

P R E S E K

1

0351-6652

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE, 21(1993-94)

VSEBINA

UVODNIK	Namesto uvodnika (Marija Vencelj)	1
FIZIKA	Arhimed in sežig ladij (Janez Strnad)	2-7
	Odsev (Andrej Likar)	60-64, III
MATEMATIKA	Kako so računali pred 134 leti (Peter Legiša)	8-13
	Brezno trikotnikov (Marko Lovrečič Saražin)	34-37
	Babilonski približek za $\sqrt{2}$ (Vilko Domajnko)	40-45
RAČUNALNIŠTVO	Moj prvi gumb (Jože Marinček)	16-20
ASTRONOMIJA	Daljnogled Leonarda da Vinci (Marijan Prosén)	28-30
	Preprost daljnogled (Marijan Prosén)	38-39
NALOGE	Raziskovalci v puščavi (Neža Mramor-Kosta)	7
	Kvadrat in kub (Boris Lavrič)	15
	Kvadrat pod krogi (Boris Lavrič)	59
	Naloge za mlajše bralce (Borut Zalar)	59
	Koliko trikotnikov (Ivan Vidav)	64
NOVICE	Rutherford na bankovcu (Janez Strnad)	13-15
	Je Fermatov zadnji izrek dokazan? (Marija Vencelj)	22
	Dokaz, dolg tisoč strani, potrjuje Fermata (Ian Stewart, prev. Marija Vencelj)	23-26
	Na športni dan k Vegi v Zagorico (Tomaž Pisanski)	26-27
TEKMOVANJA	17. državno tekmovanje srednješolcev iz znanja računalništva (Primož Gabrijelčič)	20
	2. državno tekmovanje za Zlato Vegovo priznanje (Aleksander Potočnik)	30-31
	37. matematično tekmovanje srednješolcev Slovenije (Darjo Felda)	45-46
	Uspeh naših olimpijcev v Williamsburgu in Istanbulu	46
	Državno tekmovanje iz fizike za osnovnošolce 1992/93 (Mirko Cvahte, Zlatko Bradač)	47
	14. mednarodno matematično tekmovanje mest - pomla- danski krog - rešitve iz XX/P-6, str.342 (Matjaž Željko)	48-53
	31. tekmovanje iz srednješolske fizike (Ciril Dominko)	54-56
	Fizika in čustva (Janez Strnad)	56-58
REŠITVE NALOG	Nagradna uganka - iz XX/P-6, str. 321 (Marija Vencelj)	21
NOVE KNJIGE	Kotnik J., Osnovnošolska matematika za v žep (Branko Roblek)	31
RAZVEDRILO	Križanka Matematični pojmi (Marko Bokalič)	32-33
PISMA BRALCEV	Rešitve nalog takoj ali kasneje (Jure Vrhovnik, Marija Vencelj) ..	39
	Izpolnila se mi je želja (Primož Kajdič, Marija Vencelj)	58-59
NA OVITKU	Fotografija hrbtni strani kresničke (foto Andrej Likar). Glej tudi članek Odsev na strani 60	I
	Odsev na različnih odsevniki (foto Andrej Likar)	IV

NAMESTO UVODNIKA

Jon si je oddahnil. Končno sam! Za nedavni peti rojstni dan si je priporil, da ne hodi več v vrtec, a ima ob starših, dveh starejših bratih pa še sestri redkokdaj kakšno mirno urico sam zase. Na živce mu gre, ko se čisto brez potrebe kar naprej dogovarjajo, kdaj bo kdo doma, 'da Jon ne bo sam'. Kot da bi imel šele štiri leta!

In te nenehne prepovedi! Ne smeš tega, ne onega, ne dotikaj se vtičnic in aparatov, za to si premajhen, lahko se ti kaj zgodi ... Saj ve, kako je treba prijeti vtikač! Le zakaj bi bilo potem to zanj bolj nevarno kot za mamico, ki velikokrat sploh preveč hiti in je zato površna?

No, vsaj računalnika mu niso prepovedali. Jon sicer ve, da je tudi za tem skrita ena sama preračunljivost. Dobra igrice je enkratna varuška, kadar ga morajo pustiti nekaj časa samega. A računalnik ima vseeno rad in je zadnje čase res bolj pridno doma. Prej so ga ob podobnih priložnostih navadno dolgo panično iskali po okoliških hišah, kamor je šel malo na obisk!

Jon je prižgal računalnik in odtipkal svoje ime. Branje in pisanje, ki so se z njima mučili brata in sestra, sta se mu sicer zdela čista potrata časa, a kaj hitro je spoznal vrednost tistih treh črk svojega imena, s katerimi je lahko na domačem računalniku pogнал svojo najljubšo igrice. Nikoli se ni zmotil v vrstnem redu!

Toda danes se je igrice hitro naveličal. Vabil ga je stari dobri peskovnik na dvorišču. Samo še trenerko bo slekel, da ne bo prepolna peska - vidite na kaj vse zna misliti - in oblekel kratke hlačke.

Toda tele hlačke bo trebe polikati! ... Ja, ja, vem, da mi je likalnik prepovedan, toda saj sploh ne vedo, kaj vse že znam narediti. Hlačke bom polikal, potem bom pa vse lepo pospravil, da ne bodo nič opazili. Le kaj bi jih po nepotrebnem razburjal. Očka, ki tudi doma premišljuje kot na kliniki, že tako pravi, da bodo zaradi mene vsi dobili čir na želodcu.

Premišljeno, narejeno ... še pospraviti mora.

Jon je potegnil vtikač iz vtičnice. Toda, joj! Zgrožen je ugotovil, da se likalnik ni 'ustavil'. Še naprej je bil topel. Kako le, saj ni naredil nič narobe! A luč ugasne, če obrneš stikalo, televizor in računalnik nehata delati, če pritisneš na gumb, celo avto preneha ropotati, ko obrneš ključ! Le kaj je treba narediti z likalnikom, da bo spet mrzel? Pa tako je bil prepričan, da že vse ve ...

Jon je resnični deček iz Ljubljane.

Marija Vencelj

ARHIMED IN SEŽIG LADIJ

Arhimed je živel od 285 do 212 pred našim štetjem v Sirakuzah na Siciliji in je bil uspešen fizik in matematik. V šoli se pri fiziki z njim srečamo, ko obravnavamo vzvod, vzgon, zrcala.

Poznal je izrek, po katerem je v ravnovesju ravnega vzvoda produkt bremena in ročice na eni strani osi enak produktu bremena in ročice na drugi strani. Na osnovi te ugotovitve je izjavil: "Dajte mi trdno točko, pa bom dvignil Zemljo."

Odkril je zakon o vzgonu: Mirujoča tekočina deluje na telo, ki ga obdaja z vseh strani, navpično navzgor s silo, enako teži izpodrinjene tekočine. Preblistel naj bi dobil v kopalni kadi, nakar naj bi od navdušenja pomanjkljivo oblečen stekel na ulico in vpil: "Heureka, heureka!" (Odkril sem, odkril sem!) Odkritje mu je omogočilo, da je določil gostoto vladarjeve krone in s tem delež zlata v zlitini s srebrom.

Ukvarjal se je z ravnimi in ukrivljenimi zrcali. Poznal je rotacijski paraboloid in vedel za njegove lastnosti. Z zrcali naj bi usmeril sončno svetlobo na rimske ladje in jih zažgal.¹

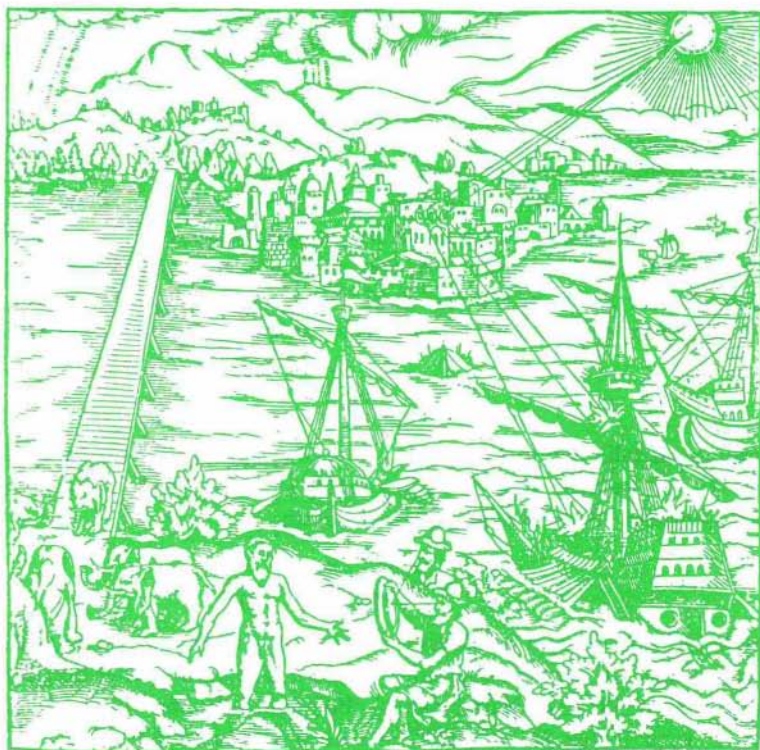
Bizantinski zgodovinar Tzetzes je v 12. stoletju zapisal: "Ko se je Marcellus umaknil z ladjami za streljaj od obale, je starec postavil nekakšno šestkotno zrcalo in je v razdalji v sorazmerju z velikostjo zrcala namestil manjša pravokotna z njim povezana zrcala na tečajih tako, da jih je bilo mogoče premikati. Naredil je steklo za središče sončnih žarkov - opoldanskih žarkov poleti ali pozimi. Potem ko so se žarki odbili, se je vnel na ladjah strašen ogenj in jih spremenil v pepel."

Podobno zveni zapis drugega bizantinskega zgodovinarja Joannesa Zonarasa iz istega časa: "Nekakšno zrcalo je nagnil proti Soncu in zgostil z njim žarke, da se je zaradi debelega in gladkega zrcala vnel od njih zrak in je nastal velik plamen. Usmeril ga je proti zasidranim ladjam, dokler jih ni vseh uničil."

Veliko prej je grški zgodovinar Polibij sicer poročal o Arhimedovem sodelovanju pri obrambi mesta, toda sežiga ladij ni omenil. Tudi rimska zgodovinarja Plutarh in Livij omenjata zgolj hlode, ki so jih metali na ladje, da so

¹ Na zgodbo pogosto naletimo v revijah, ki so posvečene poučevanju in zgodovini fizike. Starejši je na primer prispevek D.L.Simmsa *Arhimedes and burning mirrors* (Arhimed in zažigalna zrcala) v *Physics Education* **10** (1975) 517. Z vprašanjem se je podrobno ukvarjal R.Clift v magistrski nalogi na univerzi v Leicesteru v Angliji, ki jo je naredil pod vodstvom A.A.Millsa: *Reflections on the 'burning mirrors of Archimedes' with a consideration of the geometry and intensity of sunlight reflected from plane mirrors* (Razglabljanje o 'Arhimedovih zažigalnih zrcalih' z obravnavanjem geometrije in gostote energijskega toka sončne svetlobe, ki jo odbijejo ravna zrcala) v *European Journal of Physics* **13** (1992) 268 - 279.

potonile, ali vzvode, s katerimi so dvignili ladje in jih obrnili, da so mornarji popadali iz njih.



Slika 1. Lesorez po arabskem viru iz knjige o optiki Federica Risnera, ki je izšla v Baslu leta 1543.

Čeprav Tzetzes in Zonaras nista na najboljšem glasu, je sporočilo od nekdaj vznemirjalo fizike. Obdobjem, v katerih so mu verjeli (slika 1), so sledila obdobja, ko so ga odklanjali. Dandanes mu ne verjamemo, ker govorijo proti njemu fizikalni razlogi. Morda so Sirakužani zažgali rimske ladje z *grškim ognjem*, vnetljivo mešanico, s katero so obmetavali ladje. Metalne naprave si je najbrž zares zamislil Arhimed. Rimski vojskovodja Marcellus je po neuspehu leta 213 pred našim štetjem Sirakuze oblegal in jih naslednje leto zavzel. Vojakom je ukazal, naj pripeljejo Arhimeda. Tistemu, ki je vdl

k njemu, je Arhimed, zatopljen v svoje račune rekel: "Ne dotikaj se mojih krogov." To je vojaka tako razhudilo, da je Arhimeda ubil.

Noben pisec kriminalnih zgodb ne bo prezgodaj razkril konca, pisec fizikalne zgodbe pa si to lahko privoščī, ker je pot do konca pomembnejša od konca samega. Ta pot je dandanes, ko poskušamo izkoristiti sončno energijo, še posebej zanimiva.

Z majhno zbiralno lečo je mogoče s sončno svetlobo zažgati papir. Leča ima podoben učinek kot zbiralno ali konkavno (vdrto) zrcalo. Čim večje je zrcalo, tem bolje uspe poskus. Toda ladje so daleč, vsaj zunaj dometa lokov.

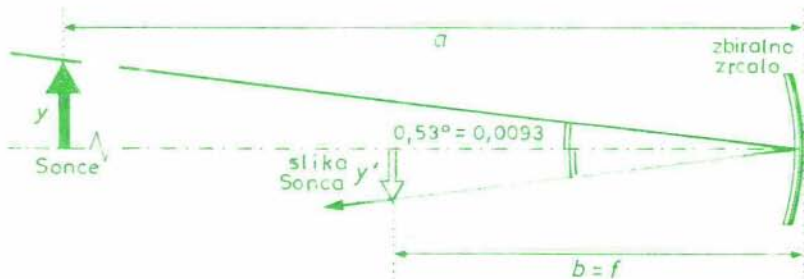
Sonce vidimo kot drobno ploščico. Že Babilonci so vedeli, da ustreza premeru ploščice kot pol stopinje. Ta kot se med letom nekoliko spreminja, ker oddaljenost Zemlje od Sonca ni stalna. V povprečju navadno vzamemo, da vidimo premer Sonca pod kotom $0,53^\circ$. Sonce je zelo oddaljeno od zrcala in slika nastane v goriščni ravnini. V enačbo za zbiralno zrcalo ali lečo

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

vstavimo za razdaljo predmeta $a \rightarrow \infty$, pa dobimo za razdaljo slike b goriščno razdaljo f . Za velikost slike y' velja enačba $y' = yb/a = yf/a$, če je y velikost predmeta. Premer slike Sonca je potem

$$y' = \frac{y}{a}f = \frac{0,53 \cdot 2\pi}{360}f = \frac{f}{107}.$$

Pri tem kota ne merimo po babilonsko v stopinjah, ampak z lokom, ki ga izreže iz kroga z radijem 1. Kot, pod katerim vidimo v razdalji a premer Sonca y , je potem y/a ali $0,53^\circ \cdot 2\pi/360^\circ$ (slika 2). Polnemu kotu 360° ustreza namreč lok $2\pi \cdot 1$, kotu 1° lok $2\pi \cdot 1^\circ/360^\circ$ in kotu $0,53^\circ$ lok $0,53^\circ \cdot 2\pi \cdot 1/360^\circ$. Kot je tako majhen, da lahko spregledamo ukrivljenost loka.



Slika 2. Premer Sonca vidimo po kotom $0,53^\circ$ v babilonski meri ali pod kotom $0,53 \cdot 2\pi/360 = 0,0093$ v ločni meri. Zbiralno zrcalo v razdalji $b = f$ da sliko v obliki kroga s premerom $0,0093f = f/107$.

Na vrh zemeljskega ozračja prihaja skozi 1 kvadratni meter veliko ploskev pravokotno na smer svetlobe s Sonca moč 1,35 kW (1 kilowatt je 1000 wattov, 1 watt pa je 1 joule na sekundo). Nekaj se je v ozračju absorbira in nekaj sipa, tako da je na morski gladini, ko je Sonce v zenitu, pravokotno na smer svetlobe gostota energijskega toka $j = 0,93 \text{ kW/m}^2$. Vzemimo, da zrcalo z radijem R vso vpadno svetlobo odbije in leča vso prepusti. Na zrcalo ali lečo pade svetlobni tok $\pi R^2 j$, ki pade tudi na sliko $\pi \cdot \frac{1}{4} y'^2 j'$. Gostota energijskega toka na sliki je

$$j' = \frac{4R^2}{y'^2} = \left(\frac{2R}{f}\right)^2 \frac{j}{107^2}.$$

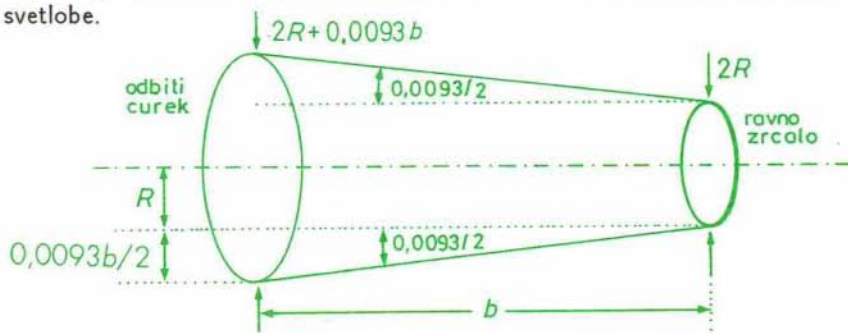
Gostoti energijskega toka toka, ki pade na zrcalo ali lečo, je enaka, ko velja zveza

$$\frac{f}{2R} = 107.$$

Približno lahko rečemo, da v večji razdalji od stokratnega premera zbiralno zrcalo ali leča ne zgostita več sončnega energijskega toka.

To spoznanje je omenil René Descartes v *Dioptiki* že leta 1637. Zato ni verjel vesti o Arhimedovem sežigu ladij s sončno svetlobo. Pozneje pa so na spoznanje pozabili.

Da bi dobili veliko gostoto energijskega toka, moramo uporabiti zrcalo ali lečo z majhno goriščno razdaljo in velikim premerom. Velika zrcala in še posebno velike leče pa imajo napake, zaradi katerih je slika Sonca popačena, tako da je gostota energijskega toka manjša od izračunane. Današnje naprave za izkoriščanje sončne energije pri visoki temperaturi imajo zato paraboloidna zrcala z majhno goriščno razdaljo in razmerje $f/2R$ med 0,8 in 1. V razdalji, ki je večja kot stokratni premer, zbiralno zrcalo ali leča ne zbira več sončne svetlobe.



Slika 3. Presek curka sončne svetlobe, ki se odbije na krožnem ravnem zrcalu s premerom $2R$ na zaslonu v razdalji b od zrcala.

Premislimo, kako je z ravnim zrcalom. Vzemimo ravno zrcalo v obliki kroga s premerom $2R$ v razdalji b od zaslona, na katerega usmerimo odbiti curek. Na tem zaslonu ima curek premer $2R(1 + \frac{1}{2}b/107R)$ (slika 3). Svetlobni tok v tej razdalji $\pi R^2(1 + \frac{1}{2}b/107R)^2 j_b$ je enak svetlobnemu toku na zrcalu $\pi R^2 j$, če je j gostota svetlobnega toka na zrcalu. Gostota svetlobnega toka v odbitem curku na zaslonu je tedaj

$$j_b = \frac{j}{(1 + \frac{1}{2}b/107R)^2}.$$

V majhni razdalji od zrcala ($b \ll 2 \cdot 107R$) velja približno $j_b = j$ in je gostota energijskega toka v odbitem curku taka kot v vpadnem curku. Presek curka se ujema z obliko in velikostjo zrcala, je na primer pravokotnik, če je zrcalo pravokotnik. V veliki razdalji od zrcala ($b \gg 2 \cdot 107R$) pa je gostota energijskega toka v odbitem curku približno obratno sorazmerna s kvadratom razdalje: $j_b = j(2 \cdot 107R)^2/b^2$. Tako odvisnost poznamo od svetila, ki seva enakomerno na vse strani. V tem primeru velikost zrcala ne vpliva na odvisnost gostote energijskega toka od kraja, nanjo vpliva le razdalja od zrcala. V tem primeru je presek curka krog, ne glede na obliko zrcala.

Vojak lahko brez večjih težav premika ravno zrcalo v obliki pravokotnega ščita z višino $\frac{4}{3}$ m, širino $\frac{3}{4}$ m in ploščino 1 m^2 . Zrcalo je podprto z drogom, da ni treba prenašati njegove teže. Njegova zglačena bakrena ploskev odbije približno polovico vpadnega energijskega toka.

Vzemimo, da so Rimljani napadli Sirakuze okoli spomladanskega enako-nočja, ko je bilo Sonce v Sirakuzah opoldne 37° od zenita. Svetloba prepotuje v ozračju večjo razdaljo kot tedaj, ko je Sonce v zenitu, in je zato ozračje nekaj več zadrži. Na kvadratni meter veliko ploskev pravokotno na smer svetlobe pade samo energijski tok $0,87 \text{ kW}$, ne $0,93 \text{ kW}$. Z zemljevida je mogoče razbrati, da so priplule rimske ladje od vzhoda. Zato je moralo zrcalo za 90° preusmeriti sončno svetlobo, tako da sta bila vpadni in odbojni kot skupaj enaka pravemu kotu in je bil vpadni kot torej 45° . Efektivna širina zrcala je tedaj merila samo $\frac{3}{4} \text{ m} \cdot \cos 45^\circ = 0,53 \text{ m}$ in efektivna ploščina $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \cos 45^\circ \text{ m}^2 = 0,7 \text{ m}^2$.

Računajmo za ladje v razdalji $b = 60$ metrov. V tolikšni razdalji sta bili višina in širina odbitega svetlobnega curka za $b \cdot 0,53 \cdot 2\pi/360 = 0,56 \text{ m}$ večji od višine in širine zrcala. Presek curka je meril $(\frac{4}{3} + 0,55) \text{ m} \cdot (0,53 + 0,55) \text{ m} \doteq 2 \text{ m}^2$. Ker se je presek curka povečal od $0,7 \text{ m}^2$ na 2 m^2 , se je gostota energijskega toka zmanjšala v enakem razmerju, torej za faktor $0,7/2 = 1/2,86$. Gostota energijskega toka v razdalji 60 m od zrcala je

bila tedaj zaradi izgub pri odboju in povečanega preseka samo $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2,86} \cdot 0,87 \text{ kW/m}^2 = 0,15 \text{ W/m}^2$.

