



3

PRESEK

ISSN 0351-6652

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE, 21(1993-94)

VSEBINA

MATEMATIKA	Poglejmo fraktale (Marek-Crnjac Lejla)	130-134
	Zanimivost pri številih (A. Sofo, P. Cerone, prev. in prir. Darjo Felda)	162-163
FIZIKA	O drsanju po ledu (Janez Strnad)	142-145
ASTRONOMIJA	Nebesna glasba (Marijan Prosén)	136-137
	Še ena Keplerjeva 'harmonija' (Marijan Prosén)	III
RAČUNALNIŠTVO	ENIAC - prvi elektronski računalnik (Veselko Guštin)	148-153
TEKMOVANJA	13. državno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte)	139-141
	13. področno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce - rešitve s str. 78 (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte) ...	145-147
	Naloge za ogrevanje - rešitve s str. 112 (Aleksander Potočnik)	158-159
	Izbirno tekmovanje iz matematike - rešitve s str. 110 (Matjaž Željko)	165-168
	Naloge z državnega tekmovanja fizikov (Ciril Dominko, Bojan Golli)	169-174
	37. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije (Darjo Felda)	178-180
	28. občinsko tekmovanje za srebrno Vegovo priznanje (Aleksander Potočnik)	190-191
NOVICE	Poročilo s 34. mednarodne matematične olimpiade (Mitja Mastnak)	137-138
	Poročilo s 24. mednarodne fizikalne olimpiade (Daniel Svenšek in Gregor Veble)	182-183
	Ob dvestoletnici rojstva Lobačevskega (Marija Vencelj) ..	186-189
NALOGE	Kaj se zgodi z gladino vode? (Matjaž Vencelj)	129
	Številski krog (Marija Vencelj)	134
	Zaporedje (Bojan Gornik)	147
	Ena poslanska (Borut Zalar)	174
	Geometrijska za osnovnošolce (Igor Gajser)	183
	Simetrični sistem (Bojan Gornik)	189
	Vsota posebne vrste (Marija Vencelj)	189
RAZVEDRILO	Križanka Avtorji učbenikov in vaj za osnovno šolo (Marko Bokalič)	160-161
	Papirnata olimpiada (Jure Zupan)	164-165
	Igra 'NIM' (Matjaž Željko)	176-178
REŠITVE NALOG	Naloge za mlajše bralce - s str. 88 (Borut Zalar)	135
	Kako prečkati reko - s str. 85 (Neža Mramor-Kosta)	138
	Sam - s str. 114 (Neža Mramor-Kosta)	153
	Naloge iz programiranja - s str. 125 (Martin Juvan)	154-158
	Brez presečišč - s str. 90 (Igor Gajser)	158
	Skoraj magični krogi - s str. 85 (Marija Vencelj)	163
	Staroegiptovska aritmetika - s str. 75 (Anton Cedilnik)	168
	Števke, številke, števila - s str. 75 (Marija Vencelj)	175
	Križanka Avtorji srednješolskih učbenikov - s str. 96 (Marko Bokalič)	175
	Račun z znaki - s str. 65 (Martin Juvan)	180-181
	Volilna števila - s str. 98 (Bojan Hvala)	181
	Plavajoča prizma - s str. 126 (Matjaž Vencelj)	184-185
NA OVITKU	Zmajev fraktal (slika je vzeta iz knjige Mandelbrot, Benoit: The fractal geometry of nature). Glej tudi članek Poglejmo fraktale na strani 130.	I
	Naši olimpijski ekipe na 34. matematični in 24. fizikalni mednarodni olimpiadi. Glej tudi prispevka na straneh 137 in 182.	IV

KAJ SE ZGODI Z GLADINO VODE?

Če imate doma bazen in čoln, boste že nekako prišli tudi do dovolj velike skale, s katero boste napravili poskus, in tako praktično rešili tole nalogo. Ampak skala mora biti zares velika, sicer rezultati poskusa ne bodo zlahka merljivi!

Če pa nimate bazena in čolna, imate pa nekaj zdrave pameti in malo fizikalnega znanja, skale za rešitev naloge sploh ne boste potrebovali!

In kakšna je naloga? Takale:

S čolna, ki plava v bazenu, vržemo v vodo veliko skalo. Ta seveda potone. Ali se pri tem gladina vode v bazenu zniža, zviša, ali ostane na isti višini?

Matjaž Vencelj



PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
21. letnik, šolsko leto 1993/94, številka 3, strani 129 – 192

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Dušica Boben (oblikovanje teksta), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Roman Drnovšek (novice), Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Martin Juvan (računalništvo), Sandi Klavžar, Edvard Kramar, Boris Lavrič, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Peter Petek, Pavla Ranzinger (astronomija), Marjan Smerke (svetovalec za fotografijo), Miha Štalec, Jana Vrabec (nove knjige), Marija Vencelj (matematika, odgovorna urednica).

Dopisi in naročnine: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije - Podružnica Ljubljana - Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 265-061/53, št. ŽR 50101-678-47233. Naročnina za šolsko leto 1993/94 je za posamezne naročnike **900 SIT**, za skupinska naročila šol **720 SIT**, posamezna številka **180 SIT**, za tujino 12000 LIT, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, val-27621- 42961/9, Ajdovščina 4, Ljubljana.

List sofinancirajo MZT, MŠŠ in MK
Ofset tisk DELO - Tiskarna, Ljubljana

Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

© 1993 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1174

POGLEJMO FRAKTALE

V tem članku bomo poskusili predstaviti fraktale. Zgledi bodo preprosti in vse bo temeljilo na znanju, ki ga pridobijo učenci v srednji šoli.

Prvi zgled naj bo trikotnik Sierpinskega. Poglejmo najprej konstrukcijo takega trikotnika. Vzemimo črn enakostraničen trikotnik s stranico dolžine 1, razpolovimo stranice in jih povežimo. Srednji trikotnik odstranimo tako, da bo sredina bela. Nadaljujmo s postopkom v treh črnih vogalnih trikotnikih. Postopek ponavljamo in po vsaki delitvi dobimo manjše trikotnike. Končni rezultat je tako imenovani trikotnik Sierpinskega (trikotno sito).



Slika 1. Konstrukcija trikotnika Sierpinskega

Drugi zgled naj bo tako imenovana kvadratna preproga ali preproga Sierpinskega. Vzemimo kvadrat s stranico dolžine 1 in ga pobarvajmo črno. Stranice kvadrata tretjinimo in jih povežimo. Dobimo devet kvadratov s stranicami dolžine ene tretjine. Osem robnih kvadratov pobarvajmo črno, srednji naj ostane bel. Postopek nadaljujemo samo na osmih robnih kvadratih. Končni rezultat je kvadratna preproga.



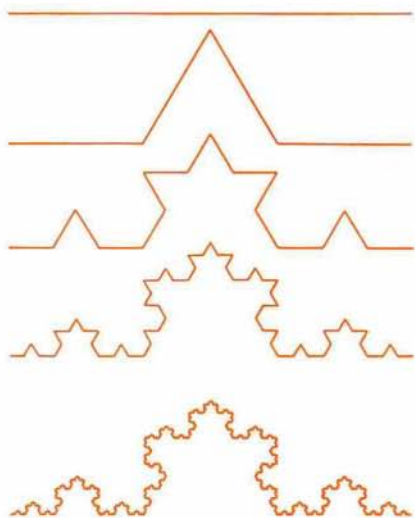
Slika 2. Konstrukcija preproge Sierpinskega

Naslednji zgled, ki ga bomo navedli, je konstrukcija drevesa. Narišimo osnovno vejo (deblo), na koncu veje pa dve novi velji s polovično dolžino prvotne, med vejami je kot 120° . Postopek nadaljujemo in končni rezultat je drevo.

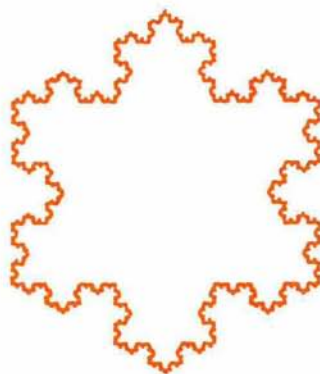


Slika 3. Konstrukcija drevesa

Zadnja zgleda naj bosta Kochova krivulja in Kochova snežinka. Kochovo krivuljo konstruiramo tako, da vzamemo enotski interval, interval z dolžino 1, ki ga tretjinimo in odvezamemo srednjo tretjino. Srednji kos nadomestimo s stranicama enakostraničnega trikotnika dolžine ene tretjine. Postopek nadaljujemo, dokler se ne približamo končni krivulji, imenovani Kochova krivulja. Podobna je konstrukcija Kochove snežinke, ki jo dobimo tako, da postopek pri Kochovi krivulji ponavljamo na enakostraničnem trikotniku s stranico dolžine 1. Na vsaki stranici ponavljamo postopek tako dolgo, da dobimo na vsaki stranici tri Kochove krivulje, ki sestavljajo Kochovo snežinko.



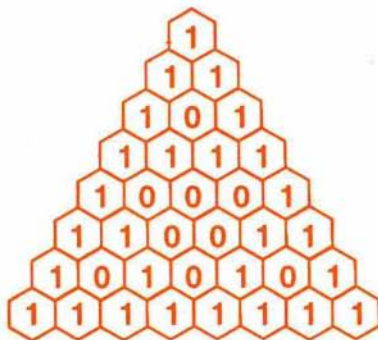
Slika 4. Konstrukcija Kochove krivulje



Slika 5. Kochova snežinka

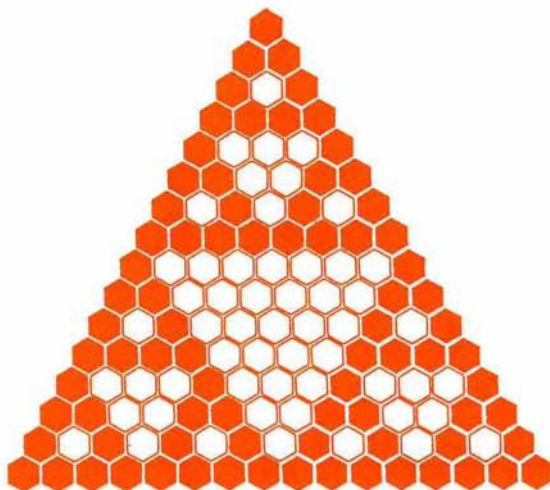
Kochova snežinka ima končno ploščino. Poskušajmo jo izračunati. Ploščino sestavljajo ploščine enakostraničnih trikotnikov. Začetni enakostranični trikotnik s stranico dolžine 1, ima ploščino $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Po tretjinjenju vsaki stranici

Števila v Pascalovem trikotniku so soda in liha. Pascalov trikotnik prepišimo tako, da liha števila označimo z 1, soda z 0.



Slika 7. Pascalov trikotnik z elementi 0, 1

Vsako število v Pascalovem trikotniku lahko obkrožimo s šestkotniki in primerno obarvamo. Če je v šestkotniku število 1, bomo pobarvali črno, če je pa 0, ga pustimo belega.



Slika 8. Konstrukcijski korak v nastanku trikotnika Sierpinskega

Tako smo na presenetljiv način ponovno prišli do trikotnika Sierpinskega. Trikotnik Sierpinskega lahko poljubno večamo. V vrsticah 2^K , $K = 0, 1, 2, \dots$, so sama liha števila in so črne barve. Prav tako so robovi trikotnika črni, ker so enice v Pascalovem trikotniku na robu. Poglejmo si nastanek belih trikotnikov po sredini trikotnika Sierpinskega. Vsak naslednji trikotnik je večji od prejšnjega. Trikotniki, ki nastajajo na strani teh sredinskih, so simetrični že prej nastalim.

Napišimo sedaj preprost algoritem za nastanek trikotnikov po sredini trikotnika Sierpinskega.

V vrsticah $2^K + 1$, $K = 1, 2, \dots$, dobimo $2^K - 1$ sodih števil, ki so strnjena v stranico belega trikotnika.

Npr.: $K = 1$, $2^1 + 1 = 3$, $2^1 - 1 = 1$. V tretji vrstici imamo eno sodo število.

$K = 2$, $2^2 + 1 = 5$, $2^2 - 1 = 3$. V peti vrstici imamo tri soda števila, ki so strnjena v stranico trikotnika. Vsaki naslednji vrstici odvezamemo eno sodo število. Ker je trikotnik enakostraničen, leži v treh vrstah. Na strani novega belega trikotnika ležita simetrična trikotnika, ki sta enaka tistemu, ki smo ga dobili pri $K = 1$.

$K = 3$, $2^3 + 1 = 9$, $2^3 - 1 = 7$. V deveti vrstici imamo sedem strnjenih sodih števil, ki tvorijo stranico trikotnika. Vsaki vrstici odvezamemo eno sodo število in tako nastaja nov trikotnik, ki leži v sedmih vrstah. Na strani novega trikotnika ležita simetrična trikotnika, ki sta enaka tistemu, ki smo ga dobili pri $K = 1$ in $K = 2$. Postopek ponavljamo in trikotnik Sierpinskega se povečuje.

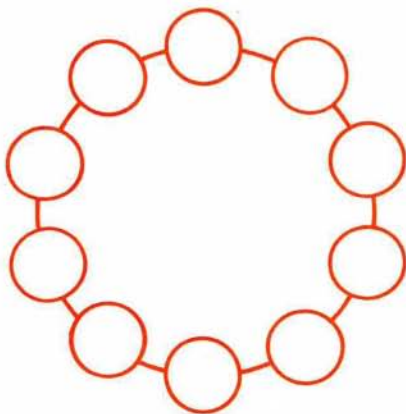
Leila Marek-Crnjac

ŠTEVILSKI KROG

V krožce, ki so razporejeni vzdolž krožnice, vpišite različna naravna števila od 1 do 10, tako da ne bo vsota poljubnih dveh sosednjih števil nikoli deljiva ne s 3, ne s 5 in ne s 7.

Koliko rešitev ima naloga?

Marija Vencelj



REŠITVE NALOG

NALOGE ZA MLAJŠE BRALCE – Rešitev s strani 88

Četrto nalogo popravljeno objavljamo še enkrat.

Uredništvo

V razredu je 15 deklic, ki so vse bodisi blondinke bodisi rjavolaske in imajo ali modre ali rjave oči. Če je 6 modrookih blondink, 7 rjavolasih in 8 rjavookih deklet, koliko je rjavolask z rjavimi očmi?

Rešitve nalog:

1) Če število x pomnožimo s 100, dobimo $100x = 12.3\overline{23}$, torej je

$$100x - x = 99x = 12.2 = \frac{122}{10} = \frac{61}{5},$$

oziroma $x = \frac{61}{495}$.

2) Število $2^{12} \cdot 5^8$ lahko zapišemo tudi kot

$$2^4 2^8 5^8 = 16 \cdot 10^8 = 1.600.000.000$$

kar je 10-mestno število.

3) Če si ogledamo $(\sqrt{2})^6 = 2^3 = 8$ in $(\sqrt[3]{3})^6 = 3^2 = 9$, vidimo, da je $\sqrt[3]{3} > \sqrt{2}$.

4) Naj bo BM število modrookih blondink, BR število rjavookih blondink, RM število modrookih rjavolask in RR število rjavolask z rjavimi očmi. Tedaj je

$$\begin{aligned} BM + BR + RM + RR &= 15, & BM &= 6, \\ RM + RR &= 7 & BR + RR &= 8. \end{aligned}$$

Iz prve in druge enačbe dobimo $BR + RM + RR = 9$. Če iz tretje in četrte enačbe izrazimo $RM = 7 - RR$ ter $BR = 8 - RR$, dobimo

$$(8 - RR) + (7 - RR) + RR = 9,$$

oziroma $RR = 6$.

Borut Zalar

ASTRONOMIA

NEBESNA GLASBA

Sloviti avstrijski astronom Jorhannes Kepler (1571 - 1630) je najbolj znan po svojih treh zakonih o gibanju planetov okrog Sonca. Do svojega tretjega zakona se je dokopal leta 1618 in ga objavil naslednje leto v delu *Harmonices Mundi* (Harmonija sveta). V tej knjigi je tudi razpravljal o podobnosti med glasbenim sozvočjem in kroženjem planetov. Gibanje vsakega planeta od Merkurja do Saturna (tedaj so poznali le šest planetov), ki z različno hitrostjo krožijo okrog Sonca, je izrazil z vrsto tonov. Ti se ponovijo po vsakem obhodu planeta okrog Sonca. Ker naredi Merkur 122 obhodov, medtem ko Saturn enega, se toni prvega planeta 122-krat hitreje razvrstijo kot toni drugega. Toni vseh šestih planetov pa se prepletajo in zlijejo v enoten in večno se spreminjajoč glasbeni napev - nebesno glasbo.



Johannes Kepler



Slika 1. Kepler je izpeljal gornje glasbene skale za planete iz razlik v njihovem dnevnem gibanju okrog Sonca. Spodaj desno je prikazana podobna skala tudi za Luno. Uporabljene so stare oznake za glasbeni ključ. Najvišji toni ustrezajo Merkurju (sedma oktava), najnižji pa Saturnu. Iz *Harmonices Mundi* (Linz, 1619). Vsi trije Keplerjevi zakoni planetnih gibanj so bili le del njegovih raziskav nebesne harmonije. (Glej še prispevek Vilka Domajnka v *Preseku* 19, 43.)

To nebesno glasbo, ki si jo je Kepler mogel zamišljati le v svoji bujni domišljiji, so pred leti naredili z računalnikom in sinteseizerjem in jo posneli na long play ploščo. Štiridesetminutna plošča, ki ima naslov *Harmonija sveta* (The Harmony of the World), obsega 264 let gibanja planetov - od Keplerjevega rojstva 1571 do 1835. Vsak od devetih planetov (druge tri so dodali) ima svoj značilni zvok. Merkur hitro piska kot pikolo. Venera v skoraj okrogli krožnici dodaja brenčanje, ki se le rahlo spreminja. Jupiter težko tolče. Neptun loputa.

- Ta glasba je zelo podobna elektronski glasbi, ki so jo izvajale avantgardne skupine v petdesetih in šestdesetih letih s pogosto uporabo neuglašanih tonov, je strahovito logična zveza nejasnih glasbenih elementov in nečloveško natančno računalniško izdelan metrični vzorec - je napisal glasbeni kritik.

Marijan Prosen

POROČILO S 34. MEDNARODNE MATEMATIČNE OLIMPIADE

Med 16. in 24. julijem letos je v Carigradu potekala 34. mednarodna matematična olimpiada. Sodelovalo je 73 držav, za Slovenijo pa smo tekmovali Petra Ipavec in Andrej Srakar z Gimnazije Bežigrad (Ljubljana), Marko Krajnc z II. gimnazije Maribor in Iztok Kavkler ter Mitja Mastnak s STŠ - Gimnazija Lava (Celje). V ekipo se je uvrstil tudi Bojan Gornik z Gimnazije Novo mesto, ki pa se je v istem času raje udeležil fizikalne olimpiade v ZDA. Ekipo sta spremljala član mednarodne tekmovalne komisije Darjo Felda in vodja ekipe Matjaž Željko.

Na pot smo se odpravili 15. julija popoldne. Brniško letališče smo zapustili ob petih popoldne, let je trajal 2 uri, v Carigrad pa smo prispeli ob osmih - ura, ki manjka, nam je ušla zaradi časovne razlike. Nastanili so nas v motelu Ataköy (voda ni bila pitna, hrana pa je bila užitna) in nam dodelili našo vodičko Bediz Büyükyıldırım.

