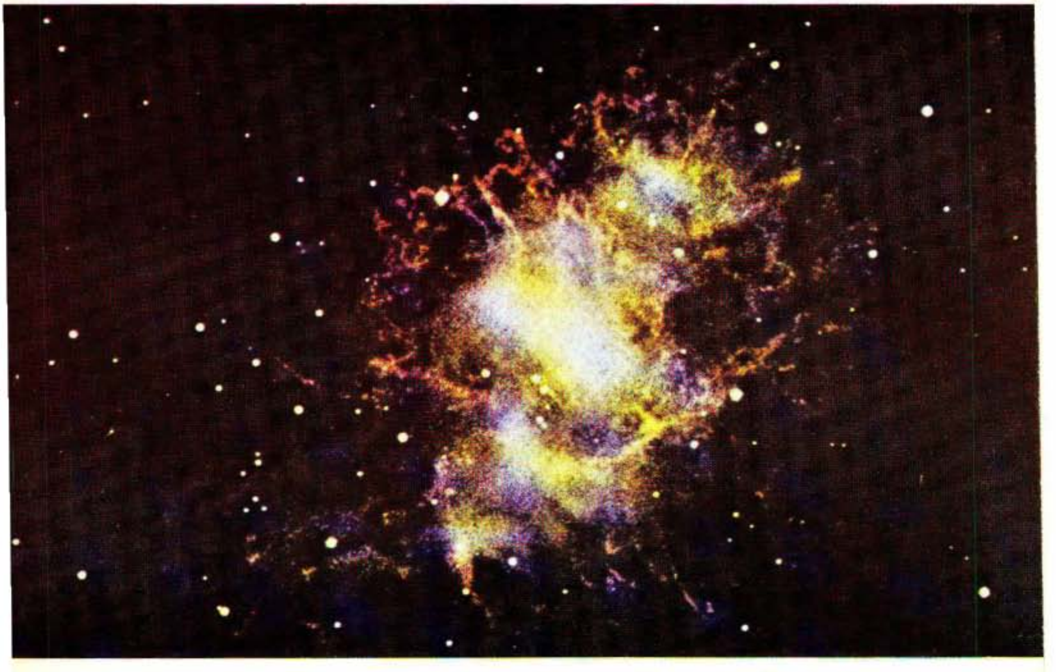
presek

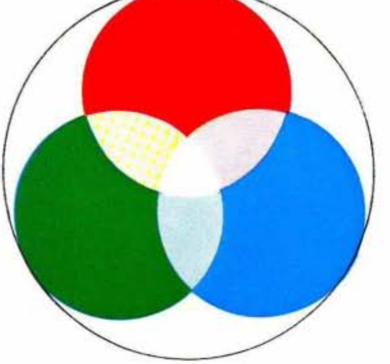
4

II
1974-75



LIST ZA MLADE
MATEMATIKE
FIZIKE
ASTRONOME

IZDAJA DMFA SRS

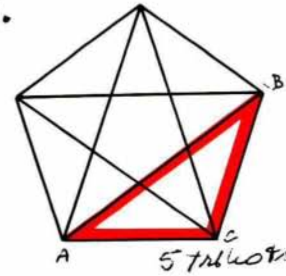


Skice:

1.

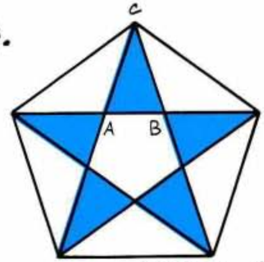
5 trikotnikov

2.



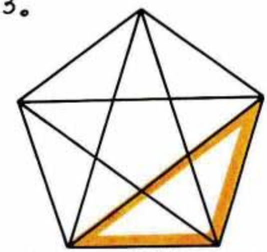
5 trikotnikov

4.



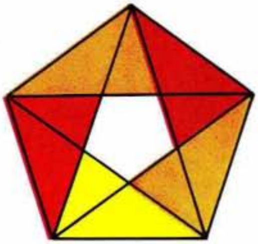
5 trikotnikov

3.



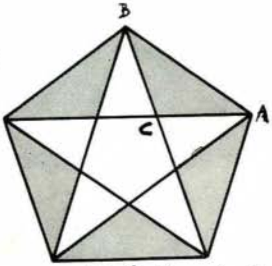
5 trikotnikov

5.



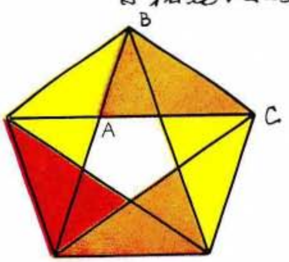
5 trikotnikov

7.



5 trikotnikov

6.



5 trikotnikov

Rešitve naloge PIR - 2,
katere nam je poslala
Nada Širca iz slovenske
gimnazije v Kopru.

PISMA BRALCEV

Uredništvu Preseka!

V zadnji številki sem brala, da vaš položaj ni rožnat, da je morda celo ogrožen vaš obstoj. Zato mi dovolite nekaj kritičnih pripomb, vendar le z namenom, da bi pomagala nam vsem obdržati svoj matematični list.

Učim matematiko na osnovni šoli in menim, da bi moral prav tu najti Presek največ bralcev. Vendar pa moja "reklama" zelo malo zaleže, učenci 6. razreda v njem ne najdejo skoraj nič, le eno, dve nalogi, v 7. razredu je podobno, v 8. razredu je nekoliko bolje, a opažam, da tudi tu naročajo list nekateri učenci, ki ga potem sploh ne preberejo.

Kaj vam torej želim povedati? Da bi si morali najprej med slovenskimi srednješolci in osnovnošolci izračunati procent možnih naročnikov. S sedanjo "težavnostjo" je Presek namenjen predvsem srednješolcem od 2. razreda dalje - ti bi ga lahko brali množično. Med mlajšimi ustreza le redkim ljubiteljem. Ali vam dejstvo, da za nekatere naloge ne dobite nič rešitev, ne da nič misliti? Presek bi moral biti tak list, da bi ga lahko brali vsi učenci, če naj ima dovolj naročnikov in če naj nosi naziv "list za osnovnošolce in srednješolce". Poleg tega pa veliko prepisujete iz revije Matematički list, ki ga učenci že poznajo. Vsebinsko se v glavnem ujemata. Vendar pa je Presek zdaj v svojih začetkih vsebinsko le še veliko skromnejši od Matematičkega lista ali Arhimedesa. Če že kaj prepišete, dajte raje iz tujih časopisov, ki našim šolarjem niso dostopni.

Seveda nočem zahtevati, naj Presek zniža svoj nivo, nasprotno, trdim, da mora imeti tudi naloge sedanje težine. Poleg tega pa predlagam:

1) Dajte nam tudi kaj poljudno matematičnega (matematične zablode iz zgodovine, življenjepisi in zanimivosti iz življenja matematikov, fizikov, astronomov; kako naj se učimo matematiko s *problemi iz nižje in višje (srednješolske) matematike, matematično poezijo - naloge v verzih, novosti na področju matematike)*

2) *Naj bo čimveč lažjih nalog, ki pa zahtevajo bistroumnost. Ne veste, s kakšnim navdušenjem so se učenci lotili naloge o Ulomku in Tangenti, kako so se svetile oči tistim, ki so jo pravilno rešili!*

3) *In kako ob sedanjem številu strani obogatiti vsebino: zgostite vrstice, ne objavljajte seznamov učencev, ki so prav rešili določeno nalogo. To lahko sami ugotove iz rešitve. Če pa menite, da je objava imena stimulacija za nadaljnje reševanje, naj bo seznam čisto droben, ne pa da obsega dve strani.*

4) *Začnite s "tečajem astronomije". Vedite, da učenci o tem ne vedo skoraj nič, kako naj razumejo potem članek, kjer govorite o kulminaciji, konjunkciji itd. In vendar astronomija zanima učence bolj kot matematika in fizika.*

5) *Presek naj ne bo kopija nobenega lista, naj bo prilagojen slovenskemu številu bralcev, naj cena ne zleze navzgor in naj bo njegovo glavno poslanstvo: večati zanimanje za matematiko in iz glav učencev prepoditi bav-bava v obliki matematike.*
S takimi članki bi vam lahko tudi sama pomagala.

V upanju, da ste razumeli moj dobri namen, vas pozdravljam

Vanda Rebolj

Draga tovarišica Reboljeva!

Takoj, ko smo prejeli Vaše pismo, smo v uredništvu sklenili: tole bo pa za uvodnik. Tako obširnega kritičnega in hkrati spodbudnega pisma še nismo dobili. Zavedamo se, da je Presek včasih pretežak in radi bi ga približali tudi mlajšim bralcem. Vaši predlogi bodo izziv avtorjem, da bodo napisali to, kar naročniki želijo brati. Uredništvo ne dela člankov, le zberemo jih, uredimo, tehnično opremimo. Zato smo tembolj veseli Vaše pripravljenosti za delovno sodelovanje. Čimprej nam pošljite kaj zanimivega! Še enkrat hvala za pismo. Koliko so se nas kritike prijele, boste sami presodili po naslednjih številkah Preseka.

Tomo Pisanski in Peter Petek

Spoštovani!

Tudi letos deluje na naši šoli matematični krožek. Naš mentor je tov. prof. Višnja Davide.

Težišče našega programa je reševanje zanimivih in težjih nalog; tako se bomo počasi pripravljali na tekmovanja. Poleg tega smo sklenili, da bomo vsako uro popestrili s kratkim predavanjem iz različnih področij matematike. Gradivo za naše delo bomo iskali v različnih matematičnih zbirkah, revijah in lsitih (Sigma, Matematičko-fizički list, Presek,...).

V našem krožku se je porodila zamisel, da bi sestavili matematično križanko in jo poslali v Presek. Naloge smo sestavljali vsi člani krožka, zato so iz različnih področij in za vse štiri razrede gimnazije.

Pozdravlja vas in vam želi še mnogo uspehov pri izdajanju lista

Matematični krožek Slovenske gimnazije
Koper

Dragi krožkarji,

vaše pismo nas je razveselilo. Prepričani smo, da bo vaše delo v krožku obrodilo dobre sadove. Kot kaže, je vaš program precej pisan. Zanima nas, katera poglavja ste doslej že obravnavali in kaj imate v načrtu. Videti je, da se ne bojite odvečnega matematičnega znanja, ki ga ne boste mogli neposredno vnovčiti na tekmovanjih - in prav je tako!

Križanke, ki ste nam jo poslali, v taki obliki ne moremo objaviti, saj je za večino srednješolcev in seveda osnovnošolcev pretežka. Menimo, da bi bila križanka bolj zanimiva, če bi bila gesla sicer težavna, vendar za reševanje ne bi bilo potrebno znanje srednješolske ali celo višje matematike. Upamo, da nam boste popravljeno križanko kmalu poslali in vas lepo pozdravljamo!

Spoštovano uredništvo!

Matematika, fizika in astronomija me zanimajo že odkar mi je mama pred sedmimi leti kupila sodobno ilustrirano enciklopedijo "Znanost". Od tedaj tudi sam iščem manj zahtevno literaturo in širim svoje ibzorje. Posebno me privlačujeta atomska fizika in astrofizika. Zato sem se že lani razveselil Preseka in sem vaš redni bralec. Rad pa bi tudi sam sodeloval v njem. Pošiljam vam sestavek o Presekovem znamenju.

Prejmite lep pozdrav

Andrej Grobler

Dragi Andrej,

strinjamo se s teboj, da je moderna fizika izredno privlačna znanost. Njeni uspehi se kažejo na vseh področjih človekovega udejstvovanja. Res pa je, da je za poglobljen študij moderne fizike potrebno temeljito poznati klasično fiziko in velik kos matematike.

Tvoj prispevek o Presekovem znamenju je zanimiv. Nameravamo ga objaviti. Žal pa bo moral počakati, dokler ne dobimo naslednjih podatkov: točnega naslova, starosti, imena šole, ki jo obiskuješ, izjave, da nimaš žiro računa (ali številke žiro računa). To potrebujemo za vsak prispevek, ki ga v Preseku objavimo. Prosimo te, da nam podatke čimprej javiš in te lepo pozdravljamo.

Spoštovani urednik!

V šoli - na naši gimnaziji, pravzaprav v našem razredu, si sošolci zelo radi postavljamo probleme, ki jih zasledimo v tujih in naših časopisih. Tako je nekega dne "prišel na dan" tale problem: *Z dvema premicama razreži pravokotnik, tako da dobiš dva četverokotnika in dva trikotnika.* Problem mi je zelo ugajal, zato sem se odločil, da ga pošljem uredništvu. Če se vam bo zdel vreden in nepoznan, ga boste lahko posredovali še drugim bralcem našega Preseka.

Dorjan Marušič

Dragi Dorjan,

skoraj vsi problemi, ki jih objavlja Presek, so znani, saj je tudi Pitagorov izrek star že več kot 2000 let. Ker pa so vsako leto v sedmem razredu drugi učenci, je zanje nov. Gotovo bo tudi tvoj problem za mnoge bralce Preseka še neznan in zanimiv. Ena od nalog Preseka je tudi ta, da lahko vsak učenec ali dijak zastavi problem tisočem bralcev.

Jože Kotnik in Tomo Pisanski

ZAČETNI POJMI NOMOGRAFIJE

5. Mreže

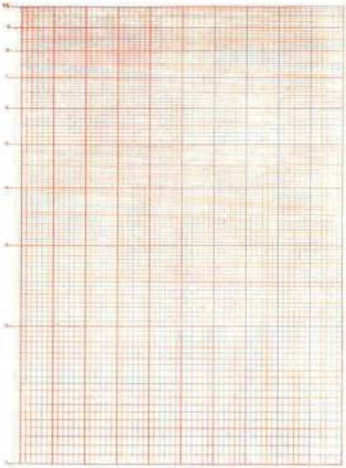
V tretjem razdelku (Presek II-1974/75, št.2 , str.67) smo spoznali mrežni nomogram za procentni račun. Bistveni sestavni del tega, pa tudi drugih nomogramov istega tipa, je mreža. V tem razdelku si bomo ogledali nekaj posebno enostavnih mrež.

Kvadratna mreža. Kvadratno mrežo sestavljata dve družini pravokotno se sekajočih vzporednih premic; v njej so presledki med vzporednicami enaki. *Papir karo*, ki ga trgovine prodajajo v polah, je pravzaprav kvadratna mreža, v kateri so presledki med vzporednicami široki 5 mm. Nadalje prodajajo v trgovinah milimetrski papir, ki je tudi kvadratna mreža; v njej so presledki med vzporednicami široki 1 mm.

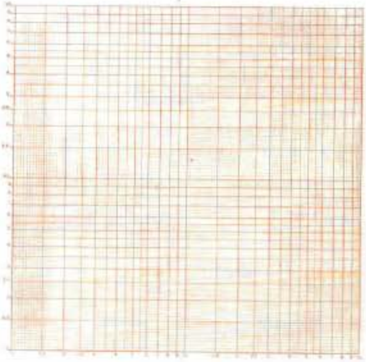
Pravokotna mreža. Pravokotno mrežo sestavljata dve družini pravokotno se sekajočih vzporednih premic; v njej presledki med vzporednicami prve družine niso enaki presledkom med vzporednicami druge družine. *Papir visoki karo*, ki ga prodajajo trgovine v polah, je pravzaprav primer pravokotne mreže.

Poleg teh najbolj enostavnih tipov mrež uporabljamo v nomografiji še mreže raznih drugih tipov. Navajamo nekaj posebno pogosto uporabljanih tipov mrež in to takih, ki jih dobimo v trgovinah. Slika 1 kaže *pollogaritemsko mrežo*, ki jo prodajajo pod imenom *pollogaritemski papir*. Slika 2 kaže *logaritemsko mrežo*, ki se prodaja pod imenom *logaritemski papir*. Slika 3 kaže *polarno mrežo*, slika 4 pa *trikotniško mrežo*. V osnovi 135. strani je narisana mreža štirih družin vzporednic.

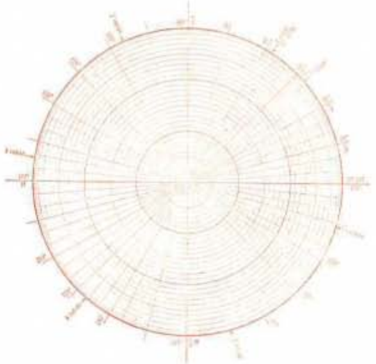
Teh in podobnih mrež pa ne uporabljamo samo v nomografiji, ampak tudi drugod, zlasti npr. v tehniki za risanje diagramov, v statistiki za nazorno prikazovanje podatkov itd..



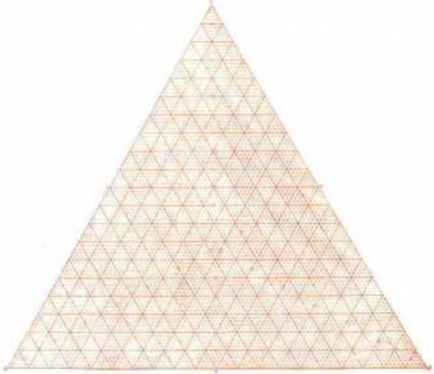
Sl.1 Pollogaritemska mreža



Sl.2 Logaritemska mreža



Sl.3 Polarna mreža



Sl.4 Trikotniška mreža

Sedaj, ko poznamo mreže, skonstruirajmo nek posebno enostaven mrežni nomogram in sicer *nomogram za seštevanje dveh sumandov*. Vzemimo obrazec:

$$x + y = z$$

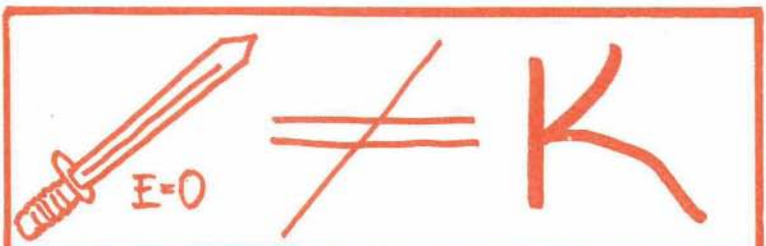
V njem pomeni x prvi sumand, y drugi sumand in z vsoto obeh sumandov. Vzemimo, da lahko zavzameta oba sumanda vse celoštevilčne vrednosti od 0 do 10. Namen imamo skonstruirati mrežni nomogram, s katerim je mogoče določiti vsoto poljubnih dveh celih števil od 0 do 10, t.j. nomogram, s katerim računamo vsoto.

V ta namen vzamemo *papir karo* in načrtamo na njem, kakor vidimo na sliki 5, kvadrat s stranico dolgo 10 cm. Na levi stranici nanesemo od spodaj navzgor enakomerno razdeljeno skalo celih števil od 0 do 10; ta števila predstavljajo vrednosti, ki jih ima lahko prvi sumand x; skozi razdelišča te skale gredo vzporednice k osnovnici kvadrata. Podobno nanesemo na zgornji stranici od leve proti desni skalo celih števil od 0 do 10; ta števila predstavljajo vrednosti, ki jih ima lahko drugi sumand y; skozi razdelišča te skale gredo pravokotnice na osnovnico kvadrata. Tako smo dobili dve družini pravokotno sekajočih se vzporednic. Nato načrtamo skozi vsako razdelišče leve in zgornje skale navzdol poševne premice, ki so vzporedne diagonali kvadrata. Te poševnice sekajo osnovnico in desno stranico kvadrata v točkah, ki jih zaznamujemo zaporedoma najprej z leve proti desni s števili od 0 do 10 in nato od spodaj navzgor s števili od 10 do 20; ta števila so vrednosti, ki jih ima lahko vsota z.