Poskusi v šestdesetih letih so pokazali, da se suh les vžge v 10 sekundah, ko preseže gostota energijskega toka 63 kW/m^2 . Les spočetka nekaj svetlobe odbije, a ko se osmodi in počrni, je odbije vse manj. To je 420-krat več od gostote energijskega toka, ki jo da opisano zrcalo v oddaljenosti 60 m. S sončno svetlobo v navedenih okoliščinah bi bilo potemtakem mogoče zažgati pol kvadratnega metra velik kos lesa, če bi usmerili nanj 420 zrcal. Pri tem bi morale 420 mož usmerjati svoja zrcala popolnoma ubrano. To je bilo komaj mogoče doseči. Vrh tega toliko mož ne bi moglo kako drugače sodelovati pri obrambi. Navsezadnje pa bi mornarji na ladji z vodo brez težav pogasili smodeči se les.

Po vsem tem uvidimo, da zgodbi o Arhimedovem sežigu rimskih ladij s sončno svetlobo ne kaže zaupati. Enako je tudi z nekaterimi drugimi zgodbami o Arhimedu, posebno s tisto, da je pomanjkljivo oblečen tekkel po Sirakuzah in vpil "Heureka!". Takšnih zgodb je v zgodovini fizike še nekaj, denimo, da je Galileo Galilei spuščal kamne s poševnega stopla v Pisi ali da je Isaacu Newtonu prišel na misel gravitacijski zakon, ko je na vrtu opazil padajoče jabolko. Vendar so zgodbe poučne in velja navadno zanje italijanski pregovor: "Če ni res, je vsaj lepo povedano."

Janez Strnad

RAZISKOVALCI V PUŠČAVI

Štirje raziskovalci so se nekoč podali peš na pot v izsušeno in čisto prazno puščavo, skozi divjino, v kateri ni bilo niti potočka, kaj šele gostilne. Tako so morali poleg hrane in opreme s seboj nositi tudi dovolj pitne vode za preživetje. Ob vsej drugi prtljaji je lahko vsak nosil dovolj vode za enega popotnika za deset dni. Če bi ostali vsi štirje skupaj, bi tako lahko prodrli samo pet dni hoje v divjino, potem pa bi se morali obrniti, da bi jim zaloge vode zdržale še za pot nazaj. Če pa bi se eden od njih obrnil čez dan ali dva in bi s seboj vzel samo dovolj vode zase za pot nazaj, razdelil med svoje sopotnike toliko, kot bi ti lahko nosili, ostalo pa odložil nekje, kjer bi drugi trije lahko našli na poti nazaj, bi lahko ostali prodrli malo dlje in tako raziskali še malo več divjine, preden bi se morali vrniti. Kako daleč v puščavo bi lahko na ta način prišel eden od raziskovalcev, če predpostavimo, da so prerazporejali in odlagali svoje zaloge le ob koncu vsakega dne?

Neža Mramor - Kosta

KAKO SO RAČUNALI PRED 134 LETI

Oglejmo si nekaj nalog iz Močnikove "Računice za slovenske šole na deželi v avstrijskem cesarstvu". Knjiga je izšla leta 1859. Naloge bomo navajali praktično dobesedno tako kot v knjigi.

Začnimo s preprostejšimi:

* Oče pošlje Miheta po 1 bokal vina in po 1 hleb kruha. Vino velja 36 krajcarjev, kruh pa 12 krajcarjev; koliko bo naštel?

Tu se srečamo s takratnim denarnim sistemom: 1 goldinar je imel 100 (novih) krajcarjev. Novih zato, ker je še malo pred tem en goldinar imel 60 krajcarjev. Denarna reforma je bila eden prvih korakov v modernizaciji takratne monarhije.

* Za plašč velja sukno 21 gl. 32 kr., podloga 2 gl. 64 kr., druga priprava 1 gl. 94 kr., plačilo za delo 4 gl. 80 kr.; koliko velja cel plašč?

* Kovač je kmetu Slancu te-le reči naredil: nov voz okoval za 9 gl. 20 kr., 2 novi sekiri naredil za 1 gl. 84 kr., brano popravil za 88 kr., 2 verigi naredil za 4 gl. 50 kr., 2 lemeža podstavil za 1 gl. 66 kr., 3 gnojne vile popravil za 78 kr.; koliko dobi kovač plačila?

* Za novo hišo so prevdarili naslednje stroške: za zidarsko delo 1916 gl., za tesarsko 849 gl., za mizarsko 365 gl., za ključavničarsko 173 gl., za lončarsko 108 gl. in za razne druge reči 108 gl.; koliko za vse skupaj?

* Štacunar je prodal na semnji 4 ducate nožev za 17 gl. 96 kr., 4 ducate vilic za 5 gl. 76 kr., 9 ducatov žlic za 30 gl. 66 kr. in 3 ducate okrožnikov za 7 gl. 12 kr.; koliko je izkupil?

Oglejmo si še nekaj statističnih podatkov. Mera za površino zemljišča je bil oral, to je malo več kot pol hektarja:

* Na Kranjskem je 237625 oralov njiv, 16814 oralov vinogradov, 291550 oralov senožet in vrtov, 414758 oralov pašnikov in 693418 oralov gozdvov; koliko oralov rodovitne zemlje je to skupaj?

* Kranjska je štela v letu 1836 442900 stanovalcev, v letu 1854 pa 505886; za koliko je število ljudi v tem času zraslo?

Iz teh in prejšnjih podatkov lahko hitro preračunamo, koliko rodovitne zemlje je v letu 1854 prišlo na prebivalca Kranjske. Upoštevajmo, da en oral meri približno 5752 m^2 , pa ugotovimo, da je takrat na Kranjskem na prebivalca prišlo: 2700 kvadratnih metrov njiv, 190 kvadratnih metrov vinogradov, 3300 kvadratnih metrov senožeti in vrtov (kamor so po vsej verjetnosti sodili tudi sadovnjaki), 4700 kvadratnih metrov pašnikov in 7900 kvadratnih metrov gozdvov. Pri računanju seveda nismo bili tako pedantni kot takratni uradniki

in smo rezultate nekoliko zaokrožili. Od vse te tako imenovane rodovitne zemlje je bilo: gozda 42%, pašnikov 25%, senožeti in (sadnih) vrtov 18%, njiv 14% in vinogradov 1%. Ker je treba upoštevati, da je bil določen delež kranjskega ozemlja tudi "nerodovit" (po takratnih merilih), bi bili ti deleži, če bi jih računali glede na celotno površino, še manjši. Gozda je danes skoraj gotovo več, saj pokriva približno pol Slovenije. Vseh drugih oblik "rodovitne zemlje" pa je kvečjemu manj. Ker se je medtem povečalo tudi prebivalstvo, bi bile danes vse izračunane količine na prebivalca manjše. Prava primerjava z današnjimi podatki pa je težka, saj Kranjska ni več upravna enota.

Pač pa to lahko primerjamo s podatki za vse avstrijsko cesarstvo:

* Avstrijsko cesarstvo obseže 11593 kvadratnih milj zemlje, na kateri prebiva 36898000 duš v 864 mestih, 2468 trgih, 64218 vaseh in 5336548 hišah. Rodovitne zemlje ima: 36951164 oralov njiv in riževega polja, 1759271 oralov vinogradov, 114462 oralov oljkinih in kostanjevih logov, 11595152 oralov senožet in vrtov, 12377233 oralov pašnikov in 35307355 oralov gojzdov...

Na prebivalca Avstrije je torej takrat prišlo: 5800 kvadratnih metrov njiv in riževega polja, 270 kvadratnih metrov vinogradov, 20 kvadratnih metrov kostanjevih in oljčnih logov, 1800 kvadratnih metrov senožeti in vrtov, 1900 kvadratnih metrov pašnikov in 5500 kvadratnih metrov gozdov.

Kranjska je torej imela v primerjavi s celotno Avstrijo na prebivalca bistveno manj orne zemlje, zato pa nekaj več gozda in precej več senožeti, sadovnjakov in pašnikov.

Upoštevajmo še, da je ena milja merila približno 7586 metrov. Torej je cesarstvo imelo površino okrog 670 tisoč kvadratnih kilometrov. Ugotovimo še, da je kvadratna milja morala imeti 10000 oralov. Od tod hitro izračunamo, da je v takratni monarhiji od celotne površine odpadlo na njive in riževa polja 32%, na gozdove 30%, na pašnike 11%, na senožeti in (sadne) vrtove 10%, na vinograde 2%, na kostanjeve in oljčne nasade pa desetinka procenta. Preostalih 15% površine je bilo verjetno neuporabnih za tako ali drugačno kmetovanje (naselja, močvirja, visokogorski svet...).

Nadaljujmo z vajami v odštevanju:

* Kava je v letu 1644 prvič v Evropo prišla; koliko let je od tistega časa?

* Boštjan je za 347 gl. 65 kr. masla nakupil, za 409 gl. 95 kr. pa prodal, koliko ima dobička?

* Kmet ima 95 gl. 45 kr. davka na leto plačevati; če je prvega polletja 43 gl. 36 kr. odrajtal, koliko bo imel še za drugo polletje plačati?

* Nekdo plačuje od stanovanja 135 gl. najemnine na leto; koliko je še dolžan, če je za to leto že 98 gl. 54 kr. plačal?

* Neki gospod je vzel celo kmetijo v najem za 2845 gl.; ta kmetija pa mu je le 2712 gl. donesla; koliko je imel izgube?

* Bala platna bi imela meriti 35 vatlov, ima pa ga le $33\frac{1}{2}$ vatlov; koliko ga je premalo?

Vatel je meril približno 78 cm. Zmešnjava z merami je bila velika in jo je kmalu zatem razrešila uvedba metričnega sistema. Tako je seženj ali klafta meril 6 čevljev ali približno 1,9 metra:

* Od 17 sežnjev nasekanih drv prodajo oče $9\frac{3}{4}$ sežnja; koliko so za domačo kurjavo zadržali?

Ni navedeno, za katero zemljepisno širino veljajo naslednji podatki:

* Pri nas je nar daljši dan 15 ur $58\frac{34}{45}$ minut in nar krajši 8 ur $23\frac{11}{45}$ minut; za koliko je razloček med nar daljšim in nar krajšim dnevom?

Oglejmo si zdaj naloge iz množenja:

* Za novo hišo je potreba 85000 opek.; koliko velja vsa opeka, če se jih 1000 po 15 goldinarjev plača?

Če so bile opeke takrat iste velikosti kot danes, bi to zneslo kakih 200 kubikov opeke. Torej je šlo za veliko hišo, tudi če upoštevamo, da so bili zidovi tiste čase debeli. To namreč zvemo iz naslednje naloge:

* V zidu je na dolgost 124, na visokost 48 in na širokost 6 opek; koliko jih je v celem zidu?

Zdaj se bomo srečali še z eno dolžinsko mero, to je čevljem, ki je meril 31,6 cm:

* Glas v eni sekundi preleti 1050 čevljev, koliko pa v eni minuti?

Prostorninska mera je bila vedro, ki je imelo 40 bokalov ali približno 57 litrov:

* Kmet je meščanu 345 goldinarjev dolžan; po trgatvi da svojemu posojavcu 55 veder mošta po 4 goldinarje; koliko mu še ostane dolžan?

Tu imamo tudi obrestni račun:

* Mesar kupi 3 rejene vole, kateri so brez kože in droba ravno 38 centov tehtali; koliko mesa in koliko loja je od njih dobil, če se pri vsakem centu šteje 77 funtov mesa in 23 funtov loja?

En funt je bil približno pol kilograma; 100 funtov je dalo en cent.

* Cent železa velja 12 gl.; koliko moramo plačati, ako vzamemo 57 centov?

* Koliko velja 85 centov koroškega svinca, če en cent 8 gl. 54 kr. velja?

Podatki v tej zadnji nalogi so vprašljivi, saj naj bi bil svinec cenejši od železa.

* Od 24 bokalov dobrega mleka dobimo toliko smetane, da se funt masla

iz nje skuha; koliko mleka s smetano je treba, da bi se 50 funtov masla dobilo?

Bokal, ki smo ga že omenili, je meril približno 1,4 litra. Da je iz 34 litrov mleka prišlo tako malo masla, je morda krivo stanje tehnologija. Takrat še ni bilo centrifug za posnemanje smetane.

* Pri mlenju rži se šteje 84% moke in 14% otrobi. Koliko moke in koliko otrobi bi se dobilo od 125 funtov rži?

Ta moka je bila očitno precej črna, saj je procent otrobov majhen. Zanimivo je, da danes spet prihaja v modo taka moka in podobni mlevski izdelki.

* Mesar kupi 95 ovec in jih plača po 4 gl. 72 kr.; koliko bo moral dati za vse?

* Usnjar proda 52 butar kož, vsaka butara šteje 10 kož, za vsako kožo dobi 6 gl. in ima dobička pri vseh 208 gl.; koliko njega velja 1 koža?

Oglejmo si še nekaj drugih nalog iz "proizvodnje":

* Gospodinja proda 19 funtov težek lonec masla za 7 gl. 50 kr.; če je prazen lonec 4 funte tehtal, po čem je prodala?

Embalaža, to je glinasti lonec, je bila seveda večkrat uporabljiva.

* Vrtnar proda 65 mladih drevesc za 19 gl. 50 kr.; koliko pride na 1 drevesce?

* Svilar dobi od svojih mešičkov 8 funtov surove svile; koliko je za njo potegnil, če je funt po 12 gl. 42 kr. prodal?

V času, ko ni bilo umetnih vlaken, je bila svila edina surovina za fine tkanine. Bila pa je zaradi opisanega načina proizvodnje zelo draga. Zato so takrat marsikje poskušali gojiti sviloprejke. Ljubljanska četrt Murgle nosi ime po nasadu murv, katerih listje je hrana za sviloprejke.

* Koliko velja vedro piva ali ola, če se za 18 veder 65 gl. 16 kr. plača?

Grosistična cena piva je bila torej kakih 6 krajcarjev za liter.

* Koliko znese 48 parov golobov po 34 kr. ?

* Steklenica kisle vode velja 24 kr., koliko bi veljalo 18 steklenic?

Očitno je bila kislá voda luksuzni artikel in zato sorazmerno draga (mno-go dražja od piva). Primerjamo cene še z zaslužki:

* Dninar dela 25 dni in zasluži vsak dan 90 kr.; koliko zasluži?

* Tesar zasluži na dan 85 kr.; koliko pa na teden?

Seveda je takrat teden imel 6 delovnih dni. Tesar je torej zaslužil na mesec kakih 23 goldinarjev, kar je manj, kot je stal plašč iz ene od prejšnjih nalog.

* Tkavec stke na leto (v 304 delavnikih) 1520 vatlov platna; koliko vatlov platna iste sorte bi 30 tkavcev natkalo?

Nadaljujmo s snovjo iz kmetijstva in drobnega gospodarstva:

* Na Kranjskem odredijo na leto okolj 84690 krav; koliko mleka se od njih dobi, ako ena krava sploh 810 bokalov mleka da?

Ena krava je torej dala povprečno 1200 litrov mleka letno. Današnje dobre krave ga dajo nekajkrat toliko, "superkrave" pa tudi desetkratno količino.

Mera za žita je bil mernik, to je približno 30 litrov:

* Tvoj oče prodajo 19 mernikov ajde po 1 gl. 6 kr.; koliko dobijo zanj?

* Po čem pride 18 $\frac{1}{2}$ mernikov turšice ali koruze, če je mernik po 2 $\frac{3}{5}$ gl.?

Danes je razmerje v ceni ravno obratno: ajda je mnogo dražja od koruze.

* Koliko velja 7 sežnjev drv, če je seženj po 4 $\frac{1}{2}$ gl. ?

* Tomaž naredi 45 grabelj in jih proda na semnju po 26 kr.; koliko potegne zanje?

* Povej mi ti, Železnikarjev Tone, če tvoj oče 300 kos po 70 kr. prodajo, koliko da za nje potegnejo?

Za konec si oglejmo še naloge iz deljenja:

* Klemen navozi na veliko cesto 15 vozov peska in dobi 5 $\frac{1}{4}$ gl. voznine; koliko bi si zaslužil, če bi ga 45 vozov navozil?

* V neki fabriki mora oskrbnik delavcem na teden 130 gl. izplačati; koliko delavcev je, če vsakrteri 6 $\frac{1}{2}$ gl. dobi?

* Koliko velja 1 cent živega srebra, če 14 centov 2450 gl. velja?

* Kaj velja vatel sivega sukna, če 2 $\frac{1}{2}$ vatla 5 gl. 50 kr. veljata?

* Gospodinja da tkavcu platna delati. Če ga tkavec po $\frac{3}{4}$ vatla široko naredi, ga iz dane preje 54 vatlov; koliko vatlov ga bo dobila, ako mora platno 1 vatel široko biti?

Opazimo lahko, da so domače platno pogosto tkali precej ozko: tri četrt vatla je približno 60 cm. Konfekcije pa takrat še ni bilo:

* Koliko srajc se da narediti iz 60 vatlov platna, če se za srajco 3 $\frac{3}{4}$ vatla porabi?

Gostilničarji so sloveli po manipulacijah z vinom:

* Krčmar zmeša 16 veder vina po 12 gl. in 24 veder po 18 gl.; kako drago je vedro zmešanega vina?

Sociala pa je delovala takole:

* Med 4 vboge učence se razdeli 36 kr. vsem enako; koliko pride na enega?

* 28 revežem se razdeli 36 gl. 96 kr.; koliko dobi vsak?

Na koncu navedimo še eno nalogo, ki je bila (verjetno namenoma) slabo zastavljena:

* Kupovavec pelje dežo masla v mesto. Vrh klanca sirotej zvrne, deža se po pečovji v dol potoči, razbije in maslo raznese. Masla je bilo 3 cente 45 funtov; koliko škode je imel, če je sam funt po 16 kr. nakupil, in če bi ga bil v mestu po 24 kr. lahko prodal?

Danes bi bila taka naloga lahko razlog za zanimivo debato v razredu. Takrat je seveda učiteljeva avtoriteta bila mnogo večja kot danes in je razprava, če je sploh prišlo do nje, bila po vsej verjetnosti omejena na učiteljeva vprašanja in odgovore učencev. Vedelo se je tudi, kdo ima zadnjo besedo.

Peter Legiša

RUTHERFORD NA BANKOVCU

Presek je poročal o izraelskem bankovcu s sliko Alberta Einsteina, o avstrijskem s sliko Erwina Schrödingerja, o hrvaškem s sliko Rudjera Boškovića. Zdaj je prišel v promet novozelandski bankovec za sto dolarjev s sliko Ernesta Rutherforda, najznamenitejšega novozelandskega raziskovalca. Dosedanji bankovci te države so imeli sliko angleške kraljice.

Ernesta Rutherforda (1871 do 1937) imenujejo očeta jedrske fizike. Rojen je bil na Novi Zelandiji. Po študiju na univerzi je leta 1894 odšel s štipendijo k J.J.Thomsonu v Cambridge. Tam je kmalu po odkritju začel raziskovati radioaktivnost. Leta 1896 je manj prodorno sevanje imenoval žarke α in bolj prodorno žarke β . Pozneje so zaznali še bolj prodorno sevanje γ .

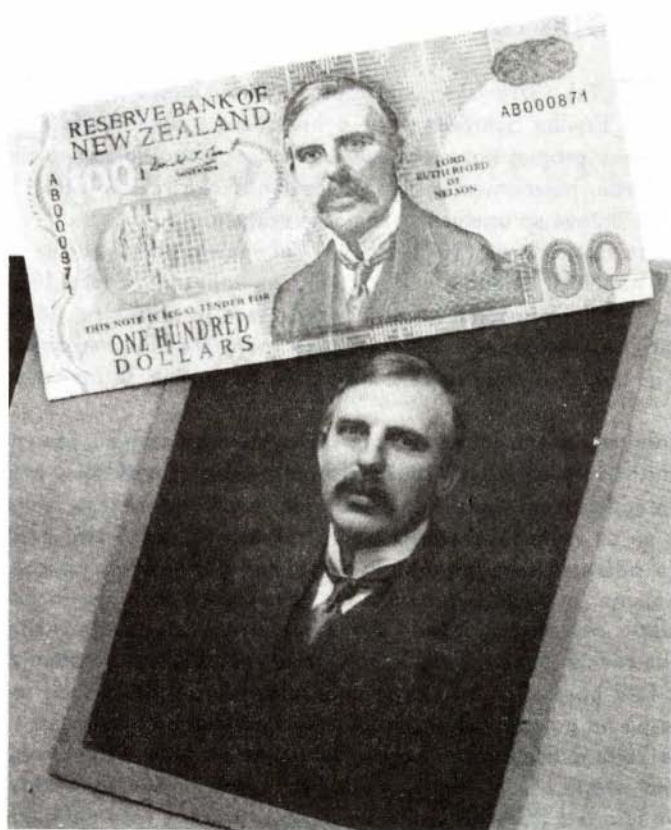
Najprej je kazalo, da se sevanje radioaktivnega izvira s časom ne spreminja. Rutherford pa je leta 1899, leto prej je postal profesor v Montrealu v Kanadi, s sodelavcem opazil, da je bila radioaktivnost nekega izvira odvisna od tega, ali so vrata laboratorija odprta ali zaprta. Zato sta raziskala plin, ki sta ga odčrpala iznad izvira, in ugotovila, da njegova radioaktivnost s časom pojema, in sicer se zmanjša na polovico v *razpolovnem času*. Tako je bil odkrit *eksponentni zakon* za radioaktivno razpadanje. Diagram, ki kaže, kako radioaktivnost radona pojema in radioaktivnost polonija narašča, je Rutherford postavil v grb, ko je dobil plemiški naslov. (Radij razpada na radon, ta pa na polonij.) Diagram je odtisnjen tudi na bankovcu.

Leta 1902 je Rutherford napovedal, da se pri radioaktivnem razpadanju spremenijo atomi, ki so dotlej veljali za nesestavljene in nespremenljive. Naslednje leto je s Hansom Geigerjev izmeril razmerje med nabojem in maso

delcev α . Ugotovila sta, da imajo ti delci maso helija, če imajo dva osnovna naboja. Vedeli so, da je v radioaktivnih snoveh in v njihovi bližini precej helija. Rutherford je spustil delce α iz radioaktivnega izvira skozi tanko stekleno cevko v posodico. Zbrani plin je stisnil in pogнал skozenj električni tok. V izsevani svetlobi je nedvoumno zaznal črte z valovnimi dolžinami, značilnimi za helij.

Rutherfordu je uspelo pridobiti toliko radona, da je izmeril njegove lastnosti, med njimi vrelišče.

Leta 1907 je Rutherford prešel v Manchester in tam zbral skupino mladih fizikov z vsega sveta. Še naprej je z Geigerjem raziskoval delce α iz radioaktivnih snovi. Po kinetični energiji delca α je bilo mogoče sklepati, da se pri razpadu sprosti energija, ki je večmilijonkrat večja kot pri kemijski reakciji.