Organizacija je bila dobra, saj je vse potekalo po programu, ki pa je bil zelo obsežen. V petek (16.7.) smo imeli zvečer srečanje, ki se mu je reklo Welcome gathering. Precej zgodaj naslednji dan smo imeli v AKM centru otvoritveno ceremonijo (Slovenci smo bili oblečeni v suknjiče, ki nam jih je posebej za to priložnost podarila Mura). Naloge smo pisali v dveh delih - v nedeljo (9.00-13.30) in ponedeljek ob istem času. Obakrat smo se ubadali s po tremi nalogami. Pisali smo v veliki dvorani, ki je pripadala hotelskemu

kompleksu, s pregradami med mizami pa je bila odstranjena vsakršna možnost prepisovanja. V naslednjih dneh nas je čakala še vrsta izletov. Ogledali smo si Carigrad - precej veliko mesto s približno $12 \cdot 10^6$ prebivalci – videli smo muzej Topkapı, džamiji Aya Sofya in Sultan Ahmet (Modra mošeja), pokriti bazar... Dvakrat smo se z ladjo vozili po Bosporju in Zlatem rogu, videli smo Beograjski gozd, na disco večeru smo poslušali turško etno-glasbo, imeli smo zabavo na peščeni plaži, vsak prosti večer (pravzaprav noč) pa smo si tekmovalci sami organizirali zabavo ob hotelskem bazenu. V soboto (24.7.) popoldne je bila zaključna slovesnost, na kateri so podelili medalje in predali darilo (nekakšno veliko oko, ki prinaša srečo) organizatorju naslednje olimpiade v Hong-Kongu. Zvečer smo imeli gala večerjo v palači Beylerbeyi.

Naslednji dan smo v ranih jutranjih urah odpotovali iz Istanbula – po vsaj petih kontrolah na letališču se nam je le uspelo vkrcati. Ko smo tako z dveurno zamudo prispeli na Münchensko letališče, smo ujeli letalo za v Slovenijo le zaradi izredne organizacije na tem letališču – že pri izhodu iz turškega letala nas je pričakal prijazen gospod, nato smo se s posebej za nas pripravljenim avtobusom odpeljali do našega letala, formalnosti pa smo opravili kar pred letalom. Prtljaga je seveda ostala v Nemčiji in ponjo sem moral naslednji dan na Brnik.

Slovenija je v Carigradu dosegla lep uspeh. Andrej Srakar je osvojil pohvalo, Marko Krajnc in Mitja Mastnak pa sva osvojila bronasti medalji. Po neuradnem ekipnem točkovanju so bili najboljši Kitajci, mi pa smo lahko z našim mestom izredno zadovoljni, saj smo bili pred mnogimi, od nas precej večjimi državami (Irska, Portugalska, Finska, Mehika...), prehiteli smo tudi vse države bivše Jugoslavije.

Mitja Mastnak

KAKO PREČKATI REKO – Rešitev s str. 85

Lahko, vendar je treba čez reko veslati kar sedemkrat. Najprej priveslata čez reko dva bojevnika, nazaj pa se vrnejo trije raziskovalci. Potem raziskovalec - veslač čez reko odpelje še enega bojevnika in nazaj pripelje bojevnika - veslača. Raziskovalec - veslač (ki je že kar nekam izmučen) potem čez reko prepelje še enega bojevnika, nazaj pa pripelje preostale tri raziskovalce. Tako so vsi raziskovalci prečkali reko, samo še bojevnik - veslač in zadnji preostali bojevnik hitro odveslata na drugo stran k svojim.

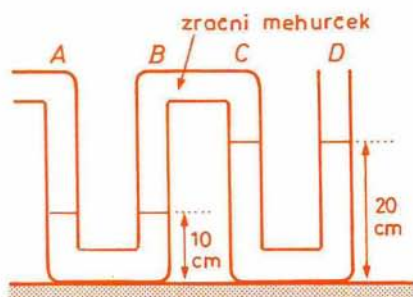
Neža Mramor-Kosta

13. DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE

7. razred

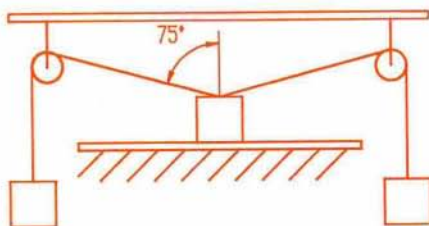
1. V cev v obliki dvojne črke U se je ujel zračni mehurček, kot kaže slika. Sprva je na obeh odprtih straneh cevi zračni tlak 100 kPa . V cevi je voda, $\sigma = 10 \text{ N/dm}^3$.

- Kolikšen je tlak v zračnem mehurčku na začetku?
- Kolikšne so višine gladin glede na označeno ravnino potem, ko smo pihnil v levi krak z dodatnim tlakom $1,0 \text{ kPa}$?
- Kolikšen je tlak v zračnem mehurčku potem, ko smo pihnil? Prostornina zraka v mehurčku se ne spremeni.



2. Tri enake klade, vsaka s težo 3 N , povežemo preko dveh majhnih škripcev, kot kaže slika.

- V primernem merilu nariši vse sile, ki delujejo na srednjo kladu. Določi tudi velikosti sil.



Nato škripca hkrati počasi dvigujemo, dokler sili v vrvicah ne dvigneta srednje klade.

- Kolikšen je takrat kot med vrvi in mizo?

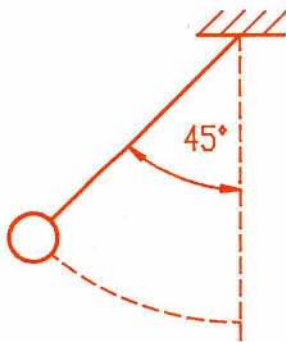
3. Sončni kolektor ima ploščino $2,0 \text{ m}^2$, skozenj pa steče 10 l vode na minuto. Pritekajoča voda ima temperaturo 20°C . Kolektor je postavljen pravokotno na žarke, tako da pride s sončevo svetlobo 1000 J energije na sekundo na vsak m^2 ploskve. Za segrevanje vode se porabi 80% dovedene energije. Kolikšna je temperatura iztekajoče vode?

Eksperimentalni nalogi

4. Izmeri gostoto neznane kapljevine. Merilna pripomočka sta čaša z označeno prostornino in vzmet z merilom, dodana je še čaša z vodo. Meritev večkrat ponovi, da bo rezultat čim bolj natančen, nato pa v učbeniku v tabeli za gostote poišči snov, ki bi ustrezala tvoji neznani kapljevini. Meritve naj bodo opremljene s komentarjem.
5. Z merjenji in računom približno določi notranji premer kapilare v termometru. Kapilara je ozka cevčica, po kateri se razteza živo srebro. Notranji premer je manjši, kot je videti, ker deluje cevka kot povečevalna leča.
 - a) Približno izmeri prostornino bučke z živim srebrom. Debelino stekla lahko zanemariš.
 - b) V tabelah preberemo, da se enemu litru živega srebra poveča prostornina za 0,18 ml, če ga segrejemo za 1 K. Napravi še eno meritev in izračunaj premer kapilare termometra. Najlaže bo, če si misliš, da se je temperatura živega srebra povečala od 0°C na 100°C .
 - c) Zakaj je steklena stena termometrove bučke tanka?

8. razred

1. Kolesar je vozil po krožni progi enakomerno s hitrostjo 40 km/h. Ko je imel do cilja natančno še en krog, je začel pospeševati tako, da se mu je hitrost vsako sekundo povečala za 0,20 m/s. Zadnji krog je prevozil v 20 sekundah. Kolikšen je bil polmer krožne proge?
2. Na 100 cm dolgi lahki vrvici visi kroglica z maso 150 g. Vrvico odmaknemo za kot 45° in spustimo.
 - a) Približno nariši vse zunanje sile na kroglico tik potem, ko kroglico spustimo.
 - b) Nariši smer pospeška v trenutku, ko se kroglica začne gibati.
 - c) Izračunaj, s kolikšnim pospeškom se začne gibati kroglica, ko jo spustimo.



3. V zaprti škatli je vezje s štirimi uporniki. Poznamo upore upornikov in moči, ki jih uporniki porabljajo:

$R_1 = 1,0 \text{ k}\Omega$, $P_1 = 100 \text{ mW}$, $R_2 = 5,0 \text{ k}\Omega$, $P_2 = 20 \text{ mW}$, $R_3 = 0,5 \text{ k}\Omega$, $P_3 = 50 \text{ mW}$, $R_4 = 1,25 \text{ k}\Omega$, $P_4 = 80 \text{ mW}$.

- Nariši vsaj eno možno vezavo upornikov!
- Na kolikšno napetost je vezje priključeno?

Eksperimentalni nalogi:

4. Iz žleba in podstavka napravi klanec, pri katerem se višina na celotni dolžini žleba poveča za 25 mm. Z vrha klanca spuščaj kroglico, ki ima maso 5,5 g. Čas gibanja meri vsaj trikrat in izračunaj:

- hitrost kroglice na dnu klanca;
- pospešek kroglice med gibanjem;
- rezultanto vseh zunanjih sil na kroglico med gibanjem;
- S poskušanjem določi tudi strmino klanca, pri kateri se kroglica giblje približno enakomerno. Pri tem kroglico nekoliko potisni. Približno izračunaj silo trenja med gibanjem. Napotek: težo razstavi na komponento, ki je vzporedna s klanecem in komponento, ki je pravokotna na klanec ter s podobnostjo trikotnikov izračunaj velikost komponente, ki jo potrebuješ. Pribor: žleb, kroglica, stoparica, ravnilo, deščice, ploščice z debelino 1 mm.

5. Razišči, kako se spreminja upor žarnice v odvisnosti od napetosti na žarnici.

- Na milimetrski papir nariši graf: upor žarnice v odvisnosti od napetosti na žarnici. Nariši vsaj pet točk.
- V enem stavku odgovori, zakaj je upor žarnice pri napetosti 6 V večji od upora pri napetosti 1 V. Pri navadnih upornikih je namreč upor pri vseh napetostih enak.
- Iz grafa približno oceni, kolikšen je upor žarnice, ko ima nitka v žarnici temperaturo približno 20°C . Pribor: napetostni izvir 6 V, pet enakih žarnic z nazivno napetostjo 6 V, ampermeter, vezne žice, milimetrski papir.

Zlatko Bradač, Mirko Cvahte

O DRSANJU PO LEDU

Pred časom je Presek prinesel prispevek o tem, zakaj se lahko smučamo in drsamo (18 (1990/91) 194). Smučanja in drsanja ne omogoča znižanje tališča ledu zaradi povečanega tlaka pod smučko ali drsalko. To razlago je ponudil že leta 1861 James Thomson, brat Williama Thomsona, lorda Kelvina. Vendar pokaže preprost premislek, da je zgrešena. Tlak bi namreč moral preveč narasti, denimo, za 130 barov, da bi se tališče ledu znižalo za 1 stopinjo na $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Kljub temu najdemo razlago to v številnih fizikalnih knjigah.

Ni pomembno znižanje tališča zaradi povečanega tlaka, ampak trenje, pri katerem se sprosti toplota. Zaradi nje se stali tanka plast ledu in zmanjša koeficient trenja. To ugotovitev so podprli poskusi F.P.Bowdena in T.P.Hughesa leta 1939 in F.P.Bowdena leta 1953, o katerih je poročal prispevek. Kar zadeva smučanje, je to zares poglobitveni razlog za to, da je koeficient trenja pri drsenju smučke po snegu razmeroma majhen. Pri drsanju pa taljenje zaradi trenja ni edini razlog za to, da je koeficient trenja majhen. Drugi razlog je tanka plast vode na ledu zaradi pojava, ki mu pravijo *površinsko taljenje*. Površinsko taljenje se pojavi, četudi ni povečanega tlaka in ni trenja. To ne velja samo za led, ampak tudi za kristale drugih snovi. Energijsko je ugodneje, da se zelo tanka plast trdnine na površju stali. To velja tudi pri temperaturi, ki je znatno nižja od tališča, če kapljevina omoči trdnino. Tanko plast kapljevine med njeno paro in trdnino smemo primerjati z nihalom v najnižji legi, trdnino in njeno paro pa z nihalom, ki je malo izmaknjeno iz te lege: ko ga spustimo, zaniha proti najnižji legi. O tem, kako kapljevina omoči steno ali ne, govorimo v zvezi s površinsko napetostjo. Podrobno pa obdelajo te pojave v *fiziki površin*, ki se je kot posebna veja razvila v zadnjem času.

Na tanko plast vode na ledu je pomislil že leta 1842 angleški fizik Michael Faraday, eden od najspretnjših eksperimentatorjev. Tega leta je začel vrsto poskusov, ki je trajala dvajset let. Že spočetka je ugotovil:

- Če stisnemo moker sneg, zmrzne v kepo (z vodo) in ne razpade, kakor razpade moker pesek ali kaka druga snov.
- Ob toplem vremenu zmrzneta kosa ledu v en kos, če ju položimo drugega vrh drugega in ovijemo s flanelasto krpo.
- Vse to namiguje, da voda pri $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ne bo obstajala kot voda med dvema površjema ledu, ki se dotikata ali sta zelo blizu skupaj.
- Led deluje kot jedro, vendar se zdi, da učinek enega površja ledu na vodo ni enak kot skupni učinek dveh površij.

Kljub temu, da je podobne poskuse naredil leta 1856 tudi John Tyndall (ki smo ga srečali pri Stefanovem zakonu o sevanju in ki je enako kot Jožef Stefan umrl pred sto leti), je tedaj prevladalo mnenje Jamesa Thomsona. Šele po sto letih se je pokazalo, da je imel Faraday prav.

Vendar v Faradayevem času ni bilo mogoče neposredno opazovati kapljevinske plasti na kristalu ali celo ugotoviti njene debeline. To so lahko fiziki storili šele v zadnjih letih. Najprej so leta 1982 poskušali ugotoviti debelino kapljevinske plasti na kristalih galija in kalija. Po ugotovitvah, ki niso bile nedvoumne, se je zdelo, da tanka plast sicer obstaja, vendar le pri temperaturi, ki ni znatno nižja kot tališče. Potem so leta 1986 začeli delati poskuse s plastmi žlahtnih plinov na grafitu. V odvisnosti od debeline plasti so merili specifično toploto, to je toploto, ki jo je bilo treba dovesti, da se je - preračunano - kilogram plasti segrel za eno stopinjo. Zasledili so izrazito temperaturno odvisnost: pri določeni temperaturi je bila specifična toplota veliko večja kot pri nižji in višji temperaturi. To so pojasnili z nekakšno fazno spremembo v plasti. Podrobnosti pri debelini deset molekul ali manj so nakazovale površinsko taljenje.

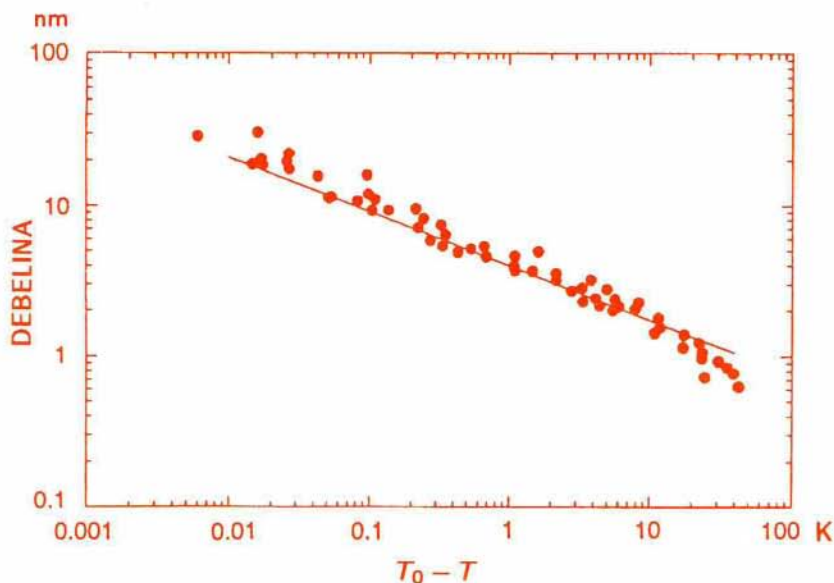
Potem so delali poskuse s plastjo kapljevinskega svinca na velikih kristalih svinca, katerih določene kristalne ploskve so raziskovali s curkom ionov vodika, tako da so merili delež sipanih ionov v smeri nazaj. Plasti kisika na grafitu in metana na magnezijevemu oksidu so raziskali z nevtroni. Pri teh poskusih so ugotovili kapljevinske plasti po tem, da v njih molekule niso bile urejeno razporejene kot v kristalu. Pokazalo pa se je tudi to, da tik ob kristalu molekule kapljevine niso tako neurejene kot v navadni kapljevini, ampak se v povprečju prilagodijo urejeno razporejenim molekulam v kristalu. Mejna plast, ki nastane zaradi površinskega taljenja, ustvari nekakšen postopen prehod od urejenega kristala do popolnoma neurejene pare.

Pri ledu so zamisel o površinskem taljenju najprepričljiveje podprle nove izvedbe starih poskusov, s katerim so nekdaj utemeljevali taljenje zaradi znižanja tališča ob povečanem tlaku. *Regelacije*, ki ji po novo raje rečejo *sintranje ledu*, ni težko pokazati. Na ledeno klado obesimo žico z utežema. Pod žico se zaradi povišanega tlaka zniža tališče in se led stali. Žica se spušča in na njeni zgornji strani voda zopet zmrzne. Hitrost, s katero se spušča žica, je odvisna od prevajanja toplote skozi žico. Naposled se žica spusti skozi klado in pade z utežema po tleh, klada pa ostane v enem kosu. Poskus naredimo kar v razredu ali predavalnici pri sobni temperaturi, kar tudi vpliva na čas, v katerem pride žica skozi klado.

R.R.Gilpin pa je leta 1980 pri poskusih nadzoroval temperaturo vse naprave. Žico je tako malo obtežil, da ni bilo treba upoštevati znižanja tališča zaradi povišanega tlaka. Toda žica se je kljub temu spuščala skozi klado. Hitrost, s katero se je spuščala, je bila odvisna od debeline kapljevinske plasti, ki je nastala zaradi površinskega taljenja, ne zaradi znižanega tališča, in od upora pri gibanju žice po vodi. Tanko plast vode na ledu je zasledoval do temperature $-35\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Že prej so napovedali, da je pri danem tlaku in temperaturi T debelina kapljevinske plasti na trdnini odvisna od temperaturne razlike $T_0 - T$, če je T_0 tališče pri tem tlaku. Pri kristalih, v katerih so vezane molekule, je kapljevinska plast sorazmerna z

$$\frac{1}{(T_0 - T)^{1/3}}.$$



Slika 1. Debelina vodne plasti na ledu v odvisnosti od razlike med temperaturo in tališčem $T_0 - T$ po Gilpinovih merjenjih. Črta ustreza odvisnosti z eksponentom $\frac{1}{3}$. Sliko sta povzela članka J.G.Dash, *Surface melting*, Contemporary physics **30** (1989) 89 in J.D.White, *The role of surface melting in ice skating*, The Physics Teacher **30** (1992) 495.

TEKMOVANJA

Gilpinova merjenja so se skladala z napovedjo vsaj na območju med $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ in $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (slika 1). Pri temperaturi, ki je nižja od tališča, je plast vode na ledu zelo tanka. Pri temperaturi $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ meri samo 10 nm, to je deset milijonin milimetra. Debelina plasti izrazito narašča, ko se temperatura bliža tališču in ob tališču postane neomejena. Tedaj se trdnina stali po vsej globini, če je na voljo dovolj toplote in dovolj dolgo počakamo.

Pojavov, ki so povezani s tanko plastjo vode na površju ledu, še ne razumemo v celoti. Zato jih skrbno raziskujejo. Raziskovanja so zanimiva tudi zato, ker utegne biti vodna plast na ledu pomembna pri številnih pojavih, ki potekajo ob spreminjanju temperature okoli ledišča, na primer pri spreminjanju zemeljskega površja, pri poškodbah zgradb in cest ter celo pri elektrenju oblakov in nastanku neviht.

