/t$, kjer je $t = \sqrt{2h_1/g}$ in $h_1 = 2 \text{ m}$ višina od najnižje točke do ciljne veje, x pa je najmanjša razdalja med liano, ko je Tarzan v najnižji točki in ciljno točko.

To razdaljo izračunamo po Pitagorovem izreku $x = \sqrt{l^2 - (l - h_1)^2}$. Tako dobimo hitrost $v_x = \sqrt{g(l - h_1/2)}$ in končno višino $H = \frac{1}{2}v^2/g = 2 \text{ m}$, ki jo dosežeta skupaj. Tarzan in Čita torej dosežeta vejo.

2. Da pride v orbito, mora biti po Newtonovem zakonu za kroženje teža enaka centripetalni sili:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{mm_1\kappa}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{m_1\kappa}{r}} = 5,2 \text{ m/s}.$$

Zemljan lahko s tekom pride v asteroidovo orbito.

3. II. Newtonov zakon zapišemo posebej za rudarja in posebej za dvigalo:

$$Ma = F_{gM} - F - F_v,$$

$$ma = F_{gm} + F - F_v,$$

kjer je M masa rudarja, m masa dvigala, F je sila podlage, F_v sila vrvi. Rešitvi sistema enačb sta:

$$a = g - \frac{2F_v}{m + M} = -1,5 \text{ m/s}^2, \quad F = \frac{(g - a)(M - m)}{2} = 170 \text{ N}.$$

Dvigalo se dviga.

4. a) Iz izreka o ohranitvi energije sledi:

$$W_{\text{pot}} = W_{\text{pr}} \quad \Rightarrow \quad (2h + h')gm = \frac{kh'^2}{2},$$

kjer je h' raztezek vrvi, $h = 20 \text{ m}$. Rešimo kvadratno enačbo

$$h'^2 - \frac{2h'gm}{k} - \frac{4hgm}{k} = 0.$$

Fizikalno smiselna rešitev je $h' = 10 \text{ m}$.

b) Največji pojemek je takrat, ko je vrv najbolj napeta. Iz II. Newtonovega zakona dobimo

$$F - F_g = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{kh' - mg}{m} = 90 \text{ m/s}^2.$$

c) Vrv mora zdržati silo $F = kh' = 10 \text{ kN}$.

Skupina C

1. Ko diodi ne prevajata, lahko vezje nadomestimo s tremi zaporedno vezanimi upori $P = U^2/(3R) = 3 \text{ W}$. Ko diodi prevajata, vezje nadomestimo s tremi vzporedno vezanimi upori $P = 3U^2/R = 29 \text{ W}$. Povprečna moč je 16 W .

2. Pri rešitvi problema moramo upoštevati magnetno silo na zgornjo vodoravno stranico, težo na zgornjo vodoravno stranico in na dve stranici, vzporedni z naklonsko ploskvijo. Druge sile niso pomembne pri rešitvi problema, če postavimo os za računanje navorov na spodnjo vodoravno stranico okvirja. Zapišimo enačbo za ravnovesje navorov v trenutku, ko se začne okvir prevračati. Kasneje je navor magnetne sile večji, teže pa manjši. Ravnovesje

navorov:

$$2\frac{m}{4}g\frac{a}{2}\cos\varphi + \frac{m}{4}ga\cos\varphi = I a B a \sin\varphi.$$

Iz zgornje enačbe izračunamo najmanjši tok, ki mora steči po okvirju:

$$I = \frac{mg}{2aB \tan\varphi} = 1,5 \text{ A}.$$

3. a) Električna odbojna sila, teža in sila vrvice so v ravnovesju, ko velja:

$$mg \tan\varphi = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \tan\varphi \approx \frac{r-d}{2l},$$

če je l dolžina vrvic, d razmik med njima in r razmik med središčema krogel na koncu. Od tod dobimo za naboj na eni krogli $e = 1,27 \cdot 10^{-8} \text{ As}$, ki pa je lahko pozitiven ali negativen.

b) Ker je bil na začetku naboj na kroglah različno predznačen, sta se morali krogli pri poskusu stakniti. Za začetni naboj na drugi krogli velja $e_2 = 2e - e_1$, torej $e_2 = -0,26 \cdot 10^{-8} \text{ As}$, če sta končna naboja pozitivna, in $e_2 = -5,34 \cdot 10^{-8} \text{ As}$, če sta negativna. Vendar privlačna sila v prvem primeru ne zadošča, da bi se kroglici staknili (zgornji obrazec za $r = 2r_0 = 6 \text{ cm}$), zato je prava rešitev druga.

4. Iz simetrije se vidi, da lahko ograjo obravnavamo kot vzporedno vezane upornike: dve žici dolžine l in upora $R_1 = \zeta l/S = 28 \Omega$ ter 10 žic dolžine $l/\sqrt{2}$ in upora $R_2 = R_1\sqrt{2} = 40 \Omega$. Iz enačbe $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_1}$ dobimo vrednost nadomestnega upora $R = 3,1 \Omega$ in iz Ohmovega zakona tok $I = 1,9 \text{ A}$.

Skupina D

1. Naprava je kondenzator s kapaciteto $C = \epsilon_0 S/l$. Spreminjanje napetosti je posledica spreminjanja razdalje med ploščama. Velja: $k(l_0 - l) = \rho S v^2$, kjer je $\rho S v^2$ sila curka zraka. Od tod dobimo

$$l = l_0 - \frac{\rho S v^2}{k}.$$

Napetosti izračunamo iz enačbe $U = e/C$. Za območje hitrosti od $v = 1 \text{ m/s}$ do 10 m/s s korakom po 1 m/s so vrednosti (v mV): 223, 219, 213, 203, 191, 176, 159, 138, 116, 90. Napetost pri hitrosti 10 m/s je torej 90 mV .

2. Obstajajo tri meje območij na tleh, ki so različno osvetljena. Meje izračunamo iz lomnega zakona in dimenzij valja in sobe.

a) Prvo območje - svetlobni snop, ki se lomi na spodnji osnovni ploskvi. Polmer določa žarek, ki zadene spodnjo osnovno ploskev valja na robu. Po računanju dobimo $r_1 = 1,4 h$.

b) Drugo območje - svetlobni snop, ki se lomi na stranski ploskvi (plašču). Polmer določa žarek, ki vpada na stransko ploskev valja pod mejnim kotom totalnega odboja. Polmer tega območja je enak polmeru valja oziroma $r_2 = h/2$.

c) Tretje območje - svetlobni snop, ki se enkrat totalno odbije na stranski ploskvi in se potem lomi na osnovni ploskvi. Polmer določa žarek, ki se totalno odbije tik nad robom spodnje osnovne ploskve in potem lomi na osnovni ploskvi. Po računanju dobimo $r_3 = 0,4 h$.

Preostali svetlobni snop ostane ujet v valju, ker se totalno odbija na stranski in na spodnji osnovni ploskvi.

3. Ko žaba odskoči oziroma doskoči, je rezultanta zunanjih sil (vzgon) sorazmerna z odmikom deske v vertikalni smeri $F = Ks$, pri čemer je K za obe deski enak. Frekvenca nihanja je $\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$. Za prvo desko je $m = m_1$, za drugo desko je $m = m_1 + m_2$, kjer je m_1 masa deske in m_2 masa žabe. Razmerje frekvenc je potem: $\frac{\nu_1}{\nu_2} = \sqrt{1 + \frac{m_2}{m_1}} = 1,05$.

4. a)

$$I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{a^2 \Delta B \sin \varphi}{R \Delta t} = 147 \text{ A}, \quad R = \frac{4a\xi}{S} = 6,8 \cdot 10^{-4} \Omega.$$

b) Sila na zgornjo stranico kaže v navpični smeri proč od klanca, na spodnjo stranico pa v nasprotni smeri. Sili na stranski stranici kažeta iz okvira ven. Sile linearno naraščajo, povprečna sila na zgornjo stranico je $F_m = \frac{1}{2} B_{\max} a I_i = 1,47 \text{ N}$.

c) Okvir se prevrne okoli spodnje stranice.

Sunek navora, ki deluje na okvir, je $\int M dt = a F_m \cos \varphi \Delta t = 0,00127 \text{ Nms}$. Navor teže v času sunka lahko zanemarimo, prav tako inducirano napetost zaradi gibanja prečke in inducirano polje zaradi toka. Okvir se prične vrteti s kotno hitrostjo $\omega = \int M dt / J = 8,4 \text{ s}^{-1}$, $J = (m/4)a^2 + 2\frac{1}{3}(m/4)a^2 = 5ma^2/12 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ kgm}^2$, $m = 4aS\rho = 35,6 \text{ g}$. Okvir dobi kinetično energijo $\frac{1}{2}J\omega^2 = 0,0054 \text{ J}$, ki je večja od spremembe potencialne energije, ko se okvir postavi pokonci: $mg\frac{1}{2}a(1 - \cos \varphi) = 0,0024 \text{ J}$.

Ciril Dominko, Jure Bajc

POROČILO S 35. MEDNARODNE MATEMATIČNE OLIMPIADE

Še zavoj med bloki in pristali bomo na letališču v Hong Kongu. Pogled na higrometer v letališki stavbi nas prepriča, da nas (vsaj zunaj) ne bo zeblo. Skozi 出□ se odpravimo novemu prebivališču naproti. Po nekaj dneh privajanja na nove časovno-klimatske razmere se začne zares: predstavnik Slovenije v mednarodni tekmovalni komisiji Darjo FELDA in opazovalec Marko SLAPAR sodelujeta pri izboru in pripravi nalog, tekmovalci Jernej BARBIČ, Iztok KAVKLER, Blaž MAVČIČ, Primož MORAVEC in Helena ŠMIGOC ter vodja ekipe Matjaž ŽELJKO pa se preselimo v počitniško naselje, kjer si v pristnem stiku z naravo (mravlje, ščurki) krajšamo čas do tekmovanja z različnimi športnimi aktivnostmi.

V dobro ohlajenih prostorih univerze so se 11. in 12. julija tekmovalci ogreli ob šestih nalogah – po tri vsak tekmovalni dan. Za pokušino objavljamo dve nalogi:

1. Naj bo trikotnik ABC enakokrak s krakoma AB in AC in naj velja
 - (i) M je središče osnovnice BC , O pa taka točka na premici skozi A in M , da je OB pravokotna na AB ;
 - (ii) Q je poljubna notranja točka daljice BC ;
 - (iii) točka E leži na premici skozi A in B , F pa na premici skozi A in C , tako da so E , Q in F med seboj različne in kolinearne.

Dokaži, da sta premici skozi O , Q in E , F med seboj pravokotni natanko tedaj, ko je $|QE| = |QF|$.
2. Določi vse urejene pare (m, n) pozitivnih celih števil, za katere je izraz

$$\frac{n^3 + 1}{mn - 1}$$

celo število.

Dnevi do razglasitve rezultatov so minili hitro: vsakodnevni ogledi in kulinarnične posebnosti lokalne kuhinje so naredili na tekmovalce nepozaben vtis. V času, ko so si tekmovalci ogledovali planetarij, kjer so lahko videli posnetek trka kometa z Jupitrom, je spremljevalcem uspel manjši alpinistični podvig: v času opoldanske pripeke smo osvojili najvišji vrh Macaa – portugalske kolonije, ki bo priključena Kitajski leta 1999.

Na letošnji matematični olimpiadi je bila najuspešnejša ekipa ZDA, ki je osvojila vse možne točke (in seveda šest zlatih odličij), slovenska ekipa pa se je vrnila domov s tremi pohvalami. Prejeli so jih: Jernej BARBIČ, Iztok KAVKLER, in Primož MORAVEC. Po razglasitvi rezultatov nas je čakalo še zadnje dejanje 35. MMO: slavnostna večerja (v kitajskem slogu), kjer se je v kruti praksi izkazala za resnično naslednja trditev:

Dve tangenti (beri: palčki) ne določata natanko lege krogle (beri: okrogle drevesne gobe) v prostoru.

Olimpiada v Hong Kongu je bila za mnoge udeležence enkratno doživetje, še posebej zato, ker bo 1. julija 1997 Hong Kong postal posebno administrativno območje LR Kitajske.

Matjaž Željko

SEDEM ŽEBLJEV

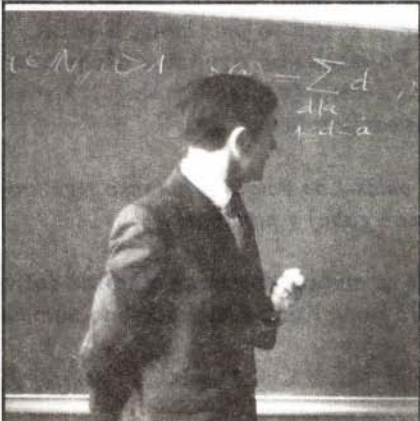
V septembru 1994 sem obiskal Univerzo v Aucklandu v Novi Zelandiji. (Mimogrede: Ali veste, katero evropsko mesto leži na *nasprotni* strani zemeljske oble?) Moj gostitelj, dr. David Gauld, profesor matematike in obenem prorektor za znanstveno-raziskovalno delo, mi je nekega večera za šalo zastavil naslednjo zanimivo nalogo:

Vzemimo sedem enakih žebeljev. Enega zabijmo v trdo podlago, npr. v leseno deščico, tako da stoji pokonci, nato pa na njegovo glavico postavimo preostalih šest žebeljev. Pri tem se nobeden izmed njih ne sme dotikati podlage, t.j. deščice, v katero smo pritrdili prvi žebelj. Postavitev mora biti dokaj stabilna, tako da lahko npr. deščico prenašamo po sobi, ne da bi se postavitev takoj podrla. Seveda ne smemo uporabljati nobenih lepil, vrvic, ipd., pa tudi žebeljev samih ni dovoljeno s silo preoblikovati (npr. s krivljenjem, ipd.)

