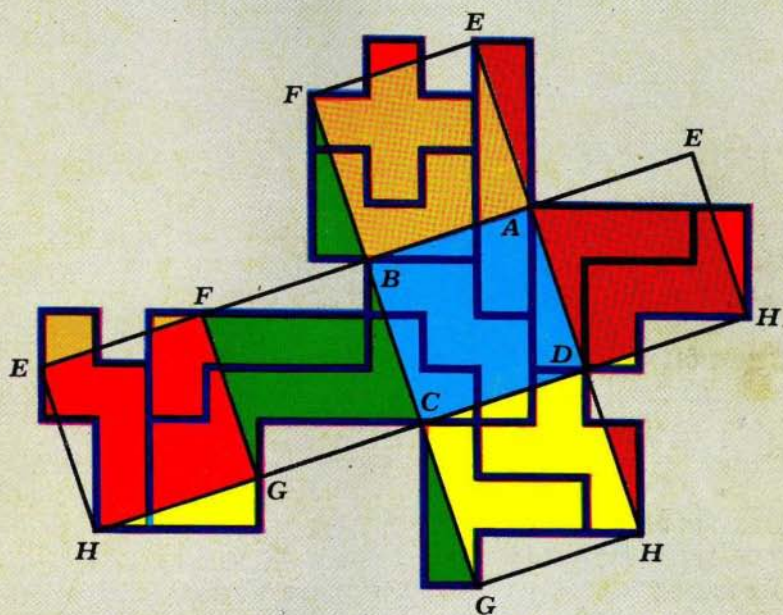


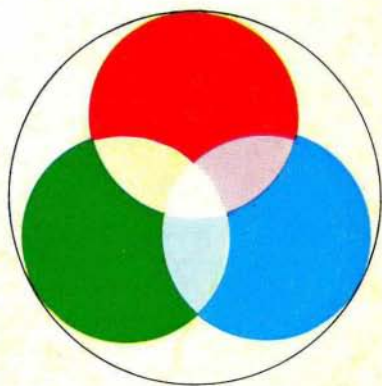
p r e 1
s e k II
1974-75



LIST ZA MLADE



IZDAJA DMFA SRS



K A Z A L O

UVODNIK	1	Pisanski T., Kaj lahko rečemo o Preseku
PISMA BRALCEV	2,44	Pisma bralcev
POGOVORI	4,	Mikoš B., Pogovor s prof. I.Štalcem
	9	Potisek M., Štefanov nagradni natečaj
MATEMATIKA	12	Kores A., Kako računam
	16	Vadnal A., Začetni pojmi nomografije
	20	Rakovec J., Kako premica deli ravnino
	24	Malešič J., O formuli za vsoto prvih n naravnih števil
	26	Petek P., O pravokotnih trikotnikih in približkih za koren iz dva
	28	Poniž D., Računalniki, jezikoslovje ...
KRIŽANKA	32	Fortuna T., Einstein - Plemelj
FIZIKA	34	Fortuna T., Termično gibanje
	37	Gabršček S., Koliko Arhimeda je v tebi ?
MATEMATIČNO	38	Velkovrh C., Resnični dogodek
RAZVEDRILO	40	Batagelj V., Pentomino
	43	Batagelj V., Problem iz igre SIM
	45	Vaš prof. "Cifra", Vesela geometrija
	47	Bezek D., Rešeto posebne vrste
PREMISLI IN REŠI	48	Dover J., Nagradni razpis ...
NOVICE - ZANIMIVOSTI	50	
MLADI RAZISKOVALEC	51	Snoj R., Kohoutkov komet
KROŽKI	54	Repovš D., Krožki
NALOGE - TEKMOVANJA	56	Repovš D., Zvezno tekmovanje fizikov
	59	Gojkovič M., Republiško tekmovanje matematikov
	63	Kotnik J., Srebrna Vegova priznanja
	64	Batagelj V., Kriptaritmi - popravki in rešitve

1.stran ovitka: Batagelj V., Iz Pentomina lahko sestavimo plašč kocke s stranico $\sqrt{10}$.