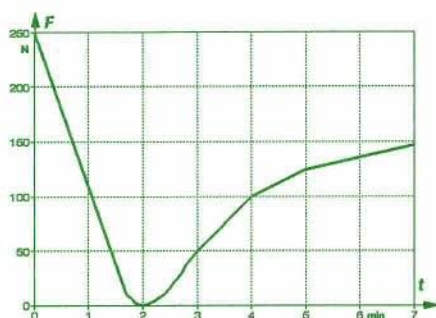
Janez Strnad

13. PODROČNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE – Rešitve s strani 78

7. razred

1. a) V 24 urah bi zapadlo $1\text{ cm} \cdot 24\text{ ur} / 5\text{ min} = 288\text{ cm}$ snega.
b) Prostornina snega je $1\text{ m}^2 \cdot 1\text{ cm} = 10^4\text{ cm}^3$.
Število snežink je $10^4\text{ cm}^3 / 8\text{ mm}^3 = 1,2 \cdot 10^6$.
c) V 5 min prepotuje snežinka s hitrostjo 2 m/s razdaljo 600 m. Ker je v 600 m^3 $1,2 \cdot 10^6$ snežink, je v 1 m^3 $1,2 \cdot 10^6 / 600 = 2 \cdot 10^3$ snežink. Možno je tudi drugačno sklepanje.
2. Teže teles so v vseh treh primerih enake in ker so sile v ravnovesju, so enake tudi sile vzgona. Tudi prostornine izpodrinjene tekočine so enake in enake so prostornine nepotopljenih delov sistema. V prvem primeru je prostornina nepotopljenega dela klade enaka
 $S \cdot h = 20\text{ cm} \cdot 15\text{ cm} \cdot 0,6\text{ cm} = 180\text{ cm}^3$.
a) Prostornina kocke je $5^3\text{ cm}^3 = 125\text{ cm}^3$. Nad vodno gladino je torej cela kocka in še 55 cm^3 klade.
b) Prostornina obeh kock je 250 cm^3 , od katere je nad vodno gladino 180 cm^3 , potopljeno pa 70 cm^3 . Prostornina ene kocke nad vodno gladino je torej 90 cm^3 . Ker je ploščina osnovne ploskve 25 cm^2 , je višina $90\text{ cm}^3 / 25\text{ cm}^2 = 3,6\text{ cm}$.

3. Zaradi ravnovesja sil je ob vsakem času vsota Juretove in Tinetove sile enaka sili trenja. Velja $F_T + F_J = 250 \text{ N}$. Pripravimo si nekaj točk, pri čemer Juretovo silo razberemo iz diagrama: ob $t = 0$, $F_J = 0$, zato $F_T = 250 \text{ N}$, ob $t = 1,5 \text{ min}$, $F_J = 200 \text{ N}$, zato $F_T = 50 \text{ N}$, ob $t = 2 \text{ min}$, $F_J = 250 \text{ N}$, zato $F_T = 0$ itd.



4. Nad gladinama je v obeh krakih enak tlak, višinska razlika je nič.
5. Ko se liter alkohola ohladi za 12 K , se mu prostornina zmanjša za $12 \text{ ml} = 12 \text{ cm}^3$. Presek odprtine steklenice na vrhu ocenimo na 3 cm^2 (za pravilno štejemo od 2 do 5 cm^2 , vrat steklenice se počasi širi) in dobimo znižanje gladine okrog 4 cm (upoštevamo rezultate od 2 cm do 6 cm).

8. razred

1. Hitrost Zemlje je $2\pi r_Z/t_Z$, hitrost Jupitra pa $2\pi r_J/t_J$. Razmerje hitrosti je $v_Z/v_J = (r_Z/r_J) \cdot (t_J/t_Z) = (1/5) \cdot (12/1) = 2,4$.
2. Uporabimo zakon o ohranitvi energije. Z 1 označimo začetno stanje, z 2 stanje tik pred trkom, s 3 stanje tik po trku in s 4 končno stanje pri tleh. Za prehod 1 v 2 velja: $W_{k1} = W_{k2} + mgh$. Sledi $W_{k2} = W_{k1} - mgh$ in $W_{k3} = 0,8 \cdot W_{k2}$. Za prehod 3 v 4 velja $W_{k3} + mgh = W_{k4}$ oziroma $W_{k4} = 0,8(W_{k1} - mgh) + mgh = 0,8 \cdot W_{k1} + 0,2 mgh$. Ko vstavimo izraz $mv^2/2$ za kinetični energiji, dobimo $v_4^2 = 0,8 \cdot v_1^2 + 0,4 \cdot g \cdot h$. Rezultat $v_4 = 9,7 \text{ m/s}$.
3. Izbrane baterije in tok določijo upor vezja, pri čemer lahko napetosti baterij seštevamo ali odštevamo. Možne rešitve: $1,2 \text{ V}/0,3 \text{ A} = 4 \Omega$ (zaporedno vezana upornika za 2Ω); $4,5 \text{ V}/0,3 \text{ A} = 15 \Omega$ (zaporedno vezana upornika za 10 in 5Ω); $(1,2 \text{ V} + 2,4 \text{ V})/0,3 \text{ A} = 12 \Omega$ (zaporedno vezana upornika za 10 in 2Ω); $(4,5 \text{ V} - 2,4 \text{ V})/0,3 \text{ A} = 7 \Omega$ (zaporedno vezana upornika za 5 in 2Ω) in še dve rešitvi.

4. V učbeniku preberemo, da je upor 1 m dolge aluminijaste žice s presekom 1 mm^2 $0,028 \Omega$, torej je upor 200 m dolge žice s presekom 25 mm^2 enak $0,22 \Omega$. Skozi električno peč teče tok $I = P/U = 5000 \text{ W}/220 \text{ V} = 22,7 \text{ A}$. Padec napetosti na žicah je torej $U = 22,7 \text{ A} \cdot 0,22 \Omega = 5 \text{ V}$. Izgubljena toplota je enaka električnemu delu, ki ga sprejmeta vodnika $Q = UIt = 5 \text{ V} \cdot 22,7 \text{ A} \cdot 3600 \text{ s} = 410 \text{ kJ}$.

5. a) Ker se je gumijasta vrv zadnjih 10 m gibanja raztegovala, se je sila vrvi večala. Vsota vseh zunanjih sil tako ni bila stalna in gibanje ni bilo enakomerno pospešeno.

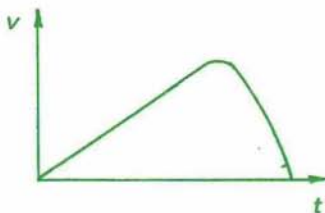
b) Ko je mož dokončno obvisel v zraku, je bila gumijasta vrv raztegnjena za 5 m, sila vrvi pa je bila enaka teži 800 N . Ko je bil mož v najnižji legi, je bila vrv raztegnjena za 30 m, sila vrvi pa je bila 6 krat večja, torej 4800 N . Ko se je mož za trenutek ustavil v najnižji legi, sta nanj delovali sila vrvi navzgor in teža navzdol. Od tod izračunamo pospešek moža v najnižji točki $a = F/m = (4800 \text{ N} - 800 \text{ N})/80 \text{ kg} = 50 \text{ m/s}^2$.

c) Delo sile vrvi izračunamo iz izreka o kinetični in potencialni energiji. Za celotno gibanje navzdol velja $\Delta W_k = 0$ in

$$\begin{aligned}\Delta W_p &= W_{p2} - W_{p1} = \\ &= 800 \text{ N}(10 \text{ m} - 100 \text{ m}) = \\ &= -72 \text{ kJ}.\end{aligned}$$

$$A = \Delta W_k + W_p = -72 \text{ kJ}.$$

d)



Zlatko Bradač, Mirko Cvahte

ZAPOREDJE

Začetni člen neskončnega zaporedja a_0 je nenegativno racionalno število, ne večje od 1. Zaporedje je definirano z rekurzijsko formulo

$$a_n = 2a_{n-1}\sqrt{1 - a_{n-1}^2}$$

za naravne n . Dokaži: Če je a_1 racionalen, so vsi členi zaporedja racionalni; če pa je a_1 iracionalen, so vsi členi zaporedja razen a_0 iracionalni.

Bojan Gornik

RAČUNALNIŠTVO

ENIAC - PRVI ELEKTRONSKI RAČUNALNIK

1. Uvod

Dolgo sem razmišljal, ali je tovrstni prispevek primeren za današnji čas. Ker se zelo radi vračamo k takšnim in drugačnim dogodkom iz preteklosti, menim, da je potreben pogled tudi v ta del zgodovine. Letos mineva 36 let od smrti madžarskega matematika Janosa Neumanna (1903 - 1957), bolj poznanega kot Johna von Neumanna, ki je veliko pripomogel k uspešni realizaciji matematičnih operacij v ENIACu. Kar zadeva samo delovanje računalnika, priznajmo, da bi nam tovrstni pristop tudi danes delal precejšnje težave. Načrtovalci vezij so se odločili za vzporedni način prenašanja impulzov in računanja z njimi. Le-to jim je omogočilo preslikavo "mehanskega števnik", kakršnega si je že pred več kot 150 leti zamislil Anglež Charles Babbage (1792 - 1871), v elektronski pomikalni števeni register. Sicer pa moramo vedeti, da je bil ENIAC plod tako teoretičnega kot strokovnega dela. Načrtovalci pa tudi znanstveniki so želeli svoja obširna znanja potrditi in preizkusiti. ENIAC ni bil samo model, ki bi doživel žalosten konec v kotu kakega laboratorija, pač pa stroj, ki so ga uporabljali še dobrih 5 let, čeprav bi ga danes uspešno nadomestil že nekoliko boljši žepni računalnik.

ENIAC danes uživa zaslužen počitek. Njegove dele lahko občudujemo po raznih muzejih, med drugim tudi v British Science Museum v Londonu.

Opisali bomo, kakšen je bil leta 1946 namen načrtovalcev prvega elektronskega računalnika ENIAC (elektronski numerični integrator in računalnik) in kakšne vrste problemov je znal reševati. Z gradnjo računalnika so začeli na Univerzi v Pensilvaniji v ZDA pod vodstvom Johna Presperja Eckerta in svetovanjem Johna Mauchlyja.

Odgovor je naslednji: ENIAC je reševal probleme, ki se jih je dalo spremeniti v niz preprostih računskih operacij - to je v končna zaporedja seštevanj, odštevanj, množenj, deljenj, kvadriranj in korenjenj. Tako je znal računati difference in integrirati. Znal je numerično reševati sisteme algebrائيh in transcendentnih enačb ter sisteme parcialnih diferencialnih enačb. Hitrost računanja je bila pri tem zelo pomembna, kajti veliko je problemov, ki jih je bilo možno hitro in preprosto formulirati, a se jih je dalo rešiti le z veliko truda. Diferencialne enačbe balistike projektila so že tak primer, saj je bil ENIAC prvotno načrtovan za reševanje prav tovrstnih enačb.

Žal nekaterih funkcij, ki rešijo te enačbe, ni moč preprosto matematično izraziti. Za uporabo jih lahko podamo le v obliki tabel, ki jih dobimo z eksperi-

mentalnimi meritvami (na primer izstreljenih projektilov) ali pa z numeričnim reševanjem pripadajočih enačb.



Slika 1. Elektronski računalnik ENIAC

Numerična rešitev diferencialne enačbe je dala podatke o poti izstrelka v obliki tabele. Vsaka taka pot se je imenovala trajektorija. Izdelava ene željene poti izstrelka je zahtevala izračun nekaj sto trajektorij za različne začetne parametre (na primer hitrost in kot izstrelitve).

Tako je na primer specialni balistični elektro-mehanski računalnik, ki so ga imeli takrat na razpolago, izračunal 60- sekundno trajektorijo v dvajsetih urah. Če so uporabili diferencialni analizator (nekakšen elektronski analogni računalnik), so jo lahko izračunali v petnajstih minutah, ENIAC pa je to naredil v nekaj sekundah. Torej je znal izračunati trajektorijo hitreje, kot je projektil letel. Še več! ENIAC je bil veliko bolj natančen kot diferencialni analizator, saj je vrnil rezultat v obliki deset ali dvajsetmestnih števil. Bil pa je tudi 1000-krat hitrejši kot katerakoli takratna naprava, ki je računala z enako natančnostjo.

2. Navodila načrtovalcem vezij

Druga svetovna vojna je zahtevala gradnjo ENIACa s kar največ običajnimi elektronskimi vezji (komponentami) in s čim manj novostmi. Te zahteve skupaj z željami po veliki hitrosti, zmogljivosti in zanesljivosti računanja so imele za posledico izjemno obsežno elektronsko napravo. ENIAC je uporabljal 18000 elektronk, 70000 uporov, 10000 kondenzatorjev in 6000 relejev. Naprava je v dolžino merila 30,5 m, visoka je bila 3 m in široka 0,9 m. Potrebovala je 80 kW moči, od tega je bilo samo za hlajenje potrebnih 20 kW moči.

Za uspešno delovanje "izuma" z 18000 elektronkami so bile potrebne izredno zanesljive komponente. To je še kako veljalo za digitalni računalnik, saj bi okvara ene same elektronke povzročila napako ene številke in s tem tudi napačen rezultat. Načrtovalci ENIACa so se držali dveh načel, ki sta zagotavljali zanesljivost delovanja:

- Vezja so bila izdelana iz komponent, ki so bile izbrane ročno in izredno pazljivo. Bila so tudi skrbno testirana v območjih delovanja, ki so bila (običajno) pod predpisanimi vrednostmi. Tako je na primer naprava, ki je sicer delovala pri napetosti 6,3 V, bila priključena na 5,7 V. Največkrat se ni izklapljala, saj se je tako povečala njena življenjska doba. Napajalne (anodne) napetosti in zasloni so delovali le s četrtino prvotno predpisane moči.

- Uporabili so take metode, pri katerih na predpisano natančnost računanja ni vplivala raznolikost izbranih komponent. Tako, na primer, je bila izbira elektronk še posebno pestra. Notranje upornosti so se spreminjale tudi do $\pm 40\%$, zato so vse elektronke delale le kot stikala: ali so prevajale ali pa ne.

ENIAC je deloval kot sinhron sistem, ki ga je vodila centralna ura. Dopuščal je manjše časovne zamike, ki so bili posledica kasnitev različno dolgih povezav.

3. Vrste računalniških vezij

Pred seboj res nimamo načrtov vezij, ki so bila v ENIACu. Teh tudi ne potrebujemo za razumevanje osnov delovanja elektronskega računalnika. Sicer pa ENIACova vezja niso bila sestavljena po že znanih načrtih.

Na **prvem** mestu so bila vezja za pomnjenje. Tako digitalni podatki kot programski ukazi so morali biti shranjeni. Računalnik si je zapomnil številke, s katerimi je računal, in (številске) kode ukazov za operacijo, ki jo je bilo potrebno opraviti. V ENIACu so bile tri vrste pomnilniških vezij, ki so se med seboj razlikovala po hitrosti pisanja informacije vanje in branja le-te iz njih:

a) Najprej omenimo bistabilno pomnilno celico ali flip-flop. Informacija se je vanjo lahko vpisala in iz nje prebrala elektronsko, in to z veliko hitrostjo. Ta vezja pa so bila draga, saj so zahtevala tri elektrone za bit.

b) Tabele funkcijskih vrednosti so bile shranjene z matrikami uporov, ki so bili povezani tako, da so hranili informacijo. To je bila veliko bolj ekonomična vrsta pomnilniškega vezja kot flip-flop. Ker je bilo potrebno ročno prevezovanje uporov, je bil zapis informacije počasen, medtem ko je bilo elektronsko čitanje relativno hitro. Funkcijske tabele so v ENIACu uporabljali za shranjevanje tabel množenja in vrednosti pomožnih funkcij.

c) Posebno obliko pomnilniškega vezja so predstavljala stikala in povezave. Enote ENIACa so bile povezane tako, da so izvajale razne operacije. Kako so se operacije seštevanje, odštevanje, množenje, deljenje, korenjenje in iskanje funkcijskih vrednosti v tabeli izvajale in v kakšnem vrstnem redu, je bilo odvisno predvsem od tega, kako so bile enote povezane in kako so bila postavljena razna stikala. Nastavljanje stikal je bilo ročno in zato počasno. ENIAC je bil najuspešnejši pri reševanju problemov, pri katerih so se operacije, potem ko smo s stikali nastavili njihov vrstni red, ponavljale. ENIAC so namreč programirali tako, da so z ustreznimi stikali nastavili zaporedje programskih ukazov.

Na **drugem** mestu so bila tista vezja v elektronskem računalniku, ki so bila sposobna seštevati desetiške števke. Seštevanje je bilo izvedeno z elektronskimi števniki - krožnimi pomikalnimi registri. Ti so vsebovali flip-flope, ki so bili povezani tako, da so šteli (pomikali) skupine impulzov, kjer je vsaka skupina pomenila desetiško števko.

Trdimo lahko, da so bila elektronska vezja za pomnjenje in seštevanje osnovni del računalnika. Ostala vezja so jih le krmilila, tako da smo z večkratnim seštevanjem dobili še odštevanje, deljenje in korenjenje. Krmiljenje so opravljala preprosta vezja, kot so "in", "ali" ter "ne". Logični operaciji "in" in "ne" so naredili z eno stikalno elektrono, operacijo "ali" pa z dvema.

4. Sestavni deli ENIACa

ENIAC je sestavljalo trideset posameznih enot, pri čemer je vsaka vsebovala od 500 do 1500 elektronk. Devet elektronskih enot je bilo takih, da so samostojno izvajale nekatere operacije, ostale enote pa so služile za krmiljenje. Predstavitev (programiranje) problema je seveda vplivala na izvajanje in število posameznih operacij. Enote so bile postavljene v obliki črke U. Povezane so bile s koaksialnimi kablji, ki so bili speljani pred enotami. Enajst

takih linij je od ene enote k drugi posredovalo "vlak" impulzov, ki je pomenil predznačeno desetiško števko. To so bile "podatkovne linije". Dodatna "programska linija" pa je povezovala prvo enoto z drugo, drugo s tretjo itd.

Enote, kot so hitri množilnik, delilnik in vezja za izračun kvadratnega korena, so izvajale aritmetične operacije s podatki, ki so jih dobile iz dvajsetih akumulatorjev. Vsak akumulator je bil sposoben hraniti desetmestno desetiško predznačeno število, sprejeti prav tolikšno število impulzov ter jih dodati k hranjeni vrednosti, ali pa oddati hranjeno število v obliki zaporednih impulzov. Seštevanje dveh števil je zahtevalo hkratno delovanje dveh akumulatorjev: prvi je pretvoril hranjeno desetiško število v zaporedni niz impulzov, ki jih je drugi sprejel po liniji ter jih dodal (prištel) k obstoječi vsebini. Seštevanje je trajalo samo $1/5000$ s. Perioda enega seštevanja, $200 \mu\text{s}$, se je imenovala "čas enega seštevanja" ali "seštevalni čas".

Akumulatorji so imeli vlogo tako seštevalnikov kot pomnilnih registrov, zato jih je tudi bilo toliko. Uporabljali so jih tudi množilniki, ki so v njih hranili vrednost množenca in množitelja ter vanje shranjevali (akumulirali) delne produkte. Delilniki in vezja za računanje korenov so v njih hranili imenovalce, števce, korene in kvociente. Operacija tabeliranja je pošiljala iz akumulatorja argument, vanj pa je sprejela funkcijsko vrednost. Tiskalnik je v akumulatorjih hranil število, ki ga je s pomočjo relejev zlučkal na trak.

Akumulator se je uporabljal tudi kot odštevalnik. Ker so njegova števna vezja delovala samo v eni smeri (niso mogla šteti, pomikati nazaj), se je odštevanje izvajalo tako, da so vezja štela le naprej, mimo ničle, do vrednosti, kamor naj bi števniki prišli, če bi štel nazaj. Pri tem so si pomagali z zapisom števila v komplementu. Negativna števila so bila predstavljena kot komplement glede na število 10^{10} . Tako je bilo $-x$ zapisano kot $10^{10}-x$ s predznakom, ki je povedal, da je gre za komplement. Pri dvajsetmestnih številih se je komplement jemal od števila 10^{20} . Če je bil akumulator programiran tako, da je odšteval števila, je namesto števila pošiljal njegov komplement. Vse enote v ENIACu so bile programirane tako, da so lahko hranile pozitivna števila ali njihove komplemente.

Hitro množilno vezje je bilo sposobno zmnožiti dvojice 10-mestnih števil (pri čemer je bil zmnožek 20-mestno število) v 13 seštevalnih časih ali v 2.6 ms. Vezji za deljenje in korenjenje sta prav tako uporabljali akumulatorje. Do rezultatov sta prišli z večkratnim ponavljanjem odštevanja in seštevanja. Tako računanje je trajalo kar nekaj časa in je bilo odvisno od vrednosti števil. V povprečju je bilo potrebnih 125 seštevalnih časov oziroma 25 ms za deljenje dveh 10-mestnih števil.