Gram radija oddaja energijski tok okoli desetine watta. Rutherford je domneval, da izvira ta energija iz atomov samih. Menil je, da energija te vrste krije toploto, ki jo oddaja Zemlja.

Od leta 1908 je Geiger opazoval prehod delcev α skozi samo pol tisočine milimetra debel kovinski listič. Na Rutherfordovo pobudo sta on in Ernest Marsden raziskala, ali se delci α morda ne odklonijo za velik kot. Presenečena sta ugotovila, da se maloštevilni delci močno odklonijo, vsak osemtisoči celo za kot, večji od pravega. To je bilo v nasprotju s tedanjo sliko, da naj bi pozitivni naboj, v katerem je zbrana skoraj vsa masa v atomu, bil tako velik kot atom sam. Leta 1911 je E. Rutherford po Geigerjevih in Marsdenovih merjenjih sklepal, da je pozitivni naboj več desetstičkrat manjši od atoma. Tako je bilo rojeno *atomsko jedro*. Atom so tedaj primerjali z Osončjem: okoli jedra se gibljejo elektroni kot planeti okoli Sonca.

Leta 1919, ko je že vodil Cavendishev laboratorij v Cambridgeu, je Rutherford zasledil prvo jedrsko reakcijo. Delci α iz radioaktivnega izvira so potovali skozi posodo s plinom in zadeli fluorescenčni zaslon. Na zaslonu so jih zaznali po bliskih, ki so jih opazovali skozi mikroskop. Vedeli so, kako debela plast zraka zadrži delce. Če so namesto zraka vzeli vodik, so na zaslonu opazili bliske, tudi če so pred zaslon postavili kovinsko ploščico. Pojav so pojasnili s trkom med delcem α in vodikovim jedrom, ki prevzame del njegove kinetične energije in predre ploščico, čeprav je delec α sam ne more predreti. Začuden pa so opazili nekaj bliskov tudi, če so namesto z vodikom napolnili posodo z zrakom. Z odklonom v magnetnem polju so ugotovili, da tudi v tem primeru zadenejo zaslon vodikova jedra. Tak izid so opazili samo, če je bil v posodi dušik, ne pa, če je bil v njej kisik. Pojasniti ga je bilo mogoče le s tem, da se je pri trku z delcem α jedro dušika spremenilo v jedro kisika in v jedro vodika.

Leta 1920 je Rutherford predvidel obstoj nevtrona, ki ga je dvanajst let pozneje odkril njegov učenec James Chadwick. Leta 1933 pa je izjavil, da je uporaba energije iz jedrskih reakcij "mesečev sij". Poznejše odkritje verižne reakcije ga je postavilo na laž.

E. Rutherford je dobil Nobelovo nagrado iz kemije leta 1908 za "raziskovanje spreminjanja elementov in kemije radioaktivnih snovi".

Janez Strnad

KVADRAT IN KUB

Katero od 1 večje naravno število je kvadrat in katero kub vseh svojih naravnih deliteljev?

Boris Lavrič

RAČUNALNIŠTVO

MOJ PRVI GUMB

Programski jezik BASIC je bil pred leti zelo priljubljen, zlasti pri začetnikih. Odlikovala ga je preprosta uporaba. Sama beseda basic v angleščini pomeni osnoven, enostaven. Jezik pa je dobil ime po začetnicah Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Set, kar bi prevedli kot simbolični jezik za splošno uporabo, namenjen začetniku. Enostavnost je imela korenine v dejstvu, da je BASIC v osnovi tolmač. Torej mu damo ukaz in on ga izpolni. Programi v BASIC-u pa so zaporedja takih ukazov. Priljubljenost BASIC-a je dosegla vrhunec s pojavom hišnih računalnikov. Kasneje je zaradi nekaterih slabosti njegova zvezda nekoliko zašla. Prva pomanjkljivost je počasnost, saj tolmač znova in znova sproti razvozlava naše ukaze. Druga šibka točka je množica dialektov, ki so nastali ob poskusih, da bi jezik izboljšali. Kot pošten Ljubljančan ne razume vsega, kar pove Prekmurec, in obratno, tako BASIC enega proizvajalca ne razume vsega, kar razume BASIC drugega proizvajalca (in obratno).

Dandanes so v naših domovih vedno bolj razširjeni tako imenovani osebni računalniki. Med njimi pa se nezadržno širi operacijski sistem MS Windows (Okna). Odlika dela z Okni je enostavnost, saj kar z miško pokažemo, kaj pričakujemo od škatle pred nami. Na hitro ponovimo, kako delamo z Windowsi. Če hočemo *pokazati* neki objekt, z miško pokažemo nanj in pritisnemo na njeno (ponavadi levo) tipko. Včasih pomaga, če pritisnemo dvakrat zapored. Najpogosteje pritiskamo na *gumbe* različnih vrst. Kadar moramo z miško kaj *povleči*, to storimo tako, da premikamo miš in hkrati držimo pritisnjeno (levo) tipko. Besedilo *vnašamo* v posebne škatlice, v katerih se miškina puščica spremeni v navpično črto. Pogosto lahko odgovor izberemo iz *seznama* pravih odgovorov.

Prav zaradi tega pa je programiranje v okolju Windows še toliko bolj zapleteno. Na prvi pogled se celo zdi, da je začetniku povsem nepristopno, ker moramo uporabljati gromozansko število funkcij, da lahko nadzorujemo okna, miško in druge stvari. Na srečo pa nam Visual Basic omogoča tudi drugi pogled. In ta je prav presenetljiv.

Prednosti Visual Basica pred ostalimi jeziki, ki so doma v Windowsih, so podobne prejšnji dobrim lastnostim BASIC-a. Zopet gre za neke vrste tolmač. Je poceni, okrnjena verzija celo zastoj. In, kar je za nas najpomembnejše, prav zabavno ga je uporabljati.

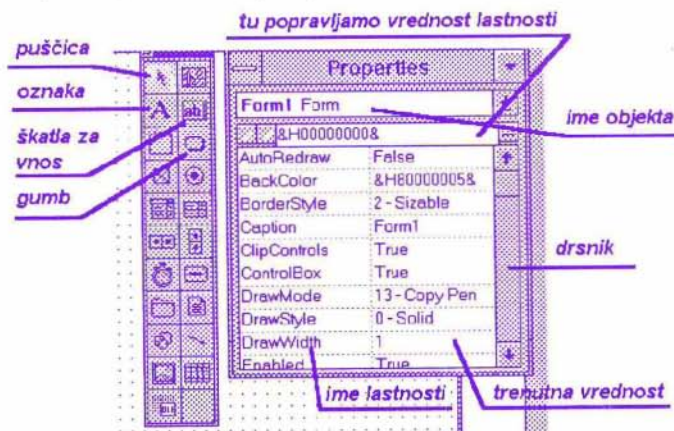
Namesto programa imamo v Visual Basicu *projekt*. To je zbirka obrazcev, kontrolnih elementov in ustreznih podprogramov.

Osnova projekta je *okvir* (Form). Nanj lahko nalepimo gumbe, škatlice za vnos besedila, sličice, sezname, besedila in sploh vse *kontrolne elemente* (Controls), ki jih uporabljajo vsi Windows programi, vključno s samimi Windowsi. V resnici je okvir *objekt*, ki ima določene lastnosti, ki mu jih lahko spremenimo. Prav tako so objekti vsi zgoraj navedeni elementi. Programiranje v Visual Basicu ni nič drugega kot spreminjanje lastnosti in metod teh osnovnih objektov.

Kontrolni elementi so zopet objekti. Z njihovo pomočjo vnašamo podatke in izpisujemo rezultate ter opravljamo še druge naloge. Primeri kontrolnih elementov so gumb (ki ga lahko pritisnemo), besedilo (izpiše besedilo), slika (nariše sličico) in drugi.

S *podprogrami* določamo, kako vsi ti objekti sodelujejo med seboj in se odzivajo na različne dogodke. Podprogrami so edino, kar še spominja na BASIC, kot ga poznamo denimo s Sinclairjevih mlinčkov.

Ko pokličemo Visual Basic, se po celem zaslonu odpre množica oken. Osrednje okno je okvir z naslovom Form 1. Drugo okno je seznam lastnosti objekta (Properties), ki ga trenutno določamo. Na začetku so v tem oknu nastete lastnosti okvira, kot so barva ozadja, oblika črk, napis na vrhu (naslov) in še vrsta drugih. Za začetek okviru spremenimo naslov. Z miško pokažemo na polje, kjer piše Caption. Ta lastnost določi ime okvira. (Če lastnosti ne vidimo, jo poiščemo s pomočjo drsnikov.) Spremenimo jo v polju na vrhu seznama lastnosti (glej sliko 1). Vtipkamo npr. "Moj prvi program". Naslov okvirja se spreminja hkrati s tipkanjem.



Slika 1. Škatla z orodji in seznam lastnosti

Naslednje okno je škatlica z orodji (Toolbox). Tam imamo zbrane vse kontrolne elemente, ki jih pozna Visual Basic. Delo z njimi je zelo enostavno. Najprej pokažemo objekt, s katerim želimo delati. Nato se pomaknemo na okvir in tam narišemo objekt. Potem določimo njegove lastnosti. Pri tem puščica pa pomeni, da ne bomo dodajali novega objekta, ampak bomo pokazali objekt, ki je že na obrazcu, in spremenili nekatere njegove lastnosti.

Za osnovni primer bomo na našem okvirju dodali besedilo. Z miško pokažemo polje, kjer je narisana črka A. Potem v okvirju pomaknemo miško tja, kjer hočemo imeti vogal besedila, in z njo potegnemo do nasprotnega vogala. V oknu z lastnostmi se sedaj pokažejo lastnosti besedila. Poiščemo lastnost *Caption* in jo spremenimo (podobno kot smo spremenili naslov okvirja), na primer v "Dober dan!" (naš program mora biti kar se da prijazen). Na enak način lahko na okvirj prilepimo poljubni kontrolni element.

Sestavili smo program, ki izpiše "Dober dan!". Kako to preverimo? V četrtem oknu, kjer so zbrani ukazi Visual Basica (in je običajno na vrhu zaslona), poiščemo gumb **START**, ki požene program. Res, to je gumb, ki spominja na gumb za predvajanje kasete v vašem radiu. Ko ga pritismo, pomožna okna (škatlica z orodji, seznam lastnosti) izginejo, prav tako pa tudi pikice na okvirju, ki so namenjene lažji postavitvi objektov nanj. Na okvirju se izpiše naše besedilo, program pa čaka, da ga ustavimo. Seveda bomo v ta namen uporabili gumb **STOP**, ki je spet tak kot na radiu.



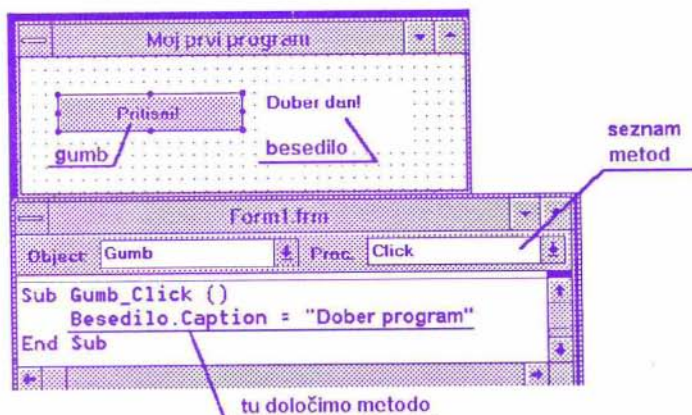
Slika 2. Gumba **START**, **STOP**

Vendar program, ki samo izpiše besedilo, ni pretirano zanimiv. Pa ga dopolnimo. Ko smo ustavili program, se je zopet pokazala škatlica z orodji. Izberemo puščico in pokažemo besedilo. Okoli besedila se pojavijo majhni kvadratici, kar pomeni, da ta objekt sedaj spreminjamo. V oknu z lastnostmi poiščemo lastnost *Name* (ime). Trenutno je besedilu ime "Label 1". Ime popravimo na "Besedilo". Potem med orodji izberemo gumb in ga dodamo na okvir. Popravimo mu ime (lastnost *Name*) na "Gumb" in napis (lastnost *Caption*) na "Pritisni!". (Razlika med imenom in napisom je, da je napis namenjen nam, ime pa drugim kontrolnim elementom, kot bomo spoznali čez

nekaj vrstic.) Sedaj bi radi dosegli še, da se bo ob pritisku na gumb napis v besedilu iz "Dober dan!" spremenil v "Dober program.". To lahko naredimo s pomočjo *metod*. Metode so aktivne lastnosti gumba. Ko se gumbu nekaj zgodi (ga pritisnemo, dvakrat pritisnemo, ipd.), se sproži ustrezna metoda in pokliče podprogram. Ta pa naredi, kar se nam zdi primerno. Metode poznajo vsi kontrolni elementi, ne samo gumbi. Do seznama metod, ki jih pozna določen objekt, pridemo tako, da pokažemo nanj in dvakrat pritisnemo z miško. Odpre se še eno okno. Šele v to okno lahko pišemo podprogram v Visual Basicu, ki predstavlja določeno metodo. V našem primeru torej pokažemo gumb in dvakrat pritisnemo. Iz seznama metod izberemo pritisk (Click). Ker še nismo povedali, kaj naj se zgodi ob pritisku na gumb, je ta metoda prazna (točneje, vsebuje le stavka za začetek in konec podprograma). V prazno vrstico med začetek in konec vnesemo:

```
Besedilo.Caption = "Dober program."
```

(glej tudi sliko 3).



Slika 3. Metoda Click

"Besedilo" je ime našega besedila, Caption pa je lastnost, ki določa, kaj to besedilo izpiše. Na ta način lahko poznamo vsako lastnost objektov, le vedeti moramo za njihovo ime. Sedaj lahko nemudoma znova pritisnemo tipko START. Besedilo izpiše "Dober dan.". Pritisnemo gumb in ...

Tako smo brez težav napisali prvi program v Visual Basicu. Prav zaradi te enostavnosti pa Visual Basic vedno bolj uporabljajo tudi za resno programi-

TEKMOVANJA

ranje. Na voljo je tudi že Visual C, ki na enak način omogoča delo z "resnim" jezikom C.

(Mimogrede: Visual Basic zapustimo tako, da v oknu, kjer sta med drugim gumba START in STOP, pokažemo besedo File in iz seznama ukazov, ki se pojavijo, izberemo Exit.)

Jože Marinček

17. DRŽAVNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV IZ ZNANJA RAČUNALNIŠTVA

15. maja 1993 je bilo v Ljubljani na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo že 17. tekmovalstvo slovenskih srednješolcev iz znanja računalništva. Tekmovali so v treh skupinah. V prvi (najlažji) je tekmovalo 66, v drugi 47 in v tretji 30 dijakov. Tekmovalci so imeli za reševanje štirih nalog dve uri in pol časa.

Komisija je podelila osemnajst nagrad. Nagradjeni so bili:

1. SKUPINA

1. **nagrada:** Andrej Orešnik, Srednja šola Postojna; Marko Mlinar, Srednja elektro šola, Ljubljana; Anže Slosar, Gimnazija Koper;

2. **nagrada:** Miha Vuk, Gimnazija Bežigrad; Marko Bukovec, STZŠ Novo mesto;

3. **nagrada:** Jernej Kovše, II. gimnazija Maribor; Erik Ušaj, Tehniški šolski center Nova Gorica; Grega Bremec, Gimnazija Kranj.

2. SKUPINA

1. **nagrada:** Marko Maček, Gimnazija Vič; Matjaž Vencelj, Gimnazija Bežigrad;

2. **nagrada:** Jure Žitnik, Gimnazija Kranj; Aleks Jakulin, United World College, Devin;

3. **nagrada:** Damijan Kuhar, Gimnazija Kranj; Damjan Strnad, SERŠ Maribor; Jaka Gubenšek, Gimnazija Bežigrad.

3. SKUPINA

1. **nagrada:** Miha Peternel, Gimnazija Kranj;

2. **nagrada:** David Gorišek, II. gimnazija Maribor;

3. **nagrada:** Matjaž Trontelj, Gimnazija Vič.

Znanje tekmovalcev je bilo dobro, splošni vtis boljši kot lani. Preseneča le slaba udeležba (običajno je bilo tekmovalcev vsaj za tretjino več). Zadovoljni so lahko tudi nagrajenci, poleg dobljenih praktičnih nagrad so si lahko ogledali tudi Hewlett-Packardove tovarne v Nemčiji. Nagrajence iz tretje skupine pa je sponzor, Hermes Softlab, med počitnicami popeljal tudi na dvomesečno prakso v razvojne laboratorije Hewlett-Packarda v ZDA.

Primož Gabrijelčič

REŠITVE NALOG

NAGRADNA UGANKA - Rešitev iz P XX/6, str. 321

Če začnemo pri poudarjeni črki K v sredini zgornjega dela lika in beremo vsako 5. črko v smeri urinega kazalca, izluščimo vprašanje:

KATERO OKROGLO OBLETNICO IZHAJANJA SLAVI PRESEK?

Za odgovor je potrebno pogledati le naslovnico, pa opazimo, da je bila uganka zastavljena v zadnji številki DVAJSETEGA letnika Preseka.

Pravilni odgovor nam je poslalo 11 reševalcev. Žreb je dodelil knjižni nagradi Katji Smolar iz Slovenske Bistrice in Marjeti Plevčak iz Celja.

Še nekaj besed o reševanju. Takih nalog je bilo v Preseku že nekaj, v 6. številki predlanskega letnika celo članek o tem, kako take naloge sestavljamo.

Naloga je zastavljena tako, da je ob skrbnem premisleku že kar prvi poskus uspešen. Res! Poudarjena črka K se kot začetna črka besedila sama ponuja. Glede dolžine koraka, s katerim preskakujemo črke v okviru, smo v omenjenem sestavku izvedeli, da pridejo v poštev le števila, ki so tuja s številom vseh črk v besedilu. Ker je v okviru razporejenih 42 črk, ima najmanjši uporabni korak dolžino 5. Takoj lahko izločimo branje s tem korakom v smeri nasprotni gibanju kazalcev na uri. V tej smeri bi se besedilo začinjalo z dvema zaporednima črkama K. Takih besed v slovenščini ni, da bi pa bil prvi K predlog k besedi, ki se začinja s K, tudi ni v skladu s pravili slovenskega knjižnega jezika. Poskus branja v nasprotni smeri pa nam že prinese pravilno rešitev.

Marija Vencelj

MATEMATIKA - VRATA V NOVE SVETOVE

...Oba z Ano sva spoznala, da je matematika več kakor golo reševanje problemov. Bila je vhod v magične, skrivnostne, ponorele svetove, svetove, v katerih si moral stopati previdno, svetove, v katerih si sam postavljaj svoja lastna pravila, svetove, v katerih si moral sprejeti celotno odgovornost za svoja dejanja. Toda bilo je bolj vznemirljivo in neizmerno, kakor si mogel doumeti...

*Iz knjige Fynn: Gospod Bog, tukaj Ana
izbrala Dušica Boben*

JE FERMATOV ZADNJI IZREK DOKAZAN?

Matematični svet je letos konec junija preletela vest, da je mladi angleški matematik Andrew Wiles, ki sicer poučuje na univerzi Princeton v ZDA, rešil največji še nerešeni problem v matematiki, *Fermatov zadnji izrek*, s katerim so se ubadali številni znanstveniki več kakor 350 let. O dogodku je pisalo dnevno časopisje po vsem svetu. Tudi v dnevniku Delo je izšel 7. julija soliden zapis v rubriki Svet so ljudje.

Presek je o zadnjem Fermatovem izreku ali v zvezi z njim že večkrat pisal, zadnjič v peti številki lanskega letnika. Za tiste, ki o njem še niso slišali, ga na hitro predstavimo: Gre za vprašanje, za kakšne naravne eksponente n obstajajo taka neničelna cela števila x , y , z , da je

$$x^n + y^n = z^n.$$

Če je $n = 1$, je to enačba $x + y = z$. Takih trojic števil je tedaj nešteto: $1 + 2 = 3$, $103 + 23 = 126$, itd.

Če je $n = 2$, imamo enačbo $x^2 + y^2 = z^2$. Dobra števila so na primer 3, 4, 5, saj je $3^2 + 4^2 = 5^2$. Tudi tu je ustreznih trojic nešteto, nešteto je celo trojic paroma tujih števil, ki ustrezajo tej enačbi.

Kaj pa, če je število n večje kot 2. Francoz Pierre Fermat je v 17. stoletju postavil trditev, da za noben n večji kot 2 ni take trojice celih števil, ki bi ustrezala zgornji enačbi. Dokazati ali ovreči to trditev je slaven Fermatov zadnji problem. Zanimivo je, da je Fermat sam zapisal, da je našel dokaz za svojo trditev, žal pa svojega dokaza nikjer ni objavil. Ker so se največji matematiki do najnovejših časov ukvarjali s tem problemom in pri tem izdelali metode, o katerih se Fermatu verjetno niti sanjalo ni, je danes upravičen dvom o neoporečnosti njegovega dokaza.

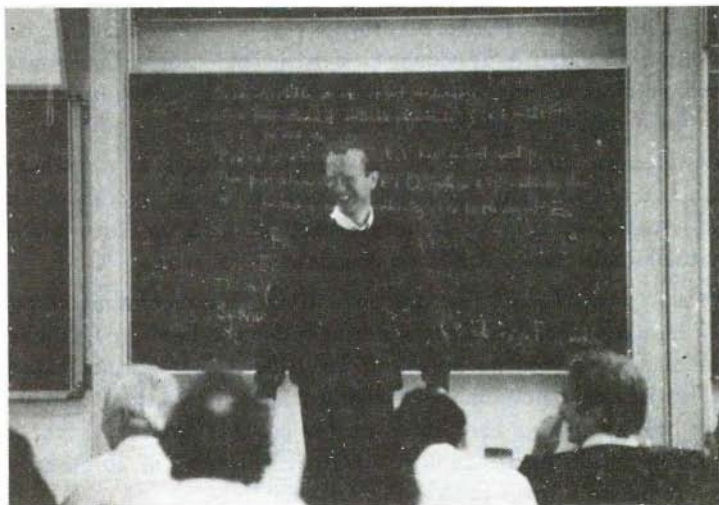
V stoletjih se je nabralo nekaj rešitev, zadnja leta 1988, a vse so bile pomanjkljive. Seveda obstaja možnost, da se je tudi Wiles zmotil. Njegov dokaz obsega po nekaterih podatkih 200, po drugih celo 1000 strani. Dokončna preskušnja bo za njim šele čez nekaj mesecev, ko ga bodo ocenili in preverili tisti redki strokovnjaki, ki so tega sploh sposobni. Za Presekovce bralce pa povzemamo zapis, ki ga je 3. julija 1993 objavil tednik New Scientist.