Sliši se neverjetno, kajne? Pa vendar je izvedljivo! Vzemite si nekaj časa za premislek in poskusite!

Dušan Repovš

KRIŽANKA OB JUBILEJU SLOVENSKEGA MATEMATIKA

				AVTOR MARKO BOKALIČ	JEZIKOVNA POSEBNOST	REČICA V KOČEVJU	IGRALEC GOGALA	IVO FRANGEŠ	SRBSI MESTO SA
				NAJDALJŠI PRITOK OBA					
				DELO MATEMATIKA NA SLIKI					
				TIROLSKA REKA				IGRALEC MATOH	
				ZGODNJI DEL DNEVA					
								JORDANSKA LUKA	
								NOVINAR ŽITNIK	
	NERAZLOČEN ZVOK	KOSTI, KI JIH MESAR DODA K MESU	VULKANIZ. KAVČUK	▼				IT. PISATELJ (UMBERTO)	
			DOLŽINA ROBU LIKA					STARO EVR. LJUDSTVO	
TELESNO UDEJSTVOVANJE IN TEKMOVANJA						IVO DANEU			ŽELEZ/MESTO KORČŠKEA
						IME DVEH DVORCEV V VERSAJSKEM PARKU			
KNJIGA DOHODKOV FEVDALCA OD TLAČANOV						PROJEKCIJA OD ZGORAJ			
						RAVNATELJSTVO			
SOTOČNICA MISISIPIJA								ZGODOVIN. POKRAJINA V SEV. FRANCIJI	
	OBŽALOVANJE				EPIRSKI KRALJ			FR. KNJIŽ. (BORIS)	
	EGIPČAN. SVETI BIK				BERILIJ			POTEZA S PISALOM	
DELO MATEMATIKA NA SLIKI									
VEZNIK			ANG. FILM. REŽISER (DAVID)					NEMŠKI VELETOK	
			OS. ZAI MEK					LOJZE KRAKAR	
OBČUDOVANEC MLADIH					ENOTA ZA ELEKTR. NAPETOST				PUSČA
ZIMSKI ŠPORTNI REKVIZIT					KANADSKI PEVEC (PAUL)				

KO OB I		AKTIVEN EVROPSKI VULKAN	SUBJEKT	LOJZE KOLMAN		VEČJI KRAJ V BLIŽINI JUBILANT. ROJ. KR. JAKOBA	MARKSIS- TIČNI TEORETIK (FRIEDRICH)	IGRALEC BRATINA	HUMO- RISTKA PUTRIH	MANJŠI PROIZ- VODNI OBRAT	JUBI- LANTOVO MATEMAT. PODROČJE
	GR. BOG VETROV				VOLNENA TKANINA						
	PESNIK GRAFENAUER				ENAKI ČRKI						
				SL. NOGOM. (ROBERT)							
				IT. IZDELOV. GODAL							
					NOVINAR LIPICER				100 M ²		
					FR. MESTO POD SEVENI				DREVORED		
		STEKLASTA SNOV NA POVRŠJU POSODE						OČKA, ATEK			
VR. NA b- 1	DEL NOVE GVINEJE	TKIVO NA ZLOM. DELU KOSTI						GOVEJA MAST			
		REŽISER POTOČNIK						ŠČINKA- VEC			
			KATRAN				VELIKA ŠKOLJKA				
			UGASEL JAPONSKI VULKAN				TONSKI NAČIN				
						SOSED ČAROVNI- CA IZ ODISEJE					
				TEKAČ ZATOPEK	KOVINA IZ ŽELEZ SKUPINE AROMA						
									NEON		
									MOČVIR- SKA TRAVA		
		RIM. BOG LJUBEZNI					SVETLOBNI POJAV NA MEJI DVEH SREDSTEV	KROJAŠKI SPOJ			
		SKANDIJ						LUTECIJ			
IVSKI JUŠČAR											
TORE ŠENTJUR							IGRALEC CIGOJ				
JAKOB							GOROVJE, KI LOČI EVROPO IN AZIJO				

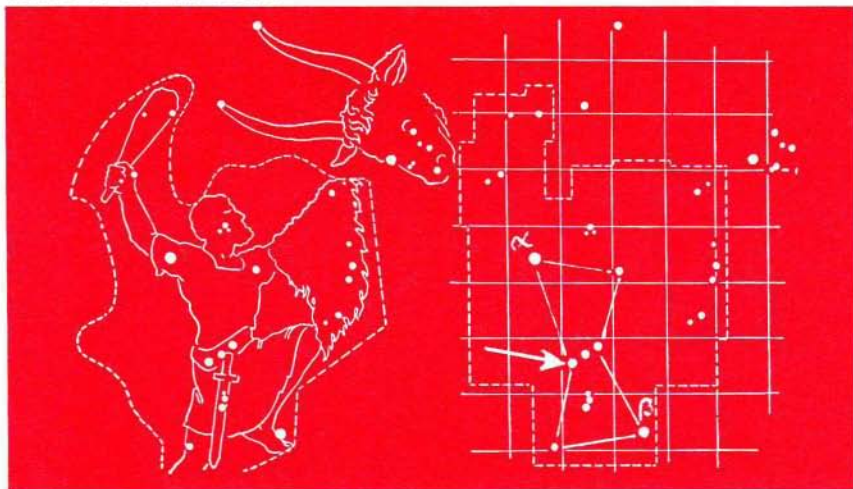
ASTRONOMIJA

KOSCI

Dandanes na kmetih večinoma kosijo travo s kosilnico. Včasih pa je kmet moral najeti kosce, jim dobro postreči in plačati, da so mu pokosili travnike in senožeti.

Ni si težko zamišljati koscev, kako v zgodnjem jutru, drug za drugim, v značilnem slogu, s kosami kosijo travo. Kaže, da so kosci opravljali tako pomembno kmečko opravilo, da jih je ljudska domišljija ovekovečila celo na nebu. Tam so v skupini treh zaporednih svetlih zvezd - ki druga za drugo režejo svojo vsakonočno nebesno pot, kot si utirajo pot kosci v visoki travi - številni narodi videli nebesne kosce.

Tudi Slovenci tem trem zvezdam v vrsti rečemo *Kosci*. Z lahkoto jih najdemo in opazujemo na zimskem nočnem nebu. Da so Kosce dobro poznali naši predniki, pove veliko število imen, ki so se ohranila zanje. Pogosto jih imenujejo *Rimščice*, ker so te zvezde večinoma obrnjene proti jugu, to je proti Rimu, znana pa so še imena Palica (Jakobova, nebesna, rimska, sv. Petra), Pal'čnki, Sveder, Kjuč, Trije (sveti) kralji itn. Drugi narodi so jih poimenovali tudi Grablje, Plug, Ogrlica, Čoln, Trije konji (jeleni, zebre), Trije možje, Tri deklice in celo Tri sestre.



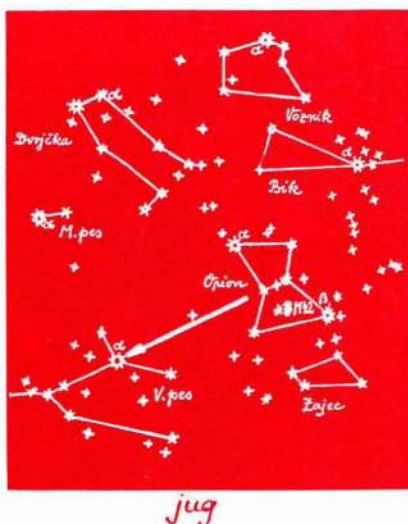
Slika 1. **Levo:** Podoba neprekosljivega antičnega mitskega lovca Oriona, ki ga je domišljija starih Grkov pripela kot ozvezdje na nebo.

Desno: Ozvezdje Orion, razpoznavno po sedmih svetlih zvezdah. Za tri zaporedne zvezde, ki ležijo približno v sredini ozvezdja, v tako imenovanem Orionovem pasu, se je udomačilo ime Kosci ali tudi Rimščice. Puščica kaže lego Konjske glave.

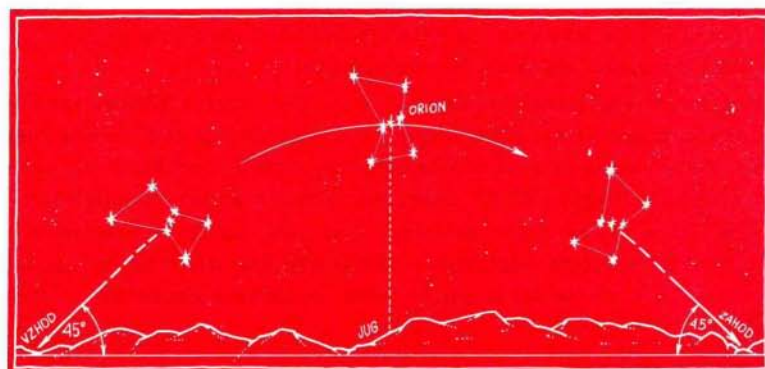
Tri zvezde Koscev predstavljajo del ozvezdja Orion, ki ga imajo nekateri za najlepše ozvezdje. Sestavljajo pas velikega nebesnega lovca Oriona. V nekaterih krajih, na primer ponekod v Gornjesavski dolini, zaradi visokih hribov vsega ozvezdja Oriona sploh ne vidijo, ampak le njegov zgornji del. Opazujejo le tri vodoravne in pod njimi tri navpične zvezde, ki oblikujejo črko T. Pravijo, da vidijo T (Orionov pas in meč).

Kosci so tako lepe tri zaporedne zvezde, da jih vsak opazi. Zato bi vas rad s tem člankom spodbudil k opazovanju teh zvezd pa tudi k spoznavanju njihove praktične uporabe.

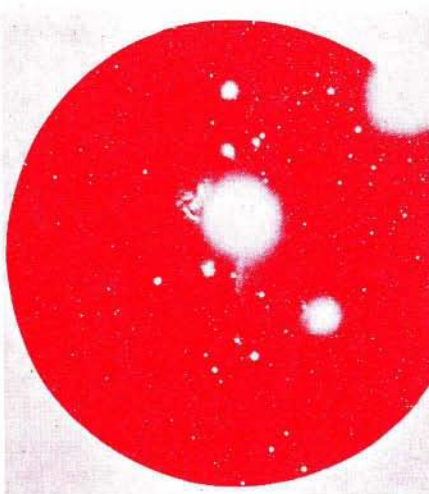
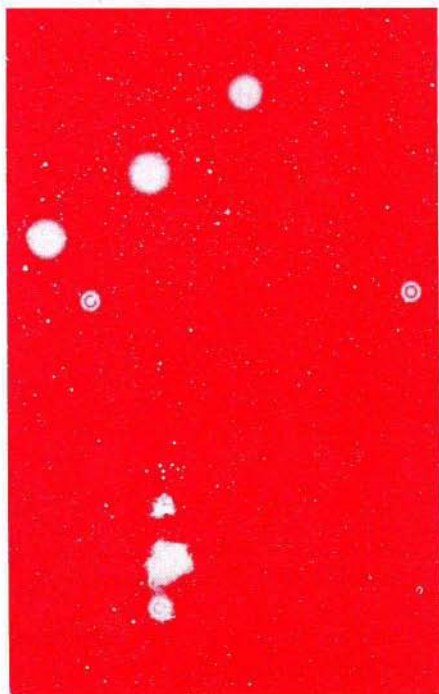
Navadno se ponoči orientiramo tako, da s pomočjo Velikega voza poiščemo Severnico. Pozimi pa raje poiščemo Kosce (ali kar ozvezdje Orion) in se orientiramo po njih. Sami lahko ugotovite, da je orientacija po Koscih dosti preprostejša kot po Velikem vozu.



Slika 2. Značilna ozvezdja zimskega neba. Puščica kaže, kako s pomočjo Koscev izsledimo najsvetlejšo zvezdo na nebu.



Slika 3. Takole se v zimskem času orientiramo po Koscih. Ko jih gledamo, je pred nami jug.



Slika 4 (levo). Kosci in pod njimi Orionova meglica M 42, v izjemno dobrih opazovalnih razmerah vidna celo s prostim očesom.

Slika 5 (zgoraj). Svetle in temne vesoljske meglice ob levi zvezdi Koscev, kjer leži tudi Konjska glava.