Opisane enote so vsebovale še vezja za krmiljenje. Le-ta so imela določeno število programskih linij, ki so bile povezane s stikali za izbiro željene operacije. Tako je bilo, na primer, krmiljenje akumulatorja nastavljeno na "seštej in zbrši" ali pa na "sprejmi". Ko je po programski liniji prišel impulz, je zahteval, da enota operacijo (nastavljeno na stikalih) izvede ter ob koncu pošlje signal naprej. Izhodni impulz je potoval do krmilne enote, ki je poslala nov ukaz. Problem so ENIACu posredovali tako, da so povezali vhode z izhodi ter nastavili ustrezna stikala.

Enote ENIACa so delovale časovno usklajeno. Vsaka enota je bila krmiljena z nizom časovnih impulzov, ki jih je pošiljala centralna urina enota. Glavni razlog za tako krmiljenje je bila zanesljivost izvedbe operacije. Med prenašanjem impulzov od ene enote k drugi so se električni impulzi popačili po velikosti in zakasnili. Če bi taki impulzi potovali od enote do enote naprej, bi popačenje lahko resno ogrozilo zanesljivo delovanje.

Pri običajnem delovanju ENIACa je centralna ura stalno pošiljala impulze enotam računalnika, vrstni red izvajanja ukazov pa je krmilila programska enota. Zaradi zanesljivosti, iskanja okvar in preverjanja delovanja enote je bila ENIACova centralna ura sposobna oddati tudi en posamezen impulz ali pa niz impulzov za (eno) seštevanje.

4. Zaključek

Od začetka delovanja 15. februarja 1946 je ENIAC izračunal tabele neprecenljive vrednosti, tako na teoretičnem kot na uporabnem nivoju. Nedvomno je potrdil primernost uporabljene elektronike za računanje. Če odmislimo začetno poskusno obratovanje, je bila pogostost okvar le 2 do 3 ure na teden. Največ težav je povzročalo pregrevanje elektronk. Čeprav je bil ENIAC obsežen, so okvare zelo hitro odkrivali izurjeni operaterji.

ENIAC je združeval hitrost in zanesljivost računanja in je bil zmožen reševanja problemov v znanosti. Z njim se je začelo novo obdobje, obdobje elektronskih računalnikov.

Veselko Guštin

SAM – Rešitev s str. 114

Za to, da si najprej ob poti pripravi zaloge hrane in pijače in potem prečka puščavo, potrebuje najmanj 15 dni.

Neža Mramor-Kosta

REŠITVE NALOG

NALOGE IZ PROGRAMIRANJA – Rešitve s strani 125

Tokrat si bomo ogledali rešitve prvih treh nalog. Zapisali jih bomo v turbo pascalu in v narečju loga LCS1/LogoS. Rešitev četrte naloge, ki je nekoliko daljša, si bomo ogledali v naslednji številki Preseka.

Sklanjanje samostalnikov ženskega spola s končnico -a ni težak problem. Dobljeni samostalni bomo sklanjali kar po prvi ženski sklanjatvi. Pri tem bomo privzeli, da beseda na začetku in na koncu ne vsebuje odvečnih presledkov. Besedi najprej odstranimo končnico in korenu po vrsti dodajamo obrazila za posamezne sklone. Zadnji znak bomo odstranili s podprogramom Delete in nize staknili z operatorjem +. Manjša težava se pojavi le pri šestem sklonu, saj se moramo odločiti, ali bomo uporabili predlog s ali z. Pri odločitvi si pomagamo z začetno črko.

```
function Sklanjaj(s: string): string;
var
  p: char;
begin
  if UpCase(s[Length(s)]) < 'A' then { pazimo na male in velike črke }
    Sklanjaj := ""
  else begin
    Delete(s, Length(s), 1); { odstranimo končnico -a }
    if UpCase(s[1]) in ['C', 'F', 'H', 'K', 'P', 'S', 'T'] then { določimo predlog }
      p := 's'
    else
      p := 'z';
    Sklanjaj := s + 'a_u' + s + 'e_u' + s + 'i_u' + s + 'o_u' + p + 'u' + s + 'o';
  end;
end; { Sklanjaj }
```

Na začetek funkcije smo dodali preprost test, ki preveri, ali se beseda res konča s črko a. Če ta pogoj ni izpolnjen, vrnemo prazno besedo. Gornja rešitev ima nekaj pomanjkljivosti. Tako je predlog pri šestem sklonu lahko odvisen od izgovorjave besede in ne od njene prve črke. Lahko bi tudi dodali močnejše teste na začetek funkcije, ki bi natančneje preverili, ali je vhodni podatek smiseln. Prav tako so končnice, ki jih dodajamo, vedno napisane z malimi črkami. Lepše bi bilo, če bi bile zapisane z enakimi znaki kot začetna končnica -a ali -A. Podobno velja tudi za predloge pri, s in z.

Pri rešitvi v logu bomo uporabili enak postopek. Namesto z operatorjem + v logu besede staknemo z ukazom WORD, zadnji znak odstranimo z ukazom BL, funkcijo UpCase zamenjamo z UC, pripadnost pa preverimo z logično funkcijo MEMBERP. Začetno črko besede :s vrne klic FIRST :s.

```

TO sklanjaj :s
  LOCAL "p                                ; lokalna spremenljivka za predlog
  MAKE "p AIF MEMBERP (UC FIRST :s) "CFHKPST "s "z
  MAKE "s BL :s                            ; odstranimo končnico -a
  OP (WORD :s "'a" :s "'e" :s "'i" :s "'oupri"
      :s "'i" :p "'u" :s "o)
END

```

V rešitvi smo uporabili tudi aritmetični pogojni stavek AIF pogoj i1 i2, ki vrne vrednost izraza i1, če je pogoj izpolnjen, sicer pa vrne vrednost izraza i2.

Druga naloga je programersko malenkost težja. Najprej se moramo odločiti, ali ločimo med malimi in velikimi črkami. Domenimo se, da med njimi v tej in v naslednji rešitvi ne bomo ločili. Naloga zahteva, da ugotovimo, ali sta množici znakov, ki sestavljata podani besedi, enaki. V pascalu si bomo pomagali kar z množicami. Z dvema zankama for, po eno za vsako besedo, sestavimo obe množici znakov in s primerjavo ugotovimo, ali sta enaki.

```

function EnakiZnaki(bes1,bes2: string): boolean;
var
  znaki1,znaki2: set of char;
  i: integer;
begin
  znaki1 := []; znaki2 := [];
  for i:=1 to Length(bes1) do znaki1 := znaki1+[UpCase(bes1[i])];
  for i:=1 to Length(bes2) do znaki2 := znaki2+[UpCase(bes2[i])];
  EnakiZnaki := znaki1=znaki2;
end; {EnakiZnaki}

```

Ker male črke pred dodajanjem v množico znakov s funkcijo UpCase pretvorimo v velike, rešitev ne loči med malimi in velikimi črkami.

Ker logo ne pozna množic, rešitve tokrat ne moremo kar prepisati. Zato si bomo pomagali s pomožnim ukazom podznaki :bes1 :bes2, ki bo ugotovil, ali vsi znaki, ki nastopajo v besedi :bes1, nastopajo tudi v besedi :bes2. Prevedeno v jezik množic pritrđen odgovor pomeni, da je množica znakov, ki sestavlja besedo :bes1, podmnožica množice znakov, ki sestavlja besedo :bes2. Ukaz podznaki bomo napisali rekurzivno. Rekurzijo končamo, ko je beseda :bes1 prazna, kar ugotovimo s klicem EMPTY :bes1, ali pa najdemo znak te besede, ki ne nastopa v besedi :bes2.

```

TO podznaki :bes1 :bes2
  IF EMPTY :bes1 [ OP "True ] [ ]
  IF MEMBERP FIRST :bes1 :bes2
    [ OP podznaki BF :bes1 :bes2 ] [ OP "False ]
END

```

Ker sta množici enaki natanko tedaj, ko je prva podmnožica druge in druga podmnožica prve, lahko z dvema klicema ukaza podznaki, ki ju združimo z logičnim veznikom AND, rešimo zastavljeno nalogo.

```

TO enakiznaki :bes1 :bes2
  OP (AND podznaki UC :bes1 UC :bes2 podznaki UC :bes2 UC :bes1)
END

```

Tretja naloga je še nekoliko zahtevnejša. Tokrat moramo preveriti, če se tudi število pojavitev posameznih znakov v obeh besedah ujema. Z množicami si tokrat ne moremo pomagati, saj element v množici le nastopa ali pa ne nastopa, ne more pa se pojaviti večkrat. Ker pa je različnih znakov, iz katerih so sestavljene besede, malo, recimo kvečjemu 256, lahko nalogo rešimo tako, da za vsak znak v obeh besedah preštejemo, kolikokrat se pojavi. Zapis programa, ki sledi iz gornje ideje, prepuščam bralcu, tu pa bom raje predstavil rešitev, ki temelji na nekoliko drugačni, a ravno tako preprosti ideji. Vzamemo prvi znak prve besede in pogledamo, če se pojavi tudi v drugi besedi. Če se ne pojavi, potem ta beseda ni premetanka prve, sicer pa rekurzivno preverimo, ali je prva beseda brez prvega znaka premetanka druge besede z izbrisano pojavitvijo prvega znaka prve besede. Odgovor na začetno vprašanje je v tem primeru enak odgovoru, ki ga vrne rekurzivni klic. Tu je podprogram, zapisan v pascalu.

```

function Premetanka(bes1,bes2: string): boolean;
var
  i: integer;
begin
  if bes1="" then
    Premetanka := bes2=""
  else begin
    i := Pos(bes1[1],bes2);           { ali prvi znak bes1 nastopa v bes2 }
    if i=0 then                       { ne nastopa }
      Premetanka := false
    else begin                        { nastopa }
      Delete(bes1,1,1); Delete(bes2,i,1); { skrajšamo besedi }
      Premetanka := Premetanka(bes1,bes2); { rekurzivni klic }
    end;
  end;
end; {Premetanka}

```

V rešitvi smo uporabili funkcijo Pos(a,b), ki nam pove, kje v besedi b se prične prva pojavitev besede a. Če se beseda a sploh ne pojavi, funkcija vrne

vrednost 0. Vendar pa ima gornja rešitev hudo pomanjkljivost – zelo veliko porabo pomnilnika. Spremenljivke tipa `string` vedno zavzamejo 256 zlogov pomnilnika, čeprav v njih morda hranimo bistveno krajše nize. Ker gornji podprogram oba parametra prenaša po vrednosti, pascal pri vsakem klicu naredi na skladu novi kopiji obeh nizov. Pri običajni velikosti sklada v turbo pascalu, ta znaša 16KB, podprogram odpove že pri nizih dolžine 20. (Če boste poskušali primerjati število 20 s podatki o velikosti obeh parametrov, morate upoštevati, da nekaj prostora na skladu za vsak klic podprograma porabi tudi pascal za svoje "knjigovodstvo" in da so na skladu shranjene lokalne spremenljivke ter tudi sama funkcijska vrednost.) Prostor na skladu se po koncu podprograma seveda zopet sprosti, vendar nam to ne pomaga, če je globina rekurzije prevelika. Prenos obeh parametrov po referenci odpravi težavo s preveliko porabo pomnilnika, vendar pa povzroči, da pokvarimo začetni vrednosti obeh nizov, saj ju znotraj funkcije spreminjamo.

Pri zapisu izbranega postopka pa se uporabi rekurzije lahko tudi izognemo, saj smo potrebovali le en rekurzivni klic na koncu rešitve, tako shemo pa lahko preprosto zapišemo tudi v obliki zanke. Običajno so nerekurzivno zapisane rešitve (vsaj v pascalu) tudi nekoliko hitrejše.

```
function Premetanka(bes1,bes2: string): boolean;
var
  i,j: integer;
begin
  if Length(bes1)<>Length(bes2) then
    Premetanka := false
  else begin
    { malih in velikih črk ne bomo ločili }
    for i:=1 to Length(bes2) do bes2[i] := UpCase(bes2[i]);
    i := 1; j := 1;
    while (i<=Length(bes1)) and (j>0) do begin
      j := Pos(UpCase(bes1[i]),bes2);
      if j>0 then Delete(bes2,j,1);
      i := i+1;
    end; {while}
    Premetanka := j>0;
  end; {else}
end; {Premetanka}
```

Pri rešitvi v logu bomo uporabili drugačno idejo. Črke v vsaki besedi uredimo (po abecedi). Če sta tako dobljena "kanonska predstavnika" obeh besed enaka, potem sta besedi premetanki druga druge, sicer pa ne. Ker ima narečje LCSI/LogoS že vgrajeno ukaz SORT, ki uredi znake v besedi, pa tudi elemente v seznamu, je zapis rešitve zelo kratek.

```

T0 premetanka :bes1 :bes2
OP EQUALP SORT UC :bes1 SORT UC :bes2
END

```

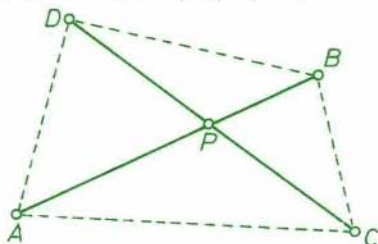
Klic logične funkcije EQUALP a b pove, ali sta vrednosti a in b enaki.

Martin Juvan

BREZ PRESEČIŠČ – Rešitev s str. 90

Denimo, da trditev ne drži. Potem obstajata daljici, ki se sekata. Naj smo prvo dobili, ko smo točko A povezali z njej najbližjo točko B , drugo pa pri povezavi točke C z njej najbližjo točko D . S P označimo presečišče daljic AB in CD .

Poglejmo štirikotnik $ACBD$ (glej sliko). Njegovi diagonalni se sekata v notranjosti, torej je štirikotnik konveksen. Ker je vsota notranjih kotov v štirikotniku 360° , je vsaj eden od kotov večji ali enak 90° . Naj bo $\angle CBD \geq 90^\circ$. Zaradi konveksnosti štirikotnika $ACBD$ je to notranji kot trikotnika $\triangle BDC$, in sicer njegov največji kot (zakaj?). Tedaj je njemu nasprotna stranica CD največja stranica trikotnika $\triangle BDC$ in zato tudi $CD > CB$. To pa je protislovje, kajti po predpostavki je točki C najbližja točka D .



Ne spreglejmo, da je dokaz neodvisen od števila danih točk, da le ni manjše od štiri. Enajst točk iz naloge torej lahko nadomestimo s poljubno končno množico, ki vsebuje vsaj štiri točke.

Igor Gajser

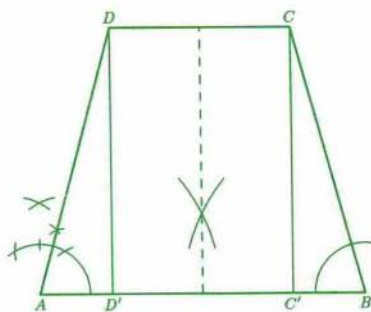
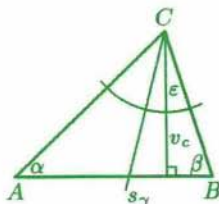
NALOGE ZA OGREVANJE – Rešitve s str. 112

5. razred

1. Tone je nabral 19 gob, Metka 18 in Jure 11.
2. Rešitev je $x = 1930$.
3. Danima premicama narišemo vzporednici v razdalji 2.5 cm. Središče iskane krožnice je v presečišču vzporednic. Možne so 4 rešitve.
4. Odličen uspeh in vzorno vedenje ima 5 učencev.
5. $\angle V_1 > \angle V$.

6. razred

1. Vrednost izraza je 1993.
2. Mačk je 9, rac pa 12.
3. Ploščina igrišča je večja za 43.75%.
4. $\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 38^\circ$, $\varepsilon = 90^\circ - \beta = 6^\circ$. Iskani kot je $\frac{\gamma}{2} - \varepsilon = 13^\circ$. (Glej skico.)
5. Načrtamo osnovnico a in kota α in β , ki sta skladna. Nato narišemo simetralo osnovnice a , ki je tudi simetrala osnovnice c . Na osnovnici a označimo točki C' in D' , ki sta od simetrane oddaljeni polovico dolžine osnovnice c , in v točkah C' in D' postavimo pravokotnici na nosilko osnovnice a . V presečiščih pravokotnic s krakoma kotov α in β sta oglišči C in D (slika).



7. razred

1. Vrednost izraza je -7 .
2. Simetrali oklepata kot 57° .
3. Zrcalni točki sta $A'(-5, -1)$, $B'(-3, 3)$. Nastali štirikotnik $ABB'A'$ je enakokraki trapez, njegova ploščina pa meri 32 kvadratnih enot.
4. Zaloga premoga bo zadoščala za skupno 110 dni.
5. Obseg lika je πa , ploščina pa $\frac{a^2}{2}$.

8. razred

1. Parameter m ima vrednost $-\frac{1}{2}$.
2. $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 96^\circ$, $\gamma = 84^\circ$ in $\delta = 60^\circ$.
3. Prostornina kvadra se poveča za 8.9%.
4. Iz pogojev naloge sledi $\frac{\pi r^2}{6} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4 \cdot 2}$ in od tod dobimo $r = \frac{a}{2} \sqrt{3\sqrt{3}/\pi}$. Polmer loka je približno $\frac{16}{25}$ stranice a .
5. Iz podobnih trikotnikov $\triangle EAB$ in $\triangle BCD$ dobimo višino drevesa 96 dm, po Pitagorovem izreku pa približek razdalje točke E od vrha drevesa D 103.6 dm.

Aleksander Potočnik

AVTOR MARKO BOKALIČ	MESTO NA SARDINIJI	FIZIKA (FRANCE)	MATEMA- TIKA (FRANC)	LITIJ		PRI- ČESNA LEČA PRI INSTRU- MENTIH	NEODLO- ČEN IZID	MAKE- DONSKO KOLO	MATEMA- TIKA (JOŽE)	AVSTI- POLIT MOC
RAZLIKA MED ŽENSKO IN MOŠKIM					IZDELOVA- LEC OROŽJA					
SLIKOVITO MESTO V JUŽNI FRANCIJI					INDIJSKA ZVEZNA DRŽAVA					
KURIR				LOGIKA (IZIDOR)	ZAVOD ZA UMSKO PRIZADETE NESTVAR- NOST					
LJUDSTVO IN JEZIK V VZHODNI AFRIKI								ZDRAVILO ZA MRZLICO MATEMAT. (FRANCE)		
GLAVNO MESTO TURČIJE							"KROTILEC" POŽARA IGRALKA DEREK			
RJIEKA			FIZIKA (JANEZ) MAJHNA OMARA							CEZI- NACI ZA EN- OKC
PRAVO- SLAVNA PODOBA						PIJAČA SLOVANOV STARA PALESTINA			GLEDA- LIŠKI DELAVEC BALKAN DRŽAVA	
	STAR INDIJSKI LIRIK	MESTO V AVSTRIJI DOLŽINSKA MERA					PESNIK GRUDEN			
ARHEOL. NAJDIŠČE V EGIPTU							ŽALNA OBLAČILA ŽIVAL ZA VOLNO			
ŽUPAN POD FRANCOZI				VDOVA JOHNA LENNONA (YOKO)				SLOVEN. VESLAČ (IZTOK) KOS SUKANCA		
OČKA, ATEK				MATEMA- TIKA (FRANC) INDIJ						
DEKLA- MACIJE										
MATEMA- TIKA (TEREZIJA)					POKRAJINA V JUŽNI AFRIKI					

KOV IN VAJ ZA OSNOVNO ŠOLO

R. IK K	KOST V NOSU		ZVEZNA DRŽAVA V ZDA	POLJSKI AFORIST (STANI- SLAW)	RIŽEVO ŽGANJE	SOLMIZA- CIJSKI ZLOG	UMIK S POLITIČ. PRIZORI- ŠČA	RIBJA KOŠČICA	MESTO OB VISLI NA POLJSKEM		
		PRVO OBDOBJE ŽIVLJENJA								TENIŠKA IGRALKA SELEŠ	
		LETALIŠČE NEKD. ŠVED. SMUČAR (JONAS)									VELIK OREH TROPESKE PALME
						PLOD STROČNIC MATEMAT. NEZANAN- KA					
				NAJVEČJA ŽIVAL				FIATOV MODEL			
				NAJLEPŠI DEL ROŽE				POOSE- BLJENA SMRT			
					MATEMAT. VAJE (JOŽE)						
					HERCE- GOVEC						
J NIK JO S			VRSTA MOTO- CIKLA UKRAJIN. VODITELJ						KAREL OŠTIR		
									ČRTA NA ZEMLJE- VIDU		
						KRŠKO	OTOK OB SUMATRI				
							PREMAZNO SREDSTVO				
	KALJEV GLINENEC IVAN POTRČ									MATEMAT. VAJE (MAKS)	LEPO VEDENJE
				OBVODNA PTICA	KRAJ PRI UMAGU						
					TOČKA ZAKONA						
		LONČENA POSODA RIM. BO- GINJA PLO- DNOSTI				OBLIKA SOCVETJA DANSKI OTOK					
	NAOČNIKI						SEŽIGANJE INDIJSKIH VDOV JOSIP IPAVEC				
	MATEMA- TIKA (IVAN)							VODNA ŽIVAL S KLEŠČAMI			
	HRVAŠKI KOŠARK. TRENER (PETAR)							ŽIVO- BARVNA TROPESKA PAPIGA			

ZANIMIVOST PRI ŠTEVILIH

Kaj je posebnega v številu 746 665 920? Praštevilo zagotovo ni, njegove številke ne oblikujejo kakega posebnega vzorca. Pa vendar je zapisano število po svoje zanimivo. Izberimo osem izmed devetih števk 1, 2, ..., 9 in tvorimo vsa mogoča šestmestna števila z njimi. Če vsoto teh šestmestnih števil delimo z vsoto izbranih osmih števk, dobimo rezultat 746 665 920, in sicer neodvisno od izbire osmih števk med devetimi.