Tako smo končali s konstrukcijo nomograma; uporabimo ga za računanje vsote dveh števil, npr. $x=4$ in $y=8$! Na levi skali poiščemo razdelišče 4 in horizontalno vzporednico skozi to razdelišče; nato poiščemo na zgornji skali razdelišče 8 in vertikalno vzporednico skozi to razdelišče; obe vzporednici se sekata v neki točki. Skozi to točko teče navzdol poševnica, ki seka skalo na spodnji in desni stranici v razdelišču 12. Torej je vsota števil 4 in 8 enaka 12.

Alojzij Vadnal

REBUS

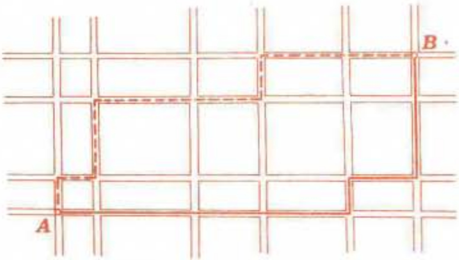


REBUS

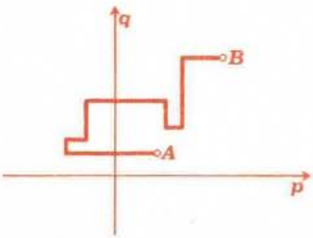
NEKAJ O RAZDALJI

Pojem razdalje ima za različne ljudi in ob različnih priložnostih različne pomene. Za pilota je razdalja med točkama zračna razdalja, se pravi dolžina njune zveznice. Če pa ustavimo avto ob cesti in vprašamo mimoidočega, kolikšna je razdalja med Ljubljano in Mariborom, nam bo vsak odgovoril, da je od Ljubljane do Maribora 135 kilometrov. Teh 135 kilometrov je precej več, kot je zračna razdalja med Ljubljano in Mariborom.

Takih primerov je mnogo. Denimo, da stanujemo v mestu, v katerem so vse ulice ravne in se sekajo le pravokotno. Za prebivalce tega mesta dolžina zveznice med točkama (razen v primeru, ko točki ležita na isti ulici) ni ustrezno merilo za razdaljo. Zanje je razdalja med točkama dolžina najkrajše povezave med njima. Vsi vemo, da je takih najkrajših povezav med danima točkama lahko več. Na sl.1 je narisan del ulične mreže takega mesta in najkrajši povezavi med križiščema A in B.



Sl. 1



Sl. 2

Tole mesto in njegove prebivalce sem navedel le zato, da bi laže razumeli naslednjo situacijo. Imamo ravnino in na njej premici p in q, ki se sekata pravokotno. Na ravnini imamo še točkast delec. Ta delec ima posebno lastnost: iz ravnine ne more, po ravnini pa se lahko premika le vzporedno premici p ali premici q. Sicer pa lahko počne karkoli. Podobnost z mestom in ljudmi v njem je očitna: prebivalec mesta, ki nima ravno helikopterja, mora pač hoditi po ulicah. (Prav tako dobra je primerjava s trdnjavo na šahovski deski.)

Narišimo si sliko! Na listu papirja potegnimo premici p in q. Začetno lego delca označimo z A. Poskusimo se vživeti v položaj našega delca. Če je B poljubna točka na ravnini, jo delec gotovo lahko obišče. To lahko stori celo na neskončno načinov. Denimo, da je kdo delcu, ki se je odpravil na pot od točke A do točke B, naskrivaj obesil na hrbet preluknjano vrečko s kašo - tako kot kraljični v Andersenovi pravljici. Ko delec pride v točko B, je za sabo pustil sled, ki ji pravimo *tir* delca med točko A in točko B.

Tir delca med točko A in točko B je v splošnem neka večkrat pravokotno prelomljena črta (glej sl.2).

Pojavi se vprašanje, kolikšna je dolžina najkrajšega tira delca med danima točkama. Potegnimo skozi točko A vzporednico premici p in skozi B vzporednico premici q. Presečišče dobljenih premic označimo s C.(sl.3) Trdimo, da za delec ni mogoče najti tira med A in B, ki bi bil krajši, kot je tir, sestavljen iz daljic AC in CB. (Seveda pa v splošnem tir, sestavljen iz daljic AC in CB, ni edini najkrajši tir med A in B.)

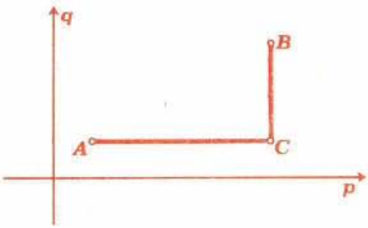
Vzemimo poljuben tir našega delca med točkama A in B. Vsota dolžin tistih daljic v tiru, ki so vzporedne premici p, je očitno večja ali kvečjemu enaka dolžini daljice AC. Prav tako ugotovimo, da je vsota dolžin daljic, ki so vzporedne premici q, večja ali kvečjemu enaka dolžini daljice CB. Splošno bomo dolžino daljice T_1T_2 (kjer sta T_1, T_2 poljubni točki na ravnini) označili s $\overline{T_1T_2}$. Tako lahko rečemo, da je dolžina najkrajšega tira za delec med točkama A in B enaka $\overline{AC}+\overline{CB}$. Delec z vso upravičenostjo trdi, da je zanj razdalja med dvema točkama dolžina najkrajšega tira med njima. Da ne bo prišlo do zmešnjave, se dogovorimo takole: "*razdalja*" (v narekovajih) naj pomeni razdaljo, kot jo razume delec; *razdalja* brez narekovajev pa navadno razdaljo med točkama (dolžino zveznice).

"Razdaljo" med točkama A in B bomo označili z $r(A,B)$, razdaljo med istima točkama pa, kot smo že rekli, z $\overline{AB}$. Situacijo na sl.3 lahko na kratko povzamemo takole:

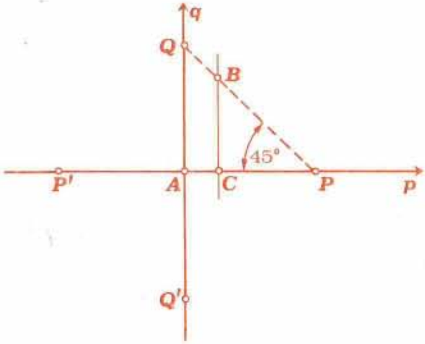
$$r(A,B) = \overline{AC} + \overline{CB}$$

Denimo, da je naš delec inteligentno bitje, ki ve nekaj o aritmetiki, nič pa o geometriji. Delec živi v ravnini. Zato mu poskusimo razložiti nekaj pojmov iz ravninske geometrije, in to kar na ravnini, po kateri se giblje. Ker delec vsakič, ko rečemo besedo razdalja, razume "razdalja", nastanejo prav zabavni nesporazumi.

Začnimo s krožnico. Gotovo bomo delcu rekli: *krožnica* s središčem v točki A in polmerom a je množica (geometrijsko mesto) točk na ravnini, katerih razdalja od A je enaka a. Delec namesto razdalja sliši "razdalja" in se loti risanja *"krožnice"*. Poskusimo ugotoviti, kakšna bo njegova slika. Nič hudega ne bo, če premici p in q vzporedno premaknemo, tako da se sekata v točki A (sl.4). Iščemo vse tiste točke B, za katere je $r(A,B)=a$. Za točko B, ki leži na premici p ali na premici q, je očitno $r(A,B)=\overline{AB}$. Če torej od točke A odmerimo na premicah p in q razdaljo a, dobimo štiri točke P, Q, P', Q', ki leže na naši "krožnici".



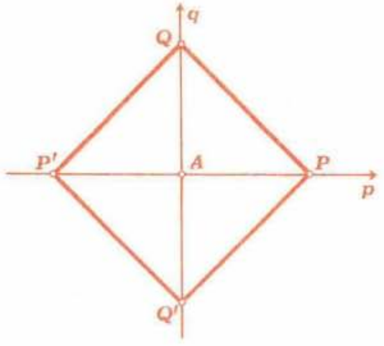
Sl. 3

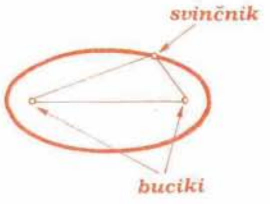


Sl. 4

Naj bo zdaj B poljubna točka, ki leži desno od q in nad p in za katero je $r(A,B)=a$. Potegnimo skozi B vzporednico premici q. Presečišče dobljene premice s premico p označimo s C. Kot smo videli, je $r(A,B)= \overline{AC}+\overline{CB} = a$. Ker je tudi $\overline{AC}+\overline{CP} = a$, je $\overline{CP}=\overline{CB}$. Vemo, da je $\overline{AP}=\overline{AQ}$. Zato sta trikotnika PAQ in PCB podobna. Od tod sklepamo, da leži točka B na zveznici točk P in Q. "Razdalja" vsake točke na daljici PQ od točke A je očitno enaka a. Torej je tisti del "krožnice", ki leži desno od q in nad p, natančno daljica PQ. Od tod takoj vidimo, da je delčeva "krožnica" ravno rob kvadrata $PQP'Q'$ (sl.5).

Tehniki bodo rekli, da je bil naš poskus razložiti delcu, kaj je krožnica, čista polomija. Za tehnika res ni vseeno, ali so kolesa pri avtomobilu okrogla ali kvadratična. Matematik pa se za





Sl. 5 Sl. 6

take malenkosti včasih ne zmeni. Ravno nasprotno, vsakega pravega matematika bo ta primer spodbodel, da bo poskušal ugotoviti, kako si delec predstavlja še kaj drugega.

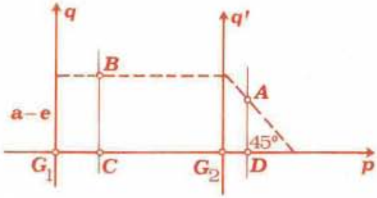
Za elipso so bralci verjetno že slišali. Tistim, ki je ne poznajo, bom povedal, kako jo narišemo. List papirja položimo na podlago in zabodemo skozenj dve buciki. Potem iz kosa niti napravimo zanko, jo napnemo na obe buciki in svinčnik ter rišemo (sl.6) in pazimo, da ostane nitka ves čas napeta. Dobimo ovalen lik, ki ga imenujemo *elipsa*.

Točki, v katerih sta zapičeni buciki, imenujemo *gorišči* elipse. Odštejemo od dolžine niti dolžino zveznice med goriščema. Polovica dobljenega števila se imenuje *velika polos* elipse. Rečemo lahko: elipsa z goriščema G_1, G_2 in veliko polosjo a je množica točk, za katere je vsota razdalj od točk G_1 in G_2 enaka $2a$. Uganimo, kaj bo na podlagi tega stavka narisal delec (ki besedo razdalja razume kot "razdalja"). Tistemu, kar bo narisal, recimo "*elipsa*". Da bo stvar lažja, izberimo gorišči G_1 in G_2 tako, da ležita na premici p in da premica q poteka skozi G_1. Označimo $\overline{G_1G_2} = 2e$. Iščemo torej take točke A, da je $r(G_1,A) + r(G_2,A) = 2a$. Vzeli bomo tudi, da je $a>e$. (Če je $a<e$, lahko hitro pokažeš, da ni nobene točke A, za katero bi bila izpolnjena enakost $r(G_1,A) + r(G_2,A) = 2a$.)

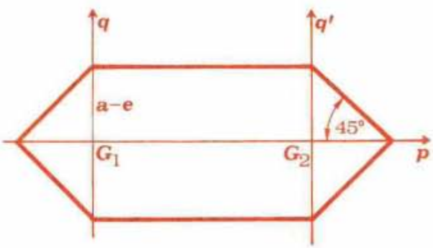
Skozi točko G_2 potegnimo vzporednico premici q in jo označimo s q' (sl.7).

Naj bo B poljubna točka, ki leži nad p ter med q in q' in zadošča enačbi $r(G_1,B) + r(G_2,B) = 2a$. Potegnimo skozi B vzporednico premici q in presečišče dobljene premice s premico p označimo s C. Takoj vidimo, da je $r(G_1,B) = \overline{G_1C} + \overline{CB}$ in $r(G_2,B) = \overline{CG_2} + \overline{CB}$. Ker je $\overline{G_1C} + \overline{CG_2} = \overline{G_1G_2} = 2e$, je $2a = r(G_1,B) + r(G_2,B) = 2e + 2\overline{CB}$. Tako je $\overline{CB} = a-e$. Del "elipse", ki leži med q in q' in nad p, je torej daljica, ki je vzporedna daljici G_1G_2 in je za $a-e$ nad njo.

Naj bo A točka naše "elipse", ki leži desno od q' in nad p (sl.7). Spustimo iz A pravokotnico na premico p in presečišče obeh premic označimo z D. Potem je $r(G_1,A) = \overline{G_1D} + \overline{DA} = \overline{G_1G_2} + \overline{G_2D} + \overline{DA} = \overline{G_1G_2} + r(G_2,A)$. Tako je $2a = r(G_1,A) + r(G_2,a) = \overline{G_1G_2} + 2r(G_2,A) = 2e + 2r(G_2,A)$. Od tod vidimo, da je $r(G_2,A) = a-e$. Točka A leži torej na "krožnici" s središčem v G_2 in polmerom $a-e$. Del "krožnice", ki leži desno od q' in nad p, pa znamo narisati. Odmerimo od točke G_2 po premici q' navzgor razdaljo $a-e$ ter od G_2 po p na desno enako razdaljo in dobljeni točki zvežemo. Zdaj igraje lahko narišemo celo "elipso".



Sl. 7



Sl. 8

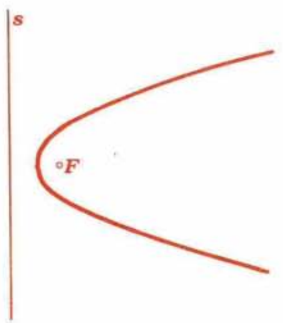
Dokončno podobo naše elipse lahko vidite na sliki 8.

Tretja stvar, s katero se bomo spoprijeli, je parabola. Imejmo na naši ravnini premico s in točko F, ki ne leži na premici s. ***Parabola*** z ***goriščem*** F in ***vodnico*** s je množica točk (na ravnini), ki so enako oddaljene od premice s in točke F. Tipično parabolo imamo na sliki 9.

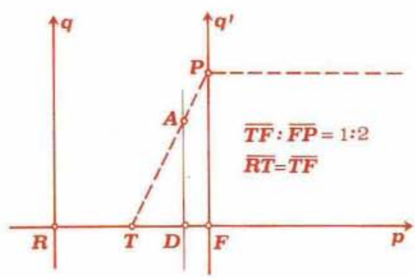
Za naš delec je "razdalja" med točko A in premico s dolžina najkrajšega tira, ki se začne v A in konča na s. Označimo "razdaljo" med premico s in točko A z $r(s,A)$. Delec bo definicijo parabole razumel takole: "parabola" z vodnico s in goriščem F je množica takih točk A, da je $r(s,A) = r(F,A)$. Pojdimo gledat, kaj pravzaprav je ta "parabola". Vzemimo, da je premica s kar premica q in da premica p poteka skozi točko F.

Presečišče premic p in q označimo z R. Skozi F potegnimo vzporednico premici q in jo označimo s q'. Naj bo T razpolovišče daljice RF. Točka T gotovo leži na "paraboli", saj je $r(s,T) = r(F,T)$. Označimo $\overline{TF} = c$. Naj bo A točka na "paraboli" in naj A leži med q in q' ter nad p. Spustimo skozi A vzporednico premici q. Presek dobljene premice s p označimo z D (sl.10).

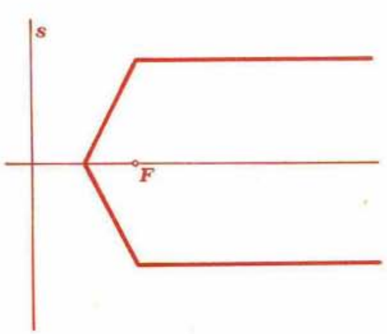
Ker je $r(s,A) = \overline{RD}$ in $r(F,A) = \overline{DF}+\overline{DA}$, mora biti $\overline{RD} = \overline{DF}+\overline{DA}$. Upoštevajmo, da je $\overline{RD}+\overline{DF} = 2c$ in da je $\overline{RD} = c + \overline{TD}$, pa vidimo, da je $\overline{TD} = \frac{1}{2}\overline{DA}$. Naj bo P tista točka na premici q', ki leži nad F



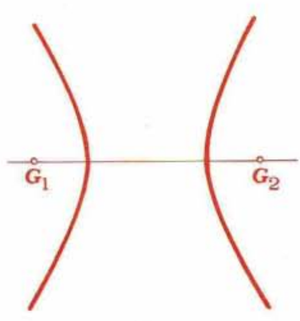
Sl. 9



Sl. 10



Sl. 11



Sl. 12

in za katero je $\overline{PF} = 2c$. Ker je razmerje $\overline{TF}:\overline{FP} = 1:2 = \overline{TD}:\overline{DA}$, sta trikotnika TDA in TFP podobna. Od tod sklepamo, da A leži na daljici TP. Vsaka točka daljice TP je seveda na "paraboli". Tisti del "parabole", ki leži desno od q' in nad p, pa je kar poltrak, ki je vzporeden p in se začne v P. (To bodo bralci zlahka ugotovili)

Parabola je narisana na sliki 11.

Za konec še dve nalogi.

1) Naj bosta A in B različni točki na naši ravnini in a neko pozitivno število. Poiščimo vse tiste točke C na ravnini, za katere je $\overline{AC} = \overline{BC} = a$! Najdemo lahko dve točki, eno točko ali pa nobene take točke (o tem se lahko takoj prepričaš). Kakšne oblike pa je vse lahko množica takih točk C na ravnini, da je $r(A,C) = r(B,C) = a$?

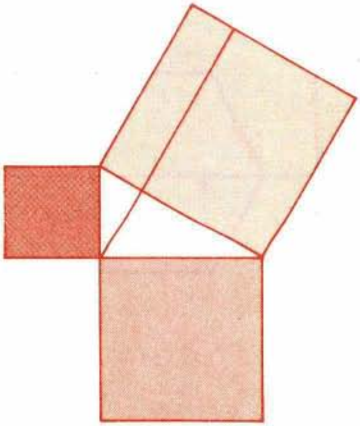
2) (Ta naloga je primerna predvsem za srednješolce.) *Hiperbola* z *goriščema* G_1 in G_2 in *veliko polosjo* a je množica točk, za katere je razlika razdalj od točk G_1 in G_2 (zmeraj odštevamo manjšo razdaljo od večje) enaka $2a$. Tipična hiperbola je narisana na sliki 12. Poskusi ugotoviti, kaj bo namesto hiperbole narisal naš delec (ki je namesto razdalja razumel "razdalja"). Razdaljo med goriščema označi z $2e$. Da bo stvar lažja, privzemi, da gorišči G_1 in G_2 ležita na premici p in da je $a<e$.

Peter Legiša

NARIŠI Z ENO POTEZO

Sliko, ki te spominja na geometrijski pomen Pitagorovega izreka, nariši z eno potezo!

Franc Oblak



O DELJIVOSTI NEKATERIH ŠTEVIL

Dostikrat se vprašamo, če je neko naravno število deljivo z nekim drugim naravnim številom. Ali je npr.

$$35 \,.\, 47 \,.\, 93 - 1$$

deljivo z 8 ? Nihče nam ne brani, da zgornje število res izračunamo

$$35 \cdot 47 \cdot 93 - 1 = 152984$$

in nato rezultat delimo z 8. Ker se deljenje izide, je število res deljivo z 8. To pa bi lahko ugotovili tudi drugače, ne da bi število sploh izračunali. Kako?

Najprej delimo število 35 z 8, rezultat je 4, ostanek pa 3, torej je $35 = 8 \cdot 4 + 3$. Enako dobimo $47 = 8 \cdot 5 + 7$ in $93 = 8 \cdot 11 + 5$. Označimo $a=4$, $b=5$ in $c=11$, pa dobimo

$$35 = 8a + 3 \qquad 47 = 8b + 7 \qquad 93 = 8c + 5$$

Izračunajmo

$$35 \cdot 47 = (8a+3)(8b+7) = 64ab+24b+56a+21 = 8d + 5$$

Pri tem smo označili $d = 8ab+3b+7a+2$. Končno dobimo

$$35 \cdot 47 \cdot 93 - 1 = (8d+5)(8c+5) - 1 =$$

$$= 64dc+40c+40d+24 = 8e$$

Pri tem smo označili $e = 8dc+5c+5d+3$. Tako smo ugotovili, da je dano število res deljivo z 8. Preverimo še na isti način, da je število $2^{192} - 1$ deljivo s 7 ! Očitno je

$$2^{192} - 1 = (2^3)^{64} - 1 = (((((8^2)^2)^2)^2)^2)^2 - 1$$

Ker je $8=7+1$, je $8^2 = 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 1 + 1^2 = 7a + 1$; nadalje je

$$(8^2)^2 = (7a+1)^2 = 7^2a^2 + 14a + 1 = 7b + 1$$

Bralec naj sam napravi naslednjih nekaj korakov, dokler ne dobi

$$((((8^2)^2)^2)^2)^2 = 7e + 1$$

in končno

$$8^{64} - 1 = (7e+1)^2 - 1 = 7f$$

Za vajo preveri, da je:

a) $55 \cdot 34 \cdot 26 - 5$ deljivo s 3;
b) $38 \cdot 39 \cdot 41 \cdot 42 + 1$ deljivo s 5;
c) $2^{16} + 2$ deljivo z 9;
č) $3^{32} - 1$ deljivo s 4.

Matjaž Omladič

OB STODVAJSETLETNICI SMRTI K. F. GAUSSA

Pred stodvajsetimi leti je umrl eden največjih matematikov vseh časov K.F.Gauss. Rodil se je 30.aprila 1777 v Braunschweigu v Nemčiji, kot sin siromašnih staršev. Svojo izredno nadarjenost je pokazal že zelo zgodaj. Pri dveh letih je že znal brati in računati. Ko je neko soboto njegov oče delal tedenski obračun za delavce, je njegovo računanje budno spremljal mali Gauss. Takoj, ko je oče naredil napako, ga je nanjo opozoril sin, ki tedaj še ni dopolnil tri leta. Izredno sposobnost računanja na pamet je obdržal vse življenje.

V osnovno šolo je začel hoditi, ko je dopolnil sedem let Nekoč je njegov učitelj Büttner v razredu zastavil tole nalogo: Poiščite vsoto 1+2+3+...+39+40! Mladi Gauss, ki tedaj še ni vedel za aritmetično zaporedje, si je v glavi zamislil tole shemo:

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 18 + 19 + 20 + \\ + 40 + 39 + 38 + \ldots\ldots + 23 + 22 + 21 \\ \hline 41 + 41 + 41 + \ldots\ldots + 41 + 41 + 41 = 20\times 41 = 820 \end{array}$$

Na svojo tablico, takrat v osnovni šoli še niso uporabljali zvezkov, je zapisal eno samo število: 820 ! S tem je seveda daleč prekosil vse svoje sošolce in presenetil učitelja. Ta dogodek mu je odprl vrata v matematični svet. Büttner mu je poklonil nekaj tedaj najboljših aritmetičnih knjig, ki jih je mladi Gauss kar požiral. Pri tem branju se mu je ostril in razvijal kritični matematični duh. Mladi Gauss pa je pokazal tudi veliko zanimanje in nadarjenost pri učenju klasičnih jezikov. Kasneje je svoja največja dela napisal prav v latinščini. V starosti od petnajst do osemnajst let je predelal najvažnejša dela, ki so jih napisali Newton, Euler, Laplace in Lagrange. Ko se je leta 1795 vpisoval na univerzo v Göttingenu, se še vedno ni mogel odločiti, ali bo matematik ali filolog. Ko pa se mu je 30.marca 1796 posrečilo dokazati, kdaj je mogoče konstruirati pravilni mnogokotnik z lihim številom stranic z uporabo ravnila in šestila, se je dokončno odločil za matematiko. Trideseti marec je bil prelomni dan v njegovem življenju. Istega dne je tudi začel voditi svoj znanstveni dnevnik, ki je eden najdragocenejših dokumentov v zgodovini matematike. Vanj je vpisoval kratke beležke o rezultatih svojih raziskovanj. Objavljal pa je le povsem dognana in tehtna dela, vse drugo je ostalo v njegovi beležki oziroma v njegovi glavi. Če bi objavil vse, kar je vedel, bi bila matematika prehitela svoj razvoj za kakih petdeset let. Velikima matematikoma Abelu in Jacobiju se ne bi bilo treba truditi, da bi odkrila tisto, kar je Gauss vedel že pred njunim rojstvom. Leta 1798 je dovršil svoje veliko delo s področja teorije števil *DISQUISITIONES ARITHMETICAE*, ki je še danes ena najimenitnejših matematičnih knjig. Dotiskana je bila leta 1801 v Leipzigu. Svoje drugo veliko delo je objavil leta 1809 z naslovom: *Teorija gibanja nebesnih teles, ki krožijo okrog sonca.* Če bi bil Gauss objavil odkritje, ki ga je zaupal v pismu svojemu prijatelju astronomu Besselu leta 1811, bi bilo to leto za razvoj matematike prav tako pomembno, kot je bilo leto 1801, ko je izšla *Disquisitiones arithmeticae*. Ko je veliki Gauss v popolnosti doumel kompleksna števila, se je namreč lotil problemov o funkciji kompleksne spremenljivke. Odkril je marsikaj na tem področju, kar je po njegovi smrti razkril njegov dnevnik in kar sta morala ponovno odkriti Cauchy in Weierstrass. Naslednje leto je objavil veliko razpravo o hipergeometrijskih vrstah.

Gauss je veliko prispeval k razvoju geometrije, uporabi matematike v geodeziji, Newtonovi gravitacijski teoriji in elektromagnetizmu. Bil pa ni samo velik teoretik, temveč tudi spreten eksperimentator in izumitelj. Med drugim je leta 1833 izumil električni brzojav.

Z znanostjo se je ukvarjal vse življenje. Njegove ustvarjalne strasti ni mogla prekiniti niti težka bolezen. Umrl je 23.februarja 1855 v Göttingenu zaradi srčnega obolenja in vodenice.

V matematičnem svetu bo zaradi svojih del ostal nesmrten, v zgodovino matematike pa je prišel z nazivom *princeps mathematicorum* - vladar matematikov.

Marijan Vagaja

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome

(1974/75) številka 4., strani 129 - 192.

VSEBINA

Na ovitku: 1.str.: Rakova meglica je ostanek zvezde, ki je eksplodirala. Eksplozijo so opisali kitajski astronomi, ki so jo opazovali leta 1o54. Zvezda je svetila nekaj tednov tako močno, da so jo lahko opazovali celo podnevi. V sredini oblaka je vidna neznatna zvezda, ki je ostanek sredice prvotne zvezde. Izkazalo se je, da je to pulsar (nevtronska zvezda), katerega svetlobna moč utripa s frekvenco 3okrat v sekundi.
2.str.: Rešitev naloge PIR - 2 (Nada Širca)
3.str.: Podelitev diplome prof.dr.Lavu Čermelju
Bibliografija Jurija Vege
4.str.: Trdi kvadrati (Matjaž Omladič)

JURČKOVA RADOVEDNOST IN SVETLOBA

Jurček je radoveden fant. Če se zapiči v kakšno stvar, ni nihče varen pred njim. Vse hoče zvedeti, zlepa ne odneha. Že nekaj časa ga muči vprašanje, kaj je svetloba. Vpraša mamo: *Mama, kaj je svetloba? Kako nastane svetlobni žarek?* Mama pozna Jurčka. Ve, da mu mora odgovoriti.

"Svetloba je tisto, kar prihaja od Sonca. Svetloba omogoča, da lahko vidimo predmete iz okolice. Svetloba nas tudi greje. Če ni svetlobe, rastline ne morejo rasti. Toda Jurček, raje povprašaj očeta, on ti bo več povedal!"

"Oče, prosim, razloži mi, kaj je svetloba! Tako rad bi zvedel, kako nastane svetloba! In ..." Toda oče ne utegne. *"Sine, tu imaš knjigo, v njej je vse razloženo o svetlobi. Prelistaj jo in poišči v njej, kar te zanima! Sedajle nimam časa, da bi se na dolgo pogovarjal s tabo. V službo moram!"* Jurček je hotel ugovarjati, pa je bilo že prepozno. Vrata so se že zaprla za očetom.

Jurček je že spoznal, da so starejši ljudje včasih čudni in da se neradi pogovarjajo z otroki. Tudi tovariš v šoli večkrat pozabi, da je bil tudi sam otrok. A Jurček ne bi bil Jurček, če bi dolgo vzdihoval. Korajžno se je lotil knjige. Listal je po njej in si ogledoval slike. Končno je našel nekaj stavkov o svetlobi, ki so pritegnili njegovo pozornost. To so bili kratki, suhoparni stavki, napisani brez ljubezni. Avtor prav gotovo ni mislil, da bodo izpostavljeni radovednim otroškim očem. Jurček je bral počasi in pozorno:

.... Svetloba je posebna oblika energije (*"Energija?? Aha, to je tisto, kar lahko nekaj napravi!"*), ki potuje skozi brezzračni prostor s hitrostjo 300.000 km/s. (*"Fant, to je brzina! V eni sekundi svetloba napravi 300.000 kilometrov dolgo pot, skoraj tolikšno kot je od Zemlje do Lune!"*) Snov, ki vsrka svetlobo, se segreje; lahko se tudi kemično spremeni. Klorofil v zelenih rastlinah vsrka svetlobo in s tem omogoča spajanje molekul vode in molekul ogljikovega dioksida v molekule organskih snovi. Svetloba porjavi človeško kožo, uničuje drobne bacile in mikrobe. Svetloba odriva telo, ki ga obseva. V fotoelementu se svetloba deloma pretvarja v energijo električnega toka. Različni pojavi tako kažejo, da se svetloba lahko spreminja v različne energije, da je torej svetloba neka oblika energije.

Veliki fizik Isaac Newton je sklepal, da je svetloba sestavljena iz majhnih kroglic, ki se zelo hitro gibljejo. Energijo svetlobe je imel za energijo gibanja kroglic. Drugi fiziki so raje verjeli, da je svetloba valovanje. Poznali so zvočno valovanje, ki je ravno tako potujoča energija, le da se ne more širiti skozi brezzračni prostor. Energija se lahko prenaša tudi z valovanjem. S predpostavko, da je svetloba valovanje, so lahko razložili vse pojave v zvezi s svetlobo. V začetku niso vedeli, kakšno valovanje je svetloba. Kasneje so odkrili elektromagnetne valove. (*"E-elektromagnetni valovi?? Le kaj je to?"* Jurček je vedel, da elektrika trese, da magnet privlačuje druge magnete in da se valovi širijo, toda o elektromagnetnih valovih še nikoli ni slišal. Ker nikakor ni mogel razumeti, kaj beseda elektromagnetni valovi pomeni, se je odločil, da jo bo preskočil. Tega mu niti ne smemo zameriti; mnogi starejši in bolj učeni ljudje kot Jurček delajo enako.) James C.Maxwell je teoretsko raziskal elektromagnetne valove. Ugotovil je, da se vsi elektromagnetni valovi širijo enako hitro kot svetloba. Ker imajo elektromagnetni valovi in svetloba podobne značilnosti, je kmalu prevladalo prepričanje, da svetloba ni nič drugega kot elektromagnetno valovanje.

Poznamo več vrst elektromagnetnih valov, ki se razlikujejo v valovni dolžini. (*"Valovna dolžina? Aha, v radiu večkrat slišim, da Radio Ljubljana oddaja na valovni dolžini 327 metrov!"*). Elektromagnetni valovi z največjimi valovnimi dolžinami so radijski valovi in mikrovalovi; njihova valovna dolžina meri od več kilometrov do milimetra. Nekaj manjšo valovno dolžino imajo toplotni valovi ali infrardeče sevanje: od milimetra do 0,8 mikrona (1 mikron je milijonti del metra). Svetloba so tisti elektromagnetni valovi, ki jih človeško oko lahko vidi; to so valovi z valovno dolžino od 0,8 mikrona do 0,4 mikrona. Oko razlikuje svetlobne elektromagnetne valove različnih valovnih dolžin kot barve. Svetloba z valovno dolžino okrog 0,8 mikrona je rdeča. Oranžna svetloba ima nekoliko manjšo valovno dolžino, rumena še manjšo; slede zelena in modra svetloba. Od vseh svetlob ima vijolična svetloba najmanjšo valovno dolžino, okrog 0,4 mikrona. Poleg svetlobe poznamo še ultravijolično sevanje z valovno dolžino, ki je manjša od 0,4 mikrona. Še manjšo valovno dolžino ima rentgensko sevanje in sevanje gama.

Če obravnavamo svetlobo kot elektromagnetno valovanje, lahko pojasnimo, kako svetloba prehaja skozi snov, kako se odbija in lomi, kako se uklanja na ovirah, kako se svetlobni curki sestavljajo in tako dalje. Toda Narava je izdala še nekaj značilnosti svetlobe, ki jih ne moremo razložiti s tem preprostim privzetkom. Svetloba izbija iz kovine elektrone (npr. v fotocelici). Podrobnosti v zvezi s tem pojavom lahko pojasnimo le, če vzamemo, da svetloba pada na površino kovine v ločenih energijskih kapljicah, ki posamično izbijajo elektrone iz kovine. Torej energija svetlobe prihaja v drobcih, v paketkih energije. Drobci, ki sestavljajo svetlobo in drugo elektromagnetno sevanje, se imenujejo <u>fotoni</u>. Predpostavljamo, da svetlobo določene valovne dolžine sestavljajo enaki fotoni, to je, da je svetloba določene barve sestavljena iz enakih energijskih drobcev. Več svetlobe pomeni več fotonov. Energija posameznih fotonov je odvisna od valovne dolžine svetlobe oziroma elektromagnetnega valovanja; je tem večja, čim krajša je valovna dolžina. Fotoni vijolične svetlobe imajo približno dvakrat tolikšno energijo kot fotoni rdeče svetlobe. Fotoni elektromagnetnih valov z zelo veliko valovno dolžino (npr. fotoni radijskih valov) imajo zelo majhno energijo. Nasprotno je energija fotonov velika, če je valovna dolžina valovanja majhna, kot na primer pri sevanju gama.

Fotoni kot delci energije elektromagnetnega valovanja potujejo le s svetlobno hitrostjo 300.000 km/s, mirujočih fotonov ni. Brž ko se foton ob oviri ustavi, preneha obstajati; njegovo energijo prejme ovira.

Zakaj lahko svetlobo predstavimo kot elektromagnetno valovanje in kot tok fotonov, bo jasno šele, ko bomo raziskali, kaj so fotoni, iz česa so narejeni ....

Jurček se je z muko prebijal od stavka do stavka. Težki stavki so tlačili njegovo radovednost in jo ubijali, že je mislil odnehati. Zadnji prebrani stavek pa je znova prebudil njegovo zanimanje. Znanstveniki torej še ne poznajo fotonov, čeprav so že veli-

ki in pametni! Sploh ne vedo, kaj je pravzaprav svetloba! On sam bo to raziskal!!

Ves odločen je stekel k mami: *"Mama, kajne, da tudi oče ne ve, kaj so fotoni?"* Mama je bila že utrujena.

"Le kje stakneš tako čudne besede! Še zbolel boš. Pojdi v sobo in spravi se k domači nalogi! Danes se sploh še nisi učil."

"Saj sem se ravnokar učil!"

"Pa povej, kaj je presečna množica!"

"No dobro, že grem."

Odšel je v sobo in odprl težko aktovko. Razvrstil je zvezke po mizi ter se lotil nalog, ki jih je moral napraviti do naslednjega dne. Toda fotoni so se mu stalno motali po glavi, da se je pri nalogah večkrat zmotil. Le kakšni so fotoni?

Zvečer je v postelji še vedno razmišljal o fotonih. Gledal je v zvezdno noč, ki je skozi odprto okno silila na njegovo posteljo. Kaj pa, če so fotoni zelo, zelo majhni ptički, ki švigajo sem ter tja? Jurčkova domišljija se je počasi osvobajala, zdrknila je skozi okno in vsa sproščena švignila proti nebu.

Jurčku se je sanjalo, o fotonih, seveda.

Rudi Kladnik

ASTRONOMIJA

SODOBNA ASTRONOMIJA

Že od nekdaj so imeli ljudje zvezde za del svojega sveta. Večina opazovalcev je postala pozorna na nespremenljiv razpored zvezd. Spočetka so videli v njem delo bogov. Mislili so tudi, da bi razkrili univerzalno harmonijo sveta, če bi razvozlali razpored zvezd. Komete, sončne mrke in podobne redke dogodke so večinoma imeli za posebna sporočila bogov. Zato so začeli ljudje zelo zgodaj opazovati nebo. Prva ohranjena sporočila izhajajo iz tretjega tisočletja pred našim štetjem.

Temelj astronomiji kot znanosti pa je postavil šele Nikolaj Kopernik. čeprav ne gre spregledati velikih uspehov starih kultur, je bil Kopernik verjetno prvi, ki je trdno povezal eksperimentalne podatke o zaporednih legah planetov s teorijo o zgradbi vesolja. S tem je omogočil razvoj astronomije, ki je kmalu stopila v svojo zlato dobo. Na koncu 16. in v začetku 17. stoletja so delovali Tycho de Brahe, Galileo Galilei in Johannes Kepler. Spoznali so zakone o gibanju planetov, del zakonov mehanike in domnevali so, da veljajo enaki zakoni v vesolju kot na Zemlji. A najpomembnejša je bila uvedba novih eksperimentalnih in teoretičnih metod. Z njimi so postavili trdne temelje astronomije, na katerih so gradili kasnejši znanstveniki. Isaac Newton je na tej osnovi prišel do zakonov dinamike in potrdil, da so univerzalni. Sledila so zanesljiva opazovanja, izboljšave instrumentov in teorijskih prijemov, kar je privedlo do novih spoznanj. Potrdili so Newtonove zakone in domnevo o njihovi univerzalnosti.

Do danes je prehodila astronomija dolgo in uspešno pot. Sodobna astronomija je zato izredno raznolična znanost, ki goji celo vrsto opazovalnih in teoretičnih vej.

Opazovalna astronomija se je v zadnjih desetletjih tako razširila, da jo razdelimo na optično, infrardečo, radijsko, rentgensko, nevtrinsko astronomijo, astronomijo kozmičnih delcev in astronomijo gravitacijskih valov.

Optični astronomi opazujejo zvezdno svetlobo v vidnem delu spektra elektromagnetnih valov. Izredno izpopolnjena tehnika daje možnost, da dobijo veliko več podatkov kot nekoč (sl.1).

Sl.1 Brušenje teleskopskega zrcala s premerom 4 m

Zanimiva veja optične astronomije je spektroskopija. Svetlobo, ki prihaja od zvezde, razklonimo s prizmo in dobimo mavrico (spekter). V njej se pojavijo nekatere zelo ozke spektralne črte, ki so svetlejše (emisijske) ali temnejše (absorpcijske) od okolice. V atmosferi zvezd so atomi, ki se gibljejo zelo hitro zaradi visoke temperature. Pri trkih se hitri atomi razletijo na sestavne dele - na jedra in na elektrone. Zato je v atmosferi vedno dosti golih jeder in prostih elektronov. Jedro in elektron se lahko spet združita, presežek energije pa odnese pri tem foton svetlobe. Frekvenca fotona je podana z razliko energije W med začetnim in končnim stanjem atoma:

$$\nu = W/h \quad ;$$

h je Planckova konstanta, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js. Atom ima omejeno število energijskih stanj, tako da imajo fotoni, ki se emitirajo pri prehodih elektronov med energijskimi stanji, samo omejeno število natančno določenih frekvenc. Lestvica frekvenc je odvisna od atoma, ki seva in je značilna za element prav tako, kot so prstni odtisi značilni za človeka. Z opazovanjem spektra lahko določimo sestav zvezde, se pravi utežna razmerja elementov, temperaturo in včasih še vrsto drugih podatkov. Po teh podatkih lahko z raznimi modeli ocenimo maso zvezde, njeno absolutno svetilnost in s tem oddaljenost od Zemlje, njen notranji sestav, starost.

Po spektru lahko večkrat izračunamo še, s kolikšno hitrostjo se zvezda oddaljuje ali približuje. Spektralne črte z oddaljujoče zvezde se nam namreč zdijo premaknjene proti rdečemu delu spektra, tiste z bližajoče zvezde pa proti modremu delu. Premik take vrste dobro poznamo pri zvoku kot Dopplerjev pojav.

Pomembni spoznanji, ki so ju odkrili z merjenji pomikov spektralnih črt, sta odkritje, da se vesolje širi in odkritje kvazarjev. V dvajsetih letih našega stoletja je Edwin Hubble opazoval nebo z velikanskim palomarskim teleskopom. Videl je veliko število zvezdnih gruč, ki nedvomno vsebujejo veliko zvezd. Zelo pazljiva opazovanja so pokazala, da so te "gruče" galaksije, ki so bolj ali manj podobne naši Rimski cesti. Uspeli so tudi oceniti, kako daleč so nekatere od galaksij. Hubble je premeril še spektre galaksij. Opazil je, da so črte v vseh spektrih premaknjene proti rdečemu delu in v nobenem proti modremu. Ugotovil je, da je pomik proti rdečemu delu spektra večji za bolj oddaljene galaksije. Iz tega je sklepal, da se oddaljujejo galaksije tem hitreje, čim bolj so oddaljene. Predstavljamo si, da so galaksije papirčki, ki so nalepljeni na gumijastem balonu. Če balon napihujemo, se papirčki oddaljujejo drug od drugega. Relativna hitrost dveh papirčkov je sorazmerna z oddaljenostjo, če napihujemo balon enakomerno. Hubbleovo odkritje tedaj pove, da se vesolje širi. Če si predstavljamo, da je bilo vesolje najprej zelo majhen "balonček", ki se je odtlej enakomerno širil, lahko iz Hubbleovih podatkov izračunamo, da je danes vesolje staro dobrih deset milijard let.

Pri razporejanju spektrov nebesnih teles so našli nekatere objekte, katerih spektrov si nikakor niso znali razložiti. Te objekte so imenovali kvazarje. Šele po nekaj letih je Maarten Schmit uspel pojasniti spektre kvazarjev z velikim rdečim premikom. Menil je, da se kvazarji oddaljujejo od nas z veliko hitrostjo in so verjetno zelo oddaljeni. Skrivnost kvazarjev s tem še ni rešena. Če so namreč kvazarji res zelo daleč, sta tudi iz navidezne svetilnosti izračunana absolutna svetilnost in energijski tok zelo velika. Svetilnost je mnogo večja kot svetilnost katerekoli galaksije. Da je mera polna, kvazarji še mežikajo. V nekaj dneh se spremeni njihov energijski tok, iz česar sklepamo, da so dosti manjši kot galaksije. Od kod kvazarjem velika energija, če so res tako svetli? Ali pa je v zgornjih sklepih napaka? Zaenkrat je uganka še nerešena.

Opazovanje spektrov da toliko podatkov o zvezdah, da ga kaže razširiti na dele spektra, ki jih ne zaznamo z očmi. Zato se je iz opazovalne astronomije v zadnjem desetletju razvila infrardeča astronomija. Zemeljsko ozračje absorbira skoraj vso infrardečo svetlobo in je treba dvigniti instrument vsaj kakih 13 km nad atmosfero. To možnost pa nam daje samo zelo izpopolnjena tehnika. Za opazovanja uporabljajo letala (n.pr. francosko-angleško letalo Concorde), avtomatsko vodene balone in umetne satelite.

Ta veja omogoča dve posebno zanimivi vrsti opazovanj. Najzanimivejši deli pri opazovanju oddaljenih galaksij so njihova jedra, kjer je snov najgostejša. Tam verjetno nastaja in umira mnogo zvezd in tam se odloča usoda galaksije. Jedra naše Galaksije-Rimske ceste ne moremo videti, ker ga zakrivajo oblaki medzvezdnega prahu, ki pa na srečo dovolj prepuščajo infrardečo svetlobo. Iz opazovanj v infrardeči svetlobi bo mogoče bolj natančno oceniti maso Galaksije, gostoto snovi v jedru in ugotoviti, koliko je tam starih in koliko mladih zvezd, itd.. Ti podatki so potrebni za razumevanje razvoja Galaksije.

Astronome zelo zanima, kako nastajajo zvezde. Verjetno se medzvezdni plin počasi zgošča okrog spočetka le malo gostejšega jedra. Plin se ob tem počasi greje na račun zmanjšanja gravitacijske potencialne energije. Dokler je razmeroma hladen, ne oddaja skoraj nič vidne svetlobe, ampak predvsem infrardečo svetlobo, ki jo zaznamo z infrardečimi teleskopi. Študij zarodkov zvezd pa lahko veliko pove o kasnejšem razvoju zvezd.

Radioastronomija je podaljšek infrardeče astronomije. Radioastronomi opazujejo elektromagnetne valove, ki prihajajo k nam iz vesolja in imajo valovne dolžine od nekaj metrov do nekaj milimetrov. Vendar so merilni načini v radioastronomiji precej drugačni kot v infrardeči astronomiji. Zemeljsko ozračje je na srečo prozorno za radijske valove in jih lahko zaznavamo celo v oblačnem vremenu in podnevi. Frekvenca radijskih valov je tako nizka, da morejo povezati več oddaljenih anten v skupino, s katero izredno natančno določijo položaj in zgradbo radijskih izvirov. Natančnost je skoraj tisočkrat večja kot natančnost optičnih teleskopov.

Gradnja radijske antene je manj zahtevna kot gradnja velikega optičnega teleskopa. Radioteleskopi so zato lahko zelo veliki. Največji radioteleskop v Arecibu pokriva dno precejšnje doline in njegovo "ogledalo" ima premer 300 m. S tako velikim instrumentom je mogoče zaznati izredno šibke signale in zato lahko z radioteleskopi vidijo mnogo dlje kot z optičnimi. Z njimi so našli najbolj oddaljene kvazarje in prve pulzarje - nevtronske zvezde, ki utripajo nekajkrat v sekundi. Z njimi lahko merijo gostoto plinov med oddaljenimi galaksijami itd. V kratkovalovnem radijskem spektru so spektralne črte nekaterih najzanimivejših molekul. Posebno znana je črta vodikove molekule z valovno dolžino 21 cm. Več skupin radioastronomov se ukvarja samo s to črto in z raznimi merjenji določajo velikosti zvezd, hitrosti plinov med galaksijami, gostoto teh plinov in vrsto drugih zanimivih podatkov.

Najzanimivejši prispevek radioastronomije je odkritje prasevanja. Ugotovili so, da izpolnjuje vesolje elektromagnetno valovanje, ki ustreza sevanju črnega telesa s temperaturo 2,7 K. Vesolje je moralo biti pred nekaj milijardami let precej gostejše in precej toplejše. Danes zaznajo radioastronomi le zelo razpet in ohlajen plin fotonov začetnega sevanja. Sedanja temperatura 2,7 K daje dragocen podatek o stanju vesolja na začetni stopnji razvoja.

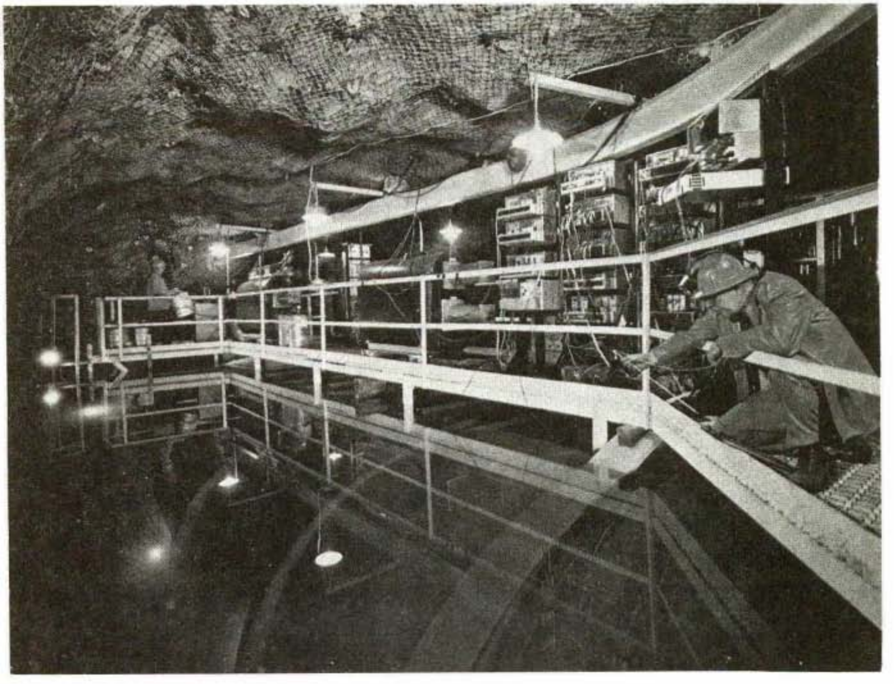
Pred kratkim sta se rodili ultravijolična in rentgenska astronomija. Zemeljsko ozračje je popolnoma neprozorno za to svetlobo in je treba namestiti detektorje na umetne satelite. Ta veja je zato izključno domena Združenih držav in Sovjetske zveze. Znana sta ameriška raziskovalna načrta Uhuru in Kopernikus, ki sta imela za nalogo katalogiziranje rentgenskih izvirov v vesolju. Ugotovili so, da so rentgenski izviri spremenljivi, iz česar sklepajo, da so zelo majhni. Z optičnimi teleskopi so uspeli identificirati precej rentgenskih izvirov in potrdili so, da so izviri majhni. Rentgenske izvire so razdelili na dve skupini. Na izvire, ki močno utripajo, a nikdar ne ugasnejo, in na izvire, ki trenutno zablestijo v rentgenski svetlobi, nato pa ugasnejo. Vsi rentgenski izviri so skoraj zagotovo izredno goste zvezde z gostoto okrog 10^{14} g/cm^3. Kratek in močan sunek rentgenske svetlobe je verjetno "labodji spev" take zvezde. V notranjosti zelo goste zvezde je tlak zaradi gravitacije zelo velik. Če tlak preseže določeno mejo, se zvezda "sesuje vase" v zelo kratkem času. Velik del gravitacijske potencialne energije prevzame kratek, zelo močan sunek rentgenske svetlobe. Preostane le morda nevtronska zvezda ali črna luknja, ki ima premer nekaj deset kilometrov in maso nekaj sončnih mas. Tako pritlikavko lahko v primeru, da se nahaja v paru z rdečo orjakinjo, opazimo kot stalen rentgenski izvir. Velika količina plinov, ki izhlapeva s površja orjakinje, se ujame v močnem gravitacijskem polju pritlikavke in se tako močno segreje, da oddaja rentgensko svetlobo. Tako danes pojasnjujemo stalne rentgenske izvire.

Astronomija kozmičnih delcev je tudi zelo mlada in tudi vezana na umetne satelite, merilnike na površju Meseca in na vesoljske laboratorije. Na Zemljo prihaja od Sonca izdaten tok raznih delcev. Ta "sončni veter" daje podatke o naravi izbruhov na Soncu in o sončnem in zemeljskem magnetnem polju. Poleg tega pa prihajajo na Zemljo še razni delci iz globin vesolja. Izvirov teh delcev za sedaj še ne poznajo. Ti delci se odklanjajo v magnetnem polju v medzvezdnem prostoru, katerega narave tudi še ne razumemo. Zanimivo pa je, da so ti delci prav takšni kot delci na Zemlji. Tudi to podpira domnevo o univerzalnosti fizikalnih zakonov.

Nevtrinska astronomija in astronomija gravitacijskih valov pravzaprav še nista zares rojeni, čeprav so vanju vložili že precej dela. Obe poskušata raziskovati pojave, ki jih je zelo, zelo težko zaznati.

Nevtrini so delci, ki nosijo energijo s hitrostjo svetlobe in nimajo lastne mase. So izredno uspešni tatovi energije, ker jih skoraj nič ne ustavi. Od enega milijona nevtrinov, ki padejo na Zemljo, le eden ali dva obtičita v Zemlji, potem ko trčita s protonom ali nevtronom. Pri jedrskih reakcijah, za katere menijo, da tečejo v sredici Sonca, nastane ogromno nevtrinov. Merjenje nevtrinskega toka s Sonca bi pojasnilo ali imamo pravilno sliko o dogajanjih v središču Sonca. Edini dosedanji poskus še ni dal pričakovanih rezultatov. Kaže, da prihaja s Sonca vsaj šestkrat manj nevtrinov, kot so napovedovali. Kje je napaka? Poskus je izredno zahteven, saj morajo v rezervoarju s prostornino 400 m^3 (sl.2) zaznati tistih nekaj atomov, ki so se v več dnevih spremenili zaradi trkov z nevtrini. To je zagotovo teže, kot najti šivanko v kopici sena. Ali pride pri poskusu do nepredvidenega pojava? Ali je Sonce za nekaj časa ustavilo svojo atomsko peč, kar bi pokazala sprememba površinske temperature šele čez več milijonov let?

Teoretični del astronomije so nekoliko po sili razdelili na



Sl.2 Bazen za "lovljenje" sončevih nevtrinov okoli 1000 m pod površjem Zemlje

astrofiziko in kozmologijo. Astrofizika je bila rojena nekako na koncu prejšnjega stoletja, ko se je utrdilo spoznanje, da veljajo na zvezdah isti fiziksIni zakoni - ne samo mehanski - kot na Zemlji. Eno izmed prvih vprašanj je bilo, od kod zvezdam energija, ki jo sevajo. Kmalu so ugotovili, da bi kemijsko gorenje premoga ali česa podobnega bilo premalo izdatno. Sonce bi lahko živelo le nekaj deset tisoč let, če bi izkoriščalo kemijsko energijo. Tudi izkoriščanje gravitacijske potencialne energije pri krčenju je premalo izdatno, saj bi z njo Sonce svetilo le kakih trideset milijonov let. Šele v našem stoletju so spoznali, da le jedrske reakcije dajejo dovolj energije, da živi Sonce nekaj deset milijard let. To spoznanje je bilo prvi veliki uspeh astrofizike. Kmalu so ugotovili, katere jedrske reakcije so pomembne v notranjosti zvezd, izračunali so hitrost teh reakcij, lastnosti plinov v zvezdah. Na osnovi teh podatkov so napravili modele zvezd, ki se dobro ujemajo z opazovanji. To je bil triumf astrofizike, ki dokazuje, da so fizikalni zakoni res univerzalni.

Seveda so naleteli na nekaj problemov. Našli so zvezde, za katere niso znali napraviti ustreznega modela, ali pa je model napovedal tipe zvezd, ki jih niso opazili. Izpopolnjene teoretske in eksperimentalne metode počasi polnijo vrzeli. Našli so nevtronske zvezde, ki jih je teorija napovedala pred dobrimi štiridesetimi leti. Uspeli so pojasniti lastnosti belih pritlikavk. Razvozlali so skrivnost kefeid - zvezd, ki periodično utripajo ... Seveda še nismo na koncu poti. Odpirajo se vse širša in lepša obzorja in postavljajo se vedno zanimivejša vprašanja.

Drugo področje teoretske astronomije, kozmologija, poskuša pojasniti nastanek vesolja. To področje je še razmeroma mlado in težavno, ker ima le malo zanesljivih podatkov. Prvi podatki so Hubbleov zakon, odkritje prasevanja in podatek, da sestavlja v vesolju približno 3/4 snovi vodik, 1/4 helij, težjih elementov pa je samo 1%. Kaže, da je vesolje nastalo z veliko eksplozijo ali velikim pokom (angl. big bang). Kozmologi se sprašujejo, kako je potekal pok, kako se je spreminjala temperatura, kdaj so začele nastajati galaksije, zakaj je vesolje tako enakomerno.

Einsteinova teorija gravitacije (splošna teorija relativnosti) lepo popiše širjenje vesolja in daje možnost, da iz opazovanj oddaljenih galaksij izluščimo podatke o njihovih lastnostih. Sprašujemo pa se, ali se bo vesolje vedno širilo? Ali se bo morda širjenje ustavilo in se bo vesolje začelo krčiti? Odgovor na to vprašanje bi dobili iz Einsteinove teorije, če bi poznali povprečno gostoto snovi v vesolju. Te gostote za zdaj še ne poznamo. Močno si jo prizadevajo določiti, vendar obstaja možnost, da je kje v vesolju snov v obliki, ki je še ne moremo zaznati. Poskušajo čim natančneje preveriti Hubbleov zakon. Ali se izmed dveh izbranih galaksij tista, ki je od nas v dvojni razdalji, v vsakem primeru oddaljuje z dvojno hitrostjo? Merjenja so težavna, ker je zelo težko določiti razdaljo zelo oddaljenih galaksij in ker najdemo pri zelo velikih razdaljah le kvazarje, ki jih za zdaj še ne razumemo. Nekateri rezultati kažejo, da Hubbleov zakon preneha veljati, ko se približujemo meji vidnega vesolja. Mogoče postaja hitrost širjenja za vse oddaljenejše objekte manjša, kot bi pričakovali iz Hubbleovega zakona. Če je tako, je gostota snovi v vesolju večja, kot kažejo začetna merjenja in obstaja snov v obliki, ki je ne moremo zaznati. Taka možnost so na primer nevtronske zvezde ali črne luknje. Veliko vprašanj ostaja še odprtih, vendar bodo ljudje vztrajno iskali odgovore nanje. Dosedanji razvoj kaže, da njihova prizadevanja ne bodo zaman.

Andrej Čadež

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome.
2. letnik, šolsko leto 1974/75, 4.številka, maj 1975, str.129-192.

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Rokopis je natipkala Anuša Rode, jezikovno je pregledala Sandra Oblak, opremila pa Borut Delak in Višnja Kovačič, slike so narisali: Berto Žitko, Davorin Tomažič, Pavel Gregorc, Vladimir Batagelj, Božo Kos in Borut Pečar.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK, Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. 61-564/53, št. žiro računa 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki številka 50100-620-107-900. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 20.- din, za skupinska pa 18.- din, za inozemstvo 2 \$ = 34.- din, 2400.- Lit, 56.- Asch. Posamezna številka stane 5.- din.

List sofinancirajo Republiška in temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji ter Raziskovalna skupnost Slovenije.

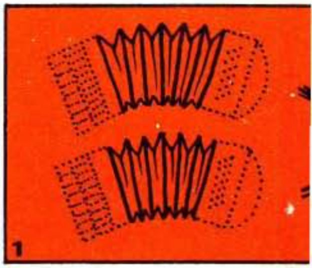
Ofset tisk Časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno v nakladi 14.000 izvodov.

R E B U S I

(Pavel Gregorc)

Skoraj vse o rebusih boste lahko prebrali na straneh od 162 do 165, rešitve pa na 166

REBUS



REBUS

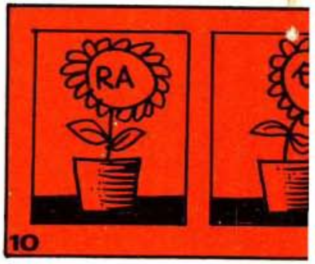
PALINDROMNI REBUS

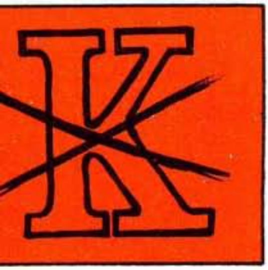
RAREBUS

RAREBUS

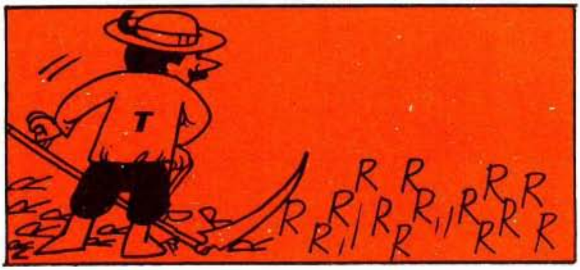
REBUSOID

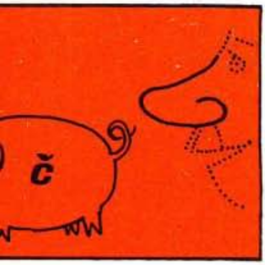
REBUS V STRIPU





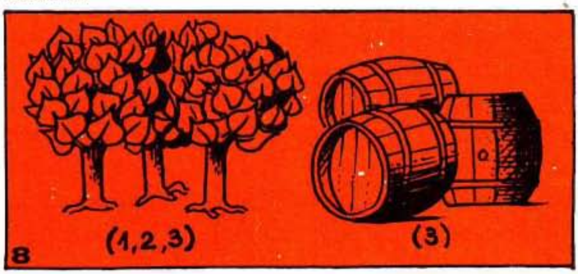
REBUS

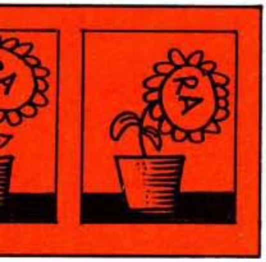




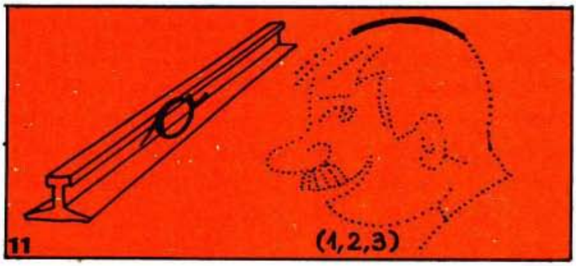
PALINDROMNI REBUS

REBUSOID





PALINDROMNI REBUS



BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

REBUSI

Beseda "rebus" je šesti sklon množine latinske besede "res" (stvar), pomeni torej "s stvarmi". Izražanje z rebusom pomeni izražanje s stvarmi.

Rebus je verjetno nastal ob koncu 15.stoletja v Franciji. V Pikardiji, pokrajini v severovzhodni Franciji, so se v času karnevala študentje posmehovali aktualnim dogodkom s šaljivimi opazkami v obliki ugank. Imenovali so jih "de rebus quae gerentur" (o stvareh, ki se dogajajo). Po teh ugankah je dobil ime rebus in kmalu postal priljubljen v vsej Evropi.

Ko analiziramo rebus, ugotovimo, da je rebus pravzaprav šifrirano sporočilo. Vlogo črk oziroma besed sporočila prevzamejo risbe, sličice. Risbe so lahko čiste ali pa so označene s črkami. Ko uganemo, kaj predstavljajo posamezne risbe, smo odkrili "šifro". Da preberemo sporočilo, moramo le pravilno povezati ugotovljene besede ali črkovne skupine. Načinov povezovanja je več in po njih ločimo različne vrste rebusov.

Preden na kratko razložimo osnovna pravila reševanja in osnovne vrste rebusov, omenimo najvažnejše pravilo za sestavljanje rebusov. Sestavljalec rebusa razbije besedo, rešitev rebusa, na več delov (besed ali črkovnih skupin), ki jih lahko likovno predstavi. Podobno kot za vse uganke, tudi za rebus velja "korensko pravilo". To pravilo pravi, da nobena beseda, ki sestavlja rebus, ne sme imeti istega korena (ali pomena) kot rešitev rebusa. Na ta način sestavljeni rebusi namreč niso uganke, ampak zgolj ilustracije besed. Primer: v rebusu "dimnikar" ne sme biti narisan "dim" ali celo "dimnik", saj imajo vse tri besede isti koren (-dim od glagola dimiti). Podobno v rebusu "podmornica" ne sme nastopati kombinacija "pod M O", ker je predlog "pod" že v rešitvi rebusa.

Osnovna pravila za reševanje rebusa so naslednja.

Če risbice rebusa niso označene s črkami, zadostuje, da uganemo besede, ki jih risbice predstavljajo in jih povežemo po pravilu za določeno vrsto rebusa.

V primeru, ko je risbica označena s črko (ali v izjemnih primerih z dvema črkama), jo pri reševanju poimenujemo s to črko. Pri tem sta vedno dve možnosti: da črko postavimo pred ali za besedo, ki jo predstavlja risba. Primer: narisana je "ura" in označena s črko "K". Možni kombinaciji sta "ura K" in "K ura". Vedno je pravilna le ena kombinacija, v gornjem primeru je to druga, ki da rešitev rebusa - "kura". Pri poimenovanju risbic s črkami je treba upoštevati tudi "imena" črk. Črko K npr. lahko beremo kot "K" ali kot "Ka", črko R kot "R" ali kot "eR". V gornjem primeru obstajata še dve kombinaciji - "ura Ka" in "Ka ura". Reševalec mora v takem primeru vedno poiskati vse štiri kombinacije, k rešitvi pa vodi le ena.

Lego elementov rebusa opisujemo s predlogi. Lahko je en element v drugem, na drugem, pod drugim, med dvema elementoma, sestavljen iz drugega elementa in podobno. Predlog je torej skrit v narisani kombinaciji elementov in ga reševalec odkrije tako, da pravilno razvozla narisano kombinacijo. Tudi za vrstni red predloga v kombinaciji sta vselej dve možnosti, pravilna pa je le ena. Predloga "na" in "pod" prikazujemo v rebusih na enak način - tako, da med elementa narišemo črto. Tako kombinacijo lahko opiše reševalec na štiri načine. (Dodati pa je treba, da je uporaba predloga "pod" manj pogosta.) Primer: $\frac{Z}{K}$. Možnosti reševanja so: 1. pod Z(e) K(a), 2. K(a) pod Z(e), 3. na K(a) Z(e) in 4. Z(e) na K(a). (V oklepajih so navedene kombinacije, v katerih upoštevamo "imena" črk.) Rešitev predstavlja četrta kombinacija - "znak" (Z na K).

Pri kombiniranju s črkami upoštevamo slovnično pravilo, ki pravi, da črk ne sklanjamo. Torej je pravilno "Z na K" in ne "Z na Kaju" ! Kadar pa so s predlogi povezane samostojne besede, jih moramo obvezno sklanjati.

Če je risbica rebusa postavljena na glavo, potem upoštevamo obrnjeni "pomen" besede ali kombinacije črk, ki jo risbica prikazuje. Primeri: obrnjena črka "eR" je "Re", obrnjena kombinacija "na K S" je "skan", obrnjena "miš" je "šim", itd..

Če je element rebusa prečrtan z dvema sekajočima se črtama, pomeni, da ga "ni". Primer: prečrtana črka T - ni T - nit.

S črtkano črto narišemo tiste dele elementov rebusa, ki za rešitev niso pomembni, pomagajo pa reševalcu, da lažje ugane, kaj prikazuje del elementa, ki je narisan s polno črto.

Dejanje ali stanje tudi v rebusu označimo z glagolom. Glagol je podobno kot predlog skrit v risbi rebusa. Reševalec ga mora uganiti in pravilno povezati z ostalimi elementi rebusa. Pri rebusih, ki vsebujejo glagol, je poudarek na glagolu in z njim kombiniramo le črke (ali znake), ne pa tudi besed, ki jih črke označujejo. To je včasih, posebno za začetnike, nekoliko težje, zato je treba biti pri reševanju "glagolskih" rebusov posebno pozoren. Primer: rebus prikazuje "žensko, označeno s črko S, ki lika perilo R". Pri reševanju ne upoštevamo besed "ženska" in "perilo", ampak le črki, s katerima sta ti dve risbici označeni, povežemo z ustreznim glagolom, torej "S lika R" - slikar.

Praviloma sestavljamo le čiste rebuse, to je rebuse brez popravk. Pod popravo razumemo spremembo črke (npr. A = O), odvzem črke, zamenjavo dveh črk in vstavek črke. S številnimi popravami lahko iz vsake besede naredimo rebus. To pa ni namen uganke, zato se pri kvalitetnih rebusih poprav izogibamo. Izjemoma jih uporabljamo pri rešitvah z večjim številom črk ali pri kako drugače kvalitetnem rebusu. Le pri rarebusu in rebusoidu ima odvzem črk posebno kompozicijsko vrednost.

Oglejmo si nekaj najbolj znanih vrst rebusov!

Rebus ali natančneje *navadni rebus*. Rešujemo ga tako, da prave besede in črkovne skupine, ki jih predstavljajo risbice, preberemo od leve proti desni.

Palindromni rebus(palindrom - gr. palindromos, nazaj tekoč, - je beseda, ki se enako bere naprej in nazaj ali pa ima, brana nazaj, drugačen pomen). Palindromni rebus rešujemo enako kot navadnega. Rešitev pa dobimo tako, da ugotovljene besede in črkovne skupine preberemo nazaj - od desne proti levi.

Rebus v stripu. Sestavlja ga več risbic. Običajno prikazujejo glagol, ki označuje trajajoče ali ponavljajoče se dejanje ali posledico kakega dejanja.

Polirebus. Rebus, ki ima pri isti risbi tri ali več rešitev, imenujemo polirebus. Rebus z dvema rešitvama je direbus.

Rarebus. (Pravilno bi se moral imenovati "rerebus" - re, lat. spet, znova - vendar se je verjetno zaradi lažje izgovarjave uveljavilo ime rarebus). Pri rarebusu namreč črke, ki jih od besed odvzamemo, znova dodamo v istem vrstnem redu na koncu za vsemi elementi rebusa. Katere črke moramo v ugotovljenih besedah ali črkovnih skupinah najprej prečrtati in jih nato dodati na koncu za vsemi elementi rebusa, povedo vejice (apostrofi) pred ali za risbico ali pa števila (ki so pravzaprav vrstilni števniki) v oklepaju pod risbico. Število vejic ustreza številu črk, ki jih je treba odvzeti, števila v oklepaju pa veljajo za vsako kombinacijo (risbico) posebej. Rešitev rarebusa dobimo tako, da črke preberemo od leve proti desni.

Rebusoid. (Tudi to ime je nepravilno, saj je grška pripona -oid, ki izraža podobnost s čim, dodana latinski besedi rebus. Beseda rebusoid naj bi torej pomenila uganko, podobno rebusu). Pri rebusoidu pa črke, ki jih od besed odvzamemo (prečrtamo), dodamo v istem vrstnem redu takoj za elementom (risbico), od katerega smo jih odvzeli in ne na koncu za vsemi elementi kot pri rarebusu. Rešitev prav tako preberemo od leve proti desni.

Kombinacije rebusov. Možne so tudi kombinacije palindromnega rebusa in rarebusa ali rebusoida. Tako poznamo palindromni rarebus in palindromni rebusoid. Palindromni rarebus (rebusoid) rešujemo najprej kot rarebus (rebusoid), rešitev pa dobimo z branjem nazaj, od desne proti levi.

Opisni rebus. Posebnost med rebusi je opisni rebus. Uporabimo ga v primerih, ko je kako kombinacijo težko ali nemogoče likovno predstaviti. Zato jo opišemo v verzih. Primer:

OPISNI REBUS
Neko črko vse boli,
iz ure v uro bolj slabi,
potrebujemo zdravilo,
zato tole s p o r o č i l o !

Rešitev: depeša - *De peša*.

Poznamo še precej vrst rebusov in kombinacij z rebusi, vendar bodi za začetek dovolj. Rebusi spadajo med "težje" uganke, saj zahtevajo logično mišljenje in sklepanje in ne le preprostega obnavljanja besednega zaklada. Želimo vam veliko zabave pri "možganski telovadbi" !

Pavel Gregorc

REŠITVE REBUSOV s strani 160

Navadni rebusi:

1. MEHANIKA (ali MEHANIK) - (2) meha; ni (črke) Ka.
2. KOSITER - kosi (kmet) T (travo) eR.
3. MNOŽICA - M nožica.

Palindromna rebusa:

4. SONČNI MRK - krmi (ženska) N (prašiča) Č; nos - brano nazaj.
5. ARISTOTEL - leto; (2) T sira - brano nazaj.

Rarebusa:

6. PIRAMIDA - pi; (da)r; ami - črki (da) se preneseta na konec.
7. ARHIMED - (med) (črkama) A R (črka) hi - črke (med) se prenesejo na konec.

Rebusoida:

8. ELIPSOID - (lip)e; so(d)i - črke (lip) se prenesejo za E in črka (d) za črkovno skupino SOI.
9. PERSPEKTIVA - per(e) (ženska) S(perilo) P; k(i)t (vA) - črka (e) se prenese za PERSP in črke (i), (va) za KT.

Rebus v stripu:

10. VENERA - vene (roža) RA.

Palindromni rebus:

11. METEORIT - tir O; (tem)e - črke (tem) se prenesejo na konec in vse beremo nazaj.

Pavel Gregorc

OBRAČANJE KONČNIH ZAPOREDIJ

Pravimo, da smo zaporedje števil obrnili, če člene zapišemo v obratnem vrstnem redu. Tako je na primer obrat zaporedja

$$3\ ,\ 7\ ,\ 1\ ,\ 5\ ,\ 8$$

zaporedje

$$8\ ,\ 5\ ,\ 1\ ,\ 7\ ,\ 3.$$

Obračanje zaporedij je osnova naslednji nalogi, ki mi jo je nedavno zastavil nek znanec.

Dano je zaporedje

$$8\ 3\ 1\ 4\ 5\ 2\ 7\ 9\ 6$$

Z njim lahko storiš dvoje:

- ali zaporedje razdeliš na dva dela in prvi del obrneš
- ali pa celotno zaporedje obrneš.

Tako dobiš novo zaporedje. Postopek nadaljuješ tako dolgo, dokler ne dobiš zaporedja

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Rešitev: Naloga ni posebno težka in hitro odkrijemo postopek, ki vodi do rešitve.

1)	8	3	1	4	5	2	7	$\boxed{9}$	6
2)	$\boxed{9}$	7	2	5	4	1	3	8	6
3)	6	$\boxed{8}$	3	1	4	5	2	7	**9**
4)	$\boxed{8}$	6	3	1	4	5	2	7	**9**
5)	$\boxed{7}$	2	5	4	1	3	6	**8**	**9**
6)	$\boxed{6}$	3	1	4	5	2	**7**	**8**	**9**
7)	2	$\boxed{5}$	4	1	3	**6**	**7**	**8**	**9**
8)	$\boxed{5}$	2	4	1		**6**	**7**	**8**	**9**
9)	3	1	$\boxed{4}$	2	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
10)	$\boxed{4}$	1	3	2	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
11)	2	$\boxed{3}$	1	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
12)	$\boxed{3}$	2	1	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
13)	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**

Pazljiv bralec je najbrž že sam opazil pravila postopka. Zaporedje razdelimo na levi neurejeni in desni urejeni del. Spočetka je lahko celo zaporedje neurejeno. Urejeni del je označen z debelejšim tiskom. Največji člen v neurejenem delu (označeni so s kvadratkom) obrnemo na začetek zaporedja in od tu, v naslednjem koraku, na začetek urejenega dela... To ponavljamo toliko časa, dokler ni vse zaporedje urejeno.

Naloga postane zanimivejša, če se vprašamo: Koliko najmanj obračanj je potrebnih za ureditev tega zaporedja?

Poskusite urediti še zaporedje

3 , 6 , 2 , 7 , 4 , 8 , 1 , 9 , 5

Možni sta tudi varianti z nekoliko spremenjenimi pravili:

1.varianta: pravili sta: ali zaporedje razdeliš na dva dela in oba dela obrneš ali pa celotno zaporedje obrneš.

2.varianta: pravilo je: obrneš lahko poljuben del (podzaporedje) danega zaporedja.

Vladimir Batagelj

MALCE NERESNO

Lansko jesen je med bruci fizike in matematike krožil mini - inteligenčni test. Ker so bila vprašanja precej duhovita, sem sklenil, da vam jih napišem. Kdo je njihov avtor, bi bilo težko povedati , saj so nekatera med njimi že dolgo znana. Vseeno pa mislim, da nikomur ne bodo škodila, saj je zelo koristno, če včasih malo pobrskamo po našem "podstrešju".

1. Če greste zvečer ob osmih spat in si navijete budilko za deveto uro zjutraj, koliko ur boste spali?
2. Ali imajo tudi v Angliji 29. november?
3. V škatlici imate samo eno vžigalico. Vstopite v zatemnjeno sobo, v kateri so karbid, peč na olje in petrolejka. Kaj boste najprej prižgali?
4. Nekateri meseci v letu imajo 30, nekateri 31 dni. Koliko jih ima 28 dni?
5. Zdravnik vam da tri tablete in vam naroči, da jih morate jemati na vsake pol ure. Koliko časa boste jemali tablete?
6. Kaj piše na robu bankovca za 50 par?
7. Delite 30 z 0,5 in dobljenemu številu prištejte 10. Koliko ste dobili?
8. Neki arheolog se hvali, da je našel kovanec z letnico 33 let pred našim štetjem. Ali mu verjamete?
9. Po cesti gredo tri gosi: ena hodi pred dvema, ena med dvema in ena za dvema. Koliko gosi hodi po cesti?
10. Nek kmet je imel 27 ovac. Vse razen šestih so mu poginile. Koliko ovac je ostalo živih?
11. Ali zakon dovoljuje, da se nekdo poroči s sestrično svoje vdove?
12. Ali se lahko človek, ki živi na Aljaski, pokoplje v Kongu?
13. Ti si moj sin, jaz pa nisem tvoj oče! Kdo je to rekel?
14. Ali lahko nočni čuvaj dobi pokojnino, če umre podnevi?
15. Letalo strmoglavi na državni meji. Kje (v kateri državi) bodo pokopali preživele?
16. V desnem kotu kravjega hleva so krave. Kje so potemtakem biki?
17. Koliko rojstnih dni ima lahko človek?
18. Opeka tehta eno kilo in pol opeke. Koliko tehtata dve opeki (v kg)?
19. Če znese ena kura in pol eno jajce in pol v enem dnevu in pol, koliko jajc znesejo tri kure v treh dneh?

20. Ko je šel Janezek v puščavo, je vzel s seboj jabolko za obrambo pred levi. Kako si to razlagate?

REŠITVE:

1. *Eno uro.*
2. *Zakaj pa ne? Samo tam mu pravijo* 29^{th} *November.*
3. *Vžigalico.*
4. *Vseh 12 mesecev. V vprašanju smo namreč izpustili besedico "samo" in to seveda namenoma.*
5. *Dokler ne bomo ozdraveli.*
6. *Danes nič, ker imamo samo še kovance za pare.*
7. $30/0{,}5 + 10 = 70$
8. *Nikar. Kako pa so mogli takrat, ko so vtisnili letnico, predvidevati, kdaj bomo pričeli z novim štetjem?*
9. *Tri.*
10. *Šest.*
11. *Zakon ne bi imel nič proti, če ne bi bil "nekdo" že pod rušo. Drugače pa tudi njegova žena ne more biti vdova.*
12. *Samega sebe je očitno nemogoče pokopati.*
13. *Mati.*
14. *Ne, ker je že mrtev.*
15. *Na srečo vsaj še nekaj časa nikjer, ker so preživeli.*
16. *Tega očitno ne vemo. Verjetno v hlevu za bike.*
17. *Samo enega. Praznujemo ga pa seveda kolikorkrat hočemo - nekateri nikoli, drugi spet vsako soboto.*
18. *Štiri kg.*
19. *Ena kura potrebuje za eno jajce en dan in pol. Torej bodo tri kure v treh dneh znesle 6 jajc.*
20. *Ko bo Janezek srečal leva, bo odvrgel jabolko. Ker jabolko nikoli ne pade daleč od drevesa, bo v bližini jablana, splezal bo nanjo in se skril pred zverjo.*

OCENE:

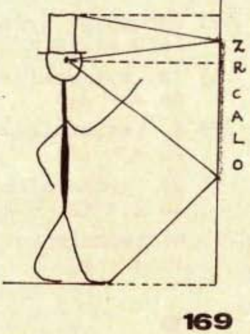
1. 20 točk - goljufali ste ali pa že poznate test
2. 15-19 točk - znate misliti
3. 10-15 točk - učite se misliti
4. 5-10 točk - neuspešno se učite misliti
5. 0-5 točk - ne učite se misliti
6. 0 točk - brez komentarja

Dušan Repovš

ZRCALCE, ZRCALCE NA STENI ...
(Presek 2 (1974/75) str. 124)

Rešitev: Zaradi lažjega razmišljanja postavimo kupcu na glavo klobuk. V opazovalčevo oko morata priti žarka iz vrha klobuka in roba čevlja, potem ko se po odbojnem zakonu odbijeta na ravnem zrcalu. Ostalo pove skica.

Danjel Bezek



PREMISLI IN REŠI

Za nalogo KOLIKO TRIKOTNIKOV JE NA SLIKI?, ki je bila objavljena v Preseku 2 (1974/75) štev.2, smo prejeli 37 pravilnih in 34 nepravilnih rešitev. Pravilne rešitve so nam poslali:

Jasna Belc, o.š. F.Rozman-Stane, Maribor; Viki Bezek, TEŠ, Ljubljana; Emil Bezgovšek, gimn. Celje; Štefka Borčnik, GPS, Ljubljana; Janko Cafuta, o.š. I.celjske čete, Celje; Bernarda Drganc, Ivančna Gorica; Brigita Drganc, Ljubljana; Franci Forstnerič, V.gimn., Ljubljana; Barbara Gradišek, gimn. R.Maistra, Kamnik; Marjetka Hovnik, o.š. F.Vrunč, Slovenj Gradec; Sonja Jenič, o.š. M.Šobar, Novo mesto; Marko Kogoj, gimn. Jesenice; Zdenka Kojnik, gimn. Celje; Krožek "PITAGORA", o.š. Bratov Polančičev, Maribor; Branka Levačič, gimn. Brežice; Tanja Majaron, I.gimn. Maribor; Marjan Markun, gimn. Kranj; Polona Novak, o.š. Z.Runka, Ljubljana; Ljubo Petkovič, gimn. Piran; Tine Petkovšek, o.š. Prule, Ljubljana; Franc Pribožič, gimn. Brežice; Magda Reja, o.š. Dobrovo v Brdih; Marko Reja, gimn. Tolmin; Diana Sajovec, Žalec; Rado Sekolonik, TSŠ, Velenje; Dušan Seljak, gimn. Škofja Loka; Darja Spanring, gimn. Poljane, Ljubljana; Nada Širca, sl.gimn. Koper; Snežana Švajger, o.š. Bratov Ribarjev, Brežice; Iztok Trebušak, gimn. Brežice; Lučka Unuk, o.š. Angel Besednjak, Maribor; Valter Valenčič, o.š. Vida Pregarc, Ljubljana; Nika Veronek, o.š. Žalec; Minka Zavrl, Pedagoška gimn., Ljubljana; Danica Zmajšek, gimn. Velenje; Tatjana Žaberl, o.š. Šentjur, Celje; Miran Željko, TSŠ za strojništvo, Ljubljana.

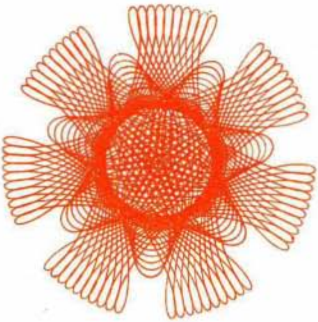
Objavljamo rešitev, ki nam jo je poslala Nada Širca (17 let), dijakinja iz 3.b razreda slovenske gimnazije v Kopru:

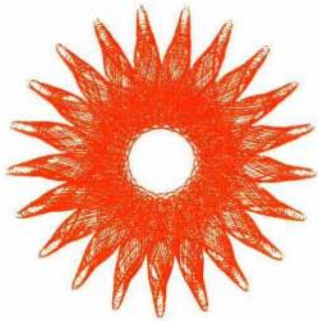
1) Dobimo 5 trikotnikov (sl.1) (enakokrak trikotnik, $a = b = d_5$ in $c = s_5$)
2) 10 trikotnikov (sl.2 in 3) (enakokrak trikotnik, $a = b = s_5$ in $c = d_5$)
3) 5 trikotnikov (sl.4) (enakokrak trikotnik, $a = b = (d_5 - s_5)$ in $c = (2s_5 - d_5)$)
4) 10 trikotnikov (sl.5 in 6) (enakokrak trikotnik, $a = b = s_5$ in $c = (d_5 - s_5)$)
5) 5 trikotnikov (sl.7) (enakokrak trikotnik, $a = b = (d_5 - s_5)$ in $c = s_5$)

če peterokotniku včrtamo vse diagonale, je v njem 35 diagonal. (Slike smo objavili na drugi strani ovitka.)

Izžrebani so bili: Marko Reja, gimn. Tolmin; Barbara Gradišek, gimn. Kamnik; Janko Cafuta, o.š. I.celjske čete, Celje in prejmejo za nagrado knjigo I.Adler: Fizika. Nagrade je prispevala Državna založba Slovenije.

Jože Dover





KDAJ BO URA SPET KAZALA NATANČEN ČAS?

Ura (glej sliko) je bila v sredo, 1.januarja natanko deset! V eni uri prehiteva 75 sekund. Katerega dne in meseca bo ob desetih spet točna in bo kazala pravi dan in datum, če jo samo navijamo in ne popravljamo datuma in dneva.

(Vsak mesec pri uri ima 31 dni!)

Rešitve s kuponom pošljite na naslov: PRESEK - Premisli in reši, Jadranska 19, p.p.227, 61001 Ljubljana.

Jože Dover

POGOVORI

RAZGOVOR S PROF. KLADNIKOM

Profesor Ivan Štalec nam je pravil, da ste bili njegov dijak in to eden najboljših. Nekoč nam je v šali dejal, da je on "kriv", da ste se usmerili na študij fizike: nekoč vas je poslal na tekmovanje iz fizike, kjer vas je zmaga tako spodbudila, da ste postali navdušen fizik. Ali ste res spremenili svoje zanimanje takorekoč v hipu ali pa ste se za fiziko zanimali že prej in vam je bila to samo nova spodbuda?

V prvem razredu višje gimnazije sem bil navdušen slavist in prijatelj slovenske besede. Kaj kmalu sem spoznal, da lahko dobro pišeš le, če tudi veš o čem pisati. Moje zanimanje je zajadralo v naravoslovje. V začetku sem se zanimal predvsem za kemijo. Po vojni so pri nas objavljali veliko poljudnoznanstvene literature, največ v srbohrvaščini. Bral sem vse po vrsti. Skozi poljudno literaturo sem prišel do fizike. Na gimnaziji v Trbovljah je tedaj učil matematiko in fiziko prof. I.Štalec. Bil je zagnan učitelj matematike, fiziko pa je učil nerad. Fiziko smo sprejemali kot zbirko formul, zakonov in problemov, ki se jih je pač bilo treba naučiti. Slutil sem, da se za zakoni in formulami skriva ogromno znanje o pojavih v svetu in vesolju, znanje, ki bi ga bilo dobro osvojiti. Toda fizika se mi je zdela težka. Bal sem se, da ne bi zmogel študija fizike, četudi me je privlačeval. Prof. Štalec nas je peljal v Ljubljano na tekmovanje iz matematike. Tik pred začetkom me je porinil v sobo, kjer so tekmovali fiziki. Nisem se slabo odrezal. Tako je odpadel zadnji pomislek.

Ali ste imeli kot gimnazijec še kakšne druge konjičke - astronomijo, meteorologijo? Ali ste imeli na vaši šoli krožek?

Gimnazijci v prvih povojnih letih nismo imeli možnosti, da bi delali poskuse ali vaje. Na šoli smo na lastno iniciativo ustanovili fizikalni krožek. Pomagali smo drug drugemu in organizi-

KUPON 4

rali nekaj ekskurzij. Poleg študija sem se zanimal le za šah in planine.

Katere knjige ste doslej že napisali za srednješolce? Katera predavanja ste že imeli in kaj še nameravate pripraviti za mladi svet? Kaj vas je napeljalo k temu, da ste se posvetili pedagoškemu poklicu - študentom in da niste raje odšli na kakšen inštitut? Ali najdete tudi na fakulteti čas za znanstveno delo?

Za srednješolsko mladino sem doslej napisal učbenike fizike za prvi razred srednjih tehniških šol. Končujem učbenik za drugi razred. V teh dveh stavkih so zajeta tri leta intenzivnega iskanja, pisanja, popravljanja itd. Zelo težko je pisati za šolo. Večkrat hoče pero teči, se razpisati ob kakšni zanimivi temi. Pa ne sme, ker bi bil učbenik preobširen ali nezanimiv za večino bralcev. Kompromisi so stalni spremljevalci pisanja učbenikov. Pisec učbenika mora imeti zares močan pedagoški čut, da ima stalno pred očmi potrebe učencev, ki jim je učbenik namenjen.

Svojo pot v fiziki sem začel na raziskovalnem institutu "Jožef Stefan", kjer sem več kot deset let aktivno delal na področju reaktorske fizike. Večletno raziskovalno delo na ozkem raziskovalnem področju sicer gomili znanstvene članke in afirmira človeka v mednarodnem strokovnem svetu, a obenem zapelje v ozko specializacijo. Nisem želel izgubiti stika s fiziko, pa tudi pedagoška žilica mi ni dala miru. Večletno asistentsko delo, predavanja in pisanje univerznih učbenikov so stesali iz mene fakultetnega pedagoga. Na fakulteti je vedno prilika za raziskovalno delo. Raziskovalno delo črpam večinoma iz pedagoških problemov. Le časa primanjkuje.

Vsako leto se zelo malo dijakov vpiše na pedagoško smer matematike ali fizike. Čemu tako nezanimanje? Ali imate kakšen predlog, kako mlade navdušiti tudi za ta študij?

Zanimanje ali nezanimanje za pedagoški poklic je v veliki meri posledica dobrega ali slabega vtisa, ki ga učitelji dajejo dijakom. Srednješolska mladina se zgleduje na svojih učiteljih; zelo je občutljiva in dobro zazna vsako malenkost v učiteljevem odnosu do stroke. Učitelj, ki je svoji stroki predan, ki z veseljem in ljubeznijo poučuje mladino, lahko navduši mlade za pedagoški poklic. Biti pedagog fizike, matematike ali drugih naravoslovnih ved, se pravi, vse življenje proučevati naravne pojave in skrivnosti ter se o njih razgovarjati z mladimi, radovednimi možgani. Kateri drug poklic je tako bogat?

Kaj menite o tekmovanjih iz fizike in matematike? Kaj bi vi predlagali poleg tekmovanj in kviza znanja?

Dosedanje izkušnje kažejo, da tekmovanja bistveno ne povečujejo zanimanja za študij matematike ali fizike. Morda je tekmovanje iz matematike še smiselno, iz fizike prav gotovo ni. Tekmovanja pripeljejo do drugačnih ciljev, kot jih želimo doseči pri pouku naravoslovnih predmetov. Tekmovanja ali kvize bi bilo umestno nadomestiti z letnimi šolami, taborjenji, daljšimi ekskurzijami, kjer bi se sestajali in se neformalno razgovarjali starejši fiziki ter mladi, potencialni fiziki.

Kaj menite o delu fizikalnih krožkov in kako bi po vašem mnenju povečali zanimanje dijakov za to dejavnost? Kaj bi lahko pri krožku delali?

Fizikalni krožki so v šolah zelo koristni in potrebni. Vendar mora njihov nastanek in njihovo delo izvirati iz dijaških pobud. Učitelj ne more biti nadzornik dela v krožkih. Predvsem so krožki idealna priložnost za medsebojno pomoč dijakov pri razumevanju učne snovi. Skupno prebiranje zanimivega čtiva (tudi zgodovinske teme in znanstveno fantastiko), skupno izvrševanje poskusov, ekskurzije v naravo, razgovori s povabljenimi znanimi fiziki (ne predavanja!), so lahko zelo vzpodbudni.

Ali se spomnite kakšne anekdote iz fizikalnega ali matematičnega sveta, kakšne šaljive pomote z izpita, kakšnega zabavnega dogodka?

Po prvem letniku študija fizike sem se potepal po Kamniških planinah. V Robanovem kotu sem naletel na starega pastirja, ki je tam sameval s kravami. Beseda je dala besedo. Kmalu sem mu v začetniškem navdušenju pripovedoval o čudovitih prednostih atomske energije, o avtomatizaciji, kako bo življenje olajšano itd. Možakar me je z zanimanjem, a nekam hudomušno poslušal. Ko sem končno zajel sapo, me je potrepljal po rami in rekel nekako takole: "Morda bo vse res, kar pripovedujete. Toda, zapomnite si, vse to bo treba plačati. Kolikor večja udobnost, toliko več je treba plačati. Narava je v ravnovesju. Če ji na eni strani nekaj vzamete, da si olajšate življenje, vam to na drugi strani škodi. Vsaka sprememba rodi protispremembo..." Tudi on se je razgovoril. Pomislite, možakar je poznal zakon o ohranitvi energije, zakon o ohranitvi gibalne količine, zakon o medsebojnem učinkovanju! Njegovo "predavanje" me je spremljalo vsa kasnejša leta.

Hvala!

Razgovor pripravil *Dušan Repovš*

NALOGE-TEKMOVANJA

ZVEZNO TEKMOVANJE MLADIH MATEMATIKOV

Organizator zveznih tekmovanj učencev osnovnih šol je že od vsega začetka Matematički list iz Beograda (finančna plat) s pomočjo Saveza matematičara, fizičara i astronoma Jugoslavije (strokovna pomoč). Na predlog kolegov iz BiH, konkretno iz Tuzle, so letošnje zvezno tekmovanje premaknili iz glavnega mesta prvič v provinco. Namen takih tekmovanj je tudi ta, da se zbližajo otroci iz različnih krajev naše države in z njimi vred tudi spremljajoči jih učitelji. Obenem naj bi se naši bodoči strokovnjaki seznanili tudi s tehničnimi novostmi in dosežki posameznih republik in pokrajin. Seveda pa terja organizacija takih srečanj veliko dela in priprav od domačih članov DMFA. V Beogradu smo bili navajeni, da je vse teklo po že ustaljenem redu - brezhibno. V Tuzli ni bilo v tem pogledu najboljše, saj je razumljivo, da so organizatorji kljub dobri volji naredili nekaj začetniških spodrsljajev. No, predsednik tekmovanja in glavni urednik Matematičkega lista profesor Platon Dimič je s svojo organizacijsko sposobnostjo vse uredil, tako da so bili na koncu vsi zadovoljni. Slovence (7 učencev in dva spremljevalca) so domačini še posebej povabili, da ostanejo do torka njihovi gostje. V ponedeljek so povabili vse udeležence tekmovanja na ogled koksarne v Lukovcu. Kolektiv tovarne je poskrbel za strokovno vodstvo pri ogledu in za svečan sprejem pri direktorju tovarne. Trem najboljšim tekmovalcem so podelili spominska darila koksarne. Ker je koksarna trenutno največji obrat te vrste v Jugoslaviji (predelujejo uvoženi premog iz Češke, Amerike in Rusije v koks in koksni plin za pridobivanje visokih temperatur pri železarnah in so mladi verjetno prvič videli tak gigant v obratu, so bili seveda navdušeni. Učenci so pravilno razumeli pomen takih tovarn za bližnjo in daljnjo okolico ter za skupnost. To se je dobro videlo po posameznih pripombah in vprašanjih, ki so jih postavljali posamezni učenci v razgovoru z vodstvom tovarne. Potem so nas peljali še v solarno v Tuzli, kjer smo videli, kako kopljejo in nato prečiščujejo sol. Opozorili so nas tudi na posledice tega kopanja - svet okoli živalskega vrta v Tuzli se nevarno pogreza.

Sedaj pa še o naših in splošnih uspehih na tekmovanju. Kot vedno smo bili Slovenci zastopani samo v tekmovanju osmih razredov, ker v naši republiki nimamo republiškega tekmovanja učencev za sedme razrede. Tokrat so nas zastopali: Helena Trontelj in Edmond Rusjan iz osn.šole Prežihov Voranc - Ljubljana, Andrej Kores iz *osn.šole Prule - Ljubljana, Matjaž Mikoš iz osn.šole Ledina - Ljubljana, Eva Kenda iz osn.šole A.T.Linhart - Radovljica, Dejan Žlajpah iz II.osn.šole Celje in Vanda Fiegel iz osn.šole M.Štrukelj - Nova Gorica. Torej sedem osnovnošolcev in od teh kar štirje iz Ljubljane. Na republiškem tekmovanju so ti tekmovalci dosegli od 25 možnih 20 in več točk. Na zveznem tekmovanju pa so se uvrstili takole: Rusjan 20 točk in tretja nagrada, Trontelj 18 točk in tretja nagrada, Žlajpah 16 točk - pohvala, Fiegl 16 točk - pohvala. Od vseh tekmovalcev ni 25 točk dosegel nihče, najboljši je bil Mladin Bestrina iz Osijeka (23), drugi je bil Tamaš Kerepes (22) iz osn.šole Novi grad iz Subotice. Uvrstitve ostalih tekmovalcev bomo lahko prebrali v Matematičkem listu. Vseh nagrajenih in pohvaljenih je bilo 22 (10 + 12), ki so dosegli do 13 od 25 možnih točk. Dobili so lepe spominske nagrade in diplome. Desetim učencem, ki so dosegli prve, druge in tretje nagrade, pa so razdelili še posebne spominske nagrade za njihove učitelje. Lepo je, da srečamo tokrat nagrajence iz zelo različnih mest Jugoslavije. Škoda le, da je bil dostop do Tuzle zelo težaven zaradi slabih prometnih zvez, zato so bili tekmovalci precej utrujeni po dolgi vožnji. To je tudi verjeten razlog za malo slabši uspeh naših tekmovalcev. Zato bo treba v prihodnje misliti tudi na take stvari. Vsak poskus nas nauči nekaj novega.*

Bogomila Kolenko

ŠE NEKAJ KRATKOČASNIC

1. Vstavi cifre od 1 do 9:

```
a) K O S E C     b)      I T
     K O S O             I S
   ---------         H I G H
   B R U S I         T I M E
                 +         I
                     -------
                     C A M E
```

2. Vstavi cifre od 0 do 9:

```
a)      T H E    b)    W H Y
   C R E A M           A R E
 +   W E R E           Y O U
   ---------       +     S O
   G R E A T           -----
                       S A D
```

Dušan Repovš

Rešitev:

```
a) npr. 27698  b) npr.    34
         2767             35
        -----           5328
        30465           4316
                      +    3
                        ----
                        9716
```

Še prevod:
b) Skrajni čas je že bil, da sem prišel.

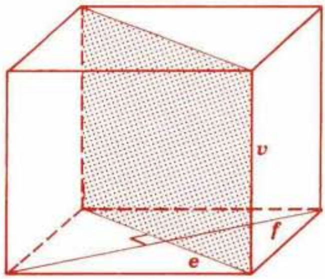
Rešitev:

```
a) npr.   584   b) npr.  482
        21407            107
      +  9414            234
        -----          +  93
        31405            ---
                         916
```

Še prevod:
a) Cream(znana ameriška beat skupina) so bili odlični.
b) Zakaj si tako žalosten?

P.S.: Ostale možne rešitve naj poiščejo še bralci sami in naj nam jih pošljejo.

REŠITVE NALOG ZA OSMI RAZRED NA ZVEZNEM TEKMOVANJU V TUZLI 1974:



1. $p = 2/3k^2$

$p = k^2 \implies v = k, \quad f = k$

$p = (ef)/2 = (ek)/2 = 2/3k^2$

$e = 4/3k$

$a = 4/9k^2 + k^2/4 = 5/6k$

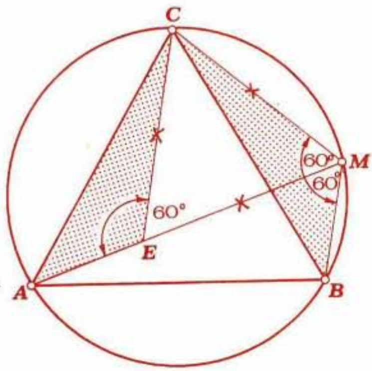
$V = 2/3k^2 \cdot k = 2/3k^3$

$P = 2 \cdot 2/3k^2 + 4a \cdot v$

$P = (4/3+20/36)k^2 = 14/3k^2$

$14/3k^2 = 2/3k^3, \; k = 7$

2. $\overline{BM} + \overline{CM} = \overline{AM}$



Dokaz: Na $\overline{AM}$ prenesemo $\overline{MC} = \overline{ME}$ ($\sphericalangle AMC$) = 60°, ker je to obodni kot nad istim lokom AC. Δ EMC je enakokrak $\overline{MC} = \overline{ME}$, zato sta tudi $\sphericalangle$ CEM in MCE enaka, torej vsak po 60°. Trikotnik EMC je torej enakostraničen $\overline{CE} = \overline{CM}$. ($\sphericalangle AEC$) = $= 120^\circ$ = ($\sphericalangle AMB$). Sedaj je treba le še dokazati, da je $\overline{AE} = \overline{MB}$. Iz Δ $AEC \cong \Delta$ CMB (po Ssk skladnostnem izreku) sledi tudi enakost $\overline{AE} = \overline{MB}$ in izrek je dokazan.

3. $v_1 = x$ m/min

$v_2 = y$ m/min

$v_1 = 900$ m/min

$v_2 = 750$ m/min

$x + y = 1650$

$11x - 11y = 1650$

$x + y = 1650 \qquad y = 1650 - 900$

$x - y = 150$

$2x = 1800 \qquad x = 900$

$v_1 = (900\text{km} \cdot 60)/1000 \cdot 1\text{h} = 54\text{km/h}$

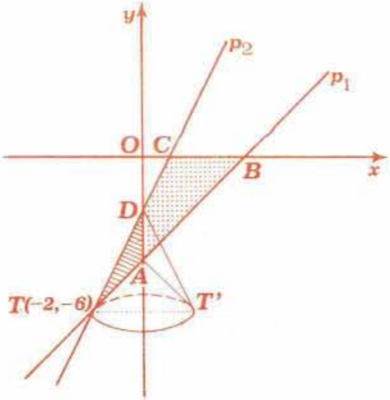
$v_2 = (750\text{km} \cdot 60)/1000\text{h} = 45\text{km/h}$

4. $p_1 = y = x - 4$

$p_2 = y = 2x - 2$

$p = ABO - DCO$

$p = (4 \cdot 4)/2 - (2 \cdot 1)/2 = 7\ \text{cm}^2$



$T : x-4 = 2x - 2$

$x = -2,\ y = -2-4 = -6,\quad T(-2,-6)$

$V = V_{s_1} - V_{s_2} \qquad r=2$

$v_1=4,\quad v_2=2$

$V = (\pi r^2 v_1)/3 - (\pi r^2 v_2)/3$

$V = (\pi r^2)/3(v_1-v_2) = (\pi 4 \cdot 2)/3 =$

$= (8\pi)/3\ \text{cm}^3$

5. $(8x/10-1/2)^2 + (6x/10-13/10)^2 = 4(5x/10-7/10)(5x/10+7/10) -$

$- 6(15x/100+8/100)$

$(8x-5)^2/100 + (6x-13)^2/100 = 4(25x^2/100-49/100) - 6(15x+8)/100$

$(8x-5)^2 + (6x-13)^2 = 100x^2-196-90x-48$

$64x^2-80x+25+36x^2-156x+169 = 100x^2-90x-244$

$90x-236x = -244-194$

$-146x = -438$

$x = 3$

Preizkus: $(2,4-0,5)^2 + (1,8-1,3)^2 = 4(1,5-0,7)(1,5+0,7) -$

$- 6(0,45+0,08)$

$1,9^2 + 0,5^2$

$3,61 + 0,25 = 3,86 \qquad 4 \cdot 2,2 \cdot 0,8 - 6 \cdot 0,53$

$\underline{3,86 = 3,86} \qquad 7,04 - 3,18 = 3,86$

Bogomila Kolenko

NALOGE ZA OSMOŠOLCE

1. 5 koscev bi moralo pokositi travnik. Ker sta dva zbolela, je moral vsak izmed ostalih koscev pokositi 5 1/2 a več. Izračunaj velikost travnika!

2. Posoda, ki drži 10 litrov, je napolnjena z vodo. 1 liter vode odlijemo in dolijemo 1 liter alkohola. Dobro premešamo in odlijemo 1 liter mešanice, nato pa spet dolijemo 1 liter čistega alkohola. Koliko litrov vode je ostalo v posodi in koliko procentna je mešanica?

3. Skozi oglišče C enakostraničnega trikotnika ABC je načrtana premica p, ki je vzporedna s simetralo kota β. Premica p seka podaljšek stranice AB v točki D. Izračunaj obseg trikotnika ABC, če je razdalja $\overline{CD}$ = 17 cm, obseg trikotnika BDC pa 37 cm !

4. Izračunaj ploščino enakokrakega trapeza $ABCD$, če merita stranici $\overline{AB}$ = 11 cm, $\overline{CD}$ = 5 cm in kot $\delta = 135^\circ$!

5. Vlak bi moral prevoziti 720 km v 14 urah in 24 minutah. Ko je prevozil 3/4 poti, je moral zaradi okvare na progi čakati 16 minut. S kolikšno hitrostjo mora vlak nadaljevati vožnjo, da bo pravočasno prispel na cilj?

6a) Za katere vrednosti spremenljivke x ima številski izraz $7 - (x-4)$ največjo vrednost?
b) Za katere vrednosti x je številski izraz $(x-2)/(x^2+5)$ negativen?

7) Kateta pravokotnega trikotnika meri 6 cm, hipotenuza 10 cm. Izračunaj velikost ploskve pravokotnega trikotnika, ki leži zunaj včrtanega kroga!

8) Enakokraki trapez (a = 37,5 cm, b = 17 cm, v = 8 cm) je del enakokrakega trikotnika, s katerim ima skupno osnovnico. Izračunaj višino enakokrakega trikotnika!

9) Štiristrana piramida ima za osnovno ploskev kvadrat. Eden izmed stranskih robov je pravokoten na osnovno ploskev in enak osnovnemu robu. Izrazi z osnovnim robom:
a) volumen piramide,
b) dolžino najdaljšega stranskega roba,
c) velikost preseka, ki nastane, če presekamo piramido z ravnino skozi vrh in diagonalo osnovne ploskve!

Rešitve

1. 3 kosci pokosijo še $5\frac{1}{2}$ a · 3 = $16\frac{1}{2}$ a travnika. Vsak izmed obolelih koscev bi moral pokositi $16\frac{1}{2}$ a · 2 = $8\frac{1}{4}$ a. Travnik meri $8\frac{1}{4}$ a · 5 = $41\frac{1}{4}$ a.

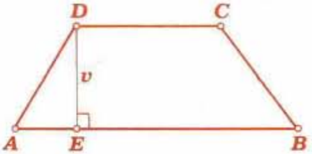
2.

	V vode	V alkohola
odlijemo 1 ℓ vode	9 ℓ	-
dolijemo 1 ℓ alkohola	9 ℓ	1 ℓ
odlijemo 1 ℓ mešanice	8,1 ℓ	0,9 ℓ
dolijemo 1 ℓ alkohola	8,1 ℓ	1,9 ℓ

Mešanica je 19%.

3. Trikotnik *BDC* je enakokrak. $\overline{BC} = 10$ cm, obseg *ABC* meri 30 cm.

4.



$\measuredangle ADE = 45^\circ$

$\overline{AE} = \overline{ED} = v$

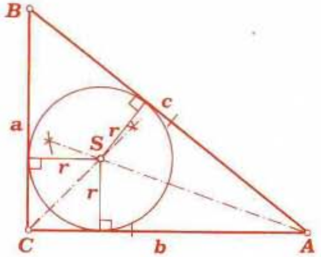
$\overline{AE} = \dfrac{\overline{AB} - \overline{CD}}{2}$

$v = 3$ cm $\qquad p = 24$ cm^2

5. $v_{.} = 54$ km/h

6. a) $x = 4$ $\qquad$ b) $x < 2$

7.



$b^2 = c^2 - a^2 \qquad b = 8$ cm

$p_t = \dfrac{a \cdot b}{2}$

$p_t = \dfrac{a \cdot r}{2} + \dfrac{b \cdot r}{2} + \dfrac{c \cdot r}{2}$

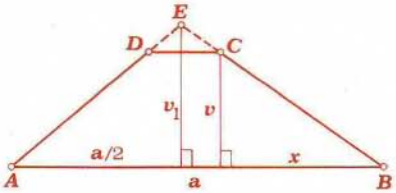
$p_t = \dfrac{r}{2}(a + b + c) \qquad r = 2$ cm

$p_t = 24$ cm^2

$p = p_t - p_k$

$p = 11{,}44$ cm^2

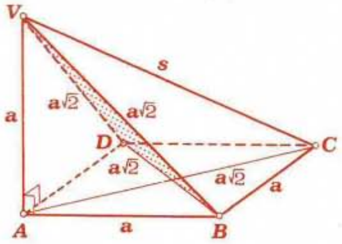
8.



$v_1 : v = \dfrac{a}{2} : x \qquad x^2 = b^2 - v^2$

$v_1 = 10$ cm $\qquad x = 15$

9.



a) $V = \dfrac{a^3}{3}$

b) $s = a\sqrt{3}$

c) $p_{\Delta\ ACV} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$

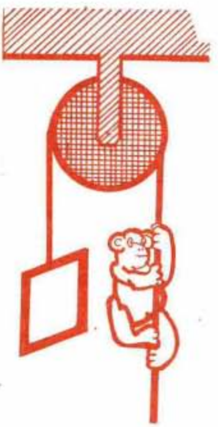
d) $p_{\Delta\ BDV} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Biserka Mikoš

DVE VPRAŠANJI

1. Cigareta, iz katere smo pravkar posrkali dim, se kadi na obeh straneh. Iz tlečega krajišča se vije modrikast dim, dim na drugi strani pa je bel. Kako razložimo to razliko v barvi?

Odgovor: Razlika v barvi nastane zaradi sipanja svetlobe. Delci dima, ki se dvigajo iz tlečega krajišča, so namreč manjši od tistih iz ustnega. Ustni del cigarete je vlažen in vlaga se kondenzira na delcih dima. Tako nastanejo kapljice vode, ki so večje od delcev dima, svetloba, ki jo sipajo, je bela. Manjši delci s tleče strani močneje sipajo svetlobo z manjšo valovno dolžino. Dim je zato modre barve. (Glej še PRESEK I/1.)



2. Na škripcu, ki je vrtljiv brez trenja, visi vrv z zanemarljivo maso. Na vrvi je obešeno zrcalo, na drugi strani pa se v isti višini drži za vrv opica, ki se opazuje v zrcalu. Vrv, opica in zrcalo mirujejo. Ali se lahko opica premakne glede na svojo sliko v zrcalu, če začne plezati navzgor ali navzdol?

Odgovor: Ne, opica se ne more premakniti glede na svojo sliko. Njena slika potuje z njo gor in dol, dokler se ne bo zrcalo pri padcu na tla razbilo. Vrv je lahko v ravnovesju le, če je masa opice enaka masi zrcala. V tem primeru in v primeru, če je škripec vrtljiv brez trenja, pa brez zunanjih sil, samo z notranjimi silami v sistemu, ki ga sestavljajo zrcalo, opica, vrv in škripec, ni mogoče doseči premika opice glede na zrcalo.

Dušan Repovš

STIRIMESTNO ŠTEVILO

Določi štirimestno število $a\ b\ c\ d$, če veš, da je kvadrat in da je $c = 0$ in $a = b + d$

KOD

Odgovor: $9801 = 99^2$

MATEMATIČNO RAZVEDRILO

STANKO IN PETER SE LOVITA

Naša znanca sta že leto dni starejša in počitnice sta preživela med taborniki. Svojim tovarišem sta ob ognju pripovedovala zgodbo iz stare Grčije o Ahilu in želvi. Tudi pri krožku sta nam jo pripovedovala in prepričan sem, da bo vam tudi všeč, zato sem jo zapisal. V zgodbi je Ahila, najhitrejšega tekača antične Grčije, zamenjal kar dolgonogi Peter, Stanko pa je nastopal v vlogi počasne želve, a to je bilo le na taborjenju. Pri krožku sta se bolj držala izvirnega izročila grškega matematika in filozofa Zenona (480 do 435 pred našim štetjem).

Počasni Stanko je trdil, da ga Peter ne more nikdar ujeti, če sta v začetku - pred startom - za določeno razdaljo narazen. "Naj bo razdalja med nama v začetku 1 km in naj bo Peter 10-krat hitrejši." - "To seveda ne drži", je dodal, "a tako si bomo lažje predstavljali najin tek, ki bo zame prav počasen sprehod."

"Bomo že videli, kako se boš izmuznil", mu je vskočil v besedo Peter in dodal:"Če te dohitim, ti jih naložim, želva počasna!" Stanko se ni prestrašil in je nadaljeval:"Ko pride Peter do mesta, kjer sem bil jaz v začetku teka, preteče 1000 metrov, jaz pa 10-krat manj, to je, sprehodim se 100 metrov naprej in Peter me ne more dohiteti."

"Le dalje, dalje", ga je vzpodbujal Peter. In Stanko je nadaljeval:"Ko bo Peter pretekel še teh 100 metrov, se mu bom jaz odmaknil za 10 metrov. Peter bo pretekel še teh 10 metrov, jaz pa bom še vedno 1 meter pred njim in tako se lahko loviva v nedogled."

"Peter se ti bo v naslednjem koraku približal že na decimeter in tedaj ti jih bo naložil", so se Stanku zasmejali tovariši. Stanko pa se ni dal ugnati in je odvrnil:"Peter mora priteči najprej do točke, kjer sem bil jaz prej. Medtem pa se mu jaz odmaknem naprej. Tako lahko nadaljujeva postopek v nedogled." Nato pa je problem prevedel v matematični jezik in povedal, da gre za pojem razdalje oziroma za daljico, sestavljeno iz neskončno mnogo daljic - odsekov Petrove poti, ki jih je zapisal takole:

$$1 + 1/10 + 1/100 + 1/1000 + 1/10000 + \ldots$$

Prvi odsek hitronogega Petra je dolg 1 km, drugi odsek le še desetino kilometra, to je 100 metrov, tretji odsek meri stotino kilometra, to je 10 metrov, četrti tisočino, to je 1 meter, peti desettisočino, to je 1 decimeter in tako naprej. Odseki se torej manjšajo in vsak naslednji je desetkrat manjši od prejšnjega, odsekov je čedalje več, rekli bi neskončno mnogo sumandov mora Peter sešteti, da bo dohitel počasnega Stanka.

Iz izkušnje so tovariši vedeli, da se tako tekmovanje v resnici kmalu konča in bo Peter brata dohitel. Seštevanje neskončne vrste ulomkov pa se jim je med počitnicami upiralo.

Pri krožku so Petrovi sošolci predlagali rešitev z enačbo. Označili so pot, ki jo preteče Stanko od začetka do konca teka, z x. V istem času preteče Peter pot $10 \cdot x$, saj teče desetkrat hitreje od brata. Celotna pot, ki jo preteče Peter, je za 1 km daljša od Stankove, enaka je $x+1$. Po izenačenju obeh poti so izračunali, da preteče Stanko 1/9 km, Peter pa 1 1/9 km poti.

Tudi Stanku je bila ta rešitev razumljiva, vendar me je še vedno spraševal, kako bi se dalo sešteti neskončno vrsto ulomkov, ki jih je zapisal. Prepričan sem, da mu boste, dragi bralci, radi pomagali, sedaj, ko rezultat poznamo, bo to gotovo lažje.

Stanko je še dodal, da mu je sosedova Pika, ki hodi v gimnazijo, že nekaj pripovedovala o geometrijski vrsti, a rešitve si ni zapomnil, zato prosim, da mu jo pošljete kar na Presekov naslov.

Nikar predolgo ne seštevajte, ker boste popisali ves papir in "zgrizli" vse svinčnike, pa še osiveli boste povrhu in še vedno ne boste uspeli sešteti neskončno mnogo naslednjih členov v vrsti, v kateri je vsak naslednji člen desetkrat manjši od prejšnjega. Poskusite z razmislekom izpeljati splošno rešitev problema.

Veliko uspeha in lep pozdrav.

"Cifra"

NALOGA O PROMETU

V mestu je predel, za katerega velja naslednje:

1. Poljubni dve ulici tvorita vsaj eno križišče.
2. Poljubni dve ulici tvorita največ eno križišče.
3. Poljubno križišče je vsaj na dveh ulicah.
4. Poljubno križišče je največ na dveh ulicah.
5. Ulice so štiri.

Zaradi ureditve prometa ob prometni konici v tem mestnem predelu pošlje komandant milice v vsako križišče po enega milično-ka. Vprašanja, na katera je treba odgovoriti (in odgovore utemeljiti), so naslednja:

1. Ali je kakšna ulica v tem predelu, kjer ni miličnika?
2. Koliko ulic hkrati nadzoruje vsak miličnik?
3. Koliko miličnikov je za to potrebno?
4. Koliko miličnikov je v vsaki ulici?
5. Koliko miličnikov vidi vsak izmed miličnikov, ki stoje v križiščih, če so ulice ravne, tako da ima vsak miličnik pregled samo po ulicah, v križišču katerih stoji?
6. Koliko miličnikov pa ne vidi vsak izmed njih?
7. Katerega miličnika ne vidi vsak izmed njih?
8. Kakšen je načrt tega mestnega predela in kako so v njem postavljeni miličniki?

REŠITEV

1. Na vsaki ulici je vsaj en miličnik. Iz točk 1. in 2 namreč sledi, da tvorita vsaki dve ulici natanko eno križišče, a komandant je poslal v vsako križišče po enega miličnika.

2. Vsak miličnik nadzoruje hkrati natanko dve ulici. Iz zahtev 3. in 4. točke sledi, da je vsako križišče natanko na dveh ulicah.

3. Za ta predel je potrebno 6 miličnikov. Iz zahteve 5. točke namreč sledi, da so štiri ulice, ki jih označimo I, II, III in IV. Ker imata vsaki dve ulici natanko eno križišče, kjer je miličnik, lahko označimo miličnike, ki so v križišču I in II ulice z M_1, I in III ulice z M_2, I in IV ulice z M_3, II in III

ulice z M_4, II in IV ulice z M_5 in III in IV ulice z M_6. To pa je edina možnost, ker po zahtevi točke 2 poljubni ulici tvorita največ eno križišče, vsako križišče pa je največ na dveh ulicah.

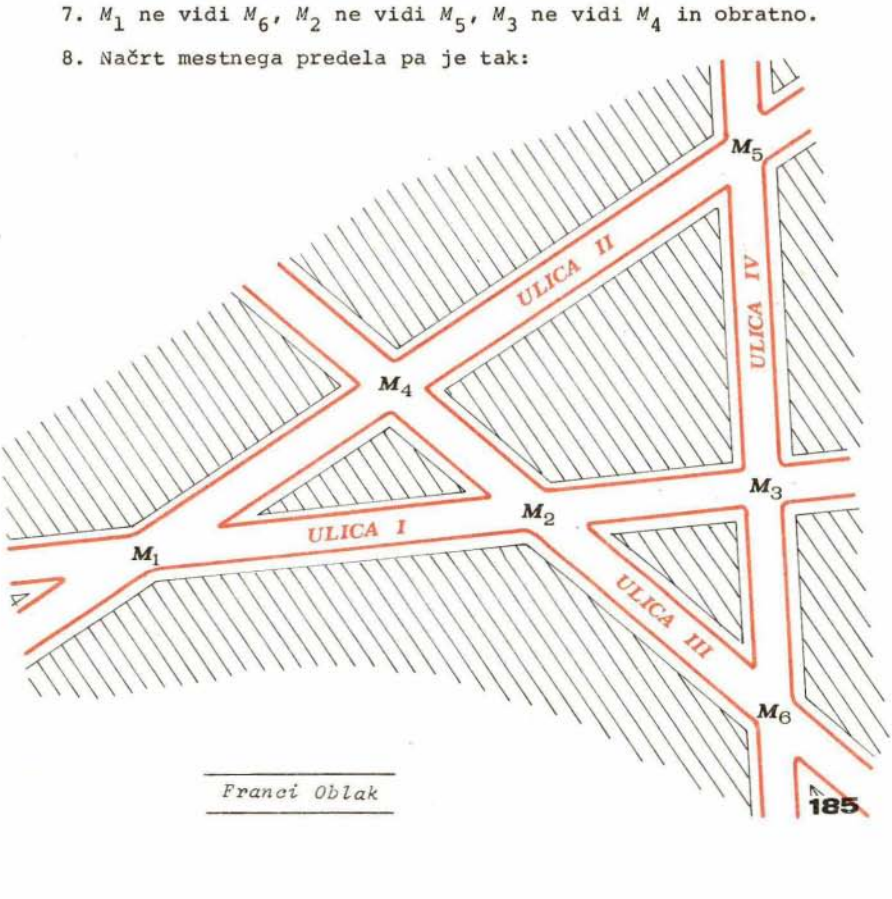
4. V vsaki ulici so natanko tri križišča z miličniki. Po prejšnjem odgovoru so miličniki v križiščih: I in II, I in III, I in IV, II in III, II in IV, III in IV. Na cesti I so torej miličniki M_1, M_2, M_3, na cesti II miličniki M_1, M_4, M_5, na cesti III: M_2, M_4, M_6, in na cesti IV miličniki M_3, M_5 in M_6.

5. Vsak miličnik vidi natanko štiri miličnike. Ker je namreč v križišču natanko dveh ulic, ima pregled nad njima in vidi v vsaki še po dve križišči: 2 x 2 = 4.

6. Vsak od miličnikov torej ne vidi natanko enega. Po odgovoru točke 5 vidi namreč 4, on sam je peti, vseh miličnikov pa je 6.

7. M_1 ne vidi M_6, M_2 ne vidi M_5, M_3 ne vidi M_4 in obratno.

8. Načrt mestnega predela pa je tak:



Franci Oblak

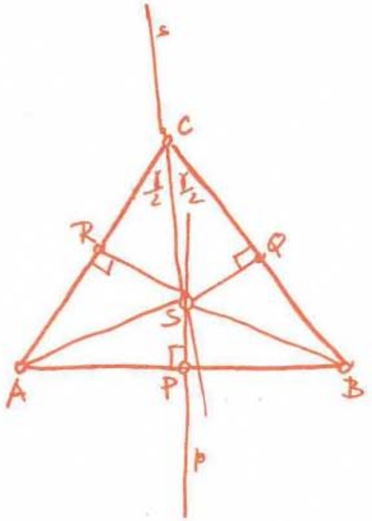
KAKO DOKAŽEMO, DA JE VSAK TRIKOTNIK ENAKOSTRANIČEN

Narišimo pomožno sliko! (sl.1) Dokažimo najprej trditev

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

V ta namen narišemo simetralo s kota pri C in simetralo p stranice AB. Če je $p \parallel s$, premici p in s sovpadata in je trikotnik ABC enakokrak. Torej trditev za ta primer velja. V nasprotnem primeru ($p \parallel s$) pa se premici sekata. Presečišče označimo z S. Iz S potegnemo pravokotnici na stranici AC in BC. Tako dobimo točki R in Q. Ker se trikotnika RSC in QSC ujemata v dveh kotih in eni stranici, sta skladna. Zato veljata enakosti

$\overline{CR} = \overline{CQ}$ in $\overline{SR} = \overline{SQ}$



Sl.1

Podobno pokažemo tudi, da je $\overline{RA} = \overline{QB}$. Trikotnika RSA in QSB sta namreč pravokotna in se ujemata v dveh stranicah. Zato sta skladna. Potemtakem tudi ta enakost velja. Naredimo še končni sklep

$$\overline{AC} = \overline{AR} + \overline{RC} = \overline{BQ} + \overline{QC} = \overline{BC}$$

Na podoben način bi lahko pokazali tudi, da je $\overline{CB} = \overline{AB}$. Iz obojega sledi

$$\overline{AC} = \overline{CB} = \overline{BA}$$

in dokaz je končan.

Kje je napaka? Morda bo kdo rekel, da se premici p in s sekata zunaj trikotnika. Vendar tudi v tem primeru lahko trditev dokažemo podobno kot prej. Opišimo na kratko potek dokazovanja:

Iz skladnosti trikotnikov RSC in SQC dobimo enakost $\overline{RC} = \overline{QC}$, iz skladnosti trikotnikov RSA in SQB pa enakost $\overline{RA} = \overline{BQ}$. Od tu sledi

$$\overline{AC} = \overline{RC} - \overline{RA} = \overline{QC} - \overline{QB} = \overline{BC} \quad ,$$

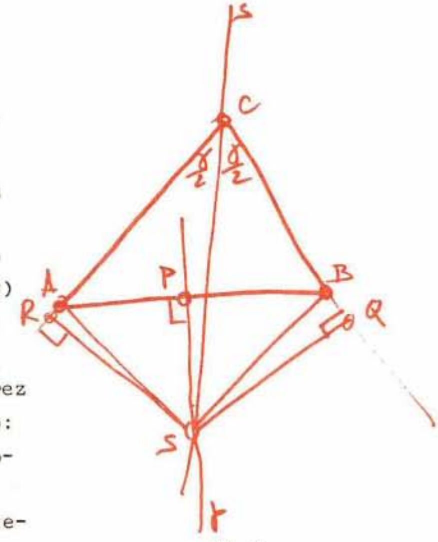
kar je bilo treba dokazati.

Kaj sedaj? Ali je kaj narobe z geometrijo?

Pri podrobnejši analizi "dokaza" bi ugotovili, da smo napako napravili zato, ker smo se pri sklepanju opirali na nemogoče slike. Izkaže se namreč, da je presečišče S vedno zunaj trikotnika in da je točka $Q(R)$ med točkama $B(A)$ in C, če je $BC(AC)$ daljša od stranic AC in BC

No, kljub temu naš "dokaz" ni brez vsake vrednosti, kajti spoznali smo:

- pri dokazovanju s pomočjo slik moramo biti pazljivi,
- profesorji imajo le prav, ko zahtevajo natančno narisane pomožne slike.

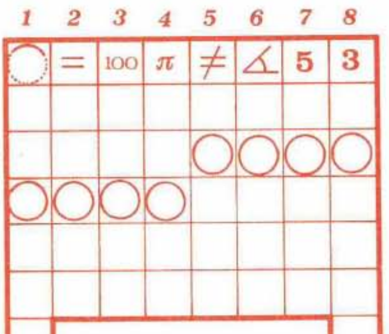


Sl.2

Vladimir Batagelj

MATEMATIČNA IZPOLNJEVANKA

Vpiši v vsako polje po eno črko tako, da dobiš skupaj z imeni vpisanih matematičnih pojmov v prvi vrsti lika, v stolpcih besede naslednjega pomena:



1. krajevna posebnost, krajevni izraz, 2. ruski lirični pesnik (Sergej, 1895-1925), 3. storjeno dejanje, opravljeno delo, 4. vzmetne kleščice za prijemanje drobnih predmetov, 5. reka na meji med ZDA in Kanado, ki pada z znamenitim slapom, 6. zadnja jugoslovanska železniška postaja v Medjimurju ob progi, ki pelje iz Slovenije preko Čakovca v Madžarsko, 7. velik italijanski pesnik in humanist, mojster soneta (Francesco), 8. jedilnica starih Rimljanov.

Črke na poljih s krogci dajo krajše ime za vrsto računa v višji matematiki.

Pavel Gregorc

PROBLEM S KARTAMI

Naloga:

Imaš 32 kart (n.pr. za preferans). Karte s sliko naj imajo vrednost 2, ostale pa toliko, kolikor znakov imajo. Tako ima as vrednost 1, sedmica vrednost 7, desetka vrednost 10 itd. Vzemi poljubno karto. Nanjo naloži toliko kart, da bo vsota števila teh kart in vrednosti prve karte 10. Primer: Če je prva karta slika z vrednostjo 2, dodaš še 8 kart, na sedmico dodaš tri karte, na desetko pa nobene. Na ta način sestavi poljubno število kupčkov. Nekaj kart ponavadi ostane neuporabljenih, to je ostanek. Če poveš, koliko kupčkov si sestavil in koliko kart je ostalo, ti povem, kolika je vsota vrednosti vseh spodnjih kart!

Rešitev:

Z n označimo število kupčkov, r naj bo število kart v ostanku, $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ pa so vrednosti spodnjih kart.

V prvem kupčku je $1+10-x_1$ kart, torej $11-x_1$. Dodanih kart je namreč $10-x_1$. Potem je v drugem kupčku $11-x_2$, tretjem $11-x_3$ kart itn. Če seštejemo karte v kupčkih in dodamo še ostanek, moramo dobiti 32:

$$11-x_1+11-x_2+11-x_3+\ldots+11-x_n+r=32$$

$$n.11-(x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n)+r=32$$

Iščemo vsoto $x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n$, označimo jo s S:

$11n-S+r=32$, torej

$$S = 11n + r - 32$$

Bralec se lahko sam prepriča, da velja naloga in rešitev tudi za poljubno število kart. V rešitvi namesto 32 pišemo to število.

Andrej Kuzman

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

OBZORNIK
ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1975
Letnik 22
1

OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 22 • ŠT. 1 • STR. 1–32 • JANUAR 1975

Od 13. do 15. XII. 1974 je Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije organiziralo v Portorožu posvetovanje o novih učnih metodah in načrtih za fiziko in matematiko združeno z občnim zborom društva. Posvetovanja se je udeležilo okoli 150 članov, občnega zbora pa pri bližno 200 članov. V programu je bil tudi obisk in ogled tovarne Tomos v Kopru. Predstavniki podjetja so pod vodstvom prof. J. Žumra - člana razvojnega instituta podjetja Tomos - razkazali članom društva najzanimivejše dele tovarne. Tovarna Tomos je že več let podporni član naše podružnice v Kopru.

Naših posvetovanj so se letos udeležili mnogi učitelji, ki poučujejo na slovenskih šolah v zamejstvu ter člani društva Mathesis iz sosednje Italije s predsednikom dr. A. Steindlerjem na čelu. Udeleženci občnega zbora pa so si v soboto popoldne ogledali v Trstu Institut "Oberdan" in Slovensko gimnazijo "France Prešeren".

Bogomila Kolenko

VABIMO VAS V DRUŠTVO

Najprej bi se radi ponovno zahvalili za vaše sodelovanje pri širjenju PRESEKA - lista za mlade matematike, fizike in astronome. Čeprav je letos število naročnikov nekoliko manjše kot lani, je 12.500 še vedno razveseljiva številka. Če imate kakšne težave ali vprašanja, vas prav lepo prosimo, da se oglasite osebno, po telefonu ali pismeno. Odgovor boste zagotovo prejeli! Kdo vam bo odgovoril: odgovorni urednik, sekretar komisije za tisk, predsednik društva ali kdo drug, je odvisno le od tega, kakšno bo vprašanje. Dovolite nam še, da povabimo vse tiste, ki še niste člani našega društva, s širjenjem strokovne literature pa vam to mesto pripada, da nam pošljete prijavo za članstvo v našem društvu, v kateri navedite tudi šolsko izobrazbo in kje ste zaposleni. Letna članarina in naročnina na društveno glasilo OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO znaša 60.- din, kar nam nakažite na naš žiro račun.

Ciril Velkovrh

Skupina članov Društva matematikov, fizikov in astronomov pred vhodom v tovarno Tomos.

STVARNO KAZALO PRESEK 1 (1973/74)

Kot smo vam obljubili v uvodniku prve številke letošnjega Preseka, vam danes prinašamo kazalo vseh prispevkov, ki smo jih v Preseku objavili v štirih številkah lanskega šolskega leta.

Ciril Velkovrh

Ob 85 letnici profesorja dr. Lava Čermelja

Prof.dr. Lavo Čermelj se je rodil 10.oktobra v Trstu, ki je bil tedaj avstroogrski. Po maturi je študiral fiziko in matematiko na dunajski univerzi, kjer je tudi doktoriral. Leta 1914 se je vrnil v Trst in stopil v prosvetno službo. Ko so po prvi svetovni vojni dobili Trst Italijani in začeli preganjati Slovence, je na sceno stopil dr.Čermelj. Začel je predavati, pisati in buditi narodno zavest in samozavest. Zaradi svoje dejavnosti je bil kmalu preganjan. Leta 1929 je pred aretacijo pribežal v Ljubljano. Tu je na podlagi zbranega gradiva napisal več del o preganjanju Slovencev pod Italijo. Ko so leta 1941 Ljubljano okupirali Italijani, je bil dr.Čermelj aretiran in na tržaškem procesu obsojen na smrt. Smrtno kazen so nato spremenili v dosmrtno ječo. Ko je bil leta 1944 osvobojen, se je priključil borcem za svobodo v Kočevskem Rogu. Bil je v raznih odborih v zvezi s Slovenskim Primorjem in mejo. Po vojni je sodeloval na mirovni konferenci kot tovrstni strokovnjak. Poleg velike zavzetosti za slovensko manjšino v Italiji je profesor Čermelj še našel čas za obilno udejstvovanje na strokovnem področju. Napisal je precej poljudnoznanstvenih knjig, člankov in šolskih učbenikov. Njegovi prispevki so bili vedno aktualni, ker so sledili razvoju znanosti. Dolga leta je bil tudi urednik revije Proteus. Zaradi svojih velikih zaslug mu je Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije kot sam pravi, "točno 30 let po njegovem drugem rojstvu" na lanskem občnem zboru, dne 14.XII.1974, podelilo naslov častnega člana društva.

Marijan Vagaja

NOVE KNJIGE

J. Povšič: Bibliografija Jurija Vege, *Ljubljana, Slovenska akademija znanosti in umetnosti 1974, 84 str. + 40 str. slik. Cena 70.- din.*

Pričujoča knjiga vsebuje naslednja poglavja: Oris življenja in dela Jurija Vege, Seznam knjig, v katerih je J.Vega objavil svoja matematična predavanja, Seznam različnih Logaritemskih tablic v večjih izdajah, Razprave in spisi, Prevodi Vegovih del v 9 jezikov (angleški, češki, danski, francoski, holandski, italijanski, norveški, ruski in španski), Seznam del J.Vege v somin ter Natisnjeni in nenatisnjeni viri. Na koncu knjige je 40 strani slikovnega materiala posvečenega delu in življenju Jurija Vege. Na začetku krasi knjigo barvna fotografija portreta Jurija Vege, ki ga je naslikal M.Sternen. Kot posebno zanimivost naj navedemo, da je delo Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch doživelo 102 izdaji, v ruskem prevodu pa je izšla 4. izdaja še leta 1971. Šole in posamezniki lahko dobe knjigo pri ekspeditu SAZU v Ljubljani, Trg revolucije 7 ali pa pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana, pp. 227.

Ciril Velkovrh

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV
IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

dr. Lavo Čermelj

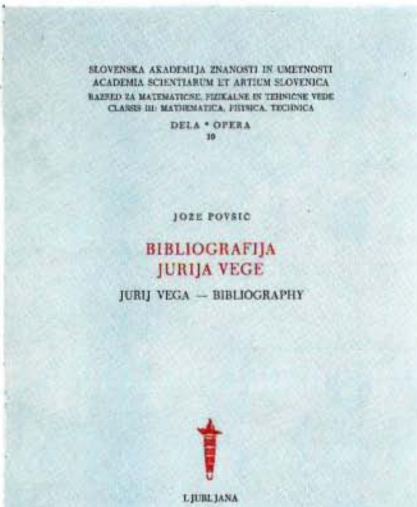
JE BIL NA 26. OBČNEM ZBORU
V PORTOROŽU DNE 14. DECEMBRA 1974
IMENOVAN ZA

ČASTNEGA ČLANA

DRUŠTVA MATEMATIKOV, FIZIKOV
IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

ZARADI SVOJIH ZASLUG ZA RAZVOJ
MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOMIJE
NA SLOVENSKEM

Podpresdnik Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije Dušan Modic podeljuje prof.dr. Lavu Čermelju diplomo častnega člana



SLOVENSKA AKADEMIJA ZNANOSTI IN UMETNOSTI
ACADEMIA SCIENTIARUM ET ARTIUM SLOVENICA
RAZRED ZA MATEMATIČNE, FIZIKALNE IN TEHNIČNE VEDE
CLASSIS III: MATHEMATICA, PHYSICA, TECHNICA
DELA • OPERA
19

JOŽE POVŠIČ

BIBLIOGRAFIJA
JURIJA VEGE

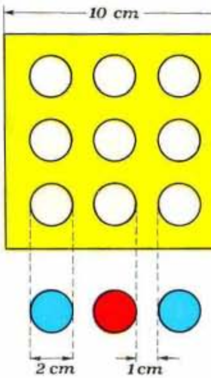
JURIJ VEGA — BIBLIOGRAPHY

LJUBLJANA
1974

Matej Sternen, *Jurij Vega*, 1938. (Original je shranjen v jugoslovanski dvorani univerze Pittsburg, ZDA

BISTROVIDEC

TRDI KVADRATI

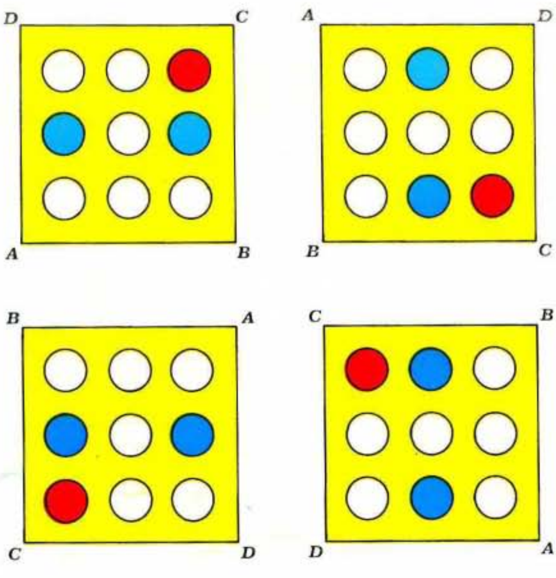


Sl.1

Izreži iz kartona ne premajhen kvadrat, iz njega pa simetrično devet krogov. Iz kartona izreži še tri enako velike kroge. Enega pobarvaj rdeče, druga dva pa modro (sl.1).

Te tri kroge vstavljaj v prazna mesta v kvadratu. Na koliko načinov jih lahko razporediš? Pri tem štej vse položaje, ki jih dobiš z vrtenjem kvadrata, kot en način razporeditve. Tako šteješ npr. vse položaje na sl.2 kot en način razporeditve.

Matjaž Omladič



Sl.2