S pomočjo Koscev lahko poiščemo tudi najsvetlejšo zvezdo - Sirij. Če v mislih potegnemo v levo črto, na kateri ležijo Kosci, naletimo na zvezdo Sirij. To je tako preprosto, da se ne moremo zmotiti.

Kot zanimivost povejmo, da se v okolici leve zvezde Koscev razprostira zelo obširno področje različnih meglic, med katerimi je tudi temna meglica Konjska glava, vidna le z najmočnejšimi daljnogledi, pod Kosci pa najdemo slavno Orionovo meglico M 42, dobro vidno že z manjšim daljnogledom.

Predlagam, da se dobro oblečete in obujete, da se ne prehladite, se v jasni noči brez mesečine odpravite v odmaknjen kraj daleč od luči, počakate približno pol ure, da se oči privadijo teme, in začnete opazovati. S prostim očesom:

- izsledite Kosce,
- po Koscih poiščite najsvetlejšo zvezdo Sirij,
- po Koscih se orientirajte.



Slika 6. Znamenita temna vesoljska meglica Konjska glava.

Ko ste se naveličali opazovati s prostim očesom, vzemite v roke lovski daljnogled in z njim pri različnih povečavah opazujte:

- Kosce,
- meglico M 42.

Daljnogled morate postaviti na trdno stojalo, da se ne premika.

Predlagana opazovanja so preprosta, vendar se je treba tudi za preprosto opazovanje zelo potruditi, da nam uspe.

Marijan Prosén

VSE NAROČNIKE PRESEKA OBVEŠČAMO, DA SE JE V TELEFONSKO ŠTEVILKO KOMISIJE ZA TISK DMFA SLOVENIJE, OBJAVLJENO V 2. ŠTEVILKI, PRIKRADEL TISKARSKI ŠKRAT. PRAVILNA ŠTEVILKA JE: (061) 123 24 60

RAČUNALNIŠTVO

VRSTE VZPOREDNIH RAČUNALNIKOV IN RAČUNALNIK CM-5

Uvod

Lani smo v Preseku ("Hiperkocke in računalnik CM", Presek 21 (1993/94) 5, 290-295) omenili, da je bil leta 1991 izdelan računalnik CM-5, ki je zasnovan drugače kot osnovni računalnik CM. Obljubili pa tudi smo, da bomo o tem nekaj povedali kdaj drugič.

Kaj sploh so vzporedni računalniki? Odgovor pravzaprav ni povsem določen, lahko je bolj ali manj splošen. Odločimo se za naslednjo precej splošno definicijo: *Vzporedni računalniki so računalniki, ki so sposobni hkratnega (= vzporednega) obdelovanja podatkov.* Najpomembnejši predstavniki vzporednih računalnikov so tisti z več procesorji. Med vzporedne računalnike pa sodijo tudi računalniki s cevovodno obdelavo podatkov in računalniki z vektorskimi procesorji.

Cevovodno obdelavo si lahko predstavljamo kot cev, v katero na eni strani vstopajo podatki, na drugi strani pa izstopajo rezultati. Znotraj cevi razdelimo operacijo, ki jo izvajamo nad podatki, na manjše dele, ki se postopoma izvajajo pri prehodu skozi cev. Tako lahko nad več podatki hkrati izvajamo različne dele obdelave. Zato, ko je cev napolnjena, prihajajo iz nje rezultati hitreje, kot če bi podatke obdelali do konca, preden bi se lotili novih. Tudi znani procesor Pentium uporablja tak način računanja. *Vektorski procesorji* so zasnovani tako, da vzporedno izvajajo računanje na vektorjih (in s tem tudi na matrikah), tj. urejenih zaporedjih števil. Vektorji in matrike so namreč ena od najbolj pogostih oblik podatkov, ki jih mora obdelati računalnik. Vektorski procesor torej sešteje vektorja v enem samem koraku (če le nista predolga), medtem ko običajni procesor potrebuje za to toliko korakov, kolikor števil se nahaja v posameznem vektorju.

Če zmore vzporedni računalnik hkrati obdelati največ n podatkov, gotovo ne more biti več kot n -krat hitrejši od podobnega zaporednega računalnika, ki naenkrat obdelava en podatek. Dejansko je n -kratna pospešitev hitrosti bolj ali manj pobožna želja, ki se ji uspemo približati pri določenih konkretnih problemih. Ena glavnih ovir je učinkovita izmenjava podatkov med vzporednimi procesi.

In zakaj kljub temu izdelujejo vzporedne računalnike? Po eni strani imajo klasični računalniki določene fizikalne omejitve za nadaljnji razvoj, po drugi strani pa je dovolj uporabnikov, ki so za nekajkratno pospešitev delovanja pripravljeni veliko plačati. Kot primer omenimo le modeliranje vremena. Če hočemo tovrstne probleme reševati dovolj hitro, potrebujemo računalnik s hitrostjo računanja blizu giga FLOPS, če ne celo blizu tera FLOPS.

FLOPS je kratica za *Floating Point Operations Per Second*, kar pomeni število operacij z realnimi števili na sekundo. Giga FLOPS (GFLOPS) tako pomeni 10^9 takih operacij na sekundo, medtem ko tera FLOPS pomeni 10^{12} operacij. Enoto FLOPS uporabljamo predvsem takrat, kadar želimo primerjati hitrosti posameznih računalnikov na področju računsko intenzivnih metod. Tako na primer superračunalnik Convex C-3860 z Instituta Jožef Stefan pri nekaterih posebnih problemih doseže hitrost, ki je blizu enemu GFLOPS.

Ukazni in podatkovni tokovi

Oglejmo si delitev računalnikov na štiri razrede. Ta delitev je dokaj groba, vendar kljub temu podaja bistveno informacijo o določenem računalniku. Kako delujejo običajni računalniki? Na vsakem koraku delovanja zahteva krmilna enota od procesorja, da izvede neko operacijo. Ta nato pobere ustrezne podatke iz pomnilnika in po obdelavi tja tudi vrne rezultat. Lahko rečemo, da imamo en *ukazni tok* in en *podatkovni tok*. Ukazni tok predstavljajo ukazi, ki jih krmilna enota posreduje procesorju, podatkovni tok pa predstavlja izmenjava podatkov med procesorjem in pomnilnikom. V splošnem imamo lahko več ukaznih in (ali) več podatkovnih tokov, zato računalnike delimo v naslednje razrede:

SISD, MISD, SIMD in MIMD.

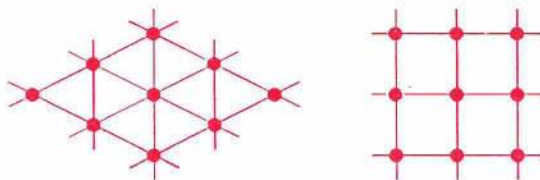
Kratica SISD pomeni en ukazni in en podatkovni tok (Single Instruction Stream / Single Data Stream), MISD pomeni več ukaznih in en podatkovni tok (Multiple Instruction/Single Data), medtem ko naj pomen preostalih kratic razvozlja bralec sam.

Večina sedanjih računalnikov torej spada v razred SISD – imajo eno procesno enoto, v katero prihaja en ukazni tok in izvaja operacije nad enim podatkovnim tokom.

V računalnikih MISD ima vsak procesor svoj ukazni tok (tj. svojo krmilno enoto), procesi pa si delijo skupni pomnilnik. Razred MISD omenjamo predvsem zaradi popolnosti razdelitve, kajti računalniki tega razreda verjetno niso preveč perspektivni.

Vse drugače je z računalniki SIMD. V njih imamo eno krmilno enoto, ki ukaz prenese večjemu številu procesorjev. Nato (ne nujno vsi) procesorji izvajajo isti ukaz in pri tem uporabljajo svoj lokalni pomnilnik. Podatki med procesorji se prenašajo po *povezovalnem omrežju*, ki ga imenujemo *podatkovno omrežje*. Tipično povezovalno omrežje je na primer hiperkocka. Je kdo iz povedanega že zaključil, da računalnika CM-1 in CM-2, ki smo ju opisali lani, spadata v razred SIMD? Poleg podatkovnega omrežja najdemo v računalnikih SIMD tudi *omrežje za razpošiljanje*, preko katerega pride ukaz od krmilne enote do procesorjev.

Najpomembnejši podatek o povezovalnem omrežju je njegov *premer*, tj. koliko korakov potrebujemo v najslabšem primeru, da pridemo od posameznega procesorja do poljubnega drugega procesorja. Hiperkocka Q_n , ki ima 2^n procesorjev, ima premer n , torej je premer enak logaritmu (z osnovo 2) števila procesorjev. Praktično sta pomembna le dva tipa povezovalnih omrežij. Naj bo n število procesorjev sistema. Tedaj imajo prva povezovalna omrežja približno logaritmski premer, $\log n$, druga omrežja pa približno korenski premer, $\sqrt{n}$. Primer za prvi tip omrežij so hiperkocke in debela drevesa (ta bomo spoznali kasneje), za drugi tip omrežij pa razne mreže. Na sliki 1 vidimo taki mreži, natančneje, dela takih mrež.



Slika 1. Omrežji s korenskim premerom.

V računalnikih MIMD imamo za vsak procesor svojo krmilno enoto. Zaradi tega so procesorji neodvisni med seboj in lahko "vsak dela po svoje". To je po eni strani prednost v primerjavi z računalniki SIMD, saj lahko vzporedno rešujemo več različnih problemov. Toda za izmenjavo podatkov in usklajevanje med procesorji porabimo zato več časa. Od računalnikov razreda MIMD omenimo Convex C-3860 s šestimi procesorji, CRAY-X MP in računalnik CM-5.

Računalnik CM-5

Prvi računalnik CM-5 je bil izdelan leta 1991, razvijati pa so ga začeli že štiri leta prej. Prvi računalnik je vseboval 256 procesorjev, naslednji pa že 544. Število procesorjev lahko izbiramo med 32 in 16384, načeloma pa bi jih bilo lahko celo več. Tej lastnosti, ki je ena najpomembnejših značilnosti računalnika CM-5, pravimo *raztegljivost*. Raztegljivost poleg tega omogoča, da lahko posamezne komponente računalnika zamenjamo z drugačnimi (boljšimi), ne da bi pri tem spremenili zasnovo računalnika.

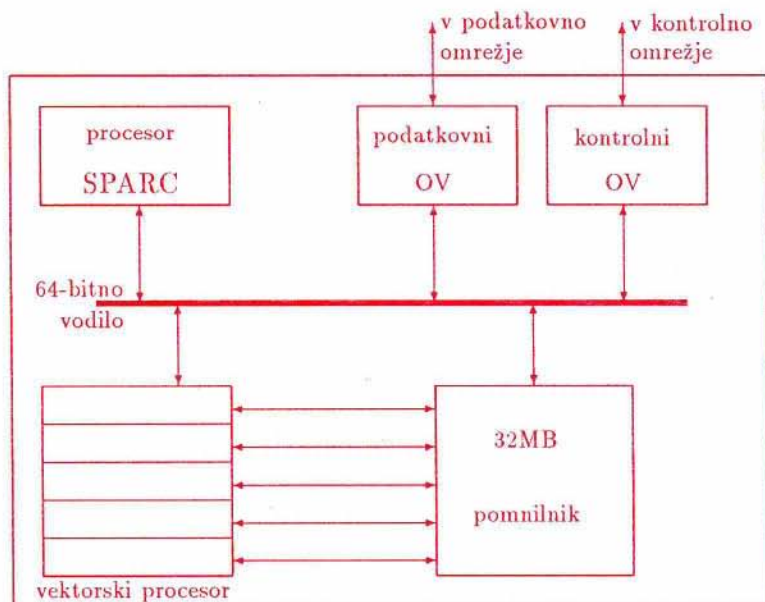
Za osnovni procesor so izbrali 32 MHz procesor SPARC, katerega sorodniki domujejo v delovnih postajah Sun. Te delovne postaje so tudi sicer v tesni zvezi s CM-5, saj so priključene nanj in skrbijo za sistemsko administracijo. Delovne postaje imenujemo *kontrolni procesorji*. Lahko imamo eno samo ali do nekaj deset. Ob vsakem procesorju SPARC najdemo še 32MB velik pomnilnik in vektorski procesor za izvajanje računskih operacij z realnimi števili (torej neke vrste matematični koprocessor). SPARC, pomnilnik in vektorski procesor na kratko imenujemo *procesno vozlišče*. Za vhodno-izhodne operacije skrbijo posebni vhodno-izhodni vmesniki. Procesna vozlišča, kontrolne procesorje in vhodno-izhodne vmesnike imenujemo s skupnim imenom *procesne enote*.

Procesne enote so med seboj povezane s tremi povezovalnimi omrežji: podatkovnim omrežjem, kontrolnim omrežjem in diagnostičnim omrežjem. Med enotami in omrežji se nahajajo *omrežni vmesniki*, ki skrbijo, da procesnim enotam ni potrebno poznati podrobnosti omrežij in obratno. Na sliki 2 je shematično prikazana opisana zgradba, kjer kratice PV, KP, V/I, OV in DO po vrsti pomenijo procesno vozlišče, kontrolni procesor, vhodno-izhodni vmesnik, omrežni vmesnik in diagnostično omrežje.