Oglejmo si to nekoliko podrobneje in skušajmo priti do splošnega zaključka. Postavimo si nalogo: *Izberi n pozitivnih števk in sestavi vsa mogoča r -mestna števila. Poišči kvocient med vsoto teh r -mestnih števil in vsoto izbranih števk.*

Če kvocient označimo s $K_{r,n}$ (ob predpostavki, da rezultat ni odvisen od izbire števk), potem velja $K_{6,8} = 746\,665\,920$. Za začetek vzemimo $n = 2$ in $r = 2$. To pomeni, da bomo izbrali poljubni dve pozitivni številki a in b . Z njima je mogoče sestaviti dvomestni števili $\overline{ab}$ in $\overline{ba}$ (z $\overline{abc}$ na primer označimo trimestno število, kjer so a stotice, b desetice in c enice). Kvocient med vsoto teh dveh števil in vsoto izbranih števk je $K_{2,2}$. Naj bo $a = 3$ in $b = 2$, pa imamo

$$K_{2,2} = \frac{32 + 23}{3 + 2} = \frac{55}{5} = 11.$$

Prepričati se moramo, da vrednost 11 ni odvisna od izbire števk. To ni težko, saj je

$$K_{2,2} = \frac{\overline{ab} + \overline{ba}}{a + b} = \frac{(10a + b) + (10b + a)}{a + b} = \frac{11(a + b)}{a + b} = 11$$

pri poljubnih a in b .

Med n izbranimi števkami je lahko nekaj med seboj enakih, vendar ne bomo rekli, da so vse te iste številke. Torej sta n in r lahko tudi večja od 9, kolikor je različnih pozitivnih števk, seveda pa velja $r \leq n$. Izberimo na primer 4, 5, 5, sestavimo vsa dvomestna števila (petici sta "različni") in izračunajmo

$$\frac{45 + 45 + 54 + 54 + 55 + 55}{4 + 5 + 5} = \frac{308}{14} = 22.$$

Prepričajmo se, da rezultat ni odvisen od izbranih števk, ki jih označimo z a ,

b in c (lahko sta dve ali celo vse tri med seboj enake):

$$\begin{aligned} K_{2,3} &= \frac{\overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc} + \overline{ba} + \overline{ca} + \overline{cb}}{a + b + c} = \\ &= \frac{10a + b + 10a + c + 10b + c + 10b + a + 10c + a + 10c + b}{a + b + c} = \\ &= \frac{22a + 22b + 22c}{a + b + c} = \\ &= 22 \end{aligned}$$

Bralce vabimo, da preučijo naslednja tri vprašanja:

1. Ali bi lahko bila med izbranimi števkami tudi ničla? Ali so lahko vse izbrane števke enake 0?
2. Pokaži, da velja $K_{r,n} = \underbrace{(111 \dots 1)}_{r \text{ enic}} (n-1)(n-2) \dots (n-r+1)$.
3. Uporabljali smo desetiški sistem. Kaj, če bi uporabili na primer petiškega?

Napišite, do kakšnih spoznanj ste prišli, in pošljite sestavek na naš naslov. Najboljši članek bomo objavili.

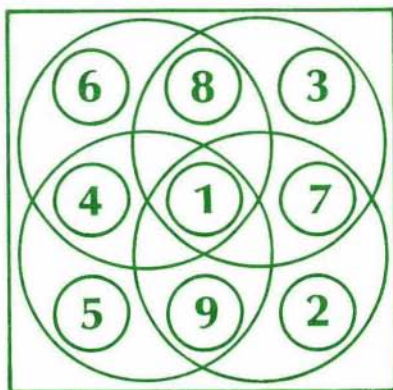
A. Sofo, P. Cerone

prevedel in priredil Darjo Felda

SKORAJ MAGIČNI KROGI – Rešitev s str. 85

Če odmislimo simetrijo, je rešitev ena sama. Da se jo dobiti s premislekom in nekaj poskušanja, lahko pa tudi z računalnikom.

Marija Vencelj



RAZVEDRILO

PAPIRNATA OLIMPIADA

Papirnat olimpiado so nam pripravili organizatorji XXIV. fizikalne olimpiade na zabavnem večeru kot igrice, namenjeno večjemu številu udeležencev. Ne gre za nobeno zahtevno fizikalno razmišljanje. Ideja je celo zelo primerna za popestritev pouka fizike v osnovnih šolah, saj bo tekma nudila učencem obilo zabave, poleg tega pa lahko vpletemo v taktiko kar nekaj osnovnošolske fizike.

V grobem gre pri papirnati olimpiadi za to, da poskušamo rešiti dane naloge čim bolje, pri tem pa lahko uporabimo le omejene količine papirja ali podobnih materialov. Ker je nalog več, lahko tekmo organiziramo tako, da razdelimo učence v več skupin (recimo po tri učence). Te skupine krožijo med postajami s posameznimi nalogami, kar še poveča mrzličnost reševanja.

Oglejmo si nekaj primerov nalog, s katerimi smo se zabavali udeleženci papirnate olimpiade na fizikalni olimpiadi:

SPUŠČANJE JAJCA. Tekmovalci imajo na voljo dva lista papirja velikosti A4, kakih 40 cm dolg trak selotejpa in škarje. Skonstruirati morajo tako pripravo, da se jajce - seveda surovo, a za vsak slučaj in zaradi lažjega rokovanja v polivinilni vrečki - ne bo razbilo, ko ga bodo spustili s prvega nadstropja, to je z višine 5 do 6 metrov. Pri tem merimo čas, ki ga potrebuje jajce, da dospe do tal. Rezultat je tem boljši, čim daljši je ta čas. Če se jajce razbije, ne dobi ekipa nobene točke.

PAPIRNATI STOLP. Tekmovalci imajo spet na voljo 2 lista papirja, trak selotejpa in škarje. Narediti morajo papirnati stolp, ki bo samostojno stal vsaj 10 sekund, pri čemer stolpa ne smejo prilepiti na tla. Za ilustracijo naj povem, da je bil na naši olimpiadi najvišji stolp visok kar okoli 2 m.

PAPIRNATI MOST. Imamo list papirja, selotejp in škarje, skonstruirati pa moramo most med dvema že pripravljenima nosilcema. Pred začetkom napovemo tudi, kolikšno silo bo most po naših domnevah še prenesel, kar ob koncu tudi preverimo z utežmi. Štejeta največja nosilnost in najboljša napoved. Rekordna nosilnost na našem tekmovanju je bila okoli 45 kg (!). Uteži je namreč domiselna ekipa razvrstila le na oba nosilca.

SPUŠČANJE FRNIKOL. Tekmovalci lahko uporabijo neomejeno količino papirja in selotejpa, napraviti pa morajo tako napravo, da bo frnikola potrebovala kar največ časa za pot do tal. In kje je bistvo naloge? Vsa naprava mora biti znotraj meja kocke z robom 0.5 m! Štejeta najdaljši čas in najugodnejše razmerje med časom in maso naprave.

TEKMOVANJA

ALUMINIJASTA LADJICA. Iz koščka aluminijaste folije velikosti 10×10 cm skušamo skonstruirati ladjico, ki bo nosila čimvečje število kovancev, ne da bi se potopila. Pomembno je, da tekmovalci odnehajo z dodajanjem novih kovancev, še predno se ladjica potopi. Lahko pa se domenimo, da imajo tekmovalci na voljo dva poskusa in da šteje za rezultat boljši od obeh.

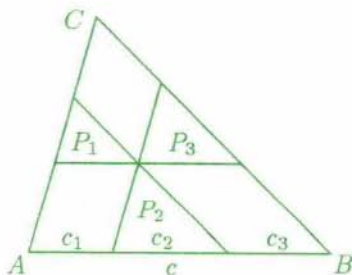
Poskusite obogatiti naloge z lastnimi zamislimi, dodajte še fizikalno razlago (pri aluminijasti ladjici na primer nekaj o vzgonu, lahko pa tudi o površinski napetosti), skratka prepustite se domišljiji. Ne pozabite pa na osnovno načelo: Papirnata olimpiada naj bo predvsem zabavna!

Jure Zupan

IZBIRNO TEKMOVANJE IZ MATEMATIKE – Rešitve s str. 110

Prvi letnik

- Če je $n = 2k$, lahko izraz razcepimo: $14^{2k} - 1 = (14^2)^k - 1 = (14^2 - 1)((14^2)^{k-1} + \dots + 1) = 13 \cdot 15 \cdot ((14^2)^{k-1} + \dots + 1) = 15!$. Pri $n = 2k + 1$ pa je $14^{2k+1} - 1 = 14(14^{2k} - 1) + 13 = 14 \cdot 15! + 13$.
- Z $n_{\bullet}$ označimo število pomikov v smer $\bullet \in \{\uparrow, \downarrow, \leftarrow, \rightarrow\}$. Označimo še $n_{\uparrow} = n_{\uparrow} + n_{\downarrow}$ in $n_{\leftarrow} = n_{\leftarrow} + n_{\rightarrow}$. Da bi se polž vrnil v izhodišče, mora biti $n_{\leftarrow} = n_{\rightarrow}$ in $n_{\uparrow} = n_{\downarrow}$. Torej je $n_{\uparrow} = 2n_{\uparrow}$ in $n_{\leftarrow} = 2n_{\leftarrow}$. Ker se polž obrača le po 90° , mora biti $n_{\uparrow} = n_{\leftarrow}$, in je zato celotno število pomikov $n_{\uparrow} + n_{\leftarrow} = 2n_{\uparrow} = 4n_{\uparrow}$. Ker je število korakov deljivo s 4, je polž na poti celo število ur.
- Manjši trikotniki so podobni prvotnemu; torej $c_1 = ck$, $c_2 = cl$, $c_3 = cm$ in $P_1 = Pk^2$, $P_2 = Pl^2$, $P_3 = Pm^2$, pri čemer so $k, l, m \in (0, 1)$ in je P ploščina vsega trikotnika. Prve tri enakosti seštejemo, upoštevamo $c_1 + c_2 + c_3 = c$ in dobimo $k + l + m = 1$. Druge tri enakosti najprej korenimo in nato seštejemo. Sledi $\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2} + \sqrt{P_3} = \sqrt{P}(k + l + m) = \sqrt{P}$ in nato $P = (\sqrt{P_1} + \sqrt{P_2} + \sqrt{P_3})^2$.

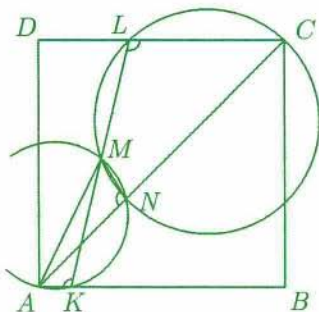


4. Ne, ker ima Peter na začetku liho mnogo žetonov in se po vsaki igri število njegovih žetonov poveča za 4.

Drugi letnik

1. Na zadnjem mestu se lahko pojavijo le števke 1, 3, 7 in 9. Ko množimo s 3, v prvih dveh primerih nimamo prenosa; v drugih dveh pa je prenos
2. Sodost predzadnje števke se torej ohranja, saj je na začetku 0.

2. Predpostavimo lahko, da N ne leži v notranjosti štirikotnika $AKLD$; drugače zavrtimo kvadrat za π . Torej: $\angle ANM = \angle AKM = \angle CLM$, ker je štirikotnik $AKNM$ tetiven in sta daljici AK in LC vzporedni. Ker je štirikotnik $NMLC$ tetiven, je $\angle CLM + \angle CNM = \pi$. Sledi $\angle ANM + \angle CNM = \pi$ in so točke A, N in C kolinearne.

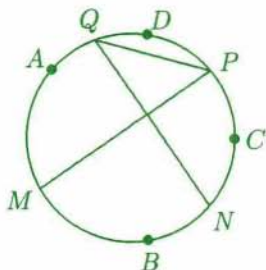


3. Korena enačbe $x^2 + px - q = 0$ bosta racionalna, če bo diskriminanta $D = p^2 + 4q$ kvadrat racionalnega števila. Iz prve kvadratne enačbe dobimo po Vietovih formulah zvezo $p + q = 1$. Torej $D = p^2 + 4(1 - p) = (p - 2)^2$. Torej $\sqrt{D} = |p - 2| \in \mathbb{Q}$.
4. Drugo enačbo pomnožimo z 2 in preuredimo: $(a_1^2 - 2a_1a_2 + a_2^2) + (a_2^2 - 2a_2a_3 + a_3^2) + \dots + (a_{1992}^2 - 2a_{1992}a_{1993} + a_{1993}^2) + (a_{1993}^2 - 2a_{1993}a_1 + a_1^2) = 0$. Sledi $(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + \dots + (a_{1992} - a_{1993})^2 + (a_{1993} - a_1)^2 = 0$. Torej je $a_1 = a_2 = \dots = a_{1993}$. Iz prve enačbe pa vidimo, da je $a_1 = a_2 = \dots = a_{1993} = 1$ edina rešitev sistema.

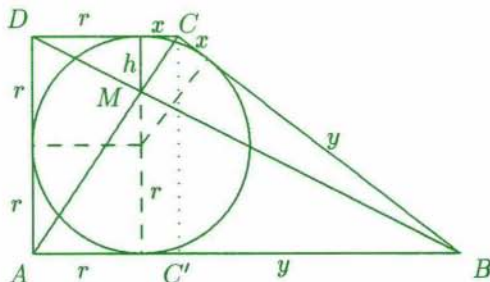
Tretji letnik

1. Brez žepnega računalnika lahko razcepimo $\overline{ababab} = 10101(10a + b) = 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37(10a + b)$. Ker je $10a + b$ dvomestno število, je lahko največji praštevilski faktor kvečjemu največje dvomestno praštevilo; torej 97.

2. Naj $M \in \widehat{AB}$, $N \in \widehat{BC}$, $P \in \widehat{CD}$, $Q \in \widehat{DA}$. Dovolj je pokazati $\angle PQN + \angle QPM = 90^\circ$. Kot $\angle MPQ$ je obodni kot nad nad $\widehat{MA} \cup \widehat{AQ}$, kot $\angle PQN$ pa je obodni kot nad $\widehat{PC} \cup \widehat{CN}$. Ker je $\widehat{MA} = \widehat{MB}$, $\widehat{QA} = \widehat{QD}$, $\widehat{PD} = \widehat{PC}$, $\widehat{NC} = \widehat{NB}$ je $\widehat{MA} \cup \widehat{AQ} \cup \widehat{PC} \cup \widehat{CN}$ ravno pol obsega kroga in je zato $\angle PQN + \angle QPM$ obodni kot nad premerom kroga; torej 90° .



3. S C' označimo nožišče višine na AB iz oglišča C trikotnika ABC . Potem je $\overline{C'B} = y - x$. Iz Pitagorovega izreka v trikotniku $C'BC$ sledi $(x + y)^2 = (2r)^2 + (y - x)^2$ oz. $xy = r^2$. Trikotnika $\triangle DMC$ in $\triangle BMA$ sta podobna: $\frac{r+x}{h} = \frac{r+y}{2r-h}$. Upoštevamo $y = r^2/x$ in izpeljemo $2rx = h(r+x)$. Očitno $p_{\triangle DMC} = \frac{1}{2}(r+x)h = rx$ in $p_{\triangle MBC} = p_{\triangle DBC} - p_{\triangle DMC} = \frac{1}{2}(r+x)2r - rx = r^2$.

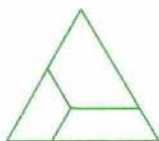


4. Predpostaviti smemo $x \leq y$. Ker $\arctg$ narašča, je $\arctg \frac{x+y}{2} \geq \arctg x$ in $\arctg \frac{x+y}{2} \geq \arctg y$. Sledi $3 \arctg \frac{x+y}{2} = 2 \arctg \frac{x+y}{2} + \arctg \frac{x+y}{2} \geq 2 \arctg \frac{x+y}{2} + \arctg x \geq 2 \arctg \frac{y}{2} + \arctg x$. Dokazati moramo le še $2 \arctg \frac{y}{2} \geq \arctg y$. Če je $y \geq 2$, je $2 \arctg \frac{y}{2} \geq 2 \arctg 1 = \frac{\pi}{2} \geq \arctg y$. Če pa je $0 < y < 2$, sta obe strani neenačbe med 0 in $\frac{\pi}{2}$. Upoštevamo, da na tem intervalu $\tg$ narašča, in izpeljemo $2 \arctg \frac{y}{2} \geq \arctg y \iff \tg(2 \arctg \frac{y}{2}) \geq \tg \arctg y \iff \frac{y}{1-(y/2)^2} \geq y$, kar pa za $0 < y < 2$ drži.

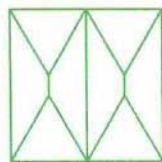
Četrti letnik

1. Pri $m \in \{1, 2, 3\}$ je edina rešitev $m = 2, n = 2$. Če je $m \geq 4$, je $m! + 2 = 2(\frac{m!}{2} + 1)$. Število $\frac{m!}{2} + 1$ je liho in zato $2(\frac{m!}{2} + 1)$ ne more biti kvadrat naravnega števila.

2. Naj leži osnovnica piramide na ravnini xy , vrh pa na ravnini $z = z_0$. Potem imajo natanko trije vektorji z -komponento enako $\pm z_0$ in je zato z -komponenta vsote enaka $\pm n z_0$, kjer je n enak 1 ali 3. Vsota torej ne more biti $\vec{0}$.
3. Naj bo $S(n)$ vsota kubov števk števila n . Za $n < 10^4$ je $S(n) \leq 4 \cdot 9^4 < 10^4$. Za k -mestno število n , ki je večje od 10^4 , pa je $n \geq 10^{k-1} = 10^{k-4} \cdot 10^3 > k \cdot 9^3 > S(n)$. Ker so pri $a_1 < 10^4$ vsi členi pod 10^4 , se slej ko prej eno število ponovi in je od tam naprej zaporedje periodično. Če pa je $a_1 \geq 10^4$, pa je zaporedje padajoče vsaj tako dolgo, dokler ne pade pod 10^4 . Ponovimo zgornji razmislek.
4. Rešitev (a) uporabimo pri rezanju trikotnikov pri (b).