Marija Vencelj

DOKAZ, DOLG TISOČ STRANI, POTRJUJE FERMATA

Ena največjih poslastic za matematika je odgovoriti na katerega od velikih problemov, ki so zaposlovali in begali največje učenjake več stoletij. Številni problemi te vrste se imenujejo po njihovih avtorjih, npr.: Riemannova hipoteza, Poincaréjeva domneva, Keplerjev problem. Eden najtrdovratnejših je gotovo Fermatov zadnji izrek, ki se je upiral največjim matematikom več kot 350 let.

Zadnji ponedeljek letošnjega junija pa je na konferenci v Angliji Andrew Wiles z univerze Princeton najavil svoj 1000 strani dolg dokaz o veljavnosti Fermatovega izreka. To se je zgodilo ob koncu njegovega predavanja z naslovom Modulske forme, eliptične krivulje in Galoisove reprezentacije. Toda nabito polna predavalnica na matematičnem inštitutu Isaaca Newtona v Cambridgu je kazala, da poslušalci slutijo, da se za naslovom skriva več, da ima Wiles skritega Fermata v rokavu. Imeli so prav.



Andrew Wiles je napravil na poslušalce izjemen vtis, toda dokaz je treba še preveriti.

Pierre de Fermat (1601-1665) je bil francoski odvetnik, katerega konjiček je bila matematika. Stoletje pred Newtonom je izdelal številne osnovne ideje infinitezimalnega računa. Najpomembnejši pa so njegovi dosežki v teoriji števil, matematični veji, ki se ukvarja z lastnostmi celih števil. To je eno najzahtevnejših matematičnih področij, kjer se do domnev in številnih vzorcev zlahka dokopljemo, dokazi pa so pogosto težko razumljivi.

Fermatov zadnji izrek – tako se imenuje zato, ker je bila to dolga leta edina njegova trditev, ki je nihče ni uspel niti dokazati niti ovreči – je ena takih domnev. Že stari Grki so vedeli, da obstaja neskončno mnogo takih trojic celih števil, da daljice ustreznih dolžin tvorijo stranice pravokotnega trikotnika. Pitagorov izrek nam pove, da morajo taka števila x , y , z ustrezati enačbi $x^2 + y^2 = z^2$. Splošno znana sta primera $3^2 + 4^2 = 5^2$ in $5^2 + 12^2 = 13^2$. Fermat se je vprašal, ali lahko slična zveza velja za kube, četrte potence itd. Bil je prepričan, da ne. Na rob svoje kopije Diofantove knjige *Arithmetica* je zapisal: 'Ni mogoče razstaviti kuba v vsoto dveh kubov ali bikvadrata v vsoto dveh bikvadratov. Sploh ni mogoče razstaviti nobene potence, večje od kvadrata, v vsoto dveh potenc iste stopnje. Za to sem našel res čudovit dokaz. Rob knjige je preozek, da bi ga zapisal.'

Fermat je trdil, da enačba $x^n + y^n = z^n$ za $n \geq 3$ nima celih rešitev razen trivialne, v kateri je eno od števil x , y , z enako nič. Dolgo časa je bila ta domneva videti le zgodovinska zanimivost – zunaj čiste matematike nima nobene direktne uporabe – toda vprašanje je bilo tako preprosto, da je matematike neustavljivo privlačevalo.

Fermatovega 'čudovitega' dokaza niso nikdar našli in v splošnem velja prepričanje, da je v tistem, kar je imel Fermat za dokaz, morala biti napaka. Težko si je tudi predstavljati, da bi matematična sredstva, ki so bila na voljo v Fermatovih časih, lahko vodila do dokaza.

Preteklo je več kot 200 let preden je Ernst Kummer¹ napravil prvi večji prodor v teorem. Razvil je idejo o možnem dokazu Fermatovega izreka, pri čemer je uvedel algebraina števila, ki so veliko splošnejša kot cela števila. Potem, ko je razvil povsem novo teorijo tako imenovanih idealov, je bil sposoben dokazati, da je Fermatova trditev pravilna za vsak eksponent $n \leq 100$, razen morda za 37, 59 in 67. Kasnejši matematiki so odstranili tudi te izjeme in potisnili mejo za eksponent tja do 150 000.

¹ V 5. številki lanskega letnika Preseka je izšel prispevek prof. Jožeta Grassellija ob stoletnici smrti tega velikega nemškega matematika.

Vmes je leta 1922 angleški matematik Leo Mordell postavil drugo, veliko abstraktnejšo in splošnejšo domnevo. Ob predpostavki, da je pravilna, bi sledilo, da ima Fermatova enačba za vsak $n \geq 3$ kvečjemu končno mnogo različnih rešitev. Končno število rešitev sicer res ni isto kot nobena rešitev, toda problem je bil s tem zelo zožen. Mordellova ideja je bila v tem, da mora obstajati povezava med celoštevilskimi rešitvami enačbe in rešitvami s kompleksnimi števili. Ker pa je veliko lažje obravnavati rešljivost enačb v kompleksnem, je njegova domneva odprla široko pot za globlje raziskave.

Sprva očitnost Mordellove domneve ni bila ravno prepričljiva, toda Mordellova intuicija je bila potrjena, ko je leta 1983 nemški matematik Gerd Faltings Mordellovo domnevo dokazal. V dokazu je uporabil močne nove metode algebraične geometrije. Kmalu za tem je D. R. Heath-Brown dokazal, da Fermatov zadnji teorem velja za 'skoraj vse' eksponente. Če obstajajo kakšni izjemni eksponenti n , za katere ima enačba rešitev, potem se take vrednosti izredno redčijo, ko n narašča.

Med letoma 1780 in 1990 so matematiki s področja algebraične geometrije in algebraične teorije števil čedalje bolj stiskali mrežo okoli Fermatovega teorema. Izkazalo se je, da če so pravilne neke druge, močnejše, splošnejše in celo zelo verjetne domneve, potem je veljaven tudi Fermatov izrek. Te domneve so postavile v ospredje zelo zanimivo področje teorije števil, imenovano eliptične krivulje (ki imajo, kljub imenu, le bežno zvezo z elipsami)². Jean-Pierre Serre, vodilni francoski matematik, je bil prepričan, da je dokaz blizu. Leta 1990 je v popravljeni in dopolnjeni izdaji knjige Erica Templa Bella *Zadnji problem* Undervood Dudley zapisal: "Najbrž smo na robu dokaza." Toda kljub številnim silnim napadom algebraične teorije števil je teorem še nekaj časa vzdržal. Sedaj pa je videti, da je Andrew Wiles končno zapečatil njegovo usodo, ko ga je izpeljal kot poseben primer Shimura-Taniyama-Weilove domneve, gradeč na rezultatih Gerharda Freya iz Saarbrückna.

Ob vsaki proglasitvi dokaza kake od velikih domnev, strokovnjaki tistega področja podrobno razčlenijo vsako vrstico dokaza, da bi bili gotovi, da ni prišlo do kakšne pojmovne ali računske napake. To je dolgotrajen posel in dokler ne bo opravljen, ne bomo vedeli, ali je Fermatov izrek res dokazan.

² Pri Komisiji za tisk DMFA S je leta 1991 izšla knjiga prof. Ivana Vidava: *Eliptične krivulje in eliptične funkcije*. Avtor v predgovoru pravi, da sta prvi dve poglavji, ki sta najbolj elementarni, dostopni boljšim dijakom zadnjega razreda srednjih šol, za razumevanje celotne knjige pa zadošča matematična izobrazba diplomanta kakšne od fakultet, kjer se matematika predava kot pomožni predmet.

Ima pa Wiles sloves skrbnega in previdnega raziskovalca in splošno mnenje strokovnjakov je, da je njegov dokaz najbrž pravilen.

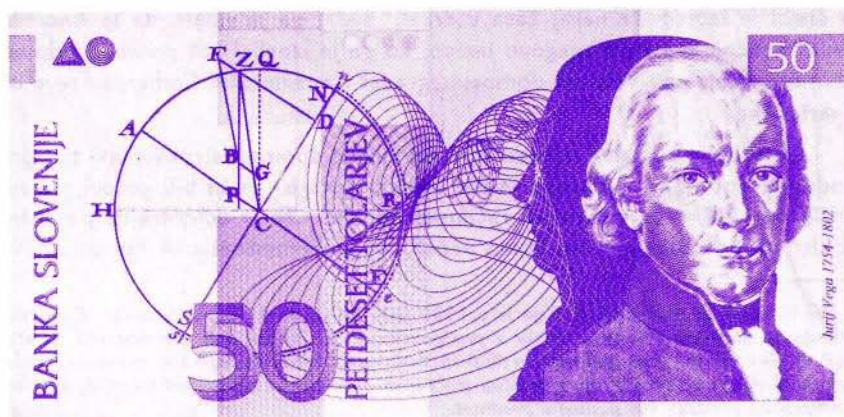
Andrew Granville, angleški strokovnjak s področja teorije števil, ki dela v ZDA, pravi v *The Guardianu*: To utegne biti korektna pot do vrha. Povzemimo še Italijana Enrica Bombierija, ki je leta 1974 prejel Fieldsovo medaljo (matematičen ekvivalent Nobelove nagrade): "Zgradba celotnega dokaza je zelo strnjena in zelo trdna."

Bombieri je opisal Wilesov dokaz kot 'čudovit'. Povedal pa je, da ga še ne razume v vse detajle, kar ni nobeno presenečenje, glede na to, kako dolg je. Fermat bi resnično potreboval zelo zelo širok rob pri knjigi.

Ian Stewart, prevedla in priredila Marija Vencelj

NA ŠPORTNI DAN K VEGI V ZAGORICO

Če se boste odločili, da za športni dan izberete obisk Vegove domačije v Zagorici, vam zagotovo ne bo žal. Z vlakom do Laz ali Jevnice, lahko pa tudi z avtobusom do Dolskega. Severno od ceste Ljubljana - Litija leži ob





Vehova domačija v Zagorici (foto Marija Vencelj).

vznožju gričevja cerkev Svete Helene. Mimo nje vodi cesta do Zagorice, kjer si pri Pokovčevih ogledamo Vegovo spominsko sobo in Vegov kip pred njo. Nadaljujemo po cesti do Križevske vasi, kjer najdemo na cerkvici spominsko ploščo iz prejšnjega stoletja, ki so jo ob tedanjem velikem shodu postavili Vegi v čast. Če nato krenemo po zložni poti v hrib, pridemo po petnajstih minutah hoje do razpotja. Po desni poti pridemo čez Cicelj do cerkvice Svetega Miklavža, od koder je ob lepem vremenu čudovit razgled po dolini Save in kjer je kot zanalašč pripravljena vrtača z nogometnim igriščem. Če pa gremo na razpotju na levo, pridemo precej hitreje do Murovice, kjer se odpre pogled proti Ljubljani. V obeh primerih se lahko spustimo nazaj proti Savi, lahko pa tudi na drugo stran v Moravče.

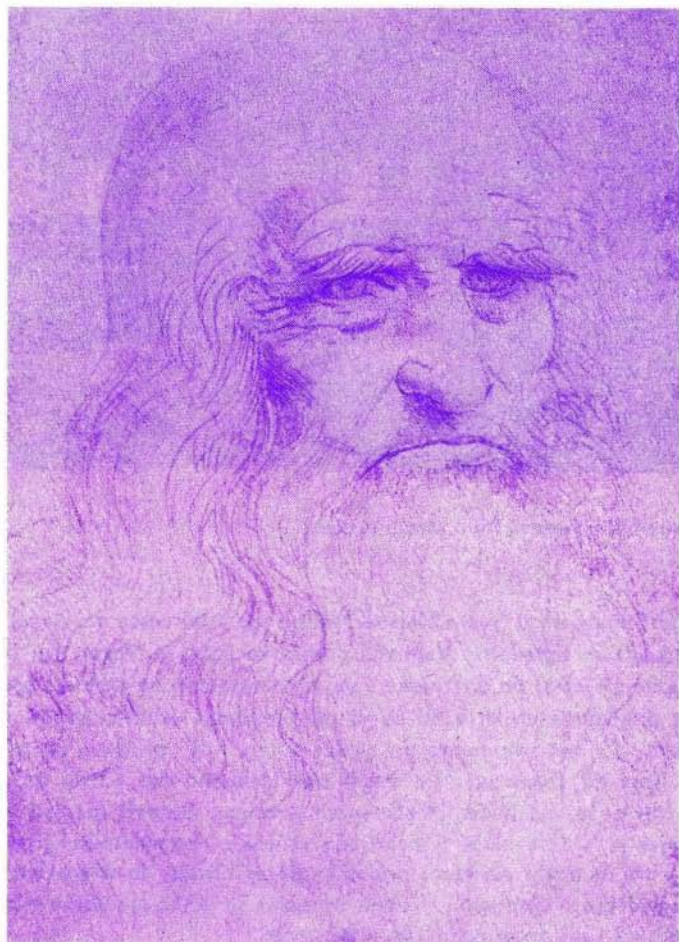
Ali ni skrajni čas, da tudi vi spoznate ta biser Slovenije, ki nam je v osemnajstem stoletju dal moža z bankovca za 50 tolarjev?

Tomaž Pisanski

ASTRONOMIJA

DALJNOGLED LEONARDA DA VINCIJA

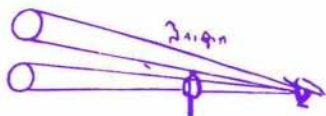
Predno začneš brati ta prispevek, preberi v kaki enciklopediji, kdo je bil *Leonardo da Vinci*. Ta vsestranski genij, katerega rojstno leto pomeni pravzaprav začetek renesanse v znanosti in literaturi, se je ukvarjal tudi z optičnimi



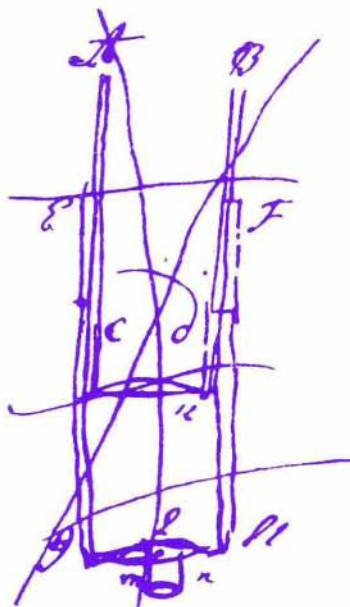
Slika 1. Leonardo da Vinci (1452 do 1519) - avtoportret. Leonardo je menil, da je Zemlja planet. Kot že drugi pred njim je mislil na heliocentrično zgradbo vesolja. Po njem naj bi znanost temeljila na opazovanju.

problemi in tako posredno z astronomijo. Ohranilo se je mnogo njegovih rokopisov in skic, kjer obravnava na primer zgradbo človeškega očesa in potek svetlobnih žarkov v njem, potek žarkov v raznih lečah, camera obscura, izdelavo leč in zrcal.

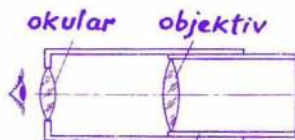
V da Vincijevem rokopisu iz leta 1492 (tega leta je Kolumb odkril Ameriko) je opisano, kako z eno samo zbiralno lečo, katere goriščna razdalja je dosti večja od bližišča (najmanjše razdalje predmeta od očesa, s katere oko še jasno vidi predmet; za normalno oko je 25 cm), dobi velike povečave. Takole piše: "Čim bolj odmikamo steklo (zbiralno lečo) od očesa, tem večji se zdijo predmeti za oko petdesetletnika. Če z enim očesom gledamo skozi lečo, z drugim pa ne, se zdi v prvem primeru za oko predmet večji, v drugem pa manjši. Da to opazimo, morajo biti opazovani predmeti oddaljeni od očesa vsaj 200 laktov (en florentinski lakot je meril približno 60 cm)". Leonardo je narisal tak enolečni daljnogled in celo razpravljal o njegovem zornem polju (slika 2).



Slika 2. Enolečni daljnogled, risba Leonarda da Vincija. Risba ponazarja zorno polje očesa opazovalca, ki opazuje skozi enolečni daljnogled. (S poskusi so pozneje pokazali, da ima človeško oko z normalnim bližiščem pri opazovanju skozi zbiralno lečo z goriščno razdaljo okoli 10 m približno $1000 \text{ cm} / 25 \text{ cm} = 40$ kratno povečavo.)



Slika 3. Shema dvoječnega daljnogleda, risba Leonarda da Vincija. *cd* leča (objektiv), *AB* cev – zaslonka objektiv, *EF* cev okularja, *mn* leča opazovalčevega očesa, ki leži za lečo okularja. Spodaj: Dvoječni daljnogled Leonarda da Vincija – rekonstrukcija.



TEKMOVANJA

Zelo verjetno je Leonardo izumil tudi dvolečni daljnogled. Našli so njegovo sliko iz leta 1509, kjer je narisal opazovalno cev z dvema zbiralnima lečama (slika 3). Danes takemu tipu daljnogleda rečemo astronomski ali Keplerjev daljnogled. Torej je Leonardo da Vinci s prikazano optično shemo opazovalne cevi prvi nakazal uporabo daljnogleda z dvema zbiralnima lečama, to pa je kar sto let pred tem, kot je to storil Kepler.

Marijan Prosén

2. DRŽAVNO TEKMOVANJE ZA ZLATO VEGOVO PRIZNANJE

Najboljši sedmošolci in osmošolci z občinskih tekmovanj so se v soboto, 15. maja 1993, pomerili v šestih regijah:

	7. razred	8. razred
- Ljubljana	99	183
- Celje	30	41
- Maribor	36	61
- Nova Gorica	12	21
- Koper	16	26
- Novo mesto	16	28
SKUPAJ	209	360

Zlato Vegovo priznanje so prejeli učenci, ki so osvojili najmanj 17 od 25 možnih točk.

Nagrade najuspešnejšim tekmovalcem:

7. razred

I. nagrada: Rok ROSTOHAR, OŠ Jurija Dalmatina, Krško; Andrej PERNE, OŠ Milojke Štrukelj, Nova Gorica; Matic MAZI, OŠ Preseerje, Preseerje; Anže BURGER, OŠ Simona Jenka, Kranj;

II. nagrada: Andreja AVBERŠEK, OŠ Žirovnica, Žirovnica; Luka JUKIČ, OŠ Center, Novo mesto; Simon LUZNAR, OŠ Dr. Vita Kraigherja, Ljubljana; Andrej TOMELJAK, OŠ Grm, Novo mesto; Martin KNAPIČ, OŠ Preska, Medvode;

III. nagrada: Martina GLASENIČNIK, OŠ Šmartno, Šmartno pri Slovenj Gradcu; Urša DOBERŠEK, OŠ Store, Store; David JURMAN, OŠ Dr. Bogomirja Magajne, Divača; Simon RANKEL, OŠ Lucijana Seljaka, Kranj; Martin MILANIČ, OŠ Vojke Šmuca, Izola.

NOVE KNJIGE

8. razred

I. nagrada: Janja KOŠIČ, OŠ Ivana Groharja, Škofja Loka; Matej MARINČ, OŠ Ledina, Ljubljana; Igor LOCATELLI, OŠ Milojke Štrukelj, Nova Gorica; Matej ROJS, OŠ Tabor II, Maribor; Nina ZENKOVIČ, OŠ Vencija Perka, Domžale;

II. nagrada: Gašper TKAČIK, OŠ Borisa Ziherla, Ljubljana; Andrej IVANOVIČ, OŠ Dušana Bordona, Koper; Tanja SELAR, OŠ Dušana Bordona, Koper; Tanja ZAVRL, OŠ Ivana Groharja, Škofja Loka; Boris DIVJAK, OŠ Ketteja in Murna, Ljubljana; Gorazd LAMPIČ, OŠ Ledina, Ljubljana; Nika LENDERO, OŠ Livada, Velenje; Saša FRATINA, OŠ Nove Fužine, Ljubljana; Miloš JEFTIČ, OŠ Vodmat, Ljubljana; Katarina LESKOVEC, OŠ Vodmat, Ljubljana; Tanja TODORVIČ, OŠ Vodmat, Ljubljana;

III. nagrada: Aleš ŠOLAR, OŠ Železniki, Železniki; Mitja VENTURINI, OŠ Franca Rozmana Staneta, Maribor; Aleš MARJETIČ, OŠ Grm, Novo mesto; Anita PAJ, OŠ Rada Robiča, Pekre-Limbuš; Damijan ARNŠEK, OŠ Trbovlje, Trbovlje.

Aleksander Potočnik

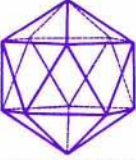
Kotnik J., OSNOVNOŠOLSKA MATEMATIKA ZA V ŽEP, Math, Ljubljana 1993, 205 str.

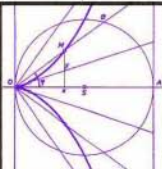
Avtor je vsebino osnovnošolskega priročnika žepnega formata razdelil na naslednja poglavja: Množice, Aritmetika, Algebra, Funkcije, Enačbe in neenačbe, Sistem enačb in Dodatek. Vsako poglavje je še naprej razčlenil na številna podpoglavja, v katerih je vsebina podrobno obravnavana. V njih posamezne trditve podaja pregledno, primerno osnovnošolski ravni. Posamezne trditve podkrepi in osvetli z zgledi, ki bralcu omogočajo nazornejšo predstavo in boljše razumevanje matematične vsebine. V knjižici je poudarek na aritmetiki, algebri in analizi, medtem ko je nekaj geometrije le v Dodatku, kjer najdemo tudi merjenje količin in pregled uporabljenih znakov. Sistem linearnih enačb z dvema neznankama in presečišč premic naj bi bilo v poglavju o enačbah in neenačbah, je pa tudi v Dodatku, kjer je še razlaga približkov in napak.

Čeprav je knjižica žepnega formata, je v njej zajeta vsa osnovnošolska snov iz aritmetike, algebre in analize, tako da njen uporabnik more ob njej obnoviti vso omenjeno osnovnošolsko matematiko. Ob zgledih se tudi lažje uči in osvaja ter pogloblja matematično znanje. Nekaj tiskarskih in rokopisnih napak bi se dalo v naslednji izdaji odpraviti, za prvo pa bi popravke morda posebej natisnili. Menim, da je knjižica koristno dopolnilo ostali matematični literaturi za osnovno šolo in jo bodo s pridom lahko uporabljali učenci višjih razredov osnovnih šol in tisti, ki bi želeli obnoviti osnovnošolsko matematiko.