4.stran ovitka: Zakrajšek E., Ali znaš pokriti šahovsko desko z dominami?



KAJ LAHKO REČEMO O PRESEKU ?

Nihče od nas ni popolnoma zadovoljen s Presekom - in prav je tako. Zakaj, brž ko bomo z njim povsem zadovoljni, bo postal nezanimiv, olesenel bo. K sreči temu zdaj ni tako. Mnenja, kaj naj Presek daje, o čem naj piše, kakšen naj se kaže, so deljena in se ves čas spreminjajo, dopolnjujejo. Upajmo pa, da bo naš list vedno boljši!

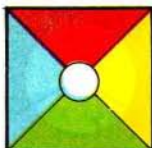
Vsebina prav gotovo ne ustreza vsakomur. Zagrizen matematik želi več matematike, fizik več fizike, astronom astronomije. Za tekmovalce je nalog premalo, drugim so naloge odveč. Šestošolec se zgrozi nad prispevkom, v katerem mrgoli formul, maturant pa zmiguje nad članki za otročaje. Kaj hočemo, ko pa Presek v resnici ni presek, ampak uniža.

V Preseku želimo objavljati prispevke, ki so umljivi osnovnošolcu in kljub temu zanimivi za srednješolca. Takega branja pri nas skorajda ni. Seveda pa Presek ni in ne more biti nadomestilo ali dopolnilo učbeniku. Od bralca pa tudi ne zahtevamo, da pozabi kar se je morda ob branju Preseka naučil. Priporočamo mu, da starih izvodov Preseka ne zavrže. Lahko se zgodi, da bo šele proti koncu šolskega leta znal toliko matematike ali fizike, da bo z veseljem prebral in razumel kakšen članek iz prve številke. Za razumevanje nekaterih prispevkov pa bo potrebno počakati še dlje. En sam Presek je časopis, ves letnik pa je že majhen priročnik - res ne preveč urejen, vendar ključ temu zanimiv in uporaben.

Lani smo začeli s Presekom na štiriinšestdesetih straneh, končali pa na dvaintridesetih. Letos spet začnemo v polnem obsegu. Od marljivosti piscev je odvisno, ali bomo ta obseg tudi obdržali. Finančne probleme premagujemo s subvencijami, ki smo jih doslej dobivali od Kulturne skupnosti Slovenije, republiške in temeljnih izobraževalnih skupnosti ter iz sklada Borisa Kidriča. Z naročnino pokrivamo le stroške tiskanja.

Zavedamo se, da moramo marsikatero nepravilnost odpraviti, ali vsaj omiliti. Sem sodijo predvsem neljubi tiskarski škrti, pa tudi nobenih zakasnitev v izhajanju ne sme biti.

To je o Preseku rekel Tomo Pisanski



PISMA BRALCEV

Spoštovani urednik,

v prvi številki Preseka mi je bila zelo všeč zgodba Nenavadni hotel in menim, da bi lahko še naprej objavljali take zgodbe. Tudi s seznanjanjem z velikimi osebnostmi matematike, fizike in astronomije ste nam mladim, zelo ustregli.

Veselilo bi me, če bi nam predstavili še kakšne tehnične dosežke, kot so praktični izdelki fizikalne teorije itd. S tem mislim na robote, različne stroje, rakete, priprave v astronomiji itd.

Darko Vesel

Tvoji želji bomo skušali ustreči. Hvala za tvoje misli o Preseku. Darko, piši nam še! Ali si morda vključen v fizikalni krožek na šoli?

* * *

Spoštovani!

Sem dijakinja 8. razreda OŠ Peter Kavčič v Podlubniku. Zanimam se za napredek znanosti, tehnike, književnosti, sodobne umetnosti. Najbolj me zanimajo fizika, atomska fizika in astronomija. Za fiziko me je navdušil naš profesor tov. Štefan Žargi. On te pri svoji uri povleče v svet fizike; čudovite vede znanosti. Zato tudi želim postati članica DMFA in naročiti vašo revijo Obzornik za matematiko in fiziko.

Pohvaliti moram vašo revijo za mlade "Presek". Vendar pogrešam članke iz fizike in atomske fizike. Mislim, da bi mlade posebej pritegnili. Sama se želim posvetiti študiju fizike.

S spoštovanjem

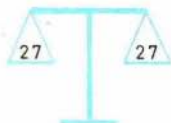
Marta Arhar

Draga Marta, veseli smo, da si nam zaupala svojo odločitev za nadaljni študij. Tudi ti želiš v našem Preseku več člankov iz fizike in atomske fizike. Že iščemo avtorje, ki bi napisali članke, da bi ugodili tvojim željam. Ali bi tudi ti kaj napisala za Presek? Veseli bomo, če boš še pisala.

Spoštovani!

Hčerka - gimnazijka je prinesla domov "Presek". Pregledam ga, čeprav sem laik, kar se tiče matematike. Tako sem zasledila v 1. številki problem 81 zlatnikov. Problem se mi zdi dokaj enostaven. Nikar se ne smejte. Želela bi, da mi odgovorite, če se motim, in kje je napaka.

Problem sem poskusila rešiti takole: zlatnike razdelim na tri dele po 27 zlatnikov. Dva dela položim na tehtnico, tretji del ostane ob strani.



27

Če ostane tehtnica izravnana, je težji zlatnik na kupu ob strani. Če tehtnica potegne na eno stran, je na težji strani iskani zlatnik. Težjo stran (27 zlatnikov) delim s 3, tako dobim tri skupine po 9 zlatnikov, ki jih tehtam po enakem principu, kot prej 27 zlatnikov. 9 potem delim s 3, 3 pa še enkrat s 3.

$$81 : 3 = 27 \cdot 3$$

$$27 : 3 = 9 \cdot 3$$

$$9 : 3 = 3 \cdot 3$$

$$3 : 3 = 1 \cdot 3$$



Tehtanja so štiri!

Lepo pozdravljeni!

Frančiška Celarc

Spoštovana mamica, vašega pisma smo bili še posebno veseli, saj vidimo, da tudi starši segajo po Preseku. Poslali smo vam knjigo prof. Ivana Vidava: REŠENI IN NEREŠENI PROBLEMI MATEMATIKE, ki je izšla v knjižni zbirki SIGMA. Prepričani smo, da boste v njej poleg različnih načinov reševanja zastavljene naloge našli še mnogo zanimivega. Tovariško vas pozdravljamo; hčerki pa želimo veliko uspeha pri njenem šolskem delu in veselja pri prebiranju Preseka.

Matilda Lenarčič



POGOVOR S PROFESORJEM IVANOM ŠTALCEM

Tudi, če ga še niste srečali, ga dobro poznate. Prof. Ivana Štalca res ni treba posebej predstavljati, znan je predvsem kot avtor številnih učbenikov matematike in fizike. Učitelji ga poznate kot svojega mentorja, profesorja metodike, ki vam je iz svojih bogatih izkušenj nudil vedno tudi to, česar ni mogoče najti v knjigah. Njegova živa, neposredna, prepričljiva in prisrčna beseda je premagovala mnoge dvome, kako postati dober učitelj.

Prof. Štalec kljub rahlemu zdravju še vedno vztraja pri delu z mladimi. Dijaki I.gimnazije v Ljubljani, ki jih poučuje, dosega že vrsto let izjemne uspehe na tekmovanjih iz matematike, kakor tudi pozneje pri visokošolskem študiju.

V pogovoru nam je rad odgovoril na nekaj vprašanj in najprej nas je zanimalo: *v čem je skrivnost vašega uspeha?*

"Skrivnosti ni, glavno je delo. Učenec mora svojo matematično kulturo pridobivati, oblikovati in razvijati z lastnimi napori, torej z vztrajnim samostojnim delom. Naloga učitelja pa je, da učenca do tega pripravi. Za to pa ni dovolj samo strokovno znanje učitelja. Učitelj mora biti pri svojem delu vztrajen, zahteven in dosleden. Pomembno je tudi, da se učitelj zna prilagajati učenca ali kakor jaz temu pravim, učenca mora učitelj ujeti na pravi stopnici.

Za vsako uro sem do podrobnosti pripravljen. Pri razlagi uporabljam diskusijsko metodo s programiranim gradivom. Navadno začnem z nazornimi sredstvi, nato pa preidem v abstrakcije in posplošitev, najprej torej indukcija, nato pa dedukcija. Učenci zelo radi aktivno sodelujejo, ko se tega načina navadijo. Učno gradivo obravnavam po načelu: ne preveč, le toliko, kolikor učenci zmorejo. Posebno pozornost posvečam osnovam, glede teh sem tudi pri ocenjevanju oster. Učno gradivo utrjujem s primeri, ki povezujejo novo gradivo z že prej predelanim in zlasti s tistim, ki je najbrž



že pozabljeno. Tako se v vsakem višjem razredu prepleta vse učno gradivo. Učenec tako pridobiva pregled in povezavo učne snovi. Sestavljanje takih nalog je seveda za vsak razred drugačno in vzame pri pripravi največ časa."

Menite, da je matematika "težek" predmet? Lahko pouk matematike naredimo privlačen?

"Matematika je bila, je in bo "težek" predmet, ker zahteva od učenca vztrajno in redno delo, od učitelja pa domiselnost, stalno iskanje novih metod in vživljanje v učenčevo miselnost. Če bi učitelj znal "prebrati" učenca, bi bilo lahko učiti vsakega učenca posebej. Čim bolj je razred miselno homogen, tem več in v krajšem času je mogoče naučiti učence. Tako pa se dogaja, da se nekateri v razredu dolgočasijo, drugi pa le za silo ali pa sploh ne dohajajo sošolcev. Tako doživljamo v razredih pri pouku matematike nekakšen maratonski tek, ki je za učitelja nerešljiv problem: prve je treba brzdati, zadnje pa vleči s seboj. Ni čudno, da marsikdo omaga, včasih je to tudi učitelj.

Nisem prepričan, da je mogoče napraviti za vsakega učenca pouk matematike privlačen, ker je to odvisno od značaja učenca, učenci pa so navadno pisana množica najrazličnejših značajev. Zati tudi ni enotne metode in sredstev, ki bi napravili pouk za vse privlačen, pač pa je mogoče za vsakega učenca posebej to napraviti vsaj v neki meri. Prepričan pa sem, da se more skoraj vsak, če hoče, naučiti v dvanajstih letih toliko matematike, kolikor jo danes zahtevajo fakultete, na katerih je matematika uporabna (ne glavna) veda."

Verjamemo mu. Pridobil si je bogate izkušnje, ko ga je pot življenja vodila iz kottička prelepe Selške doline po Sloveniji. Poučeval je različne predmete, spoznal, učil in vzgajal je kmečke otroke Prekmurja, sinove rudarjev v Trbovljah in ljubljanske gimnazijce.

V čem je po vašem mnenju bistvo reforme pouka matematike v osnovni šoli oziroma kaj si ometamo od nove matematike?

"Matematika naj vzgaja učence k logičnemu mišljenju in naj zato ne bo samo računstvo. Računske operacije naj bodo abstrakcije dogajanj v življenju. Matematika ni nova, nov je samo pristop k matematičnim problemom. Z novim pristopom upamo doseči boljše razumevanje, večji smisel za abstrakcijo in posploševanje. Ali bo smoter dosežen, je odvisno predvsem od učiteljev matematike."

Zakaj je znanje matematike med učenci oziroma dijaki tako skromno?

"Vzrokov je mnogo, glavni vzrok pa je v tem, da je matematika kot veriga. Če en člen verige popusti, veriga nima več lastnosti verige. V letih učenja matematike nastajajo v znanju luknjice kot v nogavici. Če teh luknjic sproti ne zakrpamo, jih je kmalu toliko, da nogavica ni več uporabna."

Od kod izvira vaše nagnjenje do pisanja matematičnih in fizikalnih učbenikov? Kaj vam pisanje pomeni? Se tudi v matematični knjigi zrcali osebnost avtorja?

"Pisati sem začel zelo pozno. Leta 1951 sem prvič sodeloval kot soavtor učbenika za fiziko. Pred tem sem opravil več recenzij rokopisov za šolske knjige iz matematike in fizike. V sodelovanju s starejšimi recenzenti sem se v tem času precej naučil. Do danes sem recenziral kakih 40 rokopisov. Za pisanje učbenikov se nisem odločil sam, vedno sem bil za to naprošen. Marsikaj sem sicer napisal za svoje učence, v šoli pa sem drugače razlagal, ker so mi učenci s svojim sodelovanjem narekovali drugačen način in to v vsakem oddelku razreda drugače. Razlaga v šoli ni pisanje učbenika. Zato sem z večjim veseljem sestavljal zbirke nalog. Prvo zbirko sem napisal v 4. razredu nižje gimnazije, v unikatu so jo uporabljali moji instruiranci."

Tudi v učbeniku se zrcali osebnost avtorja, vendar ne tako kot v literaturi, saj je pisec učbenika vezan na učni načrt, na obseg in še na marsikaj."

Prišel bo čas, ko se bodo osmošolci odločali za poklic ali nadaljnje šolanje. Lahko tistim, ki jih "vleče" matematika, pomagajte? Naj se odločijo za šolanje v matematičnem oddelku gimnazije?

"Kogar vleče matematika, naj se ji le preda, imel bo veliko dela in osebnega zadovoljstva, kasneje mu bo lahko zraven druge zaposlitve tudi konjiček. Šolanje v matematičnem oddelku gimnazije mu zagotavlja vsaj nekaj znanja in to ne samo iz matematike."

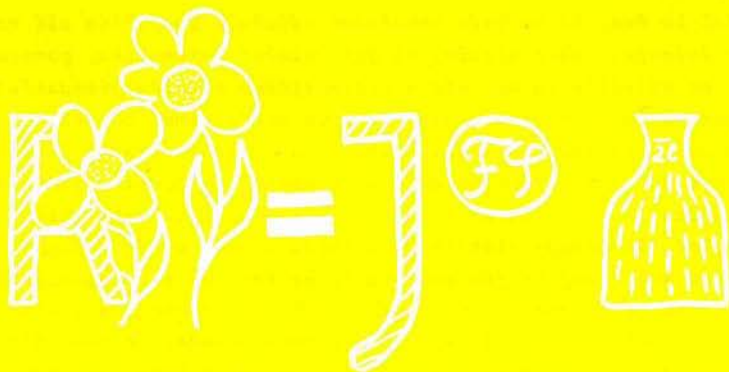
Po določitih novega statuta bodo imeli dijaki svojo delegacijo v svetu šole. Kaj bi jim svetovali, za kaj naj se zavzemajo?

"Imeli so jo že doslej, v novem statutu bo ta množica imela večjo moč v matematičnem in splošnem pomenu besede, če bodo dijaki pravi samoupravljalci, kar po dosedanjih skušnjah ne dvomim, jim ne bo treba ničesar svetovati."

Vas šport še navdušuje? Česa se najraje spominjate iz časov športne aktivnosti? Za koga zdaj "navijate"?

"Šport me še vedno privlači, čeprav že dolgo nisem več aktiven: atletika (teki), nogomet, telovadba, vse to in še marsikaj rad gledam na televiziji. Navijam vedno za tistega, ki se bolj vztrajno in bolj športno bori, pa čeprav je tehnično slabši. "Navijam" tudi za dijaka, ki se vztrajno bori za znanje pa tudi, kadar mora pokazati znanje." Njegovi sedanji dijaki pravijo, da jih prof. Štalec veliko nauči in da jim daje ne le solidne osnove, ampak tudi širok vpogled v matematiko in da je s svojimi včasih kar precej strogimi pedagoškimi metodami dosegel, da so si pridobili delovne navade in da se učijo sproti. Ob vsem tem pa pouk ni suhoparen, ker ga profesor povezuje s številnimi problemi iz življenja in ga popestri z duhovitimi domislicami. Nas, njegove nekdanje študente, pa je vedno privlačevala njegova predanost delu, stalna pripravljenost za skupno reševanje strokovnih problemov in njegova skromnost, hkrati pa tudi objektivna ostrina in kritičnost do samega sebe in drugih.

Razgovor pripravila: *Biserka Mikoš*



ŠTEFANOV NAGRADNI NATEČAJ⁺

V listih za mlade matematike z osnovnih ali srednjih šol bremo o različnih, bolj ali manj zahtevnih tekmovanjih. V tej zvezi me je začelo zanimati vprašanje, kdaj smo v Sloveniji začeli s takimi tekmovanji. Spomnila sem se, da sem kmalu po koncu vojne sodelovala pri tekmovanju. Pobrskala sem po svojem arhivu in res našla nekaj številčk "Pionirskega lista" iz leta 1950. V 35. številki tega lista z datumom 23. novembra 1950 sem zasledila vest o "Stefanovem nagradnem natečaju" za mlade fizike in matematike. Nekaj profesorjev in učiteljev ljubljanskih šol je na poziv uredništva "Pionirskega lista" začelo sestavljati lažja in težja vprašanja s področja fizike in matematike. Obenem je uredništvo povabilo pionirje in pionirke, naj se vključijo v natečaj, začnejo reševati naloge in pošiljati rešitve. V navedeni številki lista je izšla že prva skupina sedmih vprašanj in v kasnejših številkah še dve skupini. V vmesnih številkah časopisa so bili objavljeni odgovori na vprašanja, pa tudi nekaj zanimivih nepravilnih sklepov tekmovalcev. Ob zastavljenih nalogah smo namreč zaprosili tekmovalce, naj nam pri odgovorih tudi zapišejo, kako so prišli do rešitev. Eno prvih vprašanj je bilo: kakšno temperaturo ima led? In odgovori? Led ima vedno temperaturo 0°C . - Led nima nobene temperature, ker se pri 0°C že tali.

Natečaj je bil zaključen proti koncu šolskega leta, vest o nagradah tekmovalcem je bila objavljena 2. junija 1951. Nagradili smo tri matematično-fizikalne krožke, med njimi je prvo nagrado dobil krožek na osnovni šoli Šmartno pri Litiji, in 9 posameznikov. Prvi izmed posameznikov je bil Janez Pilgram, tedaj učenec 4. razreda osnovne šole Vič - Ljubljana, drugi je bil Držanič Franc iz Artič, tretjo nagrado pa sta dobila brata Janez in Tomaž Terček iz Višnje gore. Vsi so dobili šestila, kar je bilo za tedanje razmere kar lepo darilo. Zanimalo me je, koliko se tistih časov spominja prvonagrajenec, tovariš Janez Pilgram, sedaj inženir v tovarni "Sava" v Kranju. Prijazno mi je odgovoril na nekaj vprašanj.

- Morda še veste, kakšne so se vam zdele zastavljene naloge in kako ste jih reševali?

- "Pionirski list" je bil v tistem času, ko še ni bilo raznih "Zvitorepcev", "Zabavnikov" in podobnih "poučnih" revij, edini list za učence. Zato smo ga požirali od prve do zadnje črke. Prav gotovo bi lagal, če bi vam napisal, da sem na tekmovanju sodeloval zaradi ljubezni do matematike in fizike, kajti poznavanje obeh področij je bilo našim letom primerno. List je pač objavil vprašanja in dovolj je bilo, da sem poskušal nanje odgovoriti. Vsebine nalog se ne spominjam več, vem pa še, da so me pritegnile zato, ker niso bile izbrane samo iz suhoparnega računstva, kakršno so poučevali takrat na osnovni šoli, ampak je bilo potrebno malo napeti svoje otroške možgane. Mislim pa, da naloge niso bile preveč težke.

- Kako ste sprejeli novico o prvi nagradi?

- Dobro se še spominjam veselja ob tej nagradi, saj smo o takih pripomočkih v tistem času lahko samo sanjali. Šestilo kdaj pa kdaj še vedno rabim, predvsem pa mi veliko pomeni kot drag spomin.

- Ali je tekmovanje in vaše zanimanje za fiziko in matematiko tudi vplivalo na vaš študij?

- Prav gotovo je tudi veselje do realnih predmetov, pri katerih je bilo treba več misliti ali logično sklepati, usmerilo moje šolanje na univerzi. Tudi svojim otrokom bom priporočil sistematično delo in izpopolnjevanje v matematiki, saj mislim, da ima pravilna usmeritev na tem področju pomembno vlogo pri mentalnem razvoju mladega človeka.

Tovarišu Pilgramu hvala za odziv!

Naj povem še, da smo člani komisije France Ahlin, Marija Medič, Milica Potisek, Lojze Sivec, France Šušteršič, Rudi Završnik in Jože Žabkar za "Pionirski list" napisali tudi nekaj člankov o slovenskih matematikih in fizikih, o pomenu in načinu štetja nekoč, o pisavi števil. Zastavili smo tudi nekaj šaljivih vprašanj, na primer tole: Iz Ljubljane odpelje v Maribor brzi vlak s hitrostjo 55 km na uro, istočasno pa odpelje iz Maribora v Ljubljano tovorni vlak s hitrostjo 18 km na uro. Kateri od obeh vlakov bo bliže Mariboru, ko se bosta srečala? Ali pa drugo: Kako spremeniš 666 v večje število, ne da bi kaj dodal? Tudi na taka šaljiva vprašanja so prihajali pravilni, pa tudi nepravilni odgovori.

Morebiti bi bilo zanimivo vedeti, kako težke so bile naloge. Veliko težav je povzročilo reševanje vprašanja, koliko jabolk do-

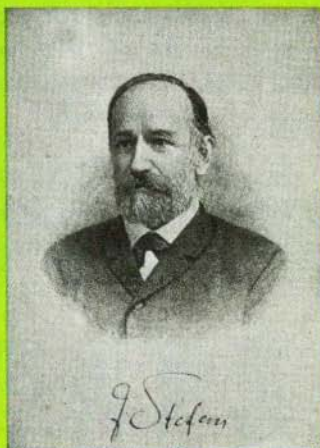
biš, če smeš vzeti od 8 jabolk tretjino, pa še polovico tretjine. Tisti, ki so preveč hiteli, so dobili 3,8 jabolka, ali pa eno jabolko in eno tretjino, ali pa celo štiri in pol jabolka. Zelo zanimivi so bili opisi naporov, kako dobiti sedem zaporednih lihih števil, ki dajo vsoto 77. Dobri so bili odgovori na vprašanje, zakaj električni tok ne ubije ptic, ki sede na žici daljnovoda, medtem ko včasih ubije človeka na tleh, če prime žico.

V celoti smo videli, da so povzročala reševalcem več težav vprašanja iz fizike. To je bilo razumljivo, saj smo posvečali vprašanju "zakaj" pri pouku fizike tedaj le malo pozornosti.

Mogoče opisano tekmovanje ni bilo prvo na naših slovenskih ali mogoče celo jugoslovanskih šolah? Kdo bi to vedel?

Milica Potisek

***JOŽEF STEFAN (1835-1893)** je bil eden najpomembnejših fizikov devetnajstega stoletja. Rodil se je slovenskim staršem v Svetem Petru pri Celovcu na Koroškem. Kot dijak celovške gimnazije in slušatelj matematike in fizike na Dunaju ter še kot docent na dunajski univerzi je s pesmimi in poljudnoznanstvenimi spisi sodeloval pri raznih slovenskih časopisih in listih. Diplomiral je na Dunaju. Poučeval je fiziko na dunajski univerzi od leta 1858 do svoje smrti. Postal je direktor Fizikalnega inštituta, podpredsednik dunajske akademije znanosti in član različnih znanstvenih ustanov v Evropi. Njegovo delo ga je vodilo skoraj na vsa področja fizike, kot so hidrodinamika, optika, akustika, elektrika in magnetizem. Najpomembnejše področje njegovega znanstvenega delovanja zajema kinetično teorijo plinov, njihovo difuzijo in prevajanje toplote. Odkril je zakon, po katerem je svetlobni tok, ki ga izseva popolnoma črno telo, sorazmeren s četrto potenco svoje absolutne temperature. Stefanov zakon je bil eden prvih pomembnih korakov k razumevanju sevanja črnega telesa, od koder je vzniknila kvantna teorija sevanja. Ime Jožefa Stefana nosi slovenska znanstvena ustanova, ki je ena največjih v Jugoslaviji.





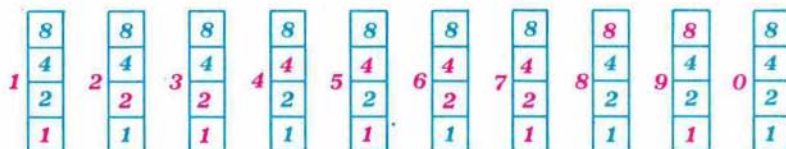
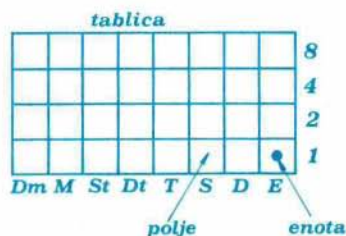
MATEMATIKA

KAKO RAČUNAM

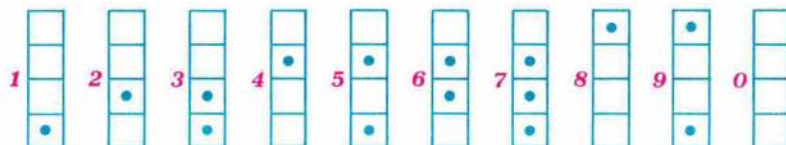
UVOD

Računam na navadni tablici, ki ima 8x4 polj, lahko vzamemo tudi pol šahovnice. Uporabljam enote, ki so lahko kamenčki, fižoli ali kakršnikoli drugi podobni predmeti.

Ta pisava številc je mešani- ca desetiškega in dvojiškega zapisa. Tak zapis uporabljajo nekateri računalniki.



To napišem z enotami tako:



Na papirju je narisana neka manjša tablica. V vrsti E, ki pomeni enice, je predstavljena številka 3 (1+2). V vrsti desetic D je številka 5 (1+4). V tablici je torej napisano število 53.

			8
	•		4
		•	2
	•	•	1
S	D	E	

Na podoben način lahko napišem katerokoli število npr.:

 $28 =$

	•
•	

 $73 =$

•	
•	•
•	•

 $61 =$

•	
•	
	•

 $37 =$

	•
•	•
•	•

Torej, čim daljša je tablica, večmestno število lahko napišem.

To je recimo 2343589

				•	•	8
		•		•		4
•	•		•			2
	•		•	•	•	1
M	St	Dt	T	S	D	E

SEŠTEVANJE

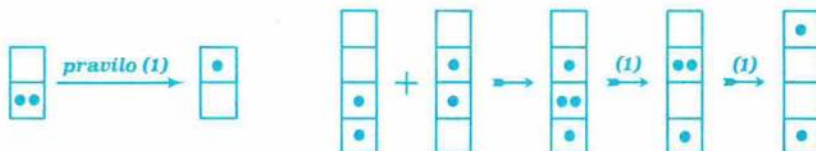
Če poznamo to pisavo, se lahko lotimo seštevanja. Vzamem preprost primer:

Ta račun sem izvedel po preprostem pravilu:

•	•	•

$$1 + 1 = 2$$

(1) - Če sta v enem polju dve enoti, damo eno enoto v polje, ki je višje, drugo enoto pa uničimo.



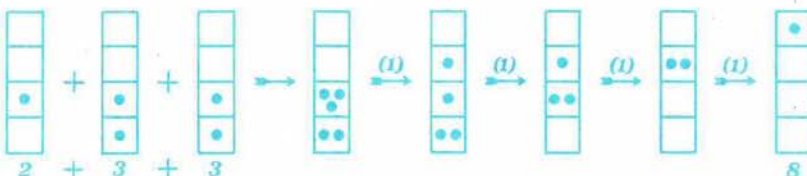
Pravilo (1) lahko uporabimo tudi v nasprotni smeri:

- (2) - Če je v enem polju ena enota, jo damo v polje, ki je nižje ter pristavimo še drugo enoto.



To se pokaže še lepše, če imate pred sabo pravo tablico s pravimi enotami.