(a)



(b)

Matjaž Željko

STAROEGIPTOVSKA ARITMETIKA – Rešitev s str. 75

$$a - \frac{1}{b} \in E \iff [a > 1 = b] \text{ ali } [a = 1, b = 2].$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \in E \iff [a = b = 1] \text{ ali } [a = uvw, b = uv(v - w); \\ u, v, w \in \mathbb{Z}^+, v > w].$$

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \in E \iff a = uvw, b = uv(v + w); u, v, w \in \mathbb{Z}^+.$$

Dokažimo samo zadnjo trditev, prva je preprosta, drugo pa dokažemo na podoben način kot tretjo.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b - a}{ab} = x$$

ab ne more biti 1, ker bi bilo v nasprotnem primeru $\frac{a}{a} - \frac{1}{b} = 0$. Zato se mora ulomek okrajšati tako, da je števec 1. Torej: $(b - a) \mid ab$. Recimo, da imata $b - a$ in a največji skupni faktor p : $b - a = pv$, $a = pw$ (v in w sta si tuja). Potem je $b = p(v + w)$ in $x = v/(pw(v + w))$. Ker sta si v in $v + w$ tuja, mora v deliti p : $p = uv$. Naredimo še preskus, da vidimo, da tujost števil v in w ni bistvena, pa je dokaz končan.

Anton Cedilnik

NALOGE Z DRŽAVNEGA TEKMOVANJA FIZIKOV

31. tekmovanje srednješolcev iz fizike je bilo 8. maja 1993 na Ravnah na Koroškem. Poročilo o tekmovanju in seznam nagrajenih dijakov smo objavili v letošnji prvi številki Preseka. Tokrat objavljamo naloge s tega tekmovanja; rešitve bomo objavili v prihodnji številki.

Skupina A

1. Kolo ima 5 prestav. Tabela kaže pospeške, ki jih dosega kolesar v različnih prestavah, in največje hitrosti, pri katerih še lahko uporablja dano prestavo.

prestava	1	2	3	4	5
$a(\text{m/s}^2)$	1	0,60	0,50	0,33	0,25
$v(\text{m/s})$	3	5	6	9	12

Pospešek je neodvisen od hitrosti, dokler je ta pod mejno hitrostjo v dani prestavi. Za vsako menjavo prestave, torej ne glede na to, ali prestavi iz trenutne v naslednjo ali vmes katero preskoči, potrebuje 2 sekundi (v tem času ne more poganjati). Trenje in zračni upor zanemarimo. Kako naj menja prestave, da bo z mesta čim hitreje dosegel hitrost 8 m/s? Koliko časa potrebuje za to?

2. Z eno nogo počasi potiskamo pedalo na kolesu iz najnižje lege tako, da je pedalo ves čas v vodoravni legi, dokler noga ne zdrsne. Stopalo je ves čas na pedal. Kolikšen je kot med najvišjo in najnižjo lego ročice pedala, če je koeficient lepenja med podplatom in pedalom 1,7? V ležajih ni trenja. Kolikšen pa naj bo kot med podplatom in ročico pedala, da ročico ravno še spravimo v vodoravno lego?
3. Stopnišče je sestavljeno iz 20 enakih stopnic. Na vrhnjih petih stopnicah je ograja, sestavljena iz 5 stebričkov s težo po 50 N. Vsak stebriček je na svoji stopnici na sredini stopnice. Stebričke na vrhu povezuje drog s težo 250 N. Stopnišče brez ograje tehta 2000 N. Kje je potrebno podpreti stopnišče, da se ne bo prevrnilo, če ni podprto ali pritrjeno nikjer drugje? Širina podpore ne presega četrtnine širine stopnice.
4. Na dno kadi, ki je do polovice napolnjene z vodo, pritrdimo vzmet s koeficientom 0,26 N/m. Na vrh vzmeti pritrdimo še zamašek v obliki

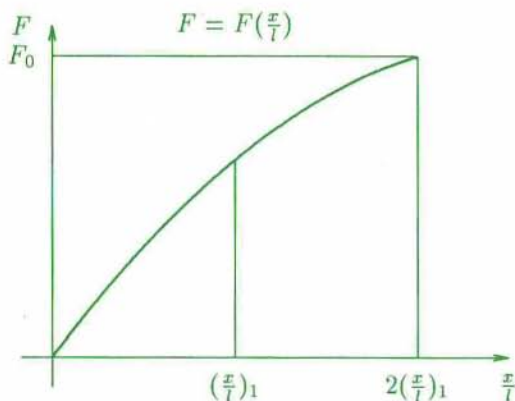
valja z radijem 1 cm, višino 2 cm in specifično težo $0,006 \text{ N/cm}^3$, tako da iz vode gledajo tri četrtine zamaška. Kad spustimo, da prosto pada brez upora. Za koliko se vzmet raztegne oziroma skrči? Specifična teža vode je $0,01 \text{ N/cm}^3$.

Skupina B

- Na stropu, ki je 1 m nad tlemi, visi lahka nit pajčevine z začetno dolžino 85 cm. Če nanjo obesimo mladega pajka z maso 0,5 g, se prožno podaljša za 0,5 mm. Na nit nato obesimo stokrat težjega odraslega pajka, ki začne zelo hitro presti in tako podaljšuje nit.

- Kako dolgo nit mora najmanj napresti, da doseže tla, ne da bi se nit pretrgala?
- Oceni hitrost, s katero prileti na tla, če sprede ravno dovolj dodatne niti.

Silo v niti v odvisnosti od relativnega raztezka kaže diagram. Nit se pretrga, če jo obremenimo z večjo silo kot 0,5 N. Z $(\frac{x}{l})_1$ je označen relativni raztezek, pri katerem bi se nit pretrgala, če bi veljala linearna zveza med silo in raztezkom. Privzemimo, da se presek niti ne spreminja.

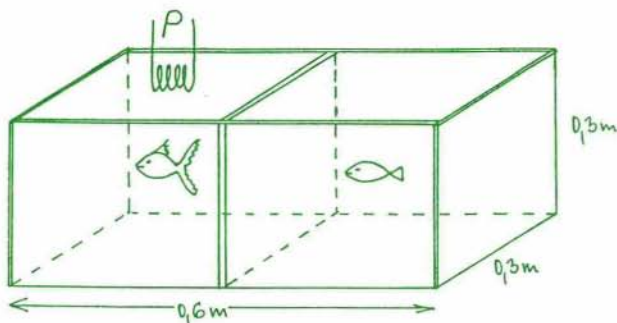


- Potapljač ima jeklenko z notranjo prostornino 15 litrov in z zunanjo prostornino 16,5 litrov. Jeklenka je iz jekla z gostoto $7,9 \text{ g/cm}^3$ in ima ventil, ki se samodejno zapre, ko pade razlika med tlakom v jeklenki in tlakom v okolici pod 4 bare. V jeklenki je mešanica 80% dušika in

20% kisika. Masa kilomola dušika je 28 kg, kisika pa 32 kg. Potapljača zanima, koliko časa lahko ostane pod vodo, če porabi 20 litrov plina na minuto ne glede na tlak. Izmisli si preprost preizkus. Polno jeklenko položi v vodo s temperaturo 15°C in čez nekaj časa ugotovi, da ostane $1/10$ jeklenke nepotopljene. Koliko časa lahko ostane potapljač pod vodo na globini 10 m? Zračni tlak tik nad gladino je 1 bar.

3. Akvarij ($0,6\text{ m} \times 0,3\text{ m} \times 0,3\text{ m}$) je na sredini predeljen s stekleno steno z neznano debelino. V polovici s tropskimi ribami segrevamo vodo z grelcem z močjo 200 W. V drugi polovici pa živijo ribe, pri katerih temperatura vode ne sme presegati 21°C . Najmanj kolikšno debelino mora imeti vmesna stena, če je temperatura sobe 20°C ?

Toplotna prevodnost steklenih sten in pokrova je $0,5\text{ W/mK}$, debelina zunanjih sten akvarija je $0,7\text{ cm}$. Skozi dno akvarija ni nobenih toplotnih izgub. Za mešanje vode poskrbijo ribe.



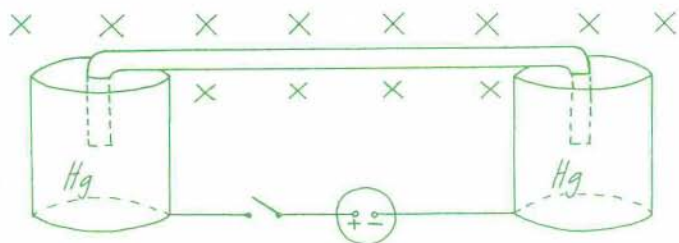
4. Deček se pelje na saneh po gladki vodoravni ledeni podlagi s hitrostjo 1 m/s . Na saneh ima dve kladi z masama po 10 kg , masa dečka in sani pa je 40 kg . S kolikšnima hitrostima naj zaluča kladi, da se bo ustavil in pri tem opravil najmanj dela? Ker sta kladi težki, ju lahko odvrže le drugo za drugo, ne pa obeh hkrati. Kolikšna je hitrost sani med obema metoma? Hitrost ene in druge klade izrazi glede na dečka na saneh. (Namig: Nalogo lahko enostavno rešiš, če se postaviš v primeren opazovalni sistem in vse količine izraziš v tem opazovalnem sistemu.)

Skupina C

1. Na izvir s konstantno napetostjo priključimo ploščat kondenzator in upornik. Ko se kondenzator napolni, se temperatura toplotno izoliranega

upornika poveča za 0,1 K. Nato v prostor med ploščama kondenzatorja do polovice potisnemo snov iz dielektrika tako, da se dotika obeh plošč. Temperatura upornika se poveča še za 0,2 K. Kolikšna je dielektričnost snovi?

- Naklonska ploskev klanca, ki oklepa z vodoravnico kot 10° , je po površju nabita z nabojem s površinsko gostoto 10^{-6} As/m^2 . Na klanec želimo postaviti valj z maso 0,1 kg in polmerom 6 cm. V valju se nahajata na razdalji 5 cm od njegove osi dve nasprotno nabiti ($|e| = 2 \cdot 10^{-6} \text{ As}$) tanki palici. Palici sta vzporedni z osjo valja in postavljeni v simetričnih legah glede na to os. Os valja naj leži vodoravno. Kako naj bo valj zasukan, da na klanecu miruje? Dielektričnost snovi, iz katere je valj, je 1. Koeficient lepenja je dovolj velik, da valj ne zdrsne. Oцени, ali je najdena lega stabilna ali labilna, in odgovor utemelji. (Za $\varphi \ll 1$ velja $\sin \varphi \approx \varphi$ in $\cos \varphi \approx 1 - \varphi^2/2$.)
- Nad neskončno razsežno, enakomerno nabito ploščo s površinskim nabojem 10^{-9} As/m^2 obesimo kroglico z nabojem -10^{-9} As in z radijem 1 cm. Kroglica visi na plastični vzmeti s prožnostnim koeficientom 1 N/cm, preko katere je ozemljena. Plastika ima velik a končen upor, tako da po njej lahko teče majhen tok. Kroglica se začne gibati navzgor s hitrostjo 1 cm/s. Kolikšen je upor plastične vzmeti? (Kapaciteta kroglice je $C = 4\pi\epsilon_0 r$.)
- Izolirano žico z dolžino 0,3 m in z maso $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$ upognemo v obliko črke U za 5 cm na vsaki strani. Upognjena dela v celoti potopimo v dva bazena z živim srebrom. Bazena povežemo z baterijo za 1,5 V in s stikalom. Vse skupaj je v vodoravnem magnetnem polju z gostoto 0,018 T, ki je pravokotno na žico. Kako visoko poskoči žica, ko stikalo sklenemo?
Presek žice je $0,3 \text{ mm}^2$, specifični upor je $0,4 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, notranji upor baterije je 2Ω , gostota živega srebra je 13550 kg/m^3 . Upor živega srebra zanemari!



Skupina D

1. V sredini svinčenega valja je točkast radioaktivni izvor ^{137}Cs . Valj ima višino 2 cm in polmer 1 cm. Na razdalji 1 m od izvira izmerimo z Geiger-Müllerjevim števcem največ 106 sunkov in najmanj 100 sunkov na minuto. Koliko atomov ^{137}Cs razpade v 1 s? Jedro ^{137}Cs razpada z razpadom β^- ; pri vsakem razpadu β^- nastane v 85% razpadov še žarek γ z energijo 662 keV in v 15% razpadov še žarek X z energijo 32 keV. Razpolovne debeline so:

$$\text{svinec: } d_{1/2}(662 \text{ keV}) = 1.3 \text{ cm}, d_{1/2}(32 \text{ keV}) = 50 \mu\text{m},$$

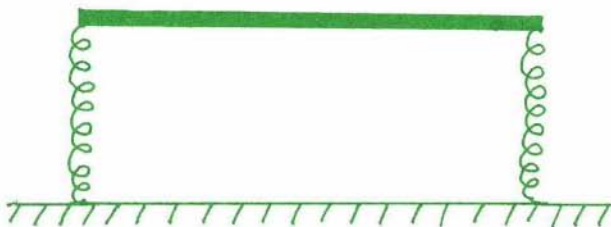
$$d_{1/2}(\beta^-) = 100 \mu\text{m}$$

$$\text{zrak: } d_{1/2}(662 \text{ keV}) = 150 \text{ m}, d_{1/2}(32 \text{ keV}) = 4 \text{ m},$$

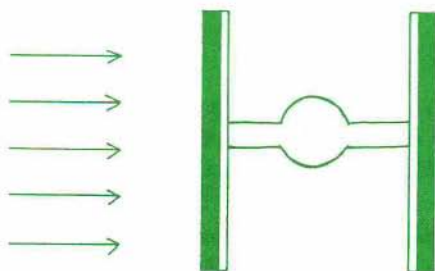
$$d_{1/2}(\beta^-) = 1 \text{ m}$$

Števec ima presek 5 cm^2 in izkoristek 1%. Upoštevaj tudi naravno ozadje.

2. Sistem na sliki sestavljata enaki lahki vzmeti s prožnostnim koeficientom 10 N/m ter tanka toga gred z dolžino 1 m in z maso 1 kg. Vzmeti sta pritrjeni na krajiščih gredi in na podlago.



- Levo in desno krajišče gredi odmaknemo za 1 cm navzgor iz ravnovesne lege. S kolikšno frekvenco zaniha gred?
 - Poskus ponovimo tako, da krajišči odmaknemo v nasprotnih smereh. Kolikšna je frekvenca sedaj?
 - Levo krajišče odmaknemo navzdol, desno pa držimo pri miru. Kako lahko razstavimo takšno nihanje? Kaj lahko poveš o frekvenci nihanja v tem primeru? Kako se s časom spreminja lega levega krajišča?
3. Na vesoljskem plovilu bi radi za pridobivanje mehanskega dela uporabili idealni (Carnotov) toplotni stroj. Plovilo ima dve črni plošči s površino po 10 m^2 (notranji steni sta posrebreni), eno obrnjeno proti soncu in eno stran od njega. Kolikšna je gostota svetlobnega toka s sonca, če dela stroj z močjo 57 W in je temperatura hladnejše plošče 100 K ?



4. Na 16. mednarodni fizikalni olimpiadi v Portorožu so tekmovalci merili magnetno polje s sondo in integratorjem.

Sonda je drobna tuljavica, v obliki prstana s premerom 1 cm in 500 ovoji; integrator dà na izhodu napetost $U_o = (1/\tau) \int U_i dt$, če je U_i napetost na vходу in τ značilna konstanta naprave, $\tau = 0,8$ ms. Integrator ima še stikalo, s katerim lahko postavimo izhodno napetost na nič.

Vprašanja:

- Opiši, kako bi z napravo meril gostoto magnetnega polja. Oцени občutljivost naprave (to je razmerje B/U_o). *Namig:* Zapiši indukcijski zakon za časovno spreminjajoče se magnetno polje in od tod izrazi B .
- Na razpolago imaš še tokovni izvor v obsegu $-1\text{ A} < I < 1\text{ A}$ in feromagnetno snov v obliki palice (valja). Predlagaj in na kratko opiši postopek za merjenje histerezne krivulje (odvisnosti B od H). Kako bi v palici ustvaril magnetno polje? Navedi najpomembnejše fizikalne zveze: Katera količina (B ali H) je neposredno povezana s tokom I ? Kaj se dogaja, ko tok povečujemo? Skiciraj eksperimentalno postavitev in nariši električno shemo. Kako bi ocenil sistematsko in kako statistično napako?

Ciril Dominko, Bojan Golli

ENA POSLANSKA

90 članov parlamenta je za sprejem nekega zakona glasovalo dvakrat. Prvič zakon ni bil sprejet, drugič pa je bil sprejet z dvakrat tolikšno večino kot je bil pri prvem glasovanju zavrnjen. Razmerje med tistimi, ki so bili prvič proti zakonu in tistimi, ki so bili drugič za zakon, je 10 : 11. Koliko poslancev je glasovalo za sprejem zakona pri drugem glasovanju? Predpostavljamo da so glasovali vsi poslanci in da se nihče ni vzdržal.

Borut Zalar

RAZVEDRILO

IGRA "NIM"

Oglejmo si igro z naslednjimi pravili:

Na mizi se nahaja nekaj kupov s po nekaj kamni. Igralca izmenoma pobirata kamne z mize. V vsaki potezi mora igralec vzeti vsaj en kamen (lahko tudi vse) iz poljubnega kupa. Izgubi tisti, ki ne more več narediti poteze.

Sprašujemo po zmagovalni strategiji za oba igralca, pa tudi, ali je mogoče iz začetnega položaja napovedati zmagovalca, če oba igralca igrata preudarno.

Za zgled si vzemimo tale položaj: Na treh kupih naj bo zaporedoma 3, 5 in 6 kamnov. Po nekaj igrah opazimo, da lahko tisti igralec, ki je na potezi drugi, s preudarno igro vedno zmagaja. (Bralcu priporočamo, da trditev preveri v praksi.)

Za opis strategije v splošnem pa naj bo na mizi k kupov kamnov. Na prvem kupu naj bo n_1 kamnov, na drugem n_2 kamnov, ... in na k -tem kupu n_k kamnov. Vsako od števil n_i ($i = 1, \dots, k$) zapišimo binarno:

$$n_i = \sum_{j=0}^{m_i} b_{ij} 2^j.$$

Označimo $m = \max\{m_i; i = 1, \dots, k\}$ in zaradi enostavnosti pri vsakem $i \in \{1, \dots, k\}$ in $j \in \{m_i + 1, \dots, m\}$ določimo $b_{ij} = 0$. Torej je

$$n_i = \sum_{j=0}^m b_{ij} 2^j.$$

Označimo še

$$S_j = \sum_{i=1}^k b_{ij} \quad \text{za } j = 0, \dots, m.$$

Ko neki igralec naredi potezo (t.j. vzame vsaj en kamen z natanko enega kupa), se spremeni parnost pri vsaj enem številu S_j . Ker so na koncu igre vsa števila S_j enaka 0 (torej soda), lahko pričakujemo, da tisti igralec, pri katerem so pred njegovo potezo vsa števila S_j soda, ob preudarni igri nasprotnika ne more zmagati. Pokazati je torej treba le, da lahko igralec, pri katerem je vsaj eno od števil S_j liho, naredi takšno potezo, da postanejo vsa števila S_j soda.

Naj bo r največji izmed indeksov $j \in \{0, \dots, m\}$, pri katerem je S_j liho število. Torej obstaja kup p , pri katerem je $b_{pr} = 1$. Igralec, ki je na potezi, naj pusti na p -tem kupu n'_p kamnov, kjer je

$$n'_p = \sum_{j=0}^m b'_{pj} 2^j$$

in so števila b'_{pj} definirana z

$$b'_{pj} = \begin{cases} (b_{pj} + S_j) \bmod 2; & j = 0, \dots, r \\ b_{pj}; & j = r+1, \dots, m. \end{cases}$$

Ker je $b_{pr} = 1$ in je S_r liho število, je $b'_{pr} = 0$ in zato tudi $n'_p < n_p$. Očitno je, da so vsa nova števila S'_j soda.

Povzemimo zmagovalno strategijo:

Naj bo na potezi igralec A . Če je med števili S_j vsaj eno liho, lahko igralec A naredi potezo po pravkar opisanem postopku. Če pa so vsa števila S_j soda, pa lahko A samo upa, da igralec B ne bere Preseka...

Iz opisane strategije je tudi razvidno, da lahko iz začetnega položaja napovemo zmagovalca.