Branko Roblek

KRIŽANKA MATEMATIČNI POJMI

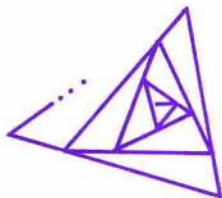
$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$				ŽLAHTNA TKANINA	SKUPINA ŽIVALI	$\frac{1}{8}$	LOVRO TOMAN	SLOV. MATE- MATIK (TOMAŽ)	DENARNA ENOTA V EGS	MESTO FRAN- RIVIE
	BENIGNA MIŠIČNA BULA						PRITOK AMURJA DEL OBRAZA			
	TOVARNA V ŽIREH DOM ONE- MOGLIH (SLAB.)									
KRČEVIT JOK ALI JEZA					NESMISEL					
USTANO- VITELJ PERZ. DRŽAVE				VRSTA SOCVETJA	MESTO V SRED ITAL. OBČUTEK TEL. NEMOČI					
ANTILOPA Z DOLGIMI ROGOVI						OTROŠKO VOZILCE	KILOGRAM			REŽIS ŠKODL
							KRAJ PRI PULI			KARI DREMI
UBOJ ŽIVALI Z NOŽEM						NEM. FI- LOZOF (EUGEN)				
						POLITIK BULATOVIČ				
DRŽAVA NA JV ZDA								POMOČNIK NASIČEN OGLJIKO- VODIK		
EMIL NOLDE			REVEŽ, SIROTA GLAS PRI STRELU							STAR EVRO- LJUDS PRISIT NA KA
SPREten DRŽAVNIK									SL. PESNIK (FRANCE) GREGOR STRNIŠA	
ITALJ. PISATELJ (UMBERTO)				ŽIDOVSKA MOLILNICA						
OZVEZDJE ŽIVAL. KROGA			PRENOS DENARJA							

NA C. RI		MIKAV- NOST	IZDAJALEC DOMOVINE	STRONCIJ	KRAJ PRI LJUBLJANI	NAPOVE- DOVALKA BAŠEVA	IZPOVEDNI PESNIK	PESNIK ŽUPANČIČ	ARITMETIKA	
		▶							IN ?	
	PES ZA POGON	GR. BOG. LJUBEZNI LAT. IZRAZ ZA UMET- NOST							▼	IME VEČ PASJIH PASEM
				SL. FOLK- LORIST (FRANCE) ANG. PLEM. NASLOV						
						NEMŠKO Ž. IME EDOUARD LALO				
			MOČVIRNA RASTLINA DEL TOLARJA					ERBIJ		
		SPROŽITEV OROŽJA RUBINA- STO RDEČ MINERAL					PAS PRI KIMONU VODITELJ VSTAJE RUS. KMET.			
ER AR			DOLFE VOGELNIK POGLAVJE V KORANU			LUKNJICE V KOŽI 'NOGE' VOZILA				
LI ELJ				PRIČES- NA LEČA SL. PRÉDS. KANDIDAT (LJUBO)						
	GR. BOGI- NJA JUTR. ZARJE MESTO V BELGIJI									
					PREDSED- NIK ŠVICAR. KONFED. (ADOLF)				KULTURNA RASTLINA ZA NARODNE JEDI	SESTAVIL: MARKO BOKALIČ
O TVO TEK PI					DROG V KOZOLCU					NEKDANJI PERZIJSKI VLADAR
					EMIL ČAKAROV IVAN MINATI			JOŽE ŠMIT IRIDIJ		
			▶							
				POMLA- DANSKA GOBA						

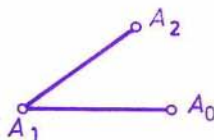
MATEMATIKA

BREZNO TRIKOTNIKOV

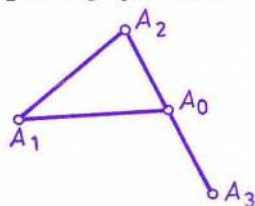
Kadar sedim za mizo s svinčnikom in papirjem ter tuhtam, mozgam, pa nič pametnega ne pogruntam, se večkrat zalotim pri risanju takihle figur:



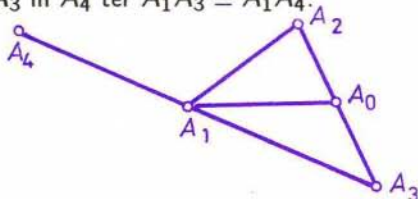
Hvaležna tema za psihologe, kajne? Pustimo jim, da me študirajo po mili volji, in skušajmo iz risbice narediti kaj matematike. Vzemimo za začetek v ravnini dve daljici A_0A_1 in A_1A_2 :



Na zveznici točk A_0 in A_2 si izberimo točko A_3 tako, da A_0 leži med A_2 in A_3 in sta daljici A_0A_2 ter A_0A_3 skladni:

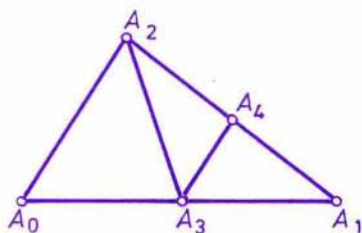


Ponovimo postopek s točkama A_1 in A_3 . Izberimo novo točko A_4 tako, da bo A_1 med A_3 in A_4 ter $A_1A_3 \cong A_1A_4$:

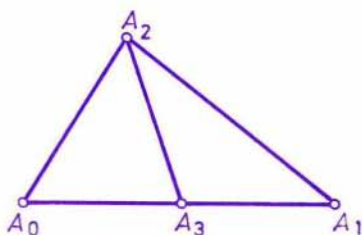


Nato konstruiramo točko A_5 z lastnostjo, da je A_2 med A_4 in A_5 ter $A_2A_4 \cong A_2A_5$ itd. Na ta način pridelamo zaporedje točk A_n ($n = 1, 2, \dots$). Naj bo T_n trikotnik z oglišči A_n, A_{n+1}, A_{n+2} ($n = 0, 1, 2, \dots$). Iz konstrukcije je razvidno, da je daljica $A_{n-1}A_n$ ravno težiščnica trikotnika T_n . Se pravi, da je v zaporedju T_n vsak trikotnik ploščinsko dvakrat večji od prejšnjega. Ploščine trikotnikov torej rastejo čez vse meje.

Zdaj pa zadevo obrnimo na glavo! Naj bo $T_0 = A_0A_1A_2$ neki trikotnik v ravnini in A_3 razpolovišče stranice A_0A_1 :



Ker je A_2A_3 težiščnica v T_0 , je trikotnik $T_1 = A_1A_2A_3$ ravno polovica trikotnika T_0 . Razpolovišče stranice A_1A_2 naj bo A_4 :



In tako naprej. V splošnem bodi točka A_{n+1} razpolovišče stranice $A_{n-2}A_{n-1}$, trikotnik z oglišči A_n, A_{n+1}, A_{n+2} pa označimo s T_n . Tokrat je daljica $A_{n+2}A_{n+3}$ težiščnica v T_n , torej je T_{n+1} natanko pol tolikšen kot T_n . To pomeni, da je T_{n+1} vsebovan v T_n . Recimo, da ima T_0 ploščino 1. Potem je ploščina T_n enaka 2^{-n} za vsak n in vidimo, da ploščine trikotnikov z rastočim n "bežijo" proti 0.

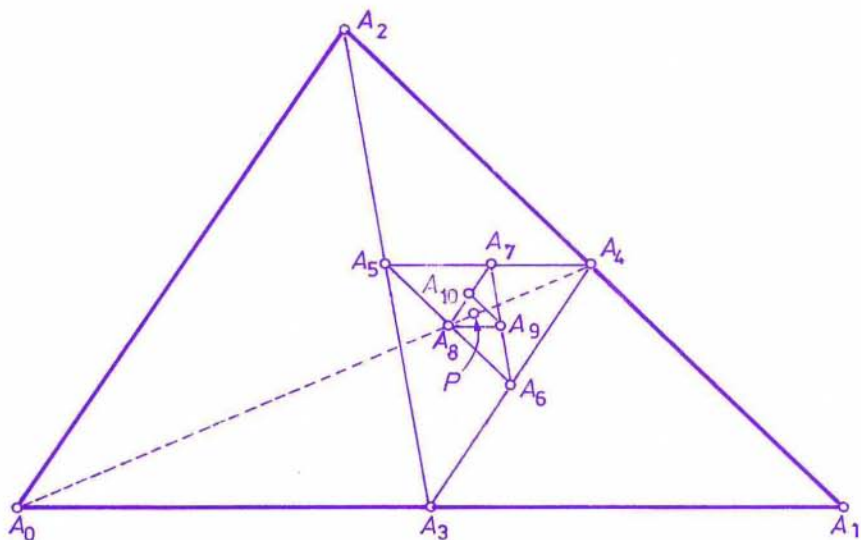
Hmm, tole je sumljivo. Ker velja $T_0 \supseteq T_1 \supseteq T_2 \supseteq \dots \supseteq T_n \supseteq \dots$, bi človek mislil, da tudi točke A_n "bežijo" proti kaki točki. Bolj učeno povedano, mogoče obstaja limita zaporedja A_n , kdove? Ob limiti pa takoj pomislimo na "težke topove" višje matematike. Ali ne bi mogli rešiti tega problema bolj preprosto?

Dejansko se dá zastavljeno nalogo rešiti le z nekaj malega znanja o raztegih v ravnini. Oglejmo si sliko 1. Ker točka A_3 razpolavlja daljico A_0A_1 in A_4 daljico A_1A_2 , je A_3A_4 vzporedna z A_0A_2 in

$$\overline{A_3A_4} = \frac{1}{2} \overline{A_0A_2}.$$

Toda A_6 razpolavlja A_3A_4 , kar pomeni, da je

$$\overline{A_4A_6} = \frac{1}{4} \overline{A_0A_2}.$$



Slika 1

Točka A_5 leži na sredini med A_2 in A_3 , zato je A_4A_5 vzporedna daljici A_1A_3 in le pol toliko dolga. Ker je A_1A_3 polovica daljice A_0A_1 , ugotovimo, da je

$$\overline{A_4A_5} = \frac{1}{4} \overline{A_0A_1}.$$

Kaj pa A_5A_6 ? Oglejmo si natančneje trikotnik $A_2A_3A_4$. Ker A_5 razpolavlja A_2A_3 in A_6 razpolavlja A_3A_4 , je A_5A_6 vzporedna A_2A_4 in

$$\overline{A_5A_6} = \frac{1}{2} \overline{A_2A_4}.$$

Od tod sledi, da je dolžina daljice A_5A_6 le četrtnina dolžine daljice A_1A_2 .

Naše razmišljanje nam pravzaprav pové, da sta si trikotnika T_0 in T_4 podobna v razmerju 4:1 in da je T_4 dobljen iz T_0 z ravninskim raztegom (v resnici s skrčitvijo) s središčem v neki točki P , ki seveda leži med A_0 in A_4 . Koeficient raztega je $-\frac{1}{4}$, zato je

$$\overline{A_0P} : \overline{PA_4} = 4 : 1.$$

Z drugimi besedami, razdalja med P in A_4 znaša eno petino dolžine težiščnice A_0A_4 .

Na podoben način je trikotnik T_8 dobljen iz T_4 z raztegom, katerega središče je recimo točka P' , koeficient pa je spet enak $-\frac{1}{4}$. Torej je

$$\overline{A_8P'} = \frac{1}{5} \overline{A_4A_8}$$

oziroma

$$\overline{A_4P'} = \frac{4}{5} \overline{A_4A_8}.$$

Ampak $\overline{A_4A_8}$ znaša le četrtnino dolžine težiščnice A_0A_4 , od koder sledi, da je

$$\overline{A_4P'} = \frac{4}{5} \overline{A_4A_8} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} \overline{A_0A_4} = \frac{1}{5} \overline{A_0A_4}.$$

Torej je $P' = P$. Z nadaljnjim razmišljanjem ugotovimo, da je v splošnem trikotnik T_{4k+4} dobljen iz T_{4k} z raztegom z vedno istim središčem v P in koeficientom $-\frac{1}{4}$. Očitno je točka P vsebovana v vsakem trikotniku T_n ($n = 0, 1, 2, \dots$). Ker velja $T_0 \supseteq T_1 \supseteq T_2 \supseteq \dots \supseteq T_n \supseteq \dots$ in se stranice trikotnikov zmanjšujejo proti 0, je P ravno tista točka, proti kateri bežijo točke A_n z rastočim n . P leži na štirih petinah težiščnice A_0A_4 , merjeno od oglišča A_0 .

Marko Lovrečič Saražin

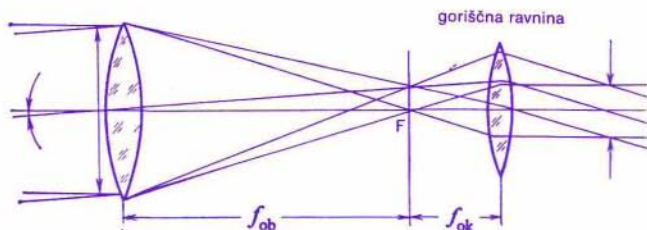
Matrični tiskalniki so zadnji KRIK tehnike.

ASTRONOMIJA

PREPROST DALJNOGLED

Tisti, ki se vsaj malo zanimajo za astronomijo in bi radi spoznali najbolj zanimive vesoljske objekte, ponavadi nimajo niti najpreprostejšega daljnogleda. Redko se jim tudi ponudi priložnost, da bi opazovali z daljnogledom. V trgovini z optičnim materialom sicer prodajajo dobre lovske daljnoglede, s katerimi bi lahko odlično spoznavali tudi skrivnosti zvezdnega neba. A daljnogledi so dragi, denarja pa ni. Zato posredujem navodilo, kako bi izdelali najpreprostejši daljnogled iz očal.

Vsak daljnogled je sestavljen iz objektiv in okularja. Objektiv, ki je v našem primeru zbiralna leča, zbere svetlobo. Objektiv daje sliko opazovanega dela neba ali oddaljenega predmeta v svoji goriščni ravnini na razdalji f_{ob} od leče. Z okularjem, ki je tudi zbiralna leča (lupa ali povečevalno steklo), opazujemo sliko. Goriščna ravnina okularja sovpada z goriščno ravnino objektivna in naj bo v razdalji f_{ok} od okularja (slika 1).



Slika 1. Potek svetlobnih žarkov v daljnogledu - refraktorju, ki je sestavljen iz očalne leče in lupe.

Za objektiv vzamemo kar očalno lečo z dioptrijo od +1 do +2. (Dioptrijo D leče merimo z obratno vrednostjo goriščne razdalje f , podane v metrih, torej $D = 1/f$. Če je $f = 1$ m, je $D = 1$; če je $D = 25$ cm = 0,25 m, je $D = 1/0,25 = 4$. Če ne poznamo dioptrije zbiralne leče, jo določimo takole: Z lečo preslikamo okoli 50 m oddaljeni predmet na bel zaslon (steno). Izmerimo f , to je oddaljenost leče od zaslona, in izračunamo D .) Za okular uporabimo domačo lupo ali pa okular kakega mikroskopa.

Povečava takega daljnogleda je podana z razmerjem f_{ob}/f_{ok} in je tem večja, čim večja je goriščna razdalja objektivna in čim manjša goriščna razdalja okularja. Leče imajo različne napake. Da se tem čim bolj izognemo, izbiramo leče tako, da naš daljnogled nima večje povečave od 20-kratne. S takim daljnogledom lahko opazujemo gore in kraterje na Luni, Venerine

mene, Jupitrove satelite in druge vesoljske objekte. Za bolj resno delo je tak daljnogled premalo natančen.

Staro mamo ali pa starega očeta poprosi, da žrtvuje svoja stara očala. Ti pa bodi pri izdelavi daljnogleda čim bolj natančen. Objektiv in okular postavi v trdno cev, da se ne premikata, optični osi obeh leč pa morata sovpadati. Skratka, potrudi se! Če kaj ne bo v redu, ne bodi preveč razočaran. Velja poskusiti!

Marijan Prosén

PISMA BRALCEV REŠITVE NALOG TAKOJ ALI KASNEJE

Pisal nam je sedaj že četrtošolec Jure Vrhovnik iz Ljubljane. V pismu je nekaj pohval, pa tudi nekaj želja glede bodoče vsebine. Všeč so mu predvsem fizikalni članki, ki opisujejo vsakdanje pojave, želi si več računalniških tem, med drugim pa pravi tudi tole:

Z veliko večjim veseljem rešujem naloge, če imam možnost takoj pogledati v rešitve. Če pa moram do naslednje številke čakati, da vidim, če sem jih prav rešil, izgubim voljo, da bi še enkrat nanje obujal spomine. Ker naloge niso nagradne, bi lahko rešitve objavili v isti številki. Tako bi lahko bralci reševali naloge ali "pošteno" ali "nepošteno", kot bi pač sami želeli.

Delno ima Jure najbrž prav; pri takih vprašanjih je težko izbrati za vsakogar najboljše, ker take izbire pač ni. Za sedANJI način objavljanja rešitev se je uredniški odbor Preseka odločil, potem ko je pretehtal številne pomisleke za tako izbiro in proti njej. Ena izjema vendarle je. V zadnji številki posameznega letnika objavimo vedno tudi rešitve v njej zastavljenih nalog, da je letnik vsebinsko zaokrožen.

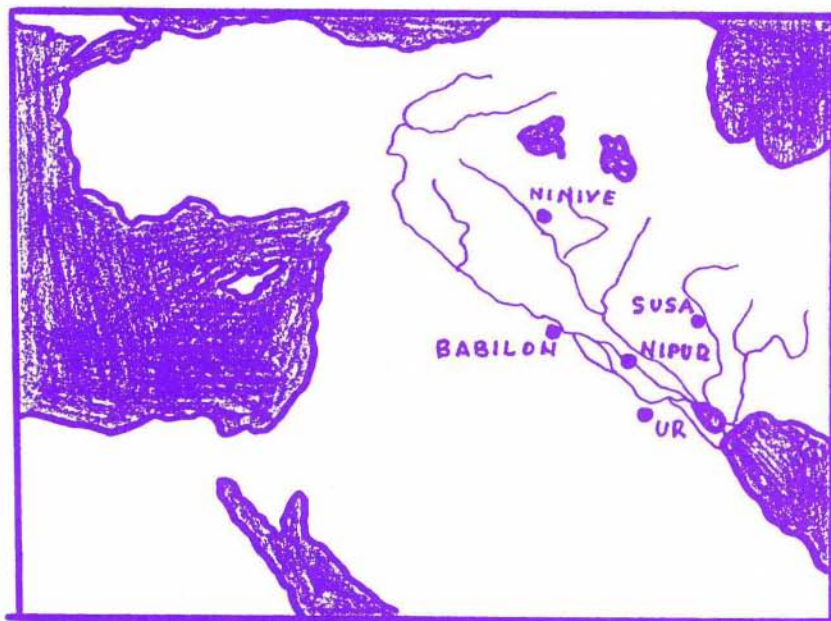
Morda se bomo kdaj odločili za kakšne delne odstopne od izbranega pravila. Vedno pa to ni mogoče. Marsikatera naloga najde pot v posamezno številko Preseka tudi zato, ker je pri tehničnem urejanju na koncu kakšne strani ostalo še nekaj centimetrov prostora. Namesto, da bo ga izpolnili z "okraskom", se nam zdi boljše zastaviti nalogo. Seveda pa potem za rešitev, ki je praviloma daljša od naloge, v številki ni več prostora.

Juretu - znancu iz sosednje ulice - pa še tole: Kadarkoli se ti bo zahotelo reševati naloge "nepošteno", lahko prideš po rešitve. Saj veš, kam!

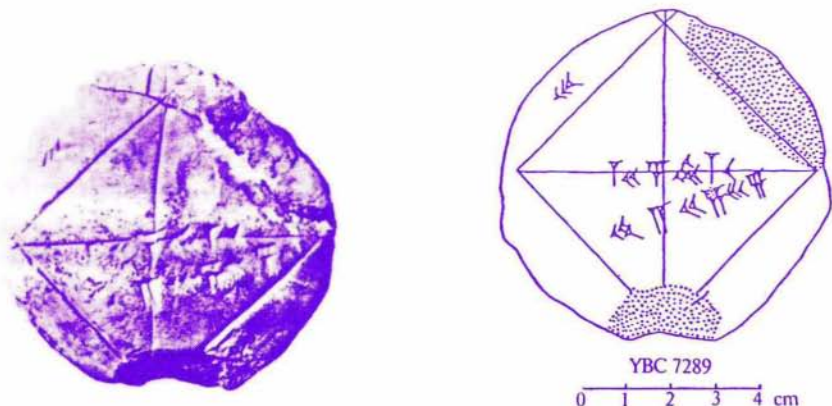
Marija Vencelj

BABILONSKI PRIBLIŽEK ZA $\sqrt{2}$

V Mezopotamiji, torej v široki dolini rek Eufrat in Tigris, je v davni oziroma v obdobju od približno 5000 pr.n.št. do približno 500 pr.n.št. živel večje število različnih ljudstev z visoko razvitimi kulturami. Omenimo med njimi vsaj Sumerce, Akadce, Asirce in Babilonce. Izkopane glinene ploščice s klinopisi, ki so v času svojega nastanka služile za zapisovanje različnih tekstov, so danes eden najpomembnejših virov pri proučevanju teh kultur. Največ takih ploščic so arheologi izkopali ob koncu prejšnjega in v začetku tega stoletja. Našli so jih predvsem na območju nekdanjih velikih mest, kot so Babilon, Ur, Nipur, ... Samo v Nipurju so tako izkopali okrog 50000 glinenih ploščic s klinopisi. Te ploščice so danes shranjene v več različnih muzejih širom sveta.



V eni izmed teh klinopisnih zbirk, imenovani **Yale Babylonian Collection**, ki jo hranijo v mestu New Haven v ZDA, najdemo pod zaporedno številko 7289 tudi glineno ploščico (poslej jo bomo označevali kar z YBC 7289). Po vsej verjetnosti je nastala v obdobju prve Hamurabijeve dinastije, torej v letih med 1800 in 1500 pr.n.št. Prikazuje kvadrat z včrtanima obema diagonalama.