Slika 2. Shematična zgradba računalnika CM-5.

Poglejmo še na sliko 3, kjer imamo prikazano procesno vozlišče skupaj z omrežnima vmesnikoma.



Slika 3. Procesno vozlišče z omrežnima vmesnikoma.

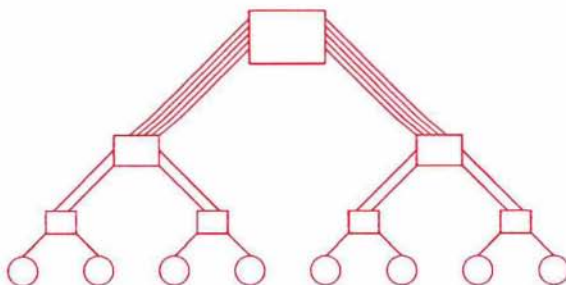
Podatkovno omrežje omogoča prenos podatkov med poljubnima procesnima enotama.

Kontrolno omrežje skrbi za skupne operacije, kot je na primer sinhronizacija delovanja in razpošiljanje sporočil med procesnimi enotami. Zanimivo je, da je kontrolno omrežje zgrajeno na cevovodnem principu, torej je lahko odposlanih več sporočil, še preden je katerokoli sprejeto.

Diagnostično omrežje testira računalnik ter odkriva in izolira napake, ki se lahko pojavijo na strojni opremi. Poleg tega omogoča, da računalnik nemoteno deluje tudi tedaj, ko so določeni deli računalnika pokvarjeni ali pa izven uporabe.

Med vsemi omrežji je najpomembnejše podatkovno, zato si ga oglejmo nekoliko natančneje. Omenili smo že, da je pri računalnikih CM-1 in CM-2 to omrežje hiperkocka. Zaradi raztegljivosti so se morali pri CM-5 taki zgradbi odpovedati. Za podatkovno omrežje so izbrali *debelo drevo*. Tega pojma ne bomo podrobneje razlagali. Zadošča naj kar slika 4, kjer je prikazan poseben primer debelega drevesa – polno dvojiško debelo drevo.

Točko drevesa, ki jo narišemo najvišje, imenujemo *koren* drevesa. Kot razberemo s slike, je glavna značilnost debelega drevesa, da število povezav narašča z njegovo višino. Torej podobno kot pri pravem drevesu, ki je najdebelejše pri korenini (korenu). Spodnje točke drevesa, ki so na sliki krožci, so *listi* drevesa. Listi debelega drevesa ustrezajo procesnim enotam. Pravokotniki predstavljajo usmerjevalna vezja, preko katerih potujejo podatki. V resnici je debelo drevo podatkovnega omrežja v CM-5 nekoliko bolj zapleteno, kot je primer na sliki 4.



Slika 4. Debelo drevo.

Še nekaj pripomb

Verjetno poznate resnico, da se zgodovina ponavlja. Tako je tudi v računalništvu. Izvedba računalnika CM-5, ki vsebuje blizu 16384 procesorjev, zavzame približno 30×30 metrov veliko površino. To je torej orjaški računalnik, podoben prvim elektronskim računalnikom. O prvem elektronskem računalniku ENIAC je lani pisal tudi Presek. Bil je dolg 30.5 metra. Pač pa ima CM-5 drobno prednost pred zgodovinskimi orjaki. Njegova hitrost je približno tera FLOPS, medtem ko je ENIAC zmogel (le) 5000 seštevanj v sekundi.

Leta 1994 so izdelali računalnik CM-5E, novo različico računalnika CM-5. Gre za zelo podoben računalnik, le da ima izboljšane ključne komponente. To je seveda razumljivo, če se spomnimo, da je ena glavnih značilnosti CM-5 raztegljivost. Procesor v procesnem vozlišču je SuperSPARC, ki je opremljen s hitrejšo vektorsko enoto, izboljšana pa so tudi povezovalna omrežja. Izdelovalec trdi, da naj bi računalnik CM-5E prekašal vse konkurenčne vzporedne superračunalnike. Seveda tu zgodbe še ni konec. Tako pri družbi Cray, najbolj znanem izdelovalcu superračunalnikov, načrtujejo računalnik SIMD s kar dvema milijonoma (enobitnih) procesorjev, za dolgoročnejši cilj pa imajo računalnik z 32 milijoni procesorjev. Bomo videli, kako jim bo uspelo.

V članku smo vam želeli prikazati osnove vzporednih računalnikov. Maršičesa seveda nismo povedali. Tako bi bilo zagotovo zanimivo izvedeti še kaj o transputerjih in procesorjih RISC. Če vas tema zanima, pogledjte v naslednjo številko Preseka! Mimogrede, procesorji SPARC spadajo v skupino procesorjev RISC.

Sandi Klavžar

KRIŽANKA OB I. KONGRESU MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE – Rešitev s str. 96

Vodoravno: Plemelj, Strnad, revolta, koleno, Itali, groš, gem, (J)ožica (A)vbelj, Jamnik, Peri, aleksija, devon, tir, Lescot, (I)van (K)uščer, ešarpa, gnezdo, (L)avo (Č)ermelj, ulna, Kra, Jesse, Tobolsk, otva, riviera, Blinc, bankir, kroki, (V)ilko (A)vsenik, ža, (L)eon (Š)tukelj, Akola, Vidav, Ill, sod, Emona, Njasa, anis, Nil, Čadež, ražnjiči, noč, Al, avt.

Navpično: 6. (L)ana (T)urner, 29. (C)harles (G)ounod, 38. (A)nton (T)rstenjak, 43. (O)lga (R)ems, 60. (I)ztok (M)lakar, 68. (A)vgust (Ž)igon, 74. (J)urij (V)ega.

Marko Bokalič

REŠITVE NALOG

ARITMETIČNA ŠTEVILA - Rešitev s str. 77

Naj bo naravno število n vsota prvih k členov aritmetičnega zaporedja s prvim členom enakim 1 in razliko med členi enako d ,

$$\begin{aligned}n &= 1 + (1 + d) + \dots + (1 + (k - 1)d) \\&= k + d + \dots + (k - 1)d = k + d \cdot \frac{k(k - 1)}{2}.\end{aligned}$$

Če poznamo število členov k , lahko iz gornje enakosti izračunamo

$$d = \frac{2(n - k)}{k(k - 1)}.$$

Seveda mora pri tem veljati $k \geq 2$. Pri $k = 1$ je vsota vedno enaka 1 in ni odvisna od d .

V rešitvi bomo za k zaporedoma izbirali vrednosti 2, 3, ... toliko časa, dokler števec $2(n - k)$ ne bo postal manjši od imenovalca $k(k - 1)$. Števec je namreč padajoča, imenovalec pa naraščajoča funkcija števila k . Za izbrano število členov k nato preverimo, ali imenovalec deli števec. Če ga deli, z ukazom LIST sestavimo par $[k \ d]$ in ga z ukazom LPUT dodamo v trenutni seznam rešitev. Na koncu dodamo še par $[n \ 0]$, ki vedno določa rešitev in ga z zgornjim postopkom ne odkrijemo.

```
TO zaporedja :n
  (LOCAL "k "st "im)      ; število členov, števec, imenovalec
  LOCAL "s                ; seznam rešitev
  MAKE "s [] MAKE "k 2    ; začetne vrednosti
  MAKE "st 2*( :n - 2) MAKE "im 2
  LOOP "konec [
    IF :st<:im [THROW "konec] []
    IF (REMAINDER :st :im)=0 [MAKE "s LPUT (LIST :k DIV :st :im) :s] []
    MAKE "st :st - 2 MAKE "im :im + 2*:k MAKE "k :k + 1
  ]
  OP LPUT (LIST :n 0) :s
END
```

Rešitve iščemo v zanki LOOP "konec, ki se izteče, ko je pogoj v prvem stavku IF izpolnjen in se izvrši ukaz THROW "konec. Pri spreminjanju števca in imenovalca upoštevamo, da se pri povečanju vrednosti števila k za 1 števec $2(n - k)$ zmanjša za 2, imenovalec $k(k - 1)$ pa poveča za $2k$. Tako nekoliko zmanjšamo število opravljenih računskih operacij. Ker se zanka konča, ko je $2(n - k) < k(k - 1)$, je število njenih ponovitev približno $\sqrt{2n}$.

Martin Juvan

TEKMOVANJA

REŠITVE NALOG Z IZBIRNEGA TEKMOVANJA IZ MATEMATIKE ZA SREDNJEŠOLCE - s strani 102

Prvi letnik

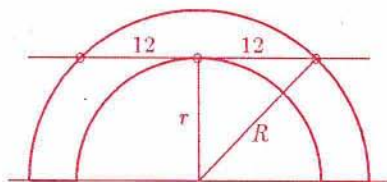
1. Neenakost $1 + \frac{x}{3} > \sqrt[3]{1+x}$ kubiramo in dobimo naslednjo neenakost:

$$1 + 3 \cdot \frac{x}{3} + 3 \cdot \frac{x^2}{9} + \frac{x^3}{27} > 1 + x.$$

Na obeh straneh odštejemo $1+x$ in pomnožimo s 27. Dobimo $9x^2 + x^3 > 0$ oziroma $x^2(x+9) > 0$. Zadnja neenakost pa je očitno izpolnjena le, če je bodisi $-9 < x < 0$ bodisi $x > 0$.

2. Označimo $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ in naj $D(a, b)$ pomeni največji skupni delitelj števil a in b . Zaradi $(n+1)! + 1 = (n+1)(n!) + 1 - n$ je $D((n+1)! + 1, n! + 1) = D(n! + 1, n)$, zaradi $n! + 1 = (n-1)! \cdot n + 1$ pa je $D(n! + 1, n) = 1$. Torej je $D((n+1)! + 1, n! + 1) = 1$ in sta si števili tuji.

3. Ploščina osenčenega dela s slike v nalogi je enaka razliki ploščin ustreznih polkrogov, zato je vseeno, če manjšo polkrožnico prestavimo tako, da imata obe skupno središče. S slike na desni razberemo, da je iskana ploščina enaka



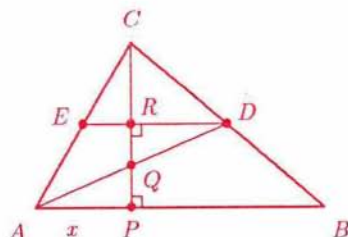
$$\frac{1}{2}(\pi R^2 - \pi r^2) = \frac{1}{2}\pi(R^2 - r^2) = \frac{1}{2}\pi \cdot 12^2 = 72\pi.$$

4. Ker je vsaka vrstica sode dolžine, je za vsak $n = 1, \dots, 1992$ število domin, ki ležijo v n -ti in $(n+1)$ -vi vrstici, sodo. Torej je pri vsakem prekrivanju število vseh navpično ležečih domin sodo. Ker je vseh domin liho mnogo, sledi, da je tudi vodoravno ležečih liho mnogo in zato zamenjave ni moč narediti.

Drugi letnik

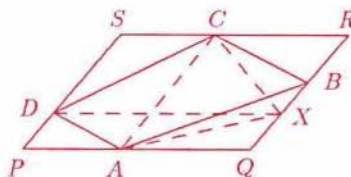
1. Če na obeh straneh enačbe prištejemo 1, lahko zapišemo $(x+1)(y+1)(z+1) = 1001$. Ker so x, y in z naravna števila, so vsi trije faktorji na levi večji od 1. Zaradi $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ je potem ena od možnosti $x+1 = 7$, $y+1 = 11$ in $z+1 = 13$, ki da rešitev $(6, 10, 12)$. Imamo pa še pet možnosti: $(6, 12, 10)$, $(10, 6, 12)$, $(10, 12, 6)$, $(12, 6, 10)$ in $(12, 10, 6)$.

2. Označimo razpolovišči stranic BC in AC z D oziroma E , nožišče višine na AB s P , presečišče višine na AB in težiščnice na BC s Q ter presečišče daljice DE in višine na AB z R (glej sliko). Dolžino $|AP|$ označimo z x .



Trikotnika APQ in DRQ sta si podobna, ker sta pravokotna in imata skladna kota pri Q . Sta pa tudi skladna, saj je stranica AQ po predpostavki enako dolga kot QD . Torej je $|AP| = |DR| = x$. Ker sta trikotnika APC in ERC podobna in je $|AE| = \frac{1}{2}|AC|$, je $|RE| = \frac{1}{2}|AP| = \frac{1}{2}x$. Iz enakosti $\frac{3}{2} = |DE| = |DR| + |RE| = \frac{3}{2}x$ potem sledi $x = |AP| = 1$. Ker je trikotnik APC pravokoten in je dolžina katete AP polovica hipotenuze AC , je to polovica enakostraničnega trikotnika. Torej je kot $\angle CAB = \angle CAP = 60^\circ$.

3. Recimo, da DB ni vzporedna s PQ . Naj bo X taka točka na QR , da bo DX vzporedna s PQ . Potem je X različna od B . Sledi, da je ploščina paralelograma $PQXD$ dvakrat večja od ploščine trikotnika AXD in ploščina paralelograma $XRSD$ dvakrat večja od ploščine trikotnika DXC . Torej je ploščina paralelograma $PQRS$ dvakrat večja od ploščine štirikotnika $AXCD$. Ploščini štirikotnikov $ABCD$ in $AXCD$ sta zato enaki, torej sta enaki tudi ploščini trikotnikov ABC in AXC . Iz tega sklepamo, da sta daljici AC in XB vzporedni, zato je AC vzporedna QR .



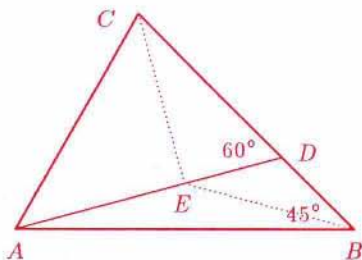
4. Na šahovnici je ob vsakem robu šest polj, ki imajo po tri sosednja polja, skupaj torej 24 polj, ki imajo liho število sosednjih polj. Če trdnjava zares prestopi vsako mejo takega polja natanko enkrat, potem mora v tem polju bodisi začeti bodisi končati svoj sprehod. Torej bi lahko imeli kvečjemu dve polji z lihimi številom sosedov, katerih meje bi trdnjava obšla natanko enkrat. Mejá ostalih 22 polj nikakor ne bi mogla obiti natanko enkrat. Odgovor je torej, da trdnjava ne more narediti zahtevanega sprehoda.

Tretji letnik

1. Najprej vstavimo $x = y$ in dobimo $x + f(x, z) = f(x, x) + f(x, z)$, od koder sledi $f(x, x) = x$. Nato vstavimo še $y = z$ in iz $x + f(y, y) = f(x, y) + f(x, y)$ izpeljemo $f(x, y) = \frac{x+y}{2}$. Od tod dobimo $f(19, 94) = \frac{19+94}{2} = \frac{113}{2}$.

2. Ker ima polinom racionalne koeficiente, so po Vietovih formulah $u + v + uv$, $uv + u^2v + uv^2$ in u^2v^2 racionalni. Zato sta racionalna tudi $1 + u + v + uv$ in $uv + u^2v + uv^2 + u^2v^2$. Zadnji izraz razcepimo v $uv(1 + u + v + uv)$. Ker je izraz racionalen, tretji faktor sam pa prav tako, je racionalen tudi produkt uv .

3. Izberimo točko E na AD , da bo $AD \perp CE$. Potem je $\sphericalangle ECD = 30^\circ$ in je zato $|ED| = \frac{1}{2}|CD|$. Torej $|ED| = |BD|$ in je zato BDE enakokrak trikotnik s kotoma 30° ob osnovnici EB . Opazimo, da je $|EB|$ dvakratnik višine enakostraničnega trikotnika z osnovnico BD . Ker je $2|BD| = |CD|$, je EB višina



enakostraničnega trikotnika z osnovnico CD . Torej $|EC| = |EB|$. Iz $\sphericalangle AEB = 150^\circ$ in $\sphericalangle ABE = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ nadalje sledi, da je trikotnik ABE enakokrak s krakoma AE in BE . Torej je $|AE| = |CE|$ in zato $\sphericalangle ECA = \sphericalangle EAC = 45^\circ$. Potem pa je $\sphericalangle ACB = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$ in $\sphericalangle BAC = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$.

4. Z uporabo zvez $\sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$ in $\sin^2 \beta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\beta)$ izpeljemo $2 - (\cos 2\alpha + \cos 2\beta) = 2 \sin(\alpha + \beta)$ oziroma

$$2(1 - \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)) = 2 \sin(\alpha + \beta).$$

Nazadnje dokažimo, da iz $1 = \sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$ sledi $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$.

Res, ker sta α in β kota v trikotniku, je $0 < \alpha + \beta < \pi$. Če je $\alpha + \beta > \frac{\pi}{2}$, je

$$\sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) < \sin(\alpha + \beta) < 1,$$

saj sta kosinusa, ki nastopata v produktu, različnega predznaka (trikotnik namreč ni topokoten).

Za $\alpha + \beta \leq \frac{\pi}{2}$ pa imamo

$$\begin{aligned} 1 &= \sin(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) \geq \\ &\geq \sin^2(\alpha + \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) \geq \\ &\geq \sin^2(\alpha + \beta) + \cos^2(\alpha + \beta) = 1. \end{aligned}$$

(Upoštevali smo, da za $\alpha + \beta \leq \frac{\pi}{2}$ velja $\cos(\alpha - \beta) \geq \cos(\alpha + \beta)$.) V gornji verigi neenakosti morajo dejansko veljati enakosti, zato je med drugim $\sin^2(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta)$. Ker $\sin(\alpha + \beta)$ ne more biti 0, je $\sin(\alpha + \beta) = 1$ in $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} = \gamma$.

Četrty letnik

1. Očitno je $x > 0$, zaradi drugega korena pa še $x \geq 1$. Enačbo preoblikujemo v $\left(x - \sqrt{1 - \frac{1}{x}}\right)^2 = x - \frac{1}{x}$ in nadalje

$$x^2 - 2x\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + 1 - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x}.$$

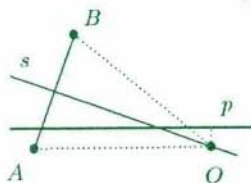
Torej $x^2 - x + 1 - 2\sqrt{x^2 - x} = 0$. Zamenjamo $y = x^2 - x$ in dobimo enačbo $y - 2\sqrt{y} + 1 = 0$, ki ima edino rešitev $y = 1$. Edina rešitev enačbe $1 = x^2 - x$, ki zadošča pogoju $x \geq 1$, pa je $x = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$.

2. Ker je a_1 lih, noben člen zaporedja ni deljiv z 2. Naj bo p praštevilo, večje od 2. Če je $a_n \equiv 0 \pmod{p}$ za nek $n \in \mathbb{N}$, je $a_{n+1} \equiv -2 \equiv p-2 \pmod{p}$ in $a_{n+2} \equiv (p-2)^2 - 2 \equiv p^2 - 2p + 2 \equiv 2 \pmod{p}$ ter $a_{n+3} \equiv 2^2 - 2 \equiv 2 \pmod{p}$, zato tudi $a_{n+k} \equiv 2 \pmod{p}$ za vsak $k \in \mathbb{N}$, $k > 1$. To pomeni: če p deli a_n za nek $n \in \mathbb{N}$, bo vsak a_m tuj s p za vsak $m > n$. Res je kvečjemu en člen zaporedja deljiv s p .

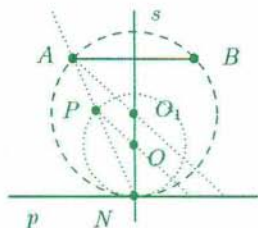
3. Za $x = y = 0$ dobimo $f(0) + f(0) + f(0) = \frac{f^2(0) + f(0)}{f(0)} + 1$ oziroma $f(0) = 1$. Če vzamemo $y = 0$ in upoštevamo $f(0) = 1$, dobimo: $f(x) + f(0) + f(0) = \frac{f^2(x) + f(0)}{f(x)} + 1$ in $f^2(x) + 2f(x) = f^2(x) + 1 + f(x)$ ter $f(x) = 1$. To je edini možen kandidat za f . Preverimo lahko, da je $f(x) = 1$ res rešitev.

4. Označimo premico s p , točki z A in B in simetralo daljice AB z s . Ločimo štiri primere.

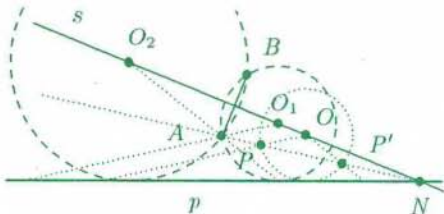
Če daljica AB seka premico p , taka točka ne obstaja. Izberimo poljubno točko O na simetrali s . Če leži O na premici p , je $d(O, p) = 0 < d(O, A)$. Če pa O ne leži na p , lahko zaradi simetrije predpostavimo, da daljica OB seka p . Potem pa je $d(O, p) < d(O, B)$.



Če je daljica AB **vzporedna** premici p , obstaja natanko ena rešitev. Naj simetrala s seka p v točki N . Izberimo poljubno točko O na s ($O \notin p$) in načrtajmo krožnico s središčem O in polmerom $|ON|$. Potem premica skozi A in N seka to krožnico v dveh točkah: N in P . Iskano točko O_1 dobimo kot presečišče premice skozi A , vzporedne k PO , s simetralo s . Pravilnost konstrukcije sledi iz podobnosti $\triangle NOP \sim \triangle NO_1A$.

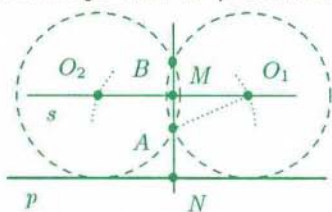


Če daljica AB **ni pravokotna** in **ni vzporedna** premici p , obstajata dve rešitvi. Naj simetrala s seka p v točki N . Izberimo poljubno točko O na s ($O \notin p$) in načrtajmo krožnico s središčem O , ki se dotika premice p . Potem premica skozi A in N seka to krožnico v dveh točkah: P in P' . Iskani



točki O_1 in O_2 dobimo kot presečišči premic skozi A , vzporednih k PO in $P'O$, s simetralo s . Pravilnost konstrukcije sledi iz podobnosti $\triangle NOP \sim \triangle NO_1A$ in $\triangle NOP' \sim \triangle NO_2A$.

Tudi v primeru, ko je daljica AB **pravokotna** na premico p , obstajata dve rešitvi. Naj bo M razpolovišče daljice AB in naj premica skozi AB seka p v točki N . Iskani točki O_1 in O_2 dobimo kot presečišči krožnice s središčem v A in polmerom $|MN|$ s simetralo s . Pravilnost konstrukcije sledi iz $d(O_1, p) = |MN| = d(O_1, A)$.



Matjaž Željko

TRGI IN ULICE - Rešitev s str. 111

Vsak trg je povezan s štirimi drugimi trgi, kar pomeni, da je trgov najmanj 5. Ker je vsak trg povezan z ostalimi trgi, jih ni več kot 5. Sledi, da ima ožji center mesta 5 trgov, število ulic pa je $(5 \cdot 4) : 2$, to je 10.

Dragoljub M. Milošević - prev. in prir. Barbara Japelj

REŠITVE NALOG

DALJNOSEŽNE POSLEDICE PREPROSTE ENAČBE - Rešitev s str. 76

Seveda štejemo, da ima število obliko $a^4 + 4b^4$, če v vsoti oba člena res nastopata, to je $a \neq 0$, $b \neq 0$. Očitno se lahko tako v nalogi a) kot v b) omejimo na $a, b \in \mathbb{N}$.

a) V enačbo $A^2 + B^2 = (A + B)^2 - 2AB$ vstavimo $A = a^2$, $B = 2b^2$. Dobimo

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$$

in to je praštevilo le, če je manjši faktor enak 1. Torej

$$1 = a^2 + 2b^2 - 2ab = (a - b)^2 + b^2,$$

od koder sledi edina možnost $a = 1$, $b = 1$ in $a^4 + 4b^4 = 5$.

b) Naj za neko praštevilo p in naravna števila a, b, n ; $n \geq 2$, velja enačba $a^4 + 4b^4 = p^n$. Kratek premislek izloči $p = 2$. Za ostale p lahko predpostavimo, da ne a ne b nista deljiva s p . Če bi bil s p deljiv eden od njiju, bi bil tudi drugi, kar za $n \leq 3$ ni možno. Za večje n pa bi enačbo krajšali s p^4 in dobili enačbo istega tipa. S ponavljanjem postopka dobimo a in b , ki sta tuja p . Iz razcepa

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) = p^n$$

sledi (če izločimo primer iz točke a), ko je drugi oklepaj enak 1):

$$a^2 + 2b^2 + 2ab = p^m, \quad a^2 + 2b^2 - 2ab = p^{n-m}; \quad m \geq 1, \quad n - m \geq 1.$$

Če odštejemo drugo enačbo od prve, sledi $4ab = p^m - p^{n-m}$, torej je desna stran deljiva s p . Tedaj pa je ali a ali b deljiv s p , saj je p praštevilo, različno od 2. Prišli smo v protislovje z začetno predpostavko, da a in b nista deljiva s p .

c) $2^{58} + 1 = 1^2 + 4 \cdot (2^{14})^4$, torej po točki a) ni praštevilo. Velja

$$2^{58} + 1 = (2 \cdot 2^{28} + 2 \cdot 2^{14} + 1)(2 \cdot 2^{28} - 2 \cdot 2^{14} + 1).$$

Identiteto $4b^4 + 1 = (2b^2 + 2b + 1)(2b^2 - 2b + 1)$ je poznal že Euler.

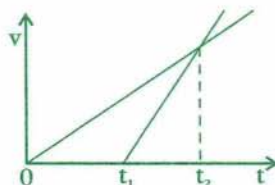
Jurij Kovič

TEKMOVANJA

NALOGE Z DRŽAVNEGA TEKMOVANJA IZ SREDNJEŠOLSKE FIZIKE

Skupina A

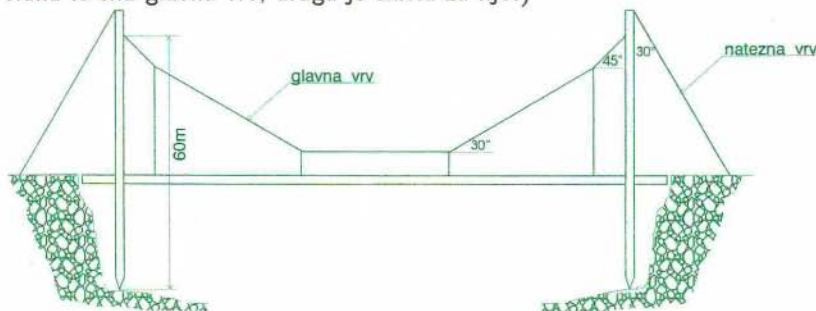
1. Slika kaže hitrost v odvisnosti od časa za dve točkasti telesi, ki se premo gibljeta iz istega začetnega položaja. Čas $t_1=5$ s, čas $t_2=9$ s. Ob katerem času eno telo dohiti drugo telo?



2. Raziskovalna podmornica nasede na morskem dnu. Da bi opozorila na svojo nesrečo, posadka izpusti plastično sondo ribje oblike, prevlečeno s kovinsko plastjo. Sonda se že po nekaj metrih poti enakomerno dviga proti gladini in izskoči iz morja. Radar obalne straže jo lahko zazna, če se nahaja višje kot 20 m nad morsk gladino. Koliko časa bo signal na radarju? Sonda ima maso 1,0 kg, dolžino 2,0 m, prečni presek $0,2 \text{ m}^2$ in prostornino $0,2 \text{ m}^3$. Koeficient upora za sondo ribje oblike je $c = 0,04$. Oцени tudi napako zaradi dimenzij sonde!

Fizikalni poduk: Silo upora na telo, ki se dovolj hitro giblje skozi tekočino (tako je gibanje sonde), podaja kvadratni zakon upora $F_u = \frac{1}{2} c \rho S v^2$, kjer je c koeficient upora, S prečni presek, ρ gostota tekočine in v hitrost telesa glede na mirujočo tekočino.

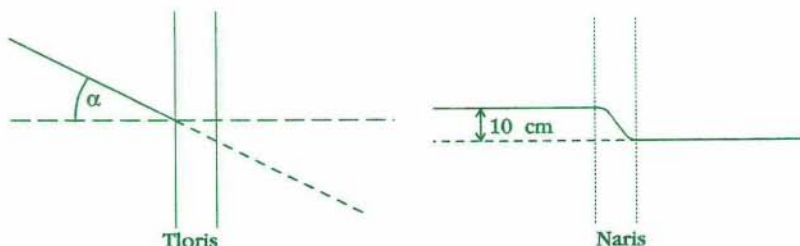
3. Preko zaliva je postavljen 100 m dolg viseči most (glej sliko). Nosilno vrv spletemo iz jeklenic, od katerih vsaka zdrži natezno silo 100 kN. Koliko takih jeklenic je potrebno uporabiti za vsako od obeh glavnih vrvi, če mora most zdržati 10 ton obremenitve na vsak meter dolžine (teža mostu je všteta)? Kako visoko na nosilni steber je treba vpeti natezne vrvi, ki so sestavljene iz enakega števila jeklenic kot glavna vrv, da most vzdrži predpisano obremenitev? Glavni vrvi sta vpeti na nosilni steber na višini 60 m. (Na sliki je vidna le ena glavna vrv, druga je skrita za njo.)



4. Potapljač bi rad naredil globinomer. Na voljo ima tanko prozorno plastično cevko s konstantnim presekom in dolžino 30 cm. Na eni strani cevko zapre, na drugi strani pa je odprta. Ker je cevka dovolj tanka, zrak iz nje ne more uiti, tako da je masa zraka v cevki ves čas enaka. Izračunaj, kako se dolžina zračnega stolpca spreminja z globino! Kje na cevki si mora potapljač označiti globine 10 m, 20 m, 30 m? Temperatura morja je na vseh omenjenih globinah enaka, gostota vode je $1,0 \text{ g/cm}^3$.

Skupina B

1. Košček ledu drsi brez trenja po vodoravni podlagi s hitrostjo $0,5 \text{ m/s}$ pod vpadnim kotom $\alpha = 40^\circ$ glede na mejo, kjer se podlaga zvezno prevesi v 10 cm niže ležečo vodoravno ravnino (glej sliko). Za kolikšen kot se telo po prehodu odkloni od prvotne smeri?



2. Vesoljska postaja Slovenija na začetku lebdi nad Jupitrovim satelitom Evropo z maso 10^{25} kg in začne nato prosto padati v njenem gravitacijskem polju.

Opazovalec na krovu nima stika z zunanjim svetom. Meri lahko le razdaljo med dvema prosto gibljivima kilogramskima kroglama. Ta se po desetih minutah od pričetka padanja zmanjša z enega metra na $0,99$ metra.

Določi začetno razdaljo Slovenije od središča Evrope. V kakšno lego postavi opazovalec krogli? Gravitacijska konstanta je enaka $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

3. Kolo krožne žage ima maso 10 kg ter polmer 50 cm in je vpeto tako, da se brez trenja premika v navpični smeri. Kolikokrat se mora kolo zavrteti, da postrga 20 cm debelo plast lesa, če je za postrganje 1 mm debele plasti potrebno lesu dovesti delo 40 J ? Za koliko se pri tem kolo segreje? Koeficient trenja med lesom in rezilom žage je $0,83$. Kolo se pri enem obratu segreje za $0,03 \text{ K}$. Specifična toplota kolesa je 800 J/kgK , narejeno pa je tako, da se obdelovanega materiala vedno dotika le v rezalni površini. Težni pospešek je 10 m/s^2 .

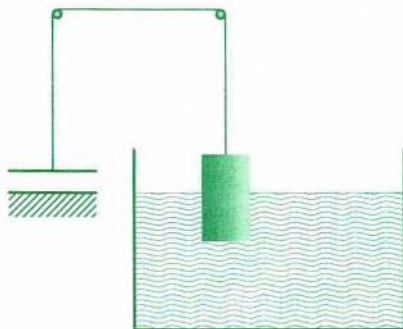
Največ za koliko bi se lahko kolo žage segrelo pri enem obratu?

4. Dve enaki posodi sta povezani s tanko cevko zanemarljive prostornine. V posodah je idealni plin s temperaturo $-23\text{ }^{\circ}\text{C}$. Za koliko % se spremeni tlak v posodah, če eno posodo segrejemo do temperature $27\text{ }^{\circ}\text{C}$, v drugi pa ves čas vzdržujemo prejšnjo temperaturo?

Skupina C

1. V katodni cevi, ki je priključena na pospeševalno napetost 1500 V , odklanjamo elektrone z dvema enakima med seboj pravokotno postavljenima kondenzatorjema. Vsak kondenzator sestavljata dve kvadratni plošči s stranico $6,0\text{ cm}$ v razmiku $5,0\text{ mm}$. Kondenzatorja sta postavljena drug za drugim, tako da je središče prvega 33 cm , drugega pa 27 cm od zaslona. Kakšno časovno spremenljivo napetost moramo priključiti na prvi kondenzator in kakšno na drugega, da bo elektronski curek opisoval na zaslonu elipso s polosema $1,0\text{ cm}$ in $2,0\text{ cm}$?

2. Vodoravna kovinska plošča s površino $100,0\text{ cm}^2$ in maso $100,0\text{ g}$ je pritrjena na podlago. Druga, povsem enaka vodoravna plošča, tvori s prvo kondenzator in je z vrstico z dolžino $240,0\text{ cm}$ povezana s plovcem, ki plava v vodi. Vrvica je napeljena preko dveh škripcev zanemarljivih razsežnosti v medsebojni razdalji $50,0\text{ cm}$. Plovec ima obliko valja višine $20,0\text{ cm}$, polmera $5,0\text{ cm}$



in gostoto $600,0\text{ kg/m}^3$. Na obeh ploščah je stalen naboj po $1,0 \cdot 10^{-13}\text{ As}$ z nasprotnim predznakom. Gladina vode je $1,00\text{ m}$ pod škripcema, spodnja plošča je v isti višini kot gladina vode. Izračunaj, kolikšno je najmanjše odstopanje vodne gladine navzgor in navzdol, ki ga še lahko izmerimo z voltmetrom, natančnim na 1 mV ! Kolikšna je napetost med ploščama, ko se gladina vode dvigne za $0,5\text{ cm}$? ($\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12}\text{ As/Vm}$, $g = 10\text{ m/s}^2$.)

3. Darko ima žico v obliki prisekanega stožca s polmeroma osnovnih ploskev $r_0 = 1,0\text{ mm}$ in $r_1 = 3,0\text{ mm}$ ter višino $l_0 = 8,0\text{ cm}$. V priročniku prebere, da je upornost takega telesa $R = \frac{\zeta l_0}{\pi r_0 r_1}$, kjer je $\zeta = 10^{-6}\Omega\text{m}$ specifični upor snovi. Pomisli, da bi do tega rezultata lahko prišel tudi sam, tako da bi telo v mislih razrezal na manjše kose. Te bi nato aproksimiral s preprostejšimi telesi, za katere zna izračunati upor. Poskusi tudi ti na podoben način oceniti upor takega telesa!

4. Na klancu z naklonskim kotom 30° sta z začetkom ob vznožju klanca pritrjeni dve dolgi vzporedni bakreni žici (tračnici) v medsebojni razdalji 10 cm. 100 cm od vznožja klanca položimo 10 cm dolgo bakreno žičko na tračnici tako, da se dotika obeh tračnic. Masa žičke je 0,1 g, koeficient lepenja med tračnicama in žičko je 0,6, prečni presek žičke je enak preseku tračnice. Vse skupaj se nahaja v homogenem magnetnem polju z gostoto 0,01 T, ki kaže navpično navzgor. Najmanj kolikšno napetost moramo priključiti na tračnici ob vznožju klanca, da bo žička začela drseti navzgor po tračnicah? Kakšna je polariteta priključene napetosti?

Na tračnici priključimo 2-krat večjo napetost, kot je potrebna za začetek drsenja. Za koliko se premakne žička? Kvalitativno opiši, kaj se dogaja z žičko, če zamenjamo polariteto priključkov?

Gostota bakra je $8,9 \text{ g/cm}^3$, specifični upor pa $0,017 \text{ }\Omega\text{mm}^2/\text{m}$.

Skupina D

1. Netopir zazna položaj žuželke tako, da odda kratek pisk ultrazvoka, ki se od žuželke odbije, netopir pa ga sliši z ušesi. Tako lahko dokaj natančno določi, v kateri smeri je žuželka. Oddaljenost žuželke določi iz časa potovanja zvoka. Denimo, da je med netopirjem in žuželko 10 cm debel vodni slap in da je žuželka 20 cm višje od netopirja, v vodoravni smeri pa sta med seboj oddaljena 10 m. Netopir je od najbližje točke na slapu oddaljen 5 m. Izračunaj in nariši, kje se bo netopirju prikazala "zvočna" podoba žuželke! Žuželko lahko primerjamo z zelo majhno ploskvijo, od katere se zvok odbije v vseh smereh. Gibanje vode v slapu zanemari. Netopir tudi "ve", kdaj zazna žuželko ali kakšno drugo oviro. Hitrost zvoka v zraku je 340 m/s , v vodi pa 1480 m/s .

Matematični poduk: Za majhne kote velja (vadianih): $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$.

2. Izračunaj izkoristek Stirlingovega toplotnega stroja, ki opravlja naslednjo krožno spremembo: Idealni plin v točki 1 pri temperaturi T_1 , tlaku p_0 in prostornini V_0 najprej izohorno segrejemo do temperature T_2 (točka 2). Od tu ga izotermno razpnemo do prostornine V_1 (točka 3). Nato izohorno ohladimo plin do T_1 (točka 4). Nazadnje plin izotermno stisnemo na prostornino V_0 (točka 1). Posebnost Stirlingovega stroja je toplotni izmenjevalec. Ta prestreže vso toploto, ki se sprošča pri izohorni spremembi $3 \rightarrow 4$, in jo v celoti dovede plinu med spremembo $1 \rightarrow 2$.

Izkoristek primerjaj z izkoristkom idealnega toplotnega stroja!

Fizikalni poduk: Delo, ki ga pri izotermni spremembi od p, V na p', V' prejme idealni plin, je enako $A = -pV \ln(V'/V)$.

3. Na strop je obešen škripec valjaste oblike. V najvišji točki položimo na valj košček ledu, ki na površino rahlo primrzne, tako da je med valjem in ledom koeficient lepenja enak 0,4. Masa valja je dvakrat večja od mase koščka ledu. Ker je sistem v labilni legi, se začne vrteti. Pri kolikšnem zasuku bo košček ledu zdrsnil po valju? V kateri legi bo košček ledu odletel z valja, če drsi po njem brez trenja? Trenje v osi valja je zanemarljivo.

4. *Eksperimentalna naloga.* Če telo ni v toplotnem stiku z okolico, se ohlaja le s sevanjem s površine. Stefanov zakon pove, da je moč, ki jo seva enota površine telesa, sorazmerna s potenco absolutne temperature telesa. V nalogi boš izmeril to potenco. Predpostavi, da se segreta volframska nitka v žarnici hladi le s sevanjem. V ravnovesju je potem dovedena moč enaka izsevani moči $P = \sigma ST^n$, kjer sta σ in n konstanti in S efektivna površina nitke.

- Temperaturo nitke določiš s pomočjo tabele (odvisnost specifičnega upora volframa od absolutne temperature) in podanega upora volframske nitke pri sobni temperaturi. Upor nitke je napisan na nalepki na priključni žici. Izmerjen je z natančnostjo 0,005 Ω . Upoštevaj, da se presek in dolžina nitke praktično ne spreminjata s temperaturo.
- Eksponent n najlažje določiš tako, da zvezo $P = \sigma ST^n$ logaritmiráš in na grafu narišeš odvisnost $\log P$ od $\log T$. Oцени napako meritve.

Potrebščine: volframska žarnica (12 V, 45 W), priključne žice, dva univerzalna AV merilnika (digitalni za tok, analogni za napetost), napetostni izvir, stojalo s prižemo, milimetrski papir, tabela za specifični upor volframa v odvisnosti od absolutne temperature.

Bojan Golli, Jure Bajc, Ciril Dominko

ŠE O LETALSKEM POKU

Presek je pred dvema letoma poročal o tem, da so se ob letalskem puku zatresla tla (20 (1992/93) 30). Seizmogram je pokazal dva vrhova v časovnem razmiku okoli 1,1 sekunde. Temu ustreza pri gibanju s hitrostjo okoli 340 m/s razdalja okoli 380 m. Prispevek je omenil možnost, da je drugi vrh povzročil letalski ali protiletalski izstrellek. Ni bilo nobenega izstrelka, razlaga je preprostejša. Očividec je jasno videl, da sta leteli proti Gradu dve letali. Vsako od njiju je povzročilo svoj pok. Iz časovnega razmika obeh pokov je mogoče tudi oceniti, v kolikšni razdalji sta leteli letali drugo za drugim.

Janez Strnad

REŠITVE NALOG

TRISEKCIJA - Rešitev s str. 89

Razdelitev elementov bomo naredili v enem prehodu vhodne tabele a . Pri tem bo tabela razdeljena na štiri dele, ki jih bomo ločili z indeksi i , j in k . Prvi del bo sestavljen iz elementov $a[1], \dots, a[i-1]$, ki bodo med postopkom ves čas strogo manjši od delilnega elementa x . Drugi del $a[i], \dots, a[j]$ bodo sestavljali še nepregledani elementi. V naslednjem delu $a[j+1], \dots, a[k]$ bodo elementi enaki x , zadnji del $a[k+1], \dots, a[n]$ pa bo vseboval elemente, ki so strogo večji od x . Na začetku bo celotna tabela nepregledana. Pregledovanje bomo končali, ko se bo nepregledani del spraznil, torej ko se bosta indeksa i in j prekrizala.

```
const
    maxN=30;
type
    element = integer;
    tabela = array [1..maxN] of element;

procedure Razdeli(var a: tabela; n: integer; x: element);
{ Razdeli vhodno tabelo a dolžine n na elemente, ki so strogo manjši, enaki }
{ in strogo večji od delilnega elementa x. }
var
    i,j,k: integer;
    b: element;
begin
    i:=1; j:=n; k:=n; { Vsi elementi so še nepregledani. }
    while i<=j do
        if a[i]<x then { strogo manjši od x }
            i:=i+1
        else if a[i]=x then { enak x }
            begin a[i]:=a[j]; a[j]:=x; j:=j-1; end
        else begin { strogo večji od x }
            b:=a[i]; a[i]:=a[j]; a[j]:=a[k]; a[k]:=b;
            j:=j-1; k:=k-1;
        end;
    end; {Razdeli}
```

V vsaki ponovitvi zanke **while** pregledamo element $a[i]$ in ga iz nepregledanega dela prestavimo v enega od ostalih delov ter ustrezno popravimo indekse. Ker je začetna razlika med indeksoma i in j enaka $n-1$, pri vsaki ponovitvi pa se bodisi indeks i poveča za 1 bodisi indeks j zmanjša za 1, zanka pa se konča, ko razlika $j-i$ postane negativna, se zanka **while** ponovi natanko n -krat.

Martin Juvan

KAKO HITRO IZTEČE VODA? - Rešitev nagradne naloge iz P-XXI/5, str. 257

Nalogo smo vam zastavili že spomladi, čakali na odgovore malo dlje, kot smo sprva nameravali, a sta se nam vseeno oglasila le dva reševalca. Pravilna pa je bila samo ena rešitev in sicer nam jo je poslal Martin Klanjšek, dijak bežigrajske gimnazije v Ljubljani. Seveda prejme Martin knjižno nagrado, predstavljamo pa vam tudi njegovo rešitev.

Uredništvo

V nekem trenutku med iztekanjem naj bo gladina vode na višini z nad dnom soda. Količine z indeksom nič naj se nanašajo na gladino vode, ostale pa na del vode v odprtini na dnu soda v tistem trenutku. Za iztekanje lahko tedaj zapišemo enačbi

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \quad \text{in} \quad \Phi_V = \Phi_{V0} \iff S_v = S_0 v_0.$$

Enačba na levi je poseben primer Bernoullijeve enačbe, ki velja za laminarni tok (ko ni vrtincev) nestisljive neviskozne tekočine (kar voda v resnici ni). Druga pa pove, da je zaradi majhne stisljivosti prostorninski tok vode na obeh mestih enak, če voda vmes nikjer ne priteka ali odteka. Iz druge enačbe izrazimo v in ga vstavimo v prvo, da dobimo

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gz}{\left(\frac{S_0}{S}\right)^2 - 1}} = \sqrt{2az}, \quad (*)$$

kjer je $a = g/\left(\left(\frac{S_0}{S}\right)^2 - 1\right)$ negativni pospešek. Iz enačbe (*) namreč razberemo, da je nižanje gladine enakomerno pojemajoče gibanje. Vsa voda izteče v času, v katerem se gladina zniža do odprtine na dnu soda. Na začetku, pri $z = h$, je hitrost gladine največja, in sicer $v_{\max} = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{S_0}{S}\right)^2 - 1}}$, na koncu je enaka nič. Iz enačbe $v_{\max} = at$ dobimo čas iztekanja

$$t = \frac{v_{\max}}{a} = \sqrt{\frac{2h}{g} \left(\left(\frac{S_0}{S} \right)^2 - 1 \right)}.$$

Integriranju smo se izognili, potem ko smo v enačbi (*) prepoznali enačbo za enakomerno pospešeno gibanje. Če bi to prezrli, bi si morali pomagati z

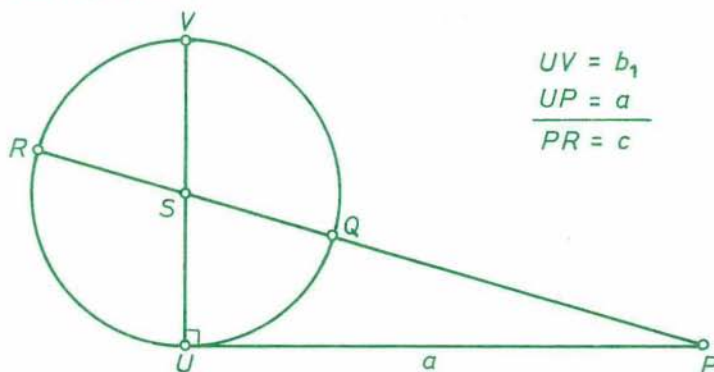
integralom, ali pa bi iz osnovne enačbe za enakomerno pospešeno gibanje $v = at$ izpeljali enačbo $v = \sqrt{2as}$, slej ko prej spet z integralom.

Martin Klanjšek

Pripis uredništva: Risba, ki smo jo za šalo postavili ob nalogo, prikazuje posodo, ki ni prizmatična. Zanj seveda zgornji račun ne velja.

KONSTRUKCIJSKA NALOGA - Rešitev s str. 126

Naj bo dana kateta a in pravokotna projekcija b_1 katete b na hipotenuzo c . Nalogo bo rešena, če bomo, denimo, s šestilom in ravnilom iz a in b_1 narisali hipotenuzo c . To napravimo takole: Narišemo krožnico s premerom b_1 in tangento nanjo. Na tangenti odmerimo od dotikališča razdaljo a . Skozi dobljeno točko P in središče krožnice S narišemo sekanto. Presečišči Q in R sekante s krožnico ustvarjata s točko P dva odseka na sekanti. Daljši je enak hipotenuzi c (glej sliko).



Da je konstrukcija pravilna, nas prepriča kratek račun. Potenca točke P glede na krožnico je po eni strani enaka kvadratu tangente a^2 , po drugi pa produktu odsekov na sekanti $c(c - b_1)$. Torej je

$$a^2 = c(c - b_1) = a_1 c,$$

kar ni nič drugega kot Evklidov izrek za kateto v pravokotnem trikotniku.

Marija Vencelj

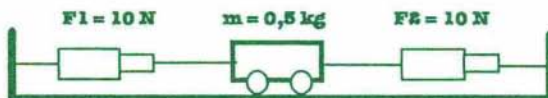
14. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE

7. razred

1. Proti večeru je začelo enakomerno snežiti, tako da je zapadlo v eni uri 6 cm snega. Temperatura snega je 0°C . Sneg je padal tudi na lužo s ploščino $2,0\text{ m}^2$ in povprečno globino 1,5 cm. Začetna temperatura vode v luži je bila 5°C , gostota snega je 200 kg/m^3 .

- Kolikšna je masa vode v luži?
- Koliko toplote je voda oddala med ohlajanjem do 0°C ?
- Kolikšna masa snega se je pri tem stalila v luži? Talilna toplota snega je enaka talilni toploti ledu, podatek poišči v učbeniku. Prehajanje toplote iz okolice na lužo smeš zanemariti.
- V kolikšnem času po začetku sneženja se je temperatura vode znižala na 0°C ?

2. Voziček z maso 0,5 kg in dva enaka, zanemarljivo lahka, silomera povežemo,

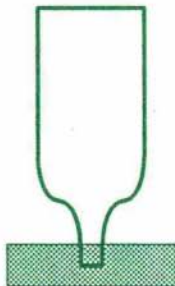


kot kaže slika. Ko je podlaga vodoravna, kažeta silomera 10 N. Nato cel sistem zasučemo za 90° , da je na koncu podlaga navpična.

- Nariši vse sile na voziček, ko je sistem v navpični legi!
- Kolikšni sili kažeta takrat silomera?
- Kolikšno maso vozička bi izbral, da bi v navpični legi spodnji silomer kazal 0 N? Koliko bi v tem primeru kazal zgornji silomer?

Če boš sklepal na pamet, pripiši k rezultatu komentar, da bo razvidno, kako si prišel do rezultata.

3. Zvečer, ko je bila temperatura zraka 20°C , smo nad gladino jezera obesili steklenico s prostornino 0,5 l, tako kot kaže slika. Ponoči se je gladina vode v vratu steklenice dvignila za 10 mm. Presek vratu steklenice je bil 12 cm^2 . V priročniku najdemo podatek, da se enemu litru zraka prostornina poveča za 3,4 ml, če ga segrejemo za en kelvin.



- Kolikšna je bila temperatura zraka ponoči?
- Za koliko se je spremenil tlak v steklenici? Ali se je povečal ali zmanjšal? Zunanji tlak je bil 100 kPa .

Eksperimentalni nalogi:

4. Pred seboj imaš elektronsko vezje. S spreminjanjem lege drsnika izbiraš čas enega nihaja, to je čas od začetka svetlenja prve lučke do trenutka, ko le-ta znova zasveti. Razišči, kako je nihajni čas odvisen od lege drsnika.

- Pri različnih legah drsnika izmeri nihajni čas. Napravi vsaj 6 meritev.
- Nariši diagram odvisnosti nihajnega časa od lege drsnika!
- Iz diagrama oceni nihajni čas, ko je drsnik v legi 0 in ko lučki utripata prehitro, da bi lahko nihaje štel.

Pribor: elektronsko vezje z drsnim uporom, stoparica.

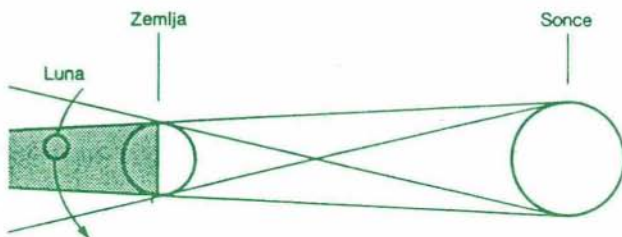
5. Približno določi debelino sten kocke. Vse stene so enako debele. Pokrov kocke je zalepljen in ga ne smeš odpreti.

Pribor: kocka s kavljem, čaša z vodo, utež, trikotnik z merilom.

Masa uteži je 25 g, prostornina uteži pa okrog 3 cm^3 . Gostota plastike, iz katere je kocka, je $1,1 \text{ g/cm}^3$.

8. razred

1. Slika je iz učbenika za 7. razred in prikazuje Lunin mrk. Razdalje niso narisane v pravem merilu.



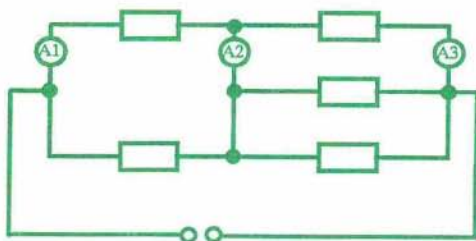
a) Izračunaj, kako dolga je Zemljina senca v vesolju. Pomagaj si s podobnimi trikotniki.

b) Izračunaj, koliko najdlje časa lahko traja popolni Lunin mrk. Polmer Zemlje je 6400 km, polmer Sonca je 109-krat večji od polmera Zemlje, polmer Lune pa je 1750 km. Zemlja je od Sonca oddaljena 150.000.000 km, Luna pa od Zemlje 380.000 km. Luna napravi en obhod okrog Zemlje v približno 28 dneh.

2. Dvigalo prevaža potnike na vrh 100 m visokega razglednega stolpa. Na začetku se hitrost dvigalu v 4 sekundah enakomerno poveča na 6 m/s, nato se dviga enakomerno, na vrhu pa se mu hitrost v 4 sekundah enakomerno zmanjša na nič. Masa dvigala s potniki je 1000 kg.

- Koliko časa traja vožnja dvigala navzgor?
- S kolikšno silo je napeta vlečna vrv dvigala, ko je dvigalo na višini 50 m?
- S kolikšno silo je napeta vlečna vrv dvigala, ko se dvigalo na vrhu ustavlja? Nariši vse sile, ki delujejo na dvigalo med ustavljanjem.

3. Vezje je sestavljeno iz petih enakih upornikov in treh ampermetrov z zanemarljivim notranjim uporom, kot kaže slika. Levi ampermeter (A1) kaže tok 1,0 A. Koliko kaže ampermetra A2 in A3?



Eksperimentalni nalogi:

4. Elektromotor je stroj, v katerega dovajamo električno delo, v zameno pa opravlja mehansko delo. Pri tvojem eksperimentu bo motor dvigoval utež. Razmerje med mehanskim in električnim delom imenujemo izkoristek elektromotorja.

- Nariši shemo in sestavi električno vezje, da boš lahko meril električno delo.
- Izmeri izkoristek danega elektromotorja. Napravi 5 meritev in izračunaj povprečno vrednost izkoristka.

Pribor: elektromotor, ampermeter, voltmeter, stoparica, meter, utež z maso 100 g.

5. Fotoupornik je upornik, kateremu se upor spreminja v odvisnosti od osvetljenosti. Pri nalogi boš meril, kako se spreminja upor fotoupornika, če ga oddaljujemo od prižgane žarnice.

Pribor: Napetostni izvir 6 V, žarnica 6 V, 0,5 A, fotoupornik, ampermeter, vezne žice.

- Nariši shemo, kako bi vse našteje elemente povezal v vezje, da bi lahko meril, kako se spreminja upor fotoupornika, ko ga oddaljuješ od žarnice. Oznaka za fotoupornik je

b) Sestavi vezje, napravi vsaj pet meritev in nariši graf, ki prikazuje, kako se upor fotoupornika spreminja v odvisnosti od razdalje do prižgane žarnice. Razdalje naj bodo med 10 cm in 50 cm.

Mirko Cvahte, Zlatko Bradač

RAČUN Z ZNAKI - Rešitev s str. 65

Iz drugega stolpca (ali pa iz druge vrstice) dobimo $\odot = 0$. Potem nam zadnja vrstica pove, da je $\spadesuit = 5$ ali $\heartsuit = 5$, saj mora biti produkt $\spadesuit \cdot \heartsuit$ deljiv z 10, nobena od obeh števk pa ni 0. Če je $\spadesuit = 5$, potem bi morala biti zaradi prvega stolpca tudi ena od števk ∇ ali $\diamond$ enaka 5, to pa ni mogoče.

Torej je $\heartsuit = 5$. Ker je rezultat v prvem stolpcu trimestno število, znak $\clubsuit$ pomeni števko 1, 2 ali 3. Če je $\clubsuit \geq 2$, potem je rezultat prvega stolpca vsaj 450, rezultat v zadnji vrstici pa vsaj $450 \cdot 25 > 10000$, torej prevelik. Zato mora biti $\clubsuit = 1$. Iz drugega stolpca potem dobimo $\spadesuit = 6$, iz zadnje vrstice pa $\otimes = 4$. Če pogledamo še zadnji stolpec, dobimo enačbi $\triangle + \diamond = 10$ in $1 + \triangle + 6 = 14$. Imamo torej $\triangle = 7$ in $\diamond = 3$. Iz prve vrstice izračunamo še $\nabla = 2$. Ker je vseh šest enačb izpolnjenih, zaključimo, da je naloga enolično rešljiva. Celo več, določimo lahko tudi števke, ki so označene z znakom $\bullet$. Celotni račun je torej

$$\begin{array}{r}
 12 + 1165 = 1177 \\
 \cdot \quad - \quad + \\
 13 + 1150 = 1163 \\
 \hline
 156 \cdot 15 = 2340
 \end{array}$$

Martin Juvan

1. KONGRES MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

Prvi kongres slovenskih matematikov, fizikov in astronomov, s podnaslovom Ob dvestoletnici velikega logaritmovnika Jurija Vege, je potekal od 20. do 22. oktobra v Cankarjevem domu v Ljubljani.

Skupno zanimanje udeležencev je na otvoritveno dopoldne veljalo trem plenarnim predavanjem: Aritmetika eliptičnih krivulj Ivana Vidava, Kaj smo se naučili iz fizike 20. stoletja Bogdana Povha in Pregled zadnjih dogajanj v astrofiziki Janeza Zorca.

Kasneje je kongres deloval po posameznih področjih. Matematični del kongresa je imel večje število vabljenih predavanj. Ostali prispevki so bili predstavljeni s 15 minutnimi predavanji ali s posterji in demonstracijami.

Fizikalni del je imel trikrat po tri pregledna predavanja s področij osnovnih, aplikativnih in pedagoških raziskav. Glavni poudarek preostalega je bil na posterjih.

Organiziranih je bilo nekaj okroglih miz. Ena je bila namenjena sodelovanju med strokovnjaki iz industrije in tistimi z univerz in inštitutov, druga povezavi s slovenskimi matematiki in fiziki v svetu. Okrogli mizi z naslovoma Energetika in okolje ter Pospesjevalniki sta zbudili veliko zanimanje, prav tako okrogla miza o večni temi pouka na osnovni in srednji šoli.

Ob kongresu je bila postavljena izredno lepa razstava ob dvestoletnici Thesaurusa Jurija Vege. Zaključili smo ga s 46. občnim zborom Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije in proslavo v Zagorici, Vegovem rojstnem kraju.

Marija Vencelj

FIZIKA V PRESEKU

V enaindvajsetih letnikih Preseka je od 141 fizikalnih člankov odpadlo 53 % na mehaniko, 19 % na toploto, 5 % na elektriko, 12 % na optiko in 11 % na atomiko. Pregled ni zelo natančen, ker segajo posamezni članki v dve veji fizike, nekaterih pa ni mogoče razvrstiti v nobeno. Presekov okus pa je vseeno zanimiv. Da bo mehanika na prvem mestu, bi napovedal vsakdo. Gibanje teles je pogosto mogoče neposredno opazovati. Vendar presenetiti, da sodi vanjo kar polovico vseh člankov. Še bolj nas začudi nenavadno majhen delež elektrike.

Janez Strnad

PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
22. letnik, šolsko leto 1994/95, številka 3, strani 129–192

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Dušica Boben (oblikovanje teksta), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Roman Drnovšek (novice), Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Martin Juvan (računalništvo), Sandi Klavžar, Boris Lavrič, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Peter Petek, Marijan Prosén (astronomija), Marjan Smerke (svetovalec za fotografijo), Miha Štalec, Jana Vrabec (nove knjige), Marija Vencelj (matematika, odgovorna urednica).

Dopisi in naročnine: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije - Podružnica Ljubljana - Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 1232-460, št. ŽR 50101-678-47233. Naročnina za šolsko leto 1994/95 je za posamezne naročnike **1100 SIT**, za skupinska naročila šol **880 SIT**, posamezna številka **220 SIT**, za tujino 21000 LIT, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, val-27621-42961/9, Ajdovščina 4, Ljubljana.

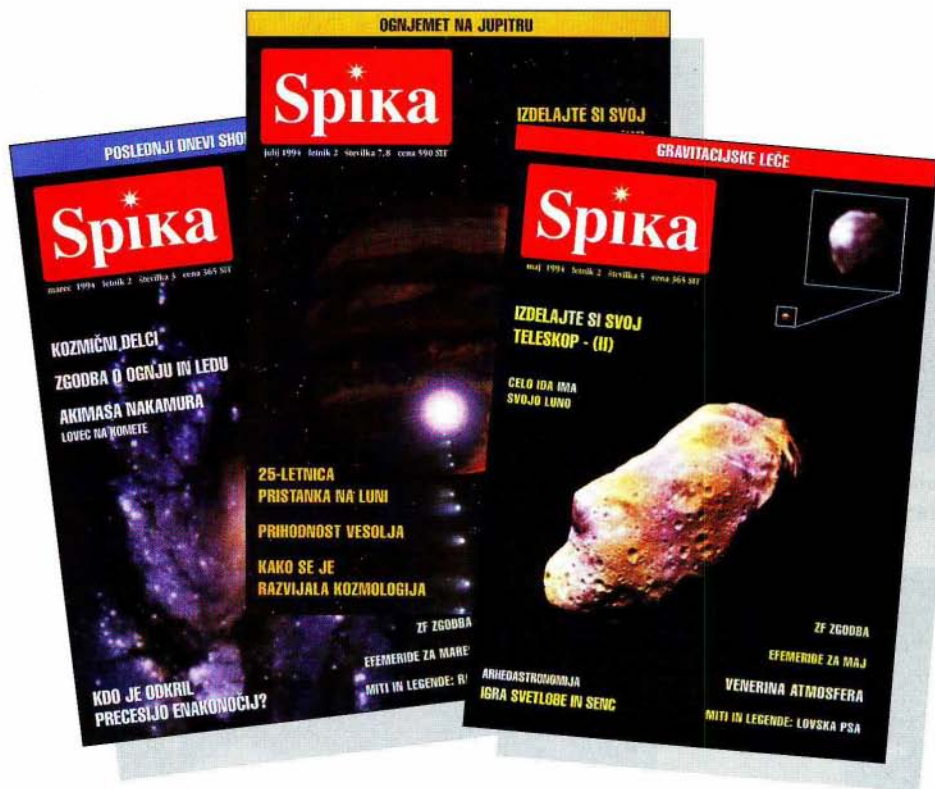
List sofinancirajo MZT, MŠŠ in MK
Ofset tisk DELO - Tiskarna, Ljubljana

Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

© 1994 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1220

**PRVA
SLOVENSKA
ASTRONOMSKA
REVIJA**

Spika



VSAK MESEC NOVA, BARVNA ŠTEVILKA REVije ZA LJUBITELJE ASTRONOMIJE, KI PRINAŠA NOVICE, VSE O SONCU, PLANETIH, ZEMLJI, ZVEZDAH, GALAKSIJAH, ASTROFIZIKI, KOZMOLOGIJI, ASTRONAVTIKI, ASTROFOTOGRAFIJI, ARHEOASTRONOMIJI...

ZA AMATERJE MESEČNO SVEŽE EFEMERIDE IN ZVEZDNA KARTA, O TELESKOPIH, UPORABNIH PROGRAMIH...

IN ŠE OSNOVE ZA ZAČETNIKE, RAZISKOVALNI KOTIČEK, TESTI, ZNANSTVENA FANTASTIKA, MALI OGLASI TER NAGRADNA IGRA!

Revijo naročajte na naslov: Spika, Poštni predal 9, 61109 Ljubljana. Četrtna naročnina (15% popusta) je 1070,00 SIT, polletna naročnina (20% popusta) je 2015,00 SIT, celoletna naročnina (25% popusta) je 3780,00 SIT.



Slika 1. Tekmovalci fizikalne olimpijske ekipe z vodičko Dragano na trgu Tianan Men v Pekingu (foto Metka Demšar).



Slika 2. Matematična olimpijska ekipa z vodičko ob zaključku 35. MMO v Hong Kongu (foto Matjaž Željko).