Za konec si pa oglejmo še konkreten primer:

Na prvem kupu naj bo 5, na drugem 19, na tretjem 40 in na četrtem kupu 51 kamnov. Vsa števila n_i zapišimo dvojiško:

$$\begin{aligned} 5_{(10)} &= 101_{(2)} \\ 19_{(10)} &= 10011_{(2)} \\ 40_{(10)} &= 101000_{(2)} \\ 51_{(10)} &= 110011_{(2)} \end{aligned}$$

jih podpišemo in seštejmo desetiško brez prenosa:

$$\begin{array}{rcccccc} & & & & 1 & 0 & 1 \\ & + & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ p \rightarrow & + & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & + & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & = & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ & & & & \uparrow & & & \\ & & & & r & & & \end{array}$$

Med stolpci z liho vsoto poiščimo najbolj levo ležeč stolec (npr. r -ti). Nadalje poiščimo kup (npr. p -ti), da ima število n_p v binarnem zapisu na r -tem mestu števko 1. Število kamnov na tem kupu spremenimo tako, da števke od vključno r -tega stolpca desno po potrebi spremenimo v 0 ali 1, pri čemer pazimo, da bodo vse nove stolpčne vsote sode. Iz spremembe binarnega števila

$$40_{(10)} = 101000_{(2)} \rightarrow 100101_{(2)} = 37_{(10)}$$

sledi, da moramo s tretjega kupa vzeti 3 kamne. Na koncu se še prepričajmo, da so vse stolpčne vsote sode:

$$\begin{array}{rcccccc}
 & & & & 1 & 0 & 1 \\
 + & & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 + & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 + & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
 \hline
 = & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 4
 \end{array}$$

Matjaž Željko

37. MATEMATIČNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE

Poročilo o tekmovanju je bilo skupaj s seznamom nagrajenih objavljeno že v prvi številki Preseka letošnjega letnika, zato so tu le naloge. Poskusite z njimi še vi! Predstavljajte si, da sedite nekje v učilnici gimnazije Koper, kjer je tekmovanje potekalo. Na klopi ne smete imeti ne žepnega računalnika ne tablic, strogi nadzornik bdi, da ne bi od kod prišla kakšna informacija ali vsaj kak namig, ki bi ga tako potrebovali. Pa nič! Časa pa imate le 210 minut.

Prvi letnik

1. Za katera naravna števila n je izraz $3^{2n+1} - 2^{2n+1} - 6^n$ sestavljeno število?
2. Dan je pravokotni trikotnik, katerega dolžine stranic so cela števila. Pokaži, da je tudi dolžina polmera njemu včrtanega kroga celo število.
3. Na dveh stranicah poljubnega trikotnika izberemo po eno točko in jo povežemo z nasprotnim ogliščem. Če imajo trije izmed štirih tako nastalih likov med seboj enako ploščino, je med temi tremi tudi (nastali) štirikotnik. Dokaži.

TEKMOVANJA

4. Minka je na praznovanje svojega rojstnega dne povabila devet sošolcev in osem sošolk. Pripravila je nalepke s števili od 1 do 18. Sama si je naredila številko 1, drugi pa so nosili številke od 2 do 18. Med plesom je ugotovila, da je vsota števil vsakega para popolni kvadrat. Katero številko je imel Minkin soplesalec?

Drugi letnik

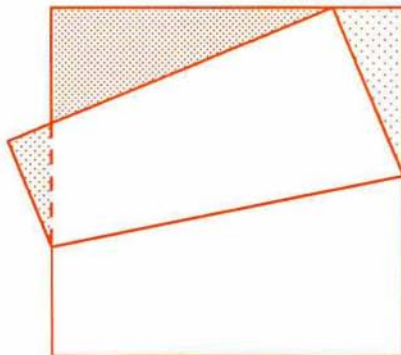
1. Za cela števila a , b in m je $a^2 + 2mb^2$ popolni kvadrat. Dokaži, da je potem $a^2 + mb^2$ vsota dveh popolnih kvadratov.
2. Dan je sistem enačb

$$\begin{aligned}x_1 x_2 x_3 x_4 \cdots x_{1992} x_{1993} &= 1 \\x_1 - x_2 x_3 x_4 \cdots x_{1992} x_{1993} &= 1 \\x_1 x_2 - x_3 x_4 \cdots x_{1992} x_{1993} &= 1 \\&\vdots \\x_1 x_2 x_3 x_4 \cdots x_{1992} - x_{1993} &= 1\end{aligned}$$

Kakšne vrednosti lahko zavzame x_{25} ?

3. Dokaži, da je vsota kvadratov razdalj od poljubne točke na enakostraničnemu trikotniku očrtani krožnici do oglišč trikotnika konstantna.

4. Kvadrat prepognemo, da eno od oglišč sovпада z notranjo točko stranice, ki ne vsebuje tega oglišča. Tako nastanejo trije trikotniki. Pokaži, da je obseg enega izmed njih enak vsoti obsegov drugih dveh.



Tretji letnik

1. Uredi po velikosti $\cos 2$, $\cos 4$, $\cos 6$ in $\cos 8$.
2. Poišči vse rešitve enačbe

$$(1 + x + x^2)(1 + x + x^2 + \cdots + x^{10}) = (1 + x + x^2 + \cdots + x^6)^2.$$

- Krogi s polmeri a , b in c ter s središči na isti premici so postavljeni tako, da se srednji dotika drugih dveh. Izrazi polmer krožnice, ki se dotika teh treh krogov, z a , b in c .
- Na festival je bilo povabljenih šest glasbenikov. Na vsakem koncertu je nekaj glasbenikov nastopilo, drugi pa so jih poslušali. Najmanj koliko je bilo koncertov, če je vsak glasbenik slišal igrati vsakega od ostalih vsaj enkrat (kot poslušalec)?

Četrty letnik

- Dokaži, da za vsako naravno število n velja $n^n \geq 2^{n-1} \cdot n!$.
- Za funkcijo $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ velja:
 - $f(x) - f(y) = f(x)f(1/y) - f(1/x)f(y)$ za poljubna x in y iz $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
 - v vsaj eni od nič različni točki zavzame vrednost $1/2$. Poišči $f(-1)$.
- V trikotniku ABC označimo nožišče višine na stranico BC s H . Sime-trala kota $\angle ABC$ seka stranico AC v točki E in $\angle BEA = \frac{\pi}{4}$. Dokaži, da je $\angle EHC = \frac{\pi}{4}$.
- Na *Otoku kameleonov* živi 10 rjavih, 15 sivih in 20 zelenih kameleonov. Ko se srečata kameleona različnih barv, oba postaneta tretje barve (če se – na primer – srečata sivi in rjavi kameleon, postaneta zelena). Ali lahko postanejo po določenem času vsi kameleoni enake barve?

Darjo Felda

RAČUN Z ZNAKI - Rešitev s str. 65

Ker želimo poiskati vse rešitve, se naloge ne bomo lotili s poskušanjem, ampak bomo z razmislekom določili pravilne vrednosti znakov. Iz drugega stolpca dobimo $\Delta = 1$. Potem nam tretja (ali pa četrta) vrstica pove, da je $\bigcirc = 9$. Iz zadnje vrstice tudi dobimo

$$\diamond \oplus \Delta = \bigcirc \nabla \bigcirc - \Delta \bigcirc - \oplus \bigcirc \geq 909 - 19 - 89 = 801,$$

torej $\diamond = 8$. Iz tretje vrstice sledi še enačba $\oplus = \bigcirc + 2$, iz drugega stolpca pa dobimo oceno

$$1 \bigcirc \bigcirc = 8 \otimes + 9 \heartsuit - 19 \geq 80 + 90 - 19 = 151,$$

torej $\odot \geq 5$. Ker pa je tudi $\oplus \leq 7$, od tod sledi $\odot = 5$ in $\oplus = 7$. Nadaljevanje je preprosto. Recimo iz zadnje vrstice dobimo $\nabla = 6$, iz prvega stolpca $\otimes = 4$, iz tretjega stolpca pa $\heartsuit = 0$. Nato določimo še $\clubsuit = 3$ in $\spadesuit = 2$. Edina rešitev zastavljene naloge je torej

$$936 - 84 - 48 = 804$$

$$+ \quad + \quad + \quad -$$

$$24 \cdot 90 : 20 = 108$$

$$+ \quad - \quad + \quad +$$

$$\underline{9 + 155 + 11 = 175}$$

$$969 - 19 - 79 = 871$$

Martin Juvan

VOLILNA ŠTEVILA – Rešitev s str. 98

(a) Na voljo imamo $2n - k - 1$ potez, od katerih $(n - 1)$ -krat izberemo pot navzgor in $(n - k)$ -krat pot navzdol. Vseh poti je torej

$$\binom{2n - k - 1}{n - 1}.$$

(b) Zopet imamo na voljo $2n - k - 1$ potez. Druga koordinata se med potjo spremeni z vrednosti -3 na vrednost k . Zato sta število g poti navzgor in število d poti navzdol povezani z zvezama

$$g + d = 2n - k - 1 \quad \text{in} \quad g - d = k + 3.$$

Od tod najprej dobimo $g = n + 1$, potem pa še iskano število poti

$$\binom{2n - k - 1}{n + 1}.$$

(c) Število $B_{n,k}$ je enako razliki med številom vseh poti (točka (a)) in številom prepovedanih poti (točka (b)). S kratkim računom preverimo:

$$B_{n,k} = \binom{2n - k - 1}{n - 1} - \binom{2n - k - 1}{n + 1} = \frac{k + 1}{n + 1} \binom{2n - k}{n}.$$

Bojan Hvala

POROČILO S 24. MEDNARODNE FIZIKALNE OLIMPIADE

Turbulence pred pristankom na celovškem letališču so naznanile vrnitev v že kar malce pogrešano domačnost. Potem, ko smo pobrali prtljago in srečali starše, smo se odpeljali vsak na svoj konec; Matjaž Vencelj in Jure Zupan v Ljubljano (Jure pravzaprav v Trzin - da ne bo zamere), Bojan Gornik proti Metliki, midva pa v Maribor. Veseli zaradi uspeha, dveh bronastih odličij ter pohvale, smo ob vrnitvi kmalu zaspali, saj se je v Ameriki medtem že svitalo.

Prav tako nam z motnjami v dnevnem ritmu ni bilo prizanešeno tiste dolge sobote desetega v juliju, ko sta nas spremljevalca Bojan Golli in Ciril Dominko ter budna kamera opazovalca Mihe Hadla dostavili v Williamsburg, majhno mesto v Virginii. Nedelja je bila tako namenjena otvoritvi, (ob zvokih bobnov in piščali nas je pisno pozdravil tudi sam predsednik ZDA) predvsem pa navajanju na časovne in prostorske razmere.

V ponedeljek se je začelo zares. Najprej smo odšli na zajtrk, nato pa se lotili kar peturnega reševanja treh teoretičnih nalog. Takoj zatem nas je hudomušna iznajdljivost organizatorjev popeljala v Water Country, zabaviščni park z obilico vode in toboganov. Izlet nam je pošteno ohladil glave, segrete zaradi nalog, pa tudi zaradi neznosne vročine 99°F, ki je gospodovala nad vzhodno obalo ves teden.

Dnevu počitka, ki to ni bil, v Busch Gardens (več o tem je obljubil napisati Matjaž), je sledil eksperimentalni del tekmovanja. Sestavljen je bil iz dveh nalog, za kateri je bilo namenjeno po dve uri in pol časa. Zaradi premajhnih kapacitet je bilo potrebno tekmovalce razporediti v dve skupini, dopoldansko in popoldansko. Nekoliko nas je motilo dejstvo, da smo skupaj z večino manj prominentnih ekip eksperimentirali popoldne, zamere pa ni bilo. Dopoldan nas je namreč že dovolj izčrpal z ogledom centra NASA, tako da smo med poskusi le stežka ostali budni.

Dnevi do zaključnih ceremonij in (uradne) razglasitve rezultatov so bili polno zasedeni z raznimi aktivnostmi. Od bolj fizikalnih omenimo ogled gradbišča pospeševalnika za elektrone CEBAF (Continuous Electron Beam Accelerator Facility), kjer so nam pokazali vrsto fizikalnih zanimivosti: od uporabe curka navadne vode kot optičnega vlakna pa do vrečke s podhlajeno tekočino, v kateri z motnjo povzročiš zmrzovanje in je tako kot vir toplote uporabna predvsem za planince. Od pospeševalnika je bilo videti le posamezne pospeševalne celice, takoimenovane votline (cavities), v katerih bodo elektrone pospeševali z uporabo radijskih valov. Primarna naloga pospeševalnika

bo raziskati vlogo kvarkov v jedru kot celoti in ne le v posameznih nukleonih. Še istega dne je sledila papirnata olimpiada (Paper Olympics), kjer so manjše skupine z raznoliko nacionalno sestavo skušale pripraviti navadne liste papirja, da bi bili čim višji, boljši, počasnejši. Posebej velja omeniti disciplino, kjer je morala združba dveh A4 listov papirja in 1m lepilnega traku pripeljati ameriški (krhki) tip jajca varno in čim počasneje z višine okoli 5 metrov. Le dvema skupinama je uspelo vsebino ohraniti znotraj lupine; pri drugih je končala v posebni plastični vrečki.

Organizacija olimpiade je bila izredna, saj je pritegnila veliko sponzorjev. Eden najbolj očitnih je bil proizvajalec baterijskih vložkov DURACELL, saj je organiziral dan na plaži in pristavil celotno opremo: DURACELL torbe, DURACELL pokrivala, DURACELL sončna očala, DURACELL brisače, DURACELL radia in nenazadnje DURACELL baterije. Vsaki ekipi je bil dodeljen tudi voditelj, v našem primeru je bil to Joshua Zucker, študent astronomije s kalifornijskega Berkeleya. Pozdravljen, Josh!

Olimpiada je tako potekala v precej sproščenem vzdušju, ki pa bi lahko bilo še boljše. Na tem in na večini podobnih tekmovanj je vse prepogosto poudarjana individualnost, ki zavira navezavo medsebojnih stikov in nasprotuje kolektivnosti, brez katere v svetu današnje znanosti ne gre. Namesto posameznikov bi lahko tekmovala kar cele ekipe, ki bi delale na enem ali več projektih. Tako bi bilo delo bolj kreativno, tekmovanju pa bi odvzelo tudi tisto, z imenom privzeto resnost, ki je glede na svojo pomembnost pravzaprav ne zasluži.

V nedeljo, osemnajstega julija, smo se odpravili proti domu. Spotoma je bil organiziran še ogled Washingtona, D.C., ki pa se ga skorajda ne bi udeležili zaradi nezanesljivega vremena. Še na večer istega dne smo se poslovili od nekoč obljubljenе dežele in poleteli novi Evropi naproti.

Daniel Svenšek in Gregor Veble

GEOMETRIJSKA ZA OSNOVNOŠOLCE

Znotraj krožnice s polmerom R narišemo šest enakih krožnic tako, da se vsaka dotika dane krožnice in še dveh sosednjih. Kolikšen del ploščine velikega kroga pokrijejo pri tem mali krogi?

- Enako nalogo reši za štiri včrtane krožnice!
- Bi šlo tudi, če bi bilo krožnic osem?

Igor Gajser

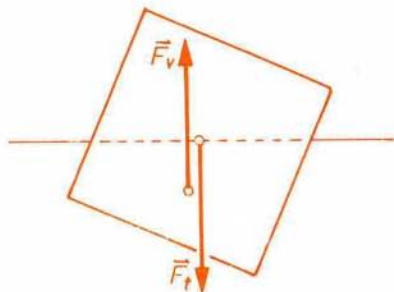
REŠITVE NALOG

PLAVAJOČA PRIZMA - Rešitev s str. 126

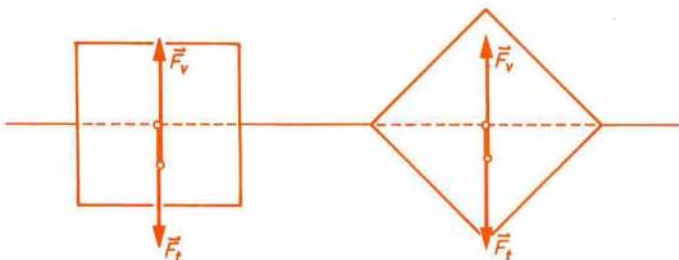
1. Na sliki 1 je prikazan prečni presek prizme, pravokoten na njeno os. Poiščimo najprej odgovor na vprašanje, zakaj se prizma v vodi iz poljubne lege sploh zavrti v določeno lego.

Ko prizma plava na vodi, je sila teže F_t po velikosti enaka vzgonu F_v , ta pa je enak teži izpodrinjenega dela tekočine. Naša prizma, ki z gostoto 500 kg/m^3 plava na vodi, je potopljena natanko do polovice, da sta sili izenačeni.

Ker vektorja teže in vzgona ne ležita vedno na isti premici, izvajata na prizmo navor, ki jo vrti okrog vzdolžne osi. Nosilki obeh sil se pokrivata in torej navora ni, kadar je prizma postavljena ali 'vodoravno' ali 'diagonalno' (slika 2).



Slika 1.



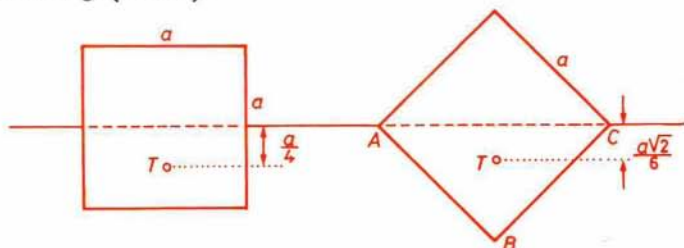
Slika 2.

Imamo torej dve ravnovesni legi. Če v levem primeru prizmo le malo zasukamo, bo poprijel navor (slika 1) in jo sukal naprej v isti smeri. Iz te lege nam zato lahko prizmo zvrne vsaka motnja. Pravimo, da plava prizma *labilno*. Ko poskusimo zasukati desno prizmo, navor teže in vzgona temu nasprotuje in jo vrne v prejšnjo lego. Ta prizma je v *stabilnem ravnovesju*. Da navor prizmo v obeh primerih res tako vrti, poskusite izračunati sami.

Skupaj pa pokažimo, po drugačni poti, da je stabilna desna lega. Ko prizmo spustimo v vodo in počakamo, da se obrne v stabilno lego, opravi pri sukanju delo teža in tako ima sistem prizme in tekočine sedaj najnižjo potencialno energijo.

Ker se količina vode, ki jo prizma izpodrine, ne spreminja, je gladina ves čas enako visoka. Prizma ima težišče ves čas v višini gladine, zato se ji

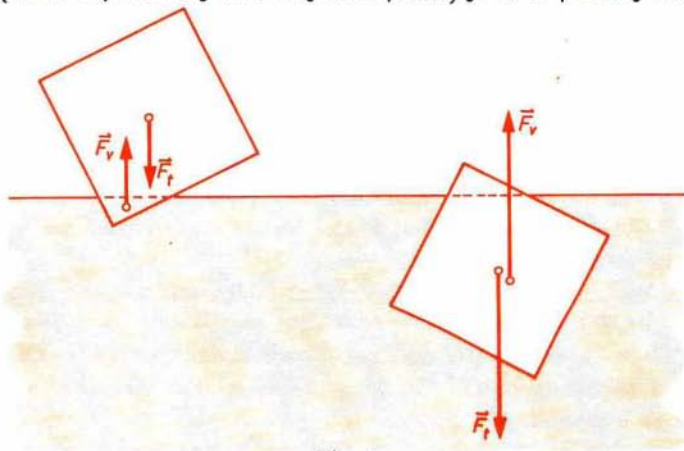
potencialna energija ne spreminja. Potencialna energija sistema tekočine in prizme je torej odvisna le od višine težišča vode. Oglejmo si jo za obe ravnovesni legi (slika 3).



Slika 3.

Označimo rob osnovne ploskve prizme z a . Kadar je postavljena 'vodoravno', je težišče potopljenega dela prizme $\frac{a}{4}$ pod gladino vode. Ko pa plava 'diagonalno', je težišče višje, in sicer na eni tretjini težiščnice trikotnika ABC , le $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ pod gladino. Težišče izpodrinjenega dela vode je v desnem primeru torej višje kot v levem, zato je težišče preostale vode nižje. Voda in prizma skupaj imata tedaj manjšo potencialno energijo v 'diagonalni' legi in to je tudi stabilna lega, v katero se prizma sama zavrti.