Poleg stranice kvadrata je zapisano število 30, ob diagonali pa lahko preberemo še števili 1;24,51,10 in 42;25,35. Števila so seveda zapisana v šestdesetiškem sistemu, ki je bil takrat v rabi. Več o teh zapisih bo bralec našel v delih (1) in (2) iz seznama literature na koncu članka. Na tem mestu povejmo le to, da vejica v zapisu ločuje med seboj posamezne števice, podpičju pa je dodeljena vloga, ki smo je sicer navajeni pri običajni vejici v današnjem decimalnem zapisu – loči torej celi del števila od njegovega preostanka. Tako je torej:

$$30 = 30$$

$$1;24,51,10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1,41421296\dots$$

$$42;25,35 = 42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60^2} = 42,42638889\dots$$

Zveza med temi tremi števili je preprosta in se nam razkrije, brž ko jih pomnožimo med seboj. Tretje med števili je namreč produkt prvih dveh. S tem pa se nam že odpre pot k razvozlanju pomena zapisanih števil na YBC 7289. Predstavljajo namreč zvezo med diagonalo in stranico kvadrata

$$d = a \cdot \sqrt{2}.$$

V nadaljevanju nas bo zanimala predvsem vednost babilonskih matematikov o številu $\sqrt{2}$. Ploščica YBC 7289 namreč priča, da so Babilonci poznali za to število naravnost izvrsten racionalni približek, ki se s pravo vrednostjo $\sqrt{2}$

ujema kar na prvih petih decimalnih mestih za vejico. Poglejmo:

$$1;24,51,10 = 1,41421296\dots,$$

$$\sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

Kot dodatno zanimivost omenimo, da je bil ta babilonski približek za $\sqrt{2}$ tako dober, da so ga mnogo kasneje uporabljali celo starogrški matematiki. Srečamo ga v delih Arhimeda, Herona in Ptolemeja. Slednji ga je uporabil pri računanju vrednosti kotnih funkcij v svojih astronomskih tabelah. Vendar pa stari Grki približka niso prevzeli od Babiloncev, pač pa so prišli do njega po povsem samostojni poti.

Poleg ploščice YBC 7289 obstaja še precej drugih glinenih ploščic, na katerih lahko preberemo različne babilonske racionalne približke za $\sqrt{2}$. Toda vsi ti se po svoji natančnosti še daleč ne morejo meriti s približkom na YBC 7289. Tako je recimo znano, da so Babilonci v večini primerov uporabili kot približek za $\sqrt{2}$ kar število 1;25.

Poglejmo še, na kak način so babilonski matematiki sploh prišli do tako natančnega racionalnega približka za $\sqrt{2}$. Zdi se, da sta pri tem na voljo dva različna odgovora:

Nekatere racionalne približke za korene so računali po formuli

$$\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a},$$

ki daje dokaj dobre približke v primerih, ko je $|h| < a^2$. Tako dobimo za $a = \frac{4}{3}$ in $h = \frac{2}{9}$ že znani približek

$$\sqrt{2} \approx 1;25.$$

Za $a = \frac{3}{2}$ in $h = \frac{3}{4}$ dobimo prav tako pogosto uporabljeni babilonski približek

$$\sqrt{3} \approx 1;45.$$

Tako izredno natančen približek za $\sqrt{2}$, kot ga poznamo s ploščice YBC 7289, pa je s pomočjo zgornjega obrazca nekoliko težje dosegljiv. Danes je sicer znano, da je ta približni obrazec pravzaprav le začetni del vrste, ki jo dobimo, če koren $\sqrt{a^2 + h}$ razvijemo po binomskem obrazcu

$$\sqrt{a^2 + h} = a + \frac{h}{2a} - \frac{h^2}{8a^3} + \frac{h^3}{16a^5} - \frac{5h^4}{128a^7} + \dots$$

$$\dots + (-1)^{n+1} \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots (2n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots n \cdot 2^n} \cdot \frac{h^n}{a^{2n-1}} + \dots$$

Znano je tudi, da lahko v primeru, ko je $|h| < a^2$, pridemo do zelo natančnih približkov kar s seštevkom zadostnega števila začetnih členov v tej vsoti. Toda - ne smemo pozabiti, da je vse to znano **danes**, oziroma kvečjemu šele nekaj stoletij. Prav nobenega podatka pa ni o tem, da bi bil tak razvoj poznan tudi Babiloncem pred več kakor tremi tisočletji. Zato se zdi nekoliko dvomljivo, da bi Babilonci po tej poti prišli do svojega natančnega približka za $\sqrt{2}$.

Otto Neugebauer, ki velja za enega najboljših poznavalcev matematike Babiloncev, ponuja še drugačno razlago za nastanek tega približka. Poglejmo: Recimo, da so vzeli Babilonci

$$x_0 = 1; 30 = 1\frac{1}{2}$$

za začetni približek za $\sqrt{2}$. Ni jim bilo težko ugotoviti (s kvadriranjem), da je ta približek prevelik, medtem ko je število $1; 20 = 1\frac{1}{3}$, ki ga dobimo pri deljenju števila 2 z $1; 30$, premajhno kot približek za $\sqrt{2}$. Prava vrednost $\sqrt{2}$ leži torej med obema številoma. Najenostavneje jo je poiskati kar z njuno aritmetično sredino. Tako bi, recimo, Babilonci dobili nov približek

$$x_1 = 1; 25 = 1\frac{5}{12}.$$

Bralec bo najbrž opazil, da smo ga v tem spisu že omenili. V primeru, da se babilonskim matematikom ta približek ni zdel dovolj natančen, so lahko poiskali boljšega kar z nadaljevanjem že začetega postopka. Ker je $1; 25$ prevelik približek za $\sqrt{2}$, približek $1; 24, 42, 21$, ki je spet rezultat deljenja števila 2 z $1; 25$, pa premajhen, so vzeli za nov približek znova kar aritmetično sredino obeh števil. Tako so dobili

$$x_2 = 1; 24, 51, 10,$$

torej znameniti približek s ploščice YBC 7289.

Velika večina zgodovinarjev matematike se danes s to, sicer le hipotetično Neugebauerjevo razlago povsem strinja. Neugebauer sam o njej pravi: "Prav nobenega dokaza ni, da Babilonci ne bi računali približka po tej poti."

Z opisanim postopkom bi babilonski matematiki lahko še nadaljevali in na tak način prihajali do venomer natančnejših približkov za $\sqrt{2}$. Vendar pa jim je izračunani približek za njihove namene najbrž že povsem zadoščal.

Metoda, ki smo jo pravkar opisali, je v uporabi še danes. Velja za izredno preprosto, a obenem prav toliko učinkovito iterativno metodo za računanje racionalnih približkov števila $\sqrt{a}$ ($a \in \mathbb{R}^+$). V kratkem jo lahko takole opišemo:

Naj bo $x_0 > 0$ poljubno izbran začetni racionalni približek za $\sqrt{a}$ in

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right) \quad n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

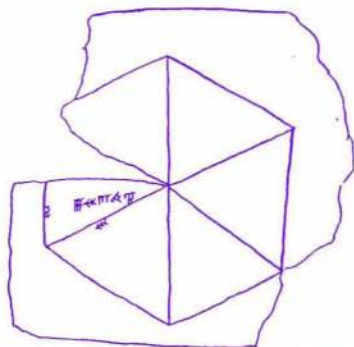
Zaporedje približkov $x_0, x_1, x_2, \dots$ se potem steka k številu $\sqrt{a}$.

Naloge

- 1) Zapiši racionalni približek na ploščici YBC 7289 v obliki ulomka.
- 2) Za računanje približka za $\sqrt{2}$ po formuli $\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}$ vzemi $a = \frac{3}{2}$.
Zatem poišči najprej ustrezno vrednost za h , nato pa še približek.
- 3) Za računanje približka za $\sqrt{2}$ po formuli $\sqrt{a^2 + h} \approx a + \frac{h}{2a}$ vzemi $a = \frac{17}{12}$ in $h = -\frac{1}{144}$. Pokaži, da se tako izračunani približek v šestdesetiškem sistemu ujema na prvih dveh "decimalnih mestih" s približkom na ploščici YBC 7289.
- 4) Za računanje približka $\sqrt{2}$ s pomočjo razvoja izraza $\sqrt{a^2 + h}$ vzemi $a = \frac{4}{3}$ in $h = \frac{2}{9}$. Izračunaj štiri zaporedne približke v šestdesetiškem sistemu, če jemlješ zapored po dva, tri, štiri oziroma pet začetnih členov te vrste.
- 5) Za računanje približka za $\sqrt{2}$ uporabi iterativno metodo. Izračunaj četrti približek x_3 , če vzameš za začetni približek $x_0 = \frac{3}{2}$. Primerjaj njegovo natančnost glede na pravo vrednost $\sqrt{2}$. Zapiši približek x_3 tudi v šestdesetiškem sistemu in ga primerjaj s približkom na ploščici YBC 7289.

TEKMOVANJA

6) Na neki glineni ploščici, nastali v obdobju Babiloncev, je prikazan pravilni šestkotnik s stranico dolžine $0;30$ in s ploščino $0;6,33,45$ enega izmed enakokraničnih trikotnikov. Poišči s pomočjo teh dveh podatkov približek za $\sqrt{3}$, ki so ga v tem primeru uporabili babilonski matematiki.



Dodatno branje:

- (1) Devide V., Matematika skozi kulture in epohe, Ljubljana, DMFA SRS, 1984
- (2) Hogben L., Matematika v nastajanju, Ljubljana, Mladinska knjiga, 1976
- (3) Legiša P., Matematika 2, prvi zvezek, Ljubljana, DZS, 1985
- (4) Struik D.J., Kratka zgodovina matematike, Ljubljana, DMFA SRS, 1977.

Vilko Domajnko

37. MATEMATIČNO TEKMOVANJE SREDNJEŠOLCEV SLOVENIJE

Pri Komisiji za popularizacijo matematike v srednji šoli smo izbrali 164 učencev, ki so se 22. maja zbrali v Kopru. Koprška podružnica DMFA Slovenije je poskrbela za prijetno bivanje ob slovenski obali. Učence je sicer najprej čakal spopad z nalogami v prostorih Gimnazije Koper, nato pa so se zapeljali z ladjo in sprehodili ob morju.

Državna tekmovalna komisija je po pregledu izdelkov najboljšim podelila priznanja. Dobili so jih:

PRVI LETNIK:

3. nagrada: Andrej Zorko, Gimnazija in ekonomska srednja šola Brežice, Sanja Fidler, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

Pohvala: Sašo Živanovič, STŠ – Gimnazija Lava, Celje; Matjaž Košak, Gimnazija Novo mesto; Miha Vuk, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Igor Klep in Jernej Tonejc, SŠC Ptuj; Blaž Vehar, Gimnazija Šentvid, Ljubljana; Polona Grešak, Gimnazija Trbovlje; Klemen Ivanec in Saša Mlakar, Gimnazija Kočevje.

DRUGI LETNIK:

3. nagrada: Blaž Mavčič, Gimnazija Kranj, Marko Žnidarič, II. gimnazija Maribor

Pohvala: Andrej Studen in Manc Cirk, Gimnazija Kranj; Dejan Velušček, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Jernej Barbič, Gimnazija Tolmin; Nataša Hočevnar, Gimnazija Velenje;

Sašo Pukšič, STŠ – Gimnazija Lava, Celje; Mitja Pirc, Gimnazija in ekonomska srednja šola Brežice; Anže Slosar in Matej Bažec, Gimnazija Koper.

TRETJI LETNIK:

2. nagrada: Iztok Kavkler, STŠ – Gimnazija Lava, Celje; Srečko Maksimovič, Gimnazija Poljane, Ljubljana

3. nagrada: Gregor Vidmar, SŠ J. Jurčič, Ivančna Gorica; Primož Moravec, Gimnazija Novo mesto; Gvido Cigale, Gimnazija Jurija Vege, Idrija; Petra Ipavec, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana

Pohvala: Domen Prašnikar, Marko Oreškovič, Jernej Kovačič, Andrej Kovačič in Kruno Abramovič, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Andrej Erhartič in Damijan Markovič, II. gimnazija Maribor; Arpad Bürmen, Gimnazija Murska Sobota; Helena Šmigoc in Sonja Ratej, STŠ – Gimnazija Lava, Celje; Jože Pižem, SŠ Josipa Jurčiča, Ivančna Gorica; Damijan Dolinar, SENŠ RM Kamnik; Samo Pirc, Gimnazija Kranj; Sabina Mihelj, Gimnazija Koper; Mitja Markovič, SKSMŠ Maribor, Dejan Paravan, Srednja šola Nova Gorica; Rok Kovačič, Gimnazija Kočevje; Džurica Poplašen, Gimnazija Novo mesto.

ČETRTI LETNIK:

1. nagrada: Andrej Srakar, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana; Mitja Mastnak, STŠ – Gimnazija Lava, Celje; Bojan Gornik, Gimnazija Novo mesto; Marko Krajnc, II. gimnazija Maribor.

3. nagrada: Damjan Škulj, Gimnazija in ekonomska srednja šola Brežice; Samo Pliberšek, II. gimnazija Maribor

Pohvala: Suzana Veren, Miha Peternel in Miha Nastran, Gimnazija Kranj; Tomaž Urbič in Aleš Hajnšek, Gimnazija Novo mesto; Marko Murovec, Srednja šola Nova Gorica.

V ekipo, ki je zastopala Slovenijo na *Mednarodni matematični olimpiadi* v Istanbulu, so se uvrstili Bojan GORNIK, Petra IPAVEC, Iztok KAVKLER, Marko KRAJNC, Mitja MASTNAK in Andrej SRAKAR.

Darjo Felda

USPEH NAŠIH OLIMPIJCEV V WILLIAMSBURGU IN ISTANBULU

Ob podpori Ministrstev za znanost in tehnologijo ter za šolstvo in šport sta se letos lahko udeležili fizikalne olimpiade v Williamsburgu v ZDA in matematične v Istanbulu v Turčiji tudi petčlanski slovenski reprezentanci. Na tekmovanju sta obe ekipi dosegli lep uspeh. Vsaka se je vrnila s po dvema bronastima kolajnama in s po eno pohvalo.

Podrobnejše poročilo bodo pripravili udeleženci obeh olimpiad za eno kasnejših števil.

Čestitamo!

TEKMOVANJA

DRŽAVNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE 1992/93

Oddelek za fiziko Pedagoške fakultete v Mariboru in Društvo matematikov, fizikov in astronomov sta bila organizatorja 13. tekmovanja iz fizike za osnovnošolce. V predavalnicah in laboratorijih Pedagoške fakultete v Mariboru se je 8. maja 1993 v znanju fizike pomerilo 68 dvočlanskih ekip.

Pred državnim tekmovanjem so bila 3. aprila 1993 področna tekmovanja. Sodelovalo je 287 ekip iz 7. razredov in 330 ekip iz 8. razredov, skupaj 1234 učencev. Tekmovalci so reševali pet teoretičnih nalog.

Na državnem tekmovanju so reševali tri teoretične in dve eksperimentalni nalogi. Naloge sta pripravila Mirko Cvahte in Zlatko Bradač, pri organizaciji je pomagala Jelislava Sakelšek.

Rezultati državnega tekmovanja

7. razred

1. mesto: Martin KNAPIČ, Rok UŠENIČNIK, OŠ Preska, Medvode

2. mesto: Uroš COTELJ, Marko GROHAR, OŠ Bistrica pri Trzinu

3. mesto: Blanka MLAKAR, Marko ŽUGMAN, OŠ Lenart

Pohvale: Gorazd BASTAŠIČ, David ZABUKOVNIK, OŠ Polzela, Primož BERLIČ, Robert MOHORIČ, OŠ Borisa Zihlerla, Ljubljana, Milan TOMAZIN, Gregi REMIC, OŠ Dr. Franceta Prešerna, Ribnica, Matija MAZI, Andrej TROJER, OŠ Preserje, Tomaž BUH, Blaž DEMŠAR, OŠ Ivana Tavčarja, Gorenja vas, Aleksander HRVATIN, Aleksander BAKIČ, OŠ Lucija, Blaž MRAMOR, Rok GRČAR, OŠ Trnovo, Ljubljana, Andraž BRZIN, Klemen ROJNIK, OŠ Kolezija, Ljubljana;

8. razred

1. mesto: Samo DEKLEVA, Matej MARINČ, OŠ Ledina, Ljubljana,

2. mesto: Boštjan GLAŽAR, Barbara JERONČIČ, OŠ Miroslava Vilharja, Postojna,

3. mesto: Marko ANGELSKI, Mitja ŠLENC, OŠ Božidarja Jakca, Ljubljana, Mitja LUŠTREK, Boštjan POGLAJEN, OŠ Komenda - Moste, Ljubljana, Enej KUŠČER, Boris DIVJAK, OŠ Ketteja in Murna, Ljubljana,

Pohvale: Matic FORTUNA, Marko GRABERSKI, OŠ Center, Novo mesto, Uroš KRŽIČ, Matija ŽERDIN, OŠ Livada, Velenje, Andrej MUŽINA, Janina STIBILJ, OŠ Dobravljje, Saša FRATINA, Ivana STANKOVIČ, OŠ Nove Fužine, Andrej IVANOVIČ, Črt SEUŠEK, OŠ Dušana Bordona, Koper, Grega TOVŠAK, Katarina KRALJ, OŠ Mislinja, Aleš ŠOLAR, Jože RIHTARŠIČ, OŠ Železniki, Izток PRISLAN, Mitja MAJERLE, OŠ Petra Šprajca - Jura.

Ob tej priložnosti še enkrat čestitamo tekmovalcem za dosežene rezultate.

Mirko Cvahte, Zlatko Bradač

14. MEDNARODNO MATEMATIČNO TEKMOVANJE MEST POMLADANSKI KROG - Rešitve nalog iz XX/P-6, str. 342

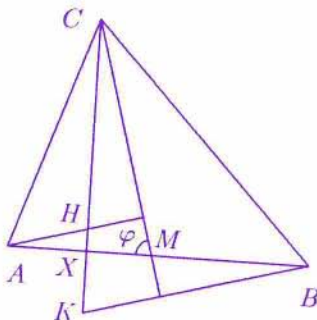
Rešitve nalog prvega dela tekmovanja:

Prva skupina

1. Ker je $AH \parallel KB$, sta trikotnika $\triangle HXA$ in $\triangle KXB$ podobna. Torej

$$\frac{HX}{XA} = \frac{KX}{XB} = \frac{HX + XK}{AX + XB} = \frac{HK}{AB}.$$

Ker je $AH \perp CM$ in $AM \perp CX$, je $\angle AHX = \angle AMC = \varphi$. Ker je $\operatorname{ctg} \varphi = \frac{HX}{AX}$, je $HK = AB \cdot \operatorname{ctg} \varphi$. Iskana dolžina je torej $c \cdot \operatorname{ctg} \varphi$.



2. Da je odgovor "ne", pokaže naslednji premislek: Naj prebivata v hiši A dve mački (vsaka v svojem stanovanju) in trije psi (vsi v drugem stanovanju). Naj prebivajo v hiši B tri mačke (vse v prvem stanovanju) in dva psa (vsak v svojem stanovanju). Izračunamo deleže mačk v posameznih stanovanjih in vidimo, da je $\frac{1}{1+0} > \frac{3}{3+1}$ in $\frac{1}{1+3} > \frac{0}{0+1}$. Toda $\frac{2}{2+3} < \frac{3}{3+2}$.
3. Z $d(m, n)$ označimo največji skupni deljitelj števil m in n . Naj bo $d = d(a, b)$, $a = dx$ in $b = dy$. Potem sta števili x in y tuji. Iz $ab = ac - bc$ sledi $dxy = cx - cy$. Torej x deli cy in, ker je $d(x, y) = 1$, x deli c . Podobno vidimo, da tudi y deli c in zato tudi $xy|c$. Označimo $c = kxy$. Torej $d = k(x - y)$. Seveda sta števili d in c tuji, saj bi v nasprotnem največji skupni deljitelj števil a , b in c ne bil 1. Iz $c = kxy$ in $d = k(x - y)$ pa vidimo, da je $k = 1$. Enakost $a - b = d(x - y) = k(x - y)^2$ pokaže, da je $a - b$ res popolni kvadrat.
4. Oglišča kocke lahko tako pobarvamo z dvema barvama, da sta krajišči vsakega roba kocke pobarvani različno. Ker lahko mravlja spreminja smer le v ogliščih, mora zaporedoma obiskovati oglišča različnih barv. Torej se skupno število obiskanih oglišč ene barve razlikuje od skupnega

števíla obiskanih oglišč druge barve kvečjemu za 1. Torej ni možno, da bi mravlja bila v enem od oglišč že 25 krat, v vsakem od preostalih sedmih oglišč pa natanko 20 krat.

Druga skupina

1. Recimo, da smo dobili število 2^n , ko smo zbrisali prvo števkó v desetiškem zapisu števila 2^m . Naj bo 2^m $(k+1)$ -mestno število s prvo števkó p . Potem je $2^n(2^{m-n} - 1) = 10^k p$. Torej je $2^{m-n} - 1$ deljivo s 5. Pogledamo vse možne ostanke pri deljenju s 5 potence števila 2 in vidimo, da 4 deli $(m-n)$. Torej $m-n = 4t$ in nadalje

$$10^k p = 2^n(2^{2t} + 1)(2^t + 1)(2^t - 1).$$

Ker se lihi števili $2^t - 1$ in $2^t + 1$ razlikujeta za 2, sta tuji. Zato sta tuji tudi števili $2^{2t} - 1$ in $2^{2t} + 1$. Torej so števila $2^t - 1$, $2^t + 1$ in $2^{2t} + 1$ paroma tuja. Če je $t > 1$, ima vsako od teh števíl vsaj en lih praštevílski deljitelj. To pa ni mogoče, saj ima število $10^k p$ kvečjemu dva liha praštevílska deljitelja. Torej $t = 1$ in $10^k p = 2^n \cdot 3 \cdot 5$. Sledi $k = 1$ in $n \leq 2$. Če je $n = 1$, je $p = 3$; pri $n = 2$ pa imamo $p = 6$. Torej sta 32 in 64 edini rešitvi.

2. Označimo $\overline{CM} = x$, $\overline{CN} = y$ in $\overline{BM} = z = \overline{DN}$. Trikotnika ADM in CBM sta podobna. Torej je $\overline{AD} = \lambda u$ za $\lambda \in (0, 1)$. Tudi trikotnika ABN in CDN sta si podobna in je zato $\overline{AB} = \mu v$ za neki $\mu \in (0, 1)$. Zaradi podobnosti $\triangle ADM \sim \triangle CBM$ lahko zapišemo naslednje zveze:

$$\frac{x - v}{z} = \frac{z - \mu v}{x} = \lambda.$$

Sledi $x - \lambda z = v = \frac{z - \lambda x}{\mu}$ oziroma $(\lambda + \mu)x = (1 + \lambda\mu)z$. Zaradi podobnosti $\triangle ABN \sim \triangle CDN$ pa lahko zapišemo naslednje zveze:

$$\frac{y - u}{z} = \frac{z - \lambda u}{y} = \mu.$$

Sledi $y - \mu z = u = \frac{z - \mu x}{\lambda}$ oziroma $(\lambda + \mu)y = (1 + \lambda\mu)z$. Od tod lahko zaradi $\lambda + \mu > 0$ sklepamo, da je $x = y$ oziroma $\overline{CM} = \overline{CN}$.