2., 3. Na ti dve vprašanji pa dovolj jasno odgovarja kar slika 4. Navor teže in vzgona prizmo v vsakem primeru zavrti v 'vodoravno' lego. Pri zelo lahki prizmi (lahko si predstavljamo, da je stiroporna) je to še posebej očitno.



Slika 4.

Matjaž Vencelj

OB DVESTOLETNICI ROJSTVA LOBAČEVSKEGA



Dvestoletnico rojstva tega velikega ruskega matematika, ki ga imenujejo tudi Kopernik geometrije, so proslavili tako v njegovi domovini kot drugje po svetu, saj je UNESCO preteklo leto proglasil za leto Lobačevskega. Zato ne bo odveč, če nekaj o njem in o njegovem delu zvedo tudi Presekovi bralci.

Nikolaj Ivanovič Lobačevski se je rodil v Nižnem Novgorodu v Rusiji. Bil je drugi od treh sinov nižjega državnega uradnika, ki pa je zgodaj umrl in zapustil družino v veliki bedi. Mati se je s sinovi preselila v Kazan in jih sama poskušala čimbolje pripraviti za šolo. Bistri dečki so bili k sreči naglo drug za drugim sprejeti kot štipendisti v gimnazijo, Nikolaj

komaj devetleten. Že tedaj je pokazal izrazito nadarjenost za matematiko, fiziko in klasiko. Štirinajstleten se je leta 1807 vpisal na kazansko univerzo, kjer je nato preživel nadaljnih štirideset let kot študent, asistent, profesor in nazadnje rektor.

Na univerzi je bil eden prvih njegovih učiteljev Martin Bartels, Gaussov prijatelj. Osemnajstleten je Lobačevski magistriral iz matematike in fizike, enaindvajsetleten postal izredni in s triindvajsetimi leti redni profesor na kazanski univerzi. Z delom je bil preobremenjen. Poleg matematike je predaval še fiziko in astronomijo, postal kmalu univerzitetni bibliotekar in ravnatelj univerzitetnega muzeja.

Tako knjižnica kot muzej sta bila ob njegovem nastopu popolnoma neurejena, knjižnica zaradi nereda praktično neuporabna. Lobačevski je po naročilu vlade dobesedno lastnoročno spravil knjižnico v red. Za to delo ni prejemal nobenega plačila, bil pa je verjetno zato imenovan za dekana Fakultete za matematiko in fiziko.

Po smrti carja Aleksandra leta 1825 se je Univerzi v Kazanu obrnilo na bolje. Lobačevski je bil imenovan za rektorja, postal je glava univerze.

Imenovanja ni vzel kot čast, ampak kot veliko obvezo. Dovedel je nov učiteljski kader in liberaliziral pouk. Knjižnico so prilagodili znanstvenim zahtevam, ustanovili delavnico za izdelavo učil in znanstvenih pripomočkov, zgradili astronomski observatorij.

Lobačevski je bil iskreno prepričan, da moraš stvari dobro poznati, če naj bodo napravljene tako, kot si jih zamišljaš. Ko mu je vlada naročila modernizacijo in dograditev novih univerzitetnih stavb, se je preprosto odločil študirati arhitekturo. Tako se je zgodilo, da so bile nove stavbe ne le lepe in izjemno funkcionalne, ampak – kar je gotovo izjemen primer – zgrajene so bile z manj denarja, kot je bilo predvideno. Ko je leta 1842 katastrofalni požar uničil pol Kazana in tudi najlepše univerzitetne stavbe, med drugim knjižnico in novi astronomski observatorij, gre le njegovi izjemni prisebnosti zasluga za to, da so rešili astronomske naprave in vsebino knjižnice. Takoj po požaru je začel ponovno graditi in v dveh letih o škodi ni bilo več sledu.

V letu požara je na Gaussov predlog postal dopisni član Kraljevega društva iz Göttingena. Ta čast mu je bilo podeljena kot utemeljitelju nove neevklidske geometrije. Pričakovali bi, da ga bo tudi domovina primerno počastila, tako zaradi številnih zaslug kot zaradi evropskega priznanja, toda zgodilo se je prav obratno. Leta 1846. je bil nanaglo razrešen kot profesor in kot rektor univerze, ne da bi kakorkoli obrazložili to dvojno žalitev. Njegove kolege, ki so se kot en mož postavili Lobačevskemu v bran, so le nevljudno poučili, da kot navadni profesorji pač niso poučeni o skrivnostih upravljanja univerze. Za številno družino – Lobačevski je imel sedem otrok – je bil to tudi hud finančni udarec.

Dodatni udarec je bila sinova smrt. Po tem so ga naglo začele zapuščati moči. Hkrati mu je hitro slabel vid. Še vedno pa je bil sposoben intenzivno matematično misliti. Svojega znanstvenega testamenta – knjige Pangeometrija – ni pisal lastnoročno, ampak ga je narekoval že popolnoma slep. Posvetil ga je petdesetletnici kazanske univerze, ki jo je imel še vedno rad in ki je dolgovala svoj visoki znanstveni nivo prav njegovim prizadevanjem. Delo je izšlo le nekaj mesecev pred njegovo smrtjo. Umrli je leta 1856, star 62 let.

Znanstveno delo Lobačevskega sega na različna matematična področja. Neposredno z njegovo novo geometrijo (o njej kasneje) sta povezana članek o računanju določenih integralov in za astronomska opazovanja pomemben prispevek o verjetni napaki pri računanju vsote kotov v trikotnikih z velikimi stranicami. Druga dela se dotikajo algebre in analize: Algebra ali računanje s

končnimi količinami, Teorija trigonometričnih vrst, O konvergenci neskončnih vrst. V svojem članku o konvergenci trigonometričnih vrst je podal tudi eno prvih splošnih definicij funkcije. Nadalje je formuliral strogi definiciji zveznosti in diferenciaciabilnosti in opozoril na razliko med tema pojmomoma.

Daleč najpomembnejša pa je njegova zmaga nad običajno intuitivno predstavo v geometriji. Gre za izločitev 5. Evklidovega aksioma in uvedbo nove splošnejše geometrije, v kateri je evklidska geometrija le posebni primer. To je bil dragocen prispevek Lobačevskega v zakladnico svetovne znanosti.

Za razumevanje tega znanstvenega dela Lobačevskega moramo poseči daleč v zgodovino, vse do Evklida v 3. do 4. stoletje pred našim štetjem. Evklidova sistematična predstavitev elementarne ravninske geometrije sestoji v osnovi iz petih aksiomov in dokazov številnih izrekov, ki sledijo iz teh aksiomov. Medtem ko prve štiri aksiome zlahka privzamemo na osnovi izkušenj, je s petim drugače. Celo Evklid sam priznava, da je čista predpostavka.

Peti aksiom lahko predstavimo na več enakovrednih načinov. Morda je med njimi najpreprostejši naslednji:

V ravnini naj bosta dani premica p in točka P , ki ne leži na p . Potem obstaja v tej ravnini natanko ena premica q , ki gre skozi P in je vzporedna p . Pri tem pomeni, da sta premici vzporedni, če se ne sekata.

Vprašanje, ali je 5. Evklidov aksiom o vzporednicah neodvisen aksiom ali pa se ga da izpeljati iz drugih aksiomov, je vznemirjalo matematike dva tisoč let. Gauss je prvi verjel, da je aksiom o vzporednicah neodvisen, kar bi pomenilo, da so logično možne tudi druge geometrije, zasnovane na izbiri drugačnega aksioma. Svojih razmišljanj o tem Gauss ni nikoli objavil.

Petega aksioma res ne moremo privzeti na osnovi izkušenj. Po eni strani se morda kje daleč dve navidezno vzporedni premici vendarle sekata. Ali obratno: Se premici, ki kažeta, da se bosta sekali, morda počasi ne odklonita druga od druge, ali pa se morda druga drugi le asimptotično približata, sekata pa se nikoli?

Peti aksiom lahko ni veljaven na dva različna načina: Bodisi da ni take premice skozi P , ki bi bila vzporedna p , ali pa obstaja več kot ena premica skozi P , vzporedna p . Izkaže se, da sta obe alternativni možni, če izberemo pravi tip "premice".

Prva sta javno podvomila o avtoriteti dveh tisočletij in zgradila neevklidsko geometrijo Lobačevski in Madžar Janos Bolyai. Prvi je svoje ideje objavil Lobačevski na predavanju leta 1826. Njegovo delo je bilo za tiste čase hudo heretično. Doživel je uničujočo kritiko svojega akademskega kolege Fussa, vendar se ni vdal. Svoje ideje je razvijal dalje in napravil v naslednjih letih

enostaven pa genialen korak: Rešil se je 5. aksioma, ki je okupiral razmišljanja geometrov skoraj 2000 let. Privzel je, da lahko skozi dano točko izven premice položimo (vsaj) dve premici, ki ne sekata dane premice. Na tej, na prvi pogled nesmiselni predpostavki, je delal nove zaključke. Pri tem ni nikjer prišel do protislovja. Še več. Dobil je logično zaključen geometrijski sistem, ki ga je imenoval navidezna geometrija in ki mu danes pravimo geometrija Lobačevskega.

Teoriji Bolyaia in Lobačevskega sta bili v principu podobni, njuni članki pa zelo različni. Nenavadno se prvi hip zdi, da so nove ideje neodvisno vznikle v Göttingenu (Gauss), Budimpešti (Bolyai) in Kazanu (Lobačevski) in to v istem času, po dvatisočletni inkubacijski dobi. Vendar obstaja povezava. Bolyaiev oče Farkas Bolyai je bil Gaussov študijski kolega in se je tudi sam ukvarjal s 5. Evklidovim aksiomom. Prav tako je morda Lobačevskega njegov učitelj Bartels - tudi mladostni prijatelj in študijski kolega Gausa - seznanil z Gaussovimi domnevami v zvezi z aksiomom o vzporednicah.

Vendar zato zasluge ruskega matematika niso nič manjše. Lobačevski ima neovrgljive zasluge, da je prvi v zaključeni obliki postavil aksiome "ne-evklidske geometrije".

Marija Vencelj

SIMETRIČNI SISTEM

Čim elegantneje poskusi rešiti sistem enačb:

$$\begin{aligned}x + y + z &= a, \\x^2 + y^2 + z^2 &= b, \\x^3 + y^3 + z^3 &= a^3.\end{aligned}$$

Bojan Gornik

VSOTA POSEBNE VRSTE

V računu $286 + 173 = 459$ nastopajo v obeh trimestnih seštevancih in njihovi vsoti natanko vse številke od 1 do 9. Obstaja še 20 takih vsot dveh trimestnih seštevancev. Poiščite vsaj še kakšno!

Marija Vencelj

28. OBČINSKO TEKMOVANJE ZA SREBRNO VEGOVO PRIZNANJE

17. aprila 1993 se je 1740 šestošolcev, 1654 sedmošolcev in 1654 osmošolcev na občinskem tekmovanju potegovalo za srebrno Vegovo priznanje. Osvojilo ga je 591 učencev 6. razreda, 521 učencev 7. razreda in 643 učencev 8. razreda. Naloge, ki jih je izbrala republiška tekmovalna komisija, so bile:

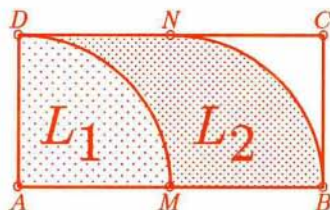
6. razred

1. Določi tisto najmanjše praštevilo, ki je delitelj vrednosti izraza $((8 + 7) \cdot 6 + 5) \cdot 4 + 3) \cdot 2 + 1$. Odgovor utemelji z računom. (1 ni praštevilo.)
2. Reši enačbo $\left(\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 2.5 : 2\frac{1}{2}\right) \cdot x - \left(1.75 - 2\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{21}\right) \cdot \frac{2}{5} = 1$.
3. Zaradi gripe je v 6. a razredu v torek manjkalo 10% učencev, v sredo $\frac{1}{6}$ učencev, v četrtek pa je bilo odsotnih kar 12 učencev.
 - a) Koliko učencev je v 6. a razredu, če vemo, da jih ni več kot 32?
 - b) Koliko učencev je bilo prisotnih v torek in koliko v sredo?
 - c) Koliko odstotkov vseh učencev je bilo prisotnih v četrtek?
4. Nariši enakokraki trikotnik, če meri višina na krak $v_a = 4$ cm, kot med osnovnico in višino na krak pa $\varphi = 15^\circ$. Kot nariši s šestilom. Potek načrtovanja opiši.
5. V trikotniku $\triangle ABC$ poznamo dva notranja kota $\angle A = \alpha = 30^\circ$ in $\angle B = \beta = 45^\circ$. Skozi oglišče B narišemo vzporednico r stranici AC . Izračunaj velikost ostrega kota, ki ga oklepata premica r in simetrala zunanjega kota ob oglišču C . Nariši skico, rešitev utemelji.

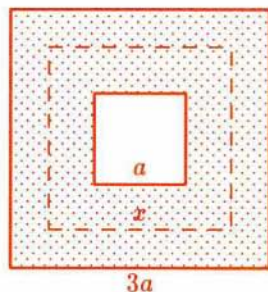
7. razred

1. Reši enačbo $ax - 3x = -(a + b)$, če velja $a^2 = (-5)(-2) - (+3)(-5)$, $a > 0$ in $b - 1\frac{1}{8} = 7\frac{7}{8}$.
2. Določi najmanjše naravno število, ki je deljivo s 7 in da pri deljenju z 2, 3, 4, 5, in 6 ostane 1.
3. Iz polne posode čistega alkohola odlijemo četrtino in dolijemo vode do roba. Nato odlijemo tretjino tekočine in spet prilijemo vodo do roba. Ali je sedaj v posodi več vode ali alkohola? Utemelji.

4. V pravokotniku $ABCD$ ($\overline{AB} = a = 20$ cm, $\overline{BC} = b = 10$ cm) sta vrtana lika L_1 in L_2 . Točki M in N sta središči stranic AB in CD . Izračunaj obsega in ploščini likov L_1 in L_2 .

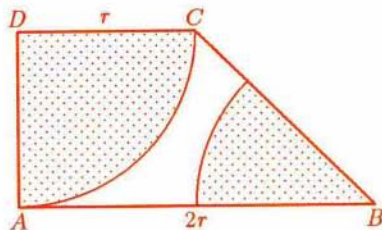


5. Stranica zunanjega kvadrata meri $3a$, stranica notranjega kvadrata pa a . Izrazi z a stranico kvadrata, ki označeni okvir razdeli na dva ploščinsko enaka dela.



8. razred

- Reši enačbo $x + 0.5 = \frac{\frac{1}{10} + \frac{1}{100}}{x - 0.5}$, $x \neq 0.5$.
- Morska voda vsebuje 5% soli. Koliko kg sladke vode je treba priliti 40 kg morske vode, da bo zmes vsebovala le 2% soli?
- V pravokotnem trapezu $ABCD$ sta narisana dva loka z enakima polmeroma in središčema v B in D . Vsota ploščin krožnih izsekov je 24π cm². Koliko meri ploščina trapeza?
- Osnovna ploskev pokončne prizme je romb s stranico a in kotom $\angle A = 120^\circ$. Višina prizme je enaka daljši diagonali osnovne ploskve. Izrazi z a prostornino in površino prizme.
- Koliko let ima Janez, ki je v letu 1993 star toliko, kot je vsota števk (cifre) njegove letnice rojstva?



Aleksander Potočnik



PRVA SLOVENSKA ASTRONOMSKA REVIJA

**VSAK MESEC NOVA, BARVNA ŠTEVILKA REVIJE ZA LJUBITELJE ASTRONOMIJE,
KI PRINAŠA NOVICE, VSE O SONCU, PLANETIH, ZEMLJI, ZVEZDAH,
GALAKSIJAH, ASTROFIZIKI, KOZMOLOGIJI, ASTRONAVTIKI,
ASTROFOTOGRAFIJI, ARHEOASTRONOMIJI...
ZA AMATERJE MESEČNO SVEŽE EFEMERIDE IN ZVEZDNA KARTA, O TELESKOPIH,
UPORABNIH PROGRAMIH, HARDVERU...
IN ŠE OSNOVE ZA ZAČETNIKE, RAZISKOVALNI KOTIČEK, TESTI, ZNANSTVENA
FANTASTIKA, MALI OGLASI TER NAGRADNA IGRA!**

Nekaj naslovov iz dosedanjih številk

**O supernovah
Po sledih Voyagerja
Kako daleč so zvezde?
Iskanje zunajzemeljske inteligence
Meteorji**

**Tunguška eksplozija 1908
Zakaj je nebo ponoči temno?
Kozmične vizije Ch. Bonestella
Koledar in astronomija Majev
ZF zgodbe**

IZ NOVEMBRSEKE ŠTEVILKE:

**Nenavadna glasnica z neba - Betlehemska zvezda
Pluton - zamrznjen svet na robu osončja
Nevtrini s Sonca
Efemeride
Bližnje srečanje z Gaspro, Ido in Toutatisom
Test H&S: Daljna sonca (Distant Suns)
Miti in legende: Oven
ZF zgodba**

Informacije in naročila:

CAMBIO d.o.o., p. p. 91, 61109 Ljubljana, tel.: 061/346-361, fax: 061/345-395.

**Cena četrtletne naročnine (10% popust) je 985,00 SIT,
polletne (15% popust) 1860,00 SIT in celoletne (20% popust) 3500,00 SIT.**

ASTRONOMIJA

ŠE ENA KEPLERJEVA "HARMONIJA"

Verjeli ali ne, znamenita knjiga Jonathana Swifta *Gulliverjeva potovanja* je zanimiva tudi v astronomskem pogledu. Govori namreč o Marsovih lunah (satelitih). Astronomi dežele Laputa - Letečega ali Plavajočega otoka, kamor je na svojem tretjem popotovanju prišel Guliver, so poznali dve Marsovi luni.

Knjiga *Gulliverjeva potovanja* je zagledala luč sveta leta 1726, kar je pol-drugo stoletje predno je ameriški astronom Hall z zelo zmogljivim daljnogledom res odkril satelita, ki krožita okrog planeta Marsa. Dali so jima ime po obeh spremljevalcih grškega boga vojne Aresa: Fobos (Strah) in Deimos (Groza).

Le kako je mogel Swift vnaprej vedeti, koliko satelitov naj bi imel Mars?

Zato se ozrimo k vrlemu Keplerju, ki je tako zelo ljubil harmonijo sveta.*

Kepler si je takole zamislil novo "harmonijo". Če ima Zemlja en naravni satelit - Luno, Jupiter pa štiri (tiste, ki jih je leta 1610 odkril Galilei in so jih do tedaj poznali), mora Mars, ki kroži okrog Sonca med Zemljo in Jupitrom, imeti dva satelita, Saturn pa osem. Swift je torej moral poznati Keplerjevo delo *Harmonices Mundi*, sicer ne bi pisal o tej zanimivosti ali pa je šlo za slučajno šalo na račun astronomov (a raje izključimo to možnost). S tem Swiftovo zgodbo o Marsovih lunah lahko zaključimo. Mi pa nadaljujmo v letu 1877; ko sta bila odkrita Marsova satelita, je bilo res znano, da ima Zemlja en satelit, Mars dva, Jupiter štiri in Saturn osem. Natanko po Keplerju. Ta "harmonija" pa je trajala le 15 let. Leta 1892 so namreč odkrili peti Jupitrov satelit in potem še nove pri planetih - velikanih.

Ubogi Kepler. Tudi ta njegova "harmonija" je propadla.

Marijan Prosén



Slika 1. V Keplerjevem in tudi v Swiftovem času še niso imeli tako zmogljivih daljnogledov, da bi mogli z njimi odkriti tako majhna vesoljska telesa, kot sta Marsova satelita. V zadnjem času pa je človek poslal k Marsu vesoljske sonde, ki so prav od blizu slikale Mars in njegovi luni. Slika prikazuje del Fobosa, ki ga je posnela sonda Viking 1. Slikano površje meri 2 km x 3 km.

* Glej prispevek *Nebesna glasba* v tej številki *Preseka*.



Slika 1. Matematična olimpijska ekipa po končanem tekmovanju na ulicah Istanbula (foto Darjo Felda).



Slika 2. Fizikalna olimpijska ekipa takoj po prihodu v Williamsburg v Virginiji, po več kot dvajseturnem potovanju (foto Bojan Golli).