3. Z $a_{i,j}$ označimo j -to število v i -ti vrsti. Izračunamo prvih nekaj vrst in domnevamo, da je

$$a_{i,j} = \frac{(i-1)!(j-1)!}{(i-1+j)!} = \frac{1}{(i+j-1)\binom{i+j-1}{i-1}}.$$

Dokažimo formulo z indukcijo. Za števila v prvi vrsti imamo

$$a_{1,j} = \frac{0!(j-1)!}{j!} = \frac{1}{j}.$$

Recimo, da je formula točna za števila v i -ti vrstici, in izračunajmo števila v naslednji vrstici.

$$\begin{aligned} a_{i,j} - a_{i,j+1} &= \frac{(i-1)!(j-1)!}{(i-1+j)!} - \frac{(i-1)!j!}{(i+j)!} \\ &= \frac{(i-1)!(j-1)!(i+j) - (i-1)!j!}{(i+j)!} \\ &= \frac{i!(j-1)!}{(i+j)!} = a_{i+1,j}. \end{aligned}$$

S tem je dokazana pravilnost formule za $a_{i,j}$. Iskano število je torej

$$a_{1993,1} = \frac{1992!0!}{1993!} = \frac{1}{1993}.$$

4. Pri kakršnemkoli začetnem stanju (a, b, c) lahko odvzamemo kamne na največ en način. Če smo dobili stanje (a, b, c) z dodajanjem kamnov stanju (d, e, f) , lahko odvzamemo kamne z (a, b, c) na natanko en način in dobimo nazaj stanje (d, e, f) . Če torej hočemo popolnoma sprazniti en kup, ni smiselno dodajati kamnov.

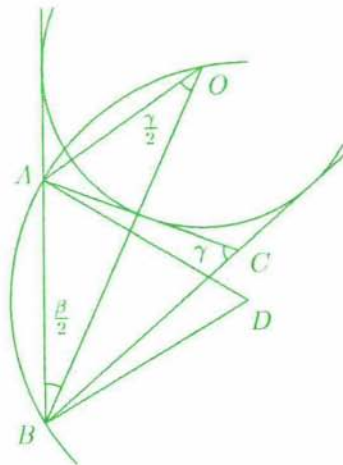
Iz začetnega stanja $(1993, 199, 19)$ pridemo po nekaj korakov do stanja $(31, 199, 19)$ in nadalje do $(31, 49, 19)$. Pri tem stanju pa ni več možno odvezati kamnov.

Zaradi posebne oblike začetnega stanja pa lahko nalogo rešimo hitreje, če opazimo, da se pri vsaki potezi spremeni število kamnov na natanko enem kupu za sodo mnogo kamnov in je zato na vseh treh kupih venomer liho mnogo kamnov.

Rešitve nekaterih nalog drugega dela tekmovanja:

Prva skupina

1. Krog, ki se dotika stranice AC in nosilk stranic AB in BC , je pričrtan krog in zato leži njegovo središče na simetrali kota $\angle ABC$. Torej $\angle ABO = \frac{\beta}{2}$. Ker pa leži njegovo središče tudi na simetrali zunanjšega kota pri A , je $\angle OAC = \frac{\pi - \alpha}{2}$. Sledi $\angle AOB = \pi - (\frac{\pi - \alpha}{2} + \alpha + \frac{\beta}{2}) = \frac{\gamma}{2}$. Kot $\angle ADB$ je središčni kot nad lokom AB , katerega obodni kot meri $\frac{\gamma}{2}$ – torej $\angle ADB = \gamma$. Ker je tudi $\angle ACB = \gamma$, ležijo vse točke A, B, C in D na isti krožnici.

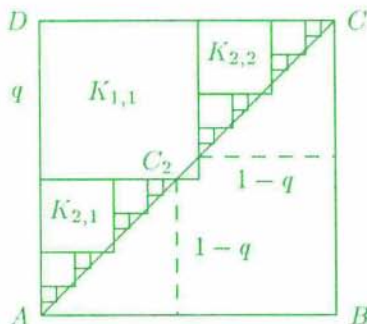


2. Predpostavimo najprej, da obstaja dijak, ki nima nobenega prijatelja v razredu. Potem ima lahko vsak dijak največ 24 prijateljev. Ker ima vsak dijak (razen Petra) različno število prijateljev, je število prijateljev vsakega od teh 25 dijakov lahko le 0 ali 1 ali ... ali 24. Razdelimo teh 25 dijakov v dve skupini. Dijake, ki imajo vsaj 13 prijateljev, če med njimi ne štejemo Petra, damo v skupino A , ostale pa v skupino B . Skupno število prijateljev, ki jih imajo dijaki skupine A , je $0 + 1 + \dots + 12 = 78$, kjer smo skupne prijatelje šteli večkrat. Skupno število prijateljev, ki jih imajo dijaki skupine B , pa je $13 + 14 + \dots + 24 = 222$. Maksimalno število prijateljev, ki jih lahko imajo dijaki skupine A znotraj skupine A , je $12 \cdot 11 = 132$. Ker je $132 + 78 = 222 - 12$, mora biti vsak dijak skupine A Petrov prijatelj. Ker pa morajo vsi prijatelji dijakov skupine B pripadati skupini A , nima Peter nobenega prijatelja v skupini B . Torej ima Peter natanko 12 prijateljev.

V drugem primeru pa predpostavimo, da ne obstaja dijak, ki nima nobenega prijatelja v razredu. Potem ima 25 dijakov (vsi razen Petra) 1, 2, ... 25 prijateljev zaporedoma. Če razdelimo teh 25 dijakov v skupini A in B kot prej, nam podobni premisleki kot zgoraj dajo izračune: $1 + 2 + \dots + 12 = 78$, $13 + 14 + \dots + 25 = 247$, $13 \cdot 12 = 156$ in $156 + 78 = 247 - 13$. Torej mora imeti Peter natanko 13 prijateljev in vseh teh 13 dijakov pripada skupini A .

Druga skupina

1. Naj ima kvadrat $K_{1,1}$ stranico $q \in (\frac{1}{2}, 1)$. Točki, kjer diagonala AC seka $K_{1,1}$, označimo s C_2 , in A_2 . Potem imata manjša kvadrata stranici $1 - q$. V ta dva kvadrata vrišemo kvadrata $K_{2,1}$ in $K_{2,2}$, katerih stranici sta $q(1 - q)$. Postopek nadaljujemo in v vsakem nadaljnjem koraku konstruiramo dvakrat več kvadratov. Obseg kvadrata $K_{1,1}$ je $4q$. Obseg kvadratov $K_{2,1}$ in $K_{2,2}$ skupaj je $2 \cdot 4q(1 - q)$. Vsota obsegov kvadratov $K_{3,1}, \dots, K_{3,4}$ je $4 \cdot 4q(1 - q)^2$. Če postopek nadaljujemo v nedogled, je skupna vsota obsegov kvadratov enaka



$$4q \sum_{k=0}^{\infty} (2(1-q))^k = \frac{4q}{1-2(1-q)} = \frac{4q}{2q-1}.$$

Ker je lahko izraz $\frac{4q}{2q-1}$ za primerno izbran q blizu $\frac{1}{2}$ poljubno velik, lahko dosežemo, da bo že vsota obsegov končno mnogo včrtanih kvadratov večja od vsakega vneprej predpisanega števila. Z računalnikom lahko preverimo, da je pri $q = \frac{1}{2} + 10^{-6}$ vsota obsegov kvadratov večja od 1993 že po $2^{1000} \sim 10^{300}$ včrtanih kvadratih.

2. Trditev dokažimo s protislovjem – torej predpostavimo, da smo konstruirali neskončno zaporedje $\{a_k\}$. Protislovnost predpostavke o neskončnosti zaporedja $\{a_k\}$ bo v tem, da bomo lahko pokazali, da je moč neki dovolj pozen člen zapisati kot $k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n$, kjer je $n \in \mathbb{N}$ in so $k_1, k_2, \dots, k_n$ nenegativna cela števila.
Za vsako naravno število $k \geq 2$ označimo z b_k največji skupni delitelj števil $\{a_1, \dots, a_k\}$. Potem je zaporedje $\{b_k\}_2^{\infty}$ (ne nujno strogo) padajoče zaporedje naravnih števil. Limito tega zaporedja označimo z b (število b imenujemo največji skupni delitelj zaporedja $\{a_k\}$).
Predpostavimo najprej, da je $b = 1$. Naj bo torej n najmanjši indeks, pri katerem je $b_n = 1$.

Dokažimo nadalje, da obstaja tak $N_0 \in \mathbb{N}$, da je moč vsa števila

$$\{N_0 + 1, N_0 + 2, \dots, N_0 + a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n\}$$

izraziti v obliki $k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n$, kjer so $k_1, k_2, \dots, k_n$ nenegativna cela števila.

Ker je $b = 1$ največji skupni delitelj števil $a_1, \dots, a_n$, za vsak $N \in \{1, 2, \dots, a_1 a_2 \dots a_n\}$ obstajajo cela števila $k_{N,1}, k_{N,2}, \dots, k_{N,n}$, da je $N = k_{N,1} a_1 + k_{N,2} a_2 + \dots + k_{N,n} a_n$. Če potem označimo

$$N_0 = \sum_{i=1}^{a_1 \dots a_n} \sum_{j=1}^n |k_{i,j}| a_j,$$

bomo lahko vsa števila oblike $N + N_0$ zapisali kot

$$N + N_0 = k'_1 a_1 + k'_2 a_2 + \dots + k'_n a_n,$$

kjer so koeficienti k'_j ,

$$k'_j = k_{N,j} + \sum_{i=1}^{a_1 \dots a_n} |k_{i,j}|$$

nenegativna cela števila.

Vzemimo nazadnje poljubno število M , večje od $N_0 + a_1 a_2 \dots a_n$. Potem obstaja nek $k' \in \mathbb{N}$, da je $N_0 \leq M - k' \cdot a_1 \leq N_0 + a_1 a_2 \dots a_n$. Torej lahko zapišemo $M - k' \cdot a_1 = k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n$, kjer so $k_1, k_2, \dots, k_n$ nenegativna cela števila in je potem $M = (k' + k_1) a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n$ željena izražava števila M . Dokazali smo torej, da je moč vsako število $M \geq N_0$ zapisati v željeni obliki.

Prišli smo do protislovja, saj potem zaradi neskončnosti zaporedja $\{a_k\}$ obstaja neki $a_k \geq N_0$, ki ga lahko izrazimo kot $a_k = k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n$, kjer so $k_1, k_2, \dots, k_n$ nenegativna cela števila.

V primeru $b > 1$ pa obravnavamo zaporedje $\{\frac{a_k}{b}\}$, katerega največji skupni delitelj je 1. Po pravkar dokazanem lahko zapišemo neki dovolj pozen člen tega zaporedja kot $\frac{a_k}{b} = k_1 \frac{a_1}{b} + k_2 \frac{a_2}{b} + \dots + k_n \frac{a_n}{b}$ oziroma $a_k = k_1 a_1 + k_2 a_2 + \dots + k_n a_n$ in pridemo do protislovja tudi v tem primeru.

Matjaž Željko

31. TEKMOVANJE IZ SREDNJEŠOLSKE FIZIKE

Tekmovanje je izvedla Komisija za popularizacijo fizike v srednji šoli, ki deluje v okviru Društva matematikov, fizikov in astronomov Republike Slovenije. Za tekmovanje se je v letošnjem šolskem letu prijavilo okrog 1400 učencev iz 41 srednjih šol. Predtekmovanje je potekalo meseca aprila. Izvedle so ga tiste šole, kjer je bilo prijavljenih učencev več kot šoli po pravilih državnega tekmovanja pripada.

Državno (republiško) tekmovanje je bilo 8. maja. Organizator je bila Gimnazija Ravne na Koroškem. Tekmovanja se je udeležilo 174 tekmovalcev iz 38 srednjih šol. Tekmovali so v štirih skupinah; v skupini A 58, v skupini B 56, v skupini C 28 in v skupini D 32 tekmovalcev. Le-te je spremljalo okrog 50 mentorjev.

Medtem ko so dijaki reševali naloge, so se mentorji pogovarjali o ustreznosti izbire tekmovalcev za državno tekmovanje. Z vsake šole se ga namreč lahko udeleži relativno malo dijakov, če želimo, da lahko vsaka šola prijavijo v vsako skupino vsaj enega tekmovalca. Zainteresiranih šol pa je vsako leto več, saj se v srednjih šolah program fizike spreminja tako, da program tekmovanja ustreza večini programov v srednjih šolah. Zato je Komisija za popularizacijo fizike v srednji šoli predlagala, da se pred državnim tekmovanjem vpelje še en krog tekmovanja, ki bi ga izvedli po regijah. Na državno tekmovanje bi se tako uvrstilo omejeno število najuspešnejših tekmovalcev z regijskega tekmovanja. Omenjena komisija bo pripravila predlog skupaj z ustreznimi komisijami za matematiko. Učitelji se bodo o ustreznosti predloga lahko izrekli na posebej sklicanem sestanku ali pa na občnem zboru DMFA Slovenije v jeseni.

Organizatorji tekmovanja so pripravili in mentorjem uspešno prikazali fizikalne poskuse, spremljane s pomočjo računalniškega vmesnika in računalnika.

Po končanem reševanju nalog in po kosilu so organizatorji pripravili ogled Koroške z avtobusi, pod strokovnim vodstvom učiteljev zgodovine in geografije z Gimnazije Ravne na Koroškem. Medtem je komisija ocenjevala naloge.

Ob koncu tekmovanja je komisija podelila nagrade in pohvale. Podeljenih je bilo 5 prvih nagrad, 6 drugih nagrad, 11 tretjih nagrad in 22 pohval. Komisija se je odločila, da za izbiro olimpijske ekipe pripravi še eno izbirno tekmovanje, ki naj bi se ga udeležili nagrajeni in pohvaljeni iz skupine D in še kakšen tekmovalec iz skupine C, če bo po rezultatu izstopal. Tako se je na

izbirno tekmovanje, ki je bilo 28. maja na Fakulteti za fiziko, uvrstilo osem tekmovalcev iz skupine D ter dva najuspešnejša iz skupine C.

Komisija se zahvaljuje članom odbora, ki so vzorno organizirali tekmovanje, še posebej pa se zahvaljujemo vodstvu šole in aktivu fizikov Gimnazije Ravne na Koroškem.

Podeljene nagrade in pohvale:

Skupina A

I. nagrada: ANITA PRAPOTNIK, II. Gimnazija Maribor; KLEMEN ŽAGAR, Gimnazija Šentvid Ljubljana.

II. nagrada: ANDREJ ZORKO, Gimnazija in ekonomska srednja šola Brežice; GREGOR ALUJEVIČ, Gimnazija Šentvid Ljubljana.

III. nagrada: MIHA VUK, Gimnazija Bežigrad Ljubljana; UROŠ MALI, STZŠ Novo mesto; RAJKO MIKLAVC, Srednja kovinarska strojna in metalurška šola Maribor; MITJA MARKOVIČ, Srednja kovinarska strojna in metalurška šola Maribor; ROMAN KOPAC, Srednja šola Rudolfa Maistra Kamnik.

Pohvale: PETER KALAN, SESŠ Kranj; EGON PAVLICA, Srednja šola Nova Gorica; ANŽE SLOSAR, Gimnazija Koper; MATJAŽ ČELAN, Gimnazija Šentvid; BOJAN PAVŠIČ, II. gimnazija Maribor; KLEMEN IVANEC, Gimnazija Kočevje; BORUT BATAGELJ, TŠC Nova Gorica; SLAVKO MAJCEN, Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer.

Skupina B

II. nagrada: VILI MALNARIČ, STZŠ Novo mesto.

III. nagrada: BLAŽ MAVČIČ, Gimnazija Kranj; MATEJ BAŽEC, Gimnazija Koper; GREGOR VIDMAR, Srednja šola Josipa Jurčiča Ivančna Gorica.

Pohvale: MARJAN ŠTERK, Gimnazija Novo mesto; FRANJO BANDELJ, Srednja šola Vena Pilona Ajdovščina; ANDREJ KOSTANJEVEC, STZŠ Novo mesto; RIHARD HUDEJ, Srednja šola Vena Pilona Ajdovščina; SONJA RATEJ, Srednja tehniška šola Celje; ANDREJ BARTOLIČ, Srednja šola Nova Gorica; DEJAN VELUŠČEK, Gimnazija Bežigrad Ljubljana.

Skupina C

I. nagrada: JANKO KOLAR, SC Ptuj Gimnazija Ptuj.

II. nagrada: MATJAŽ VENCELJ, Gimnazija Bežigrad Ljubljana; SEBASTJAN ZORZUT, TŠC Nova Gorica.

III. nagrada: DEJAN TOMAŽEVIČ, STZŠ Novo mesto.

Pohvale: ROBERT PLEH, SC Ptuj Gimnazija Ptuj; URBAN MRAK, Gimnazija Škofja Loka; UROŠ LAVRENČIČ, Gimnazija Bežigrad Ljubljana; MARKO JANKOVEC, Srednja elektrotehniška šola Ljubljana.

Skupina D

I. nagrada: JURE ZUPAN, Gimnazija Bežigrad Ljubljana; BOJAN GORNIK, Gimnazija Novo mesto.

II. nagrada: ROK LESKOVEC, Srednja elektrotehniška šola Ljubljana.

III. nagrada: GREGOR VEBLE, II. gimnazija Maribor; MITJA MASTNAK, Srednja tehniška šola Celje.

Pohvale: MIHA NASTRAN, Gimnazija Kranj; DANIEL SVENŠEK, II. gimnazija Maribor; DAMJAN ŠKULJ, Gimnazija in ekonomska srednja šola Brežice.

Po dodatnem izbirnem tekmovanju so se na letošnjo olimpiado iz fizike, ki je bila v ZDA v začetku julija, uvrstili:

Jure ZUPAN, Gimnazija Bežigrad Ljubljana; Bojan GORNIK, Gimnazija Novo mesto; Gregor VEBLE, II. gimnazija Maribor; Daniel SVENŠEK, II. gimnazija Maribor; Matjaž VENCELJ, Gimnazija Bežigrad Ljubljana.

Ciril Dominko

FIZIKA IN ČUSTVA ¹

Zakoni fizike niso odvisni od naših želja in čustev, vendar fizike pri iskanju zakonov in raziskovalnem delu nasploh spremljajo čustva na vsakem koraku. Da imamo fiziko radi, da se odločimo za njen študij, za delo v kateri od njenih vej, izberemo raziskovalno nalogo in delamo na njej, dokler nismo z doseženim zadovoljni, vse to ne izvira iz fizike same. Med čustvi sta radovednost in nagnjenje k raziskovanju narave na prvem mestu. Dodati jima je treba še splošne želje, da bi ugotovili nekaj, kar še ni znano, da bi nekaj dosegli in se uveljavili. Kdor tega nima, odneha že pri prvih težavah. Težav pa ni malo, najprej pri študiju in še več pozneje pri poklicnem delu. Pogosto raziskovalec misli, da je vprašanje že rešil, pa ugotovi, da ni tako. Zdaj se zdi, da delo dobro teče, potem pa se spet zaustavi in ne gre nikamor. Navdušenju sledi razočaranje in včasih se začne javljati celo malodušje. Ob uspehu pa je vse to pozabljeno, nastopita zadovoljstvo in veselje.

Leta iskanja v temi resnice, ki jo čutiš, a je ne moreš izraziti, močno željo in izmenjavanje samozvesti in zaskrbljenosti, preden ne prodreš do jasnosti in razumevanja, pozna samo tisti, ki jih je sam izkusil.

A.Einstein, The Origins of the General Theory of Relativity, 1933

Kaj se je torej zgodilo s hladnim, super-logičnim, nečustvenim, materialističnim iskalcem resnice? Psiholog Nick Humphrey zagotavlja: "Morda so nekateri znanstveniki hladni, preračunljivi, nečustveni, toda to niso dobri znanstveniki. Če pogledamo življenje katerega koli velikega znanstvenika od Charlesa Darwina do Einsteina, najdemo pesnika." Vrsto domišljije, brez katere ni velikega znanstvenika, potrebujejo tudi umetniki, pisci

¹ Po zapisu ob 31. tekmovanju srednješolcev Republike Slovenije v fiziki na Ravnah na Koroškem 8.maja 1993.

in drugi, ki predrejo površni videz. "Večino znanosti sestavljajo domneve o tem, kaj bi lahko obstajalo, dolgo preden jih podpremo," pravi Humphrey. Ta močni ustvarjalni gon spregledajo nasprotniki znanosti, ki vidijo znanstvenike v čisto redukcionistični, celo razdiralni luči. Toda za znanost je značilna tudi razumu nedostopna sestavina, ki ima pomembno vlogo pri oblikovanju in sprejemanju zakonov narave.

B.Couttie, *Forbidden knowledge*, 1988

Pesniki pravijo, da naravoslovje vodi proč od lepote zvezd, ki da so samo plinske krogle. Nič ni "samo". Tudi sam lahko vidim zvezde v gluhi noči in jih čutim. Toda, ali vidim manj ali več? Globina neba izziva mojo domišljijo, vezano na ta majhni vrtiljak, in moje majhno oko lahko ujame milijon let staro svetlobo. Velikanski vzorec, katerega del sem. Morda je snov izbruhala kaka pozabljena zvezda, kakor bruha ta na nebu. Ali jih vidim z večjim očesom daljnogleda na Mt.Palomarju, kako bežijo od nekakšnega izhodišča, v katerem so morda bile skupaj. Tajnosti ne škodi, če o njej nekaj malega vemo. Resnica je veliko čudovitejša, kakor si jo je lahko predstavljal umetnik v preteklosti. Zakaj današnji pesniki ne govorijo o njej? Kakšni so ti pesniki, če znajo govoriti o Jupitru kot o možu, a molčijo, ker je velikanska vrteča se krogla iz metana in amoniaka?

R.P.Feynman, R.B.Leighton, M.Sands, *The Feynman Lectures in Physics*, 1965

Zelo malo fizikov sicer odkrije nove osnovne zakone, vendar se velikemu številu izmed njih posreči manjša odkritja. Večina raziskovalcev pozna občutek, da ve nekaj, česar ne ve nihče drug. Večkrat se sicer pokaže, da so tudi že drugi prej imeli podobne misli. Vendar je občutek, da je vprašanje uspešno rešeno, da je odgovor pripravljen za objavo in potem objavljen, za raziskovalca nadvse prijeten. Tako prijeten je, da se kljub vsem razočaranjem in težavam nato loti novega vprašanja.

Raziskovanje lahko spremljajo še bolj neprijetni občutki, če raziskovalec ne uspe rešiti vprašanja kljub temu, da je vložil veliko truda, ali ga kdo drug prehiti. Primeri se tudi, da njegovega dela ne cenijo, tako da nima možnosti za raziskovalno delo.

Ni mogoče mimo slabih čustev, ki jih večkrat zbudi fizika v šoli. Menda se odloča o tem, ali bo kdo fiziko imel rad ali ne, predvsem v zadnjih razredih osnovne šole in v prvih razredih srednje šole. Zadeva je zapletena in povezana s šolskim sistemom in učitelji, tako da učenec ali dijak ne vidi svetlih strani fizike. Nekaj opravi tudi strah pred slabimi ocenami - treba je priznati, da fizika ni lahek predmet. Najbrž tudi nekateri učenci in dijaki fizike vnaprej ne marajo, ne glede na vse drugo. Škoda je za tiste, ki se v tej starosti popolnoma odvrnejo od fizike, saj si s tem v veliki meri zaprejo možnost, da bi študirali fiziko, druge znanosti o naravi in tehniko.

Mladi, ki tekmujejo iz fizike, so na dobri poti in naj na njej vztrajajo. Še posebej se zavedajo čustev od treme preko skrbi ob reševanju nalog do veselja

ob morebitnem uspehu. Vedo tudi, da jih slabši uspeh, kot so ga pričakovali, ne sme potreti. Mimogrede jih kaže opozoriti, da je reševanje nalog samo majhen del fizike.

Vse to prepriča, da fizika nikakor ni nečustveno početje, čeprav njeni zakoni ne smejo biti odvisni od čustev. Čustva niso samo neizogni spremljevalci fizike in naravoslovja, kakor smo jih opisali. Imajo še drugo bolj samostojno vlogo, ki se je v zadnjem času vse bolj zavedamo. Čeprav smo ljudje že veliko dognali, marsičesa še ne vemo. Od fizike in od drugih znanosti o naravi ne smemo pričakovati preveč. Zdaj še ne moremo napovedati, za koliko stopinj na leto se bo segrela Zemlja, kako se bo razširila ozonska luknja... Čeprav odgovore na taka vprašanja pričakujemo v okviru znanih zakonov narave, so zadeve tako zapletene, da jim za zdaj še ne moremo priti do dna. Vendar zato ne kaže odlašati z ukrepi. Lahko se namreč dogodi, da bo prepozno za ukrepanje, če bomo čakali na zanesljive ugotovitve. Tu je smiselno vključiti čustva. Ukrepati je treba čim prej, ne na osnovi podrobnih napovedi, ampak na osnovi čustev. Saj ne želimo poznejšim rodovom, da bi zašli v hude težave. Potreba po ukrepih ne izvira naravnost iz znanosti, ampak bolj iz previdnosti in iz skrbi za prihodnost človeštva. Nikakor ne sme nastati vtis, da okolju prijazna čustva nasprotujejo fiziki in drugim znanostim o naravi.

Janez Strnad

PISMA BRALCEV IZPOLNILA SE MI JE ŽELJA

Iz Murske Sobote se nam je oglasil osmošolec Primož Kajdič, ki je medtem že postal srednješolec. Veseli ga astronomija, včlanil se je tudi v Ustvarjalno astronomsko društvo Murska Sobota. O tem nam je napisal navdušeno pismo, ki ga nekoliko popravljenega objavljamo.

Marija Vencelj

Astronomija me je začela zanimati že v petem razredu osnovne šole. Najprej sem prebiral le knjige s tega področja in gledal oddaje na televiziji, kmalu pa sem začel zbirati še članke o vesolju. Spominjam se dneva, ko sem slučajno dobil v roke očetov lovski daljnogled. Ko sem z njim opazoval okolico, mi je prišlo na misel, da bi z njim lahko opazoval tudi zvezde. To mi je nekaj časa zadostovalo, nato pa sem se želel povezati še z drugimi, ki jih zanima astronomija. Želja se mi je izpolnila, ko sem v časopisu zagledal članek o ustanovitvi Ustvarjalnega astronomskega društva. Poklical sem jih in sprejeli

so me medse. Čez nekaj tednov so organizirali Izobraževalni astronomski tabor. Tabor je bil na Zaplani nad Vrhniko in je trajal tri dni. Že prvi dan zvečer smo imeli kratko predavanje o najbolj značilnih ozvezdijih in meglicah na našem nebu. Po predavanju smo šli opazovat nebo. Na voljo smo imeli 20 centimetrski reflektor tipa Newton in dva 7,5 centimetrska refraktorja. Opazovali smo skoraj do 4^h zjutraj.

Naslednji dan smo imeli predavanja. Vsak od udeležencev je moral napisati referat na eno od astronomskih tem. Izbral sem si planete našega Osončja. Zvečer smo spet opazovali. Najbolj zanimiv je bil Jupiter s svojimi štirimi lunami. Vendar nam je kmalu zagodlo vreme - pooblačilo se je.

Zadnji dan je bilo nebo kristalno jasno, kar smo seveda temeljito izkoristili. Najlepše in najbolj znamenite objekte smo sproti opisovali. Povedali so nam, da naši referati ne bodo šli v koš, ampak bodo zbrani v brošuri, ki jo bo dobil vsak udeleženec tabora.

Ta tabor je naredil name velik vtis in kot začetnik sem se res veliko naučil. Komaj čakam, kdaj bo naslednji.

Primož Kajdič

KVADRAT POD KROGI

Poišči najmanjše število krogov s premerom 1, ki pokrijejo kvadrat s stranico 2. Pri tem ni nujno, da vsaka točka kvadrata leži v notranjosti kakega kroga iz pokritja.

Boris Lavrič

NALOGE ZA MLAJŠE BRALCE

1. Trikotniku povečamo osnovnico za 10 odstotkov, višino pa zmanjšamo za 10 odstotkov. Za koliko odstotkov se spremeni ploščina?
2. Ploščina pravokotnika se ne spremeni, če ga za 5cm podaljšamo in za 2cm zožimo. Ploščina se ne spremeni niti, če ga za 5cm skrajšamo in za 4cm razširimo. Kolikšna je njegova ploščina?
3. Naj bo $x + y = 3$ in $xy = 2$. Koliko je $x^3 + y^3$?
4. Če v ulomku $\frac{10}{3}$ števec in imenovalec povečamo za isto število, dobimo $\frac{5}{4}$. Za katero število gre?

Borut Zalar

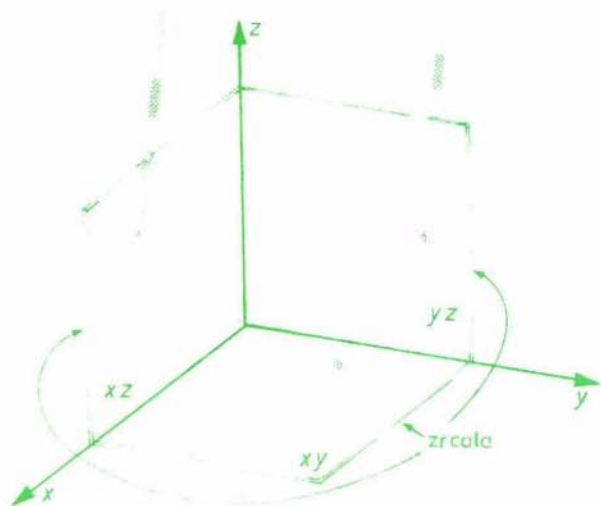
Med nočno vožnjo z avtom opazimo, da mnogi prometni znaki, registrske tablice in označbe na cesti v mestih posebno močno odbijajo svetlobo. Imamo vtis, da so sami svetlobni vir. Tudi "kresničke" na kolesih in avtomobilih, zadnje čase pa tudi na oblekah pešcev močno zasvetijo, ko nanje pade svetloba iz avtomobilskih žarometov. Izvedenci, ki skrbijo za varnost v cestnem prometu, pravijo, da kresničke *odsevajo*. Pri tem se spomnimo še na žareče mačje oči, ki jih v temi oplazi curek svetlobe. V tem sestavku si bomo pobliže ogledali zgradbo odsevnih površin in preprosto razložili odsev.

S poskusi se hitro prepričamo, da odsevna telesa odbijejo svetlobni curek nazaj proti svetilu, ne glede na lego odsevne ploskve. To ni v skladu z izkušnjo, ki jo imamo pri odboju svetlobe na ravnem zrcalu. Le-to odbije vpadni curek proti svetilu le tedaj, ko kaže tja tudi pravokotnica na zrcalo. Ker v avtomobilu sedimo blizu žarometov, se zdijo odsevna telesa mnogo svetlejša od drugih, ki svetlobo le razpršijo. Kako v odsevnih dosežemo, da se svetloba vedno odbije proti svetilu, ne da bi morali njihovo lego spreminjati?

Najprej si podrobneje ogledimo kresničko s hrbtne strani. Sestavljajo jo številni ogli kock, ki so postavljeni tako, da so telesne diagonale kock pravokotne na odsevno ploskev (glej sliko 1 a in b na III. strani ovitka). Ogelne ravnine odbijajo svetlobo kot navadna ravna zrcala. Ogel kocke (glej sliko 2) ima prav nenavadno lastnost: svetlobni curek, ki se odbije na vseh treh stranicah, se obrne natančno v smer od koder je prišel.

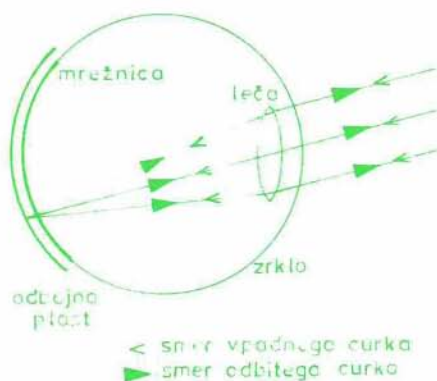
Za bralce, ki poznajo vektorje, bo dokaz preprost. Orientirajmo koordinatni sistem tako, da leže njegove osi vzdolž robov. Denimo, da pade svetlobni curek najprej na ravnino xy . Po odboju na tej ravnini se bo pri vektorju $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$, ki podaja prvotno smer curka, spremenil predznak pri komponenti n_z , preostali dve pa se ne spremenita, torej $\vec{n}' = (n_x, n_y, -n_z)$. Denimo, da je sedaj na vrsti odboj na ravnini xz . Po odboju je nov vektor smeri $\vec{n}'' = (n_x, -n_y, -n_z)$. Nazadnje se curek odbije še na ravnini yz , ki spremeni predznak komponente n_x . Končni vektor smeri je $(-n_x, -n_y, -n_z)$, to je vektor, ki kaže v nasprotni smeri kot $\vec{n}$, lahko pa je vzporedno premaknjen. Vidimo, da je vrstni red odbojev na ravninah nepomemben, curek se vedno odbije vase. Zadoščal bi torej en sam ogel. Množico oglov v kresnički naredijo zato, da je le-ta dovolj tanka. Velik odsevník te vrste so astronomi postavili na Luni, kjer služi pri natančnem merjenju sprememb oddaljenosti med Luno in Zemljo. Merijo čas preleta kratkega laserskega sunka, ki ga z Zemlje usmerijo skozi daljnogled na odsevník. To merjenje je

natančno na 15 centimetrov. Na sliki 3 na IV. strani ovitka smo z bliskavico posneli tri zrcala, ki sestavljajo ogel kocke. Lepo vidimo odsev bliskavice na robu slike.

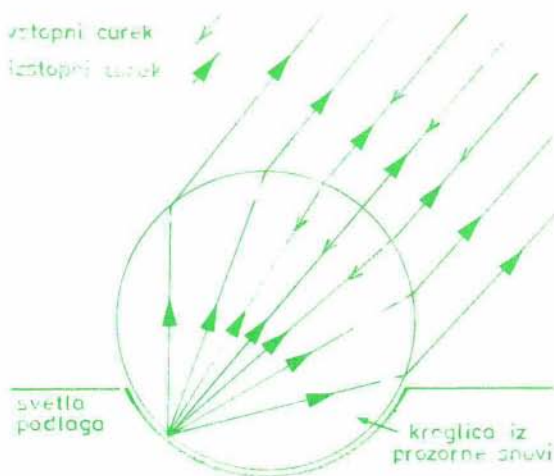


Slika 2. Ogel kocke s stranicami, ki odbijajo svetlobo. Ozek svetlobni curek se odbija na vseh treh stranicah. Koordinatni sistem orientiramo tako, da tečejo osi vzdolž robov.

Oznake na cesti, prometni znaki, registrske tablice in končno tudi mačje oči odsevajo drugače. Oglejmo si, kako odseva mačje oko (glej sliko 4). Zadnja stran očesa je prekrita z odbojno plastjo, zato gre svetloba skozi mrežnico dvakrat. Tako so za svetlobo občutljive celice bolj osvetljene, kar pride živali prav pri nočnem lovu. Prav zaradi te plasti mačje oči zažarijo, ko jih oplazi curek svetlobe iz žarometov. To se zgodi tudi takrat, ko maček ne gleda naravnost proti svetilu. Skoraj vzporedni svetlobni curek se na očesni leči in zrklu lomi tako, da na mrežnici, ki je tik pred odbojno plastjo, nastane slika svetila kot svetla drobna lisa. Po odboju gre svetloba proti leči in skozi njo iz očesa. Pri tem se žarki v curku spet lomijo tako, da pride iz očesa skoraj



Slika 4. Poenostavljena risba mačjega očesa. Podobno je našemu, le da je na zadnji strani odbojna plast, ki poveča osvetljenost mrežnice. Skoraj vzporeden curek svetlobe se na očesnem zrklu in v leči lomi in zbere na mrežnici. Odbojna plast preusmeri curek nazaj skozi lečo in potem iz očesa.



Slika 5. Kroglica na svetli podlagi odseva podobno kot mačje oko. Najbolj usmerjen odsev dobimo, če se curek zbere na meji med kroglico in podlago. Zaradi preglednosti je prikazan ozek vpadni curek in curek po razpršitvi na svetli podlagi.

vzporedni curek svetlobe. V očesu se absorbira le neznamen del vpadnega svetlobnega toka. Zato lahko rečemo, da mačje oko odbije vpadni curek svetlobe vase. V odsevnih telesih je namesto odbojne plasti kar belo obarvana podlaga, lečo pa nadomešča prozorna kroglica. Bela podlaga sicer svetlobo razprši, kroglica pa jo večji del spet usmeri proti svetilu (glej sliko 5). Na sliki 6 na IV. strani ovitka smo posneli košček odsevnega premaza pri prehodu za pešce. Lepo vidimo množico prozornih kroglic, ki so pritrjene na belo podlago. Na sliki 7 na IV. strani ovitka pa smo z bliskavico posneli odsev kroglic z ribjim oljem, ki smo jih nasuli na svetlo podlago.

Izračunali bi radi lomni količnik snovi, iz katere je narejena krogla, da bo slika zelo oddaljenega svetila na krogelnem površju (sferi). Tedaj bodo umetne mačje oči delovale kot prave, odbiti curek se bo res odbil sam vase. Potrebujemo izraz, ki povezuje goriščno razdaljo f debele okrogle leče, lomni količnik snovi, iz katere je krogla narejena in njen polmer:

$$\frac{n}{f} = \frac{n-1}{R}.$$

Enačba velja, dokler je gorišče znotraj krogle in za obosne žarke (glej sliko 5). Želimo, da je gorišče na sferi, torej $f = 2R$. Sledi

$$\frac{n}{2R} = \frac{n-1}{R}$$

in zato

$$n = 2.$$

Snovi s tako velikim lomnim količnikom ni lahko najti. Tudi če imamo na voljo kroglice iz snovi z bistveno manjšim lomnim količnikom, so odsevne površine dovolj učinkovite. Bralci naj sami razmislijo, kako se v takem primeru odbije curek vzporedne svetlobe.

Opisi slik na zadnji strani ovitka:

Slika 3. Iz treh zrcalc smo naredili ogel kocke in ga posneli z bliskavico. Njen odsev se lepo vidi na robu slike.

Slika 6. Košček odsevnega premaza pri prehodu za pešce. Lepo vidimo množico prozornih kroglic, ki so zalepljene na svetlo podlago. Podobno so narejeni odsevni premazi pri prometnih znakih in registrskih tablicah.

Slika 7. Na svetlo podlago smo posuli kroglice z ribjim oljem. Na posnetku z bliskavico nekatere kroglice močno odsevajo.

Slika 8. Ogli kock so pri nekaterih odsevniki tudi takole razporejeni.

Andrej Likar

KOLIKO TRIKOTNIKOV?

- a) Koliko je neskladnih trikotnikov, katerih stranice so cela števila, največja med njimi pa je enaka m (tu je m naravno število)?
- b) Koliko je takih trikotnikov, pri katerih nobena stranica ni večja od m ?

Ivan Vidav

PRESEK

list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
21. letnik, šolsko leto 1993/94, številka 1, strani 1 – 64

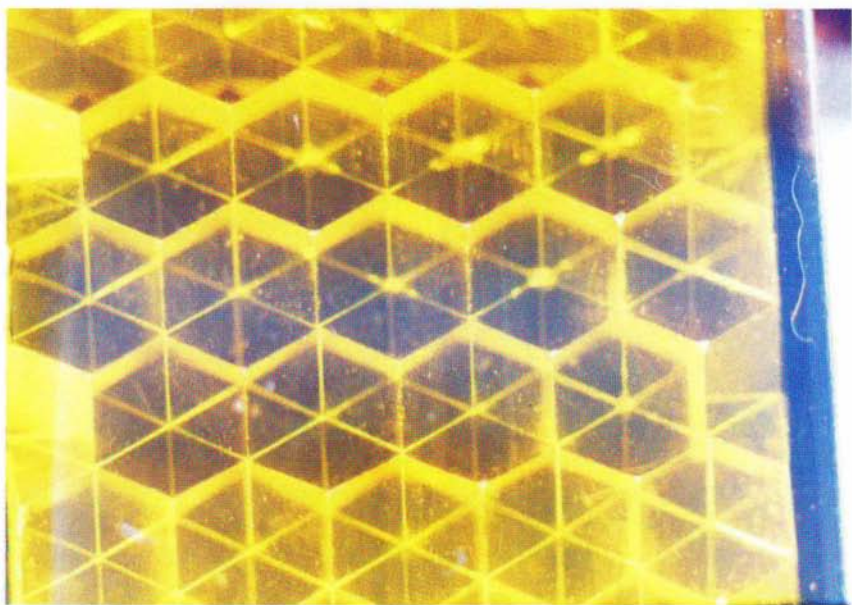
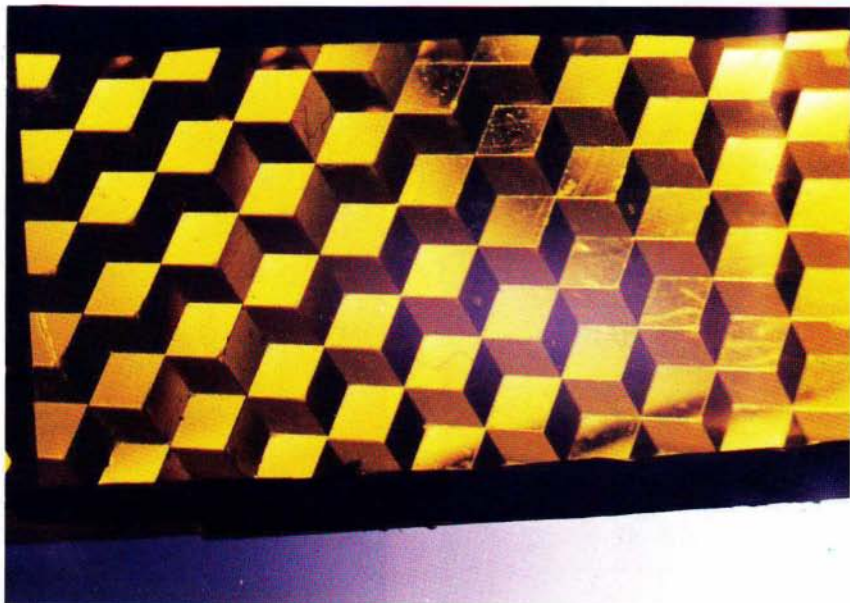
UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Tanja Bečan (jezikovni pregled), Dušica Boben (oblikovanje teksta), Mirko Dobovišek (glavni urednik), Vilko Domajnko, Roman Drnovšek (novice), Darjo Felda (tekmovanja), Bojan Golli, Marjan Hribar, Boštjan Jaklič (tehnični urednik), Martin Juvan (računalništvo), Sandi Klavžar, Boris Lavrič, Andrej Likar (fizika), Matija Lokar, Franci Oblak, Peter Petek, Pavla Ranzinger (astronomija), Marjan Smerke (svetovalec za fotografijo), Miha Štalec, Jana Vrabec (nove knjige), Marija Vencelj (matematika, odgovorna urednica).

Dopisi in naročnine: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije - Podružnica Ljubljana - Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 265-061/53, št. ŽR 50101-678-47233. Naročnina za šolsko leto 1993/94 je za posamezne naročnike **900 SIT**, za skupinska naročila šol **720 SIT**, posamezna številka **180 SIT**, za tujino 15.000 LIT, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, val-27621-42961/9, Ajdovščina 4, Ljubljana.

List sofinancirajo MZT, MŠŠ in MK
 Ofset tisk DELO - Tiskarna, Ljubljana

Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

© 1993 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije – 1160



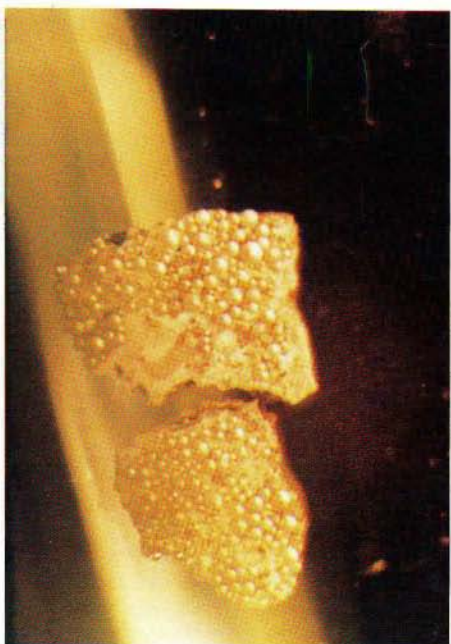
Slika 1. a) Zadnja stran odsevnika lepo pokaže množico oglov kocke (tristraničnih prostorskih oglov ali trirobnikov, kot bi se izrazili matematiki). Rob meri nekaj manj kot 2 mm.
b) Pogled na kresničko s sprednje strani. Primerjaj s sliko 3.



Silka 3.



Silka 7.



Silka 6.



Silka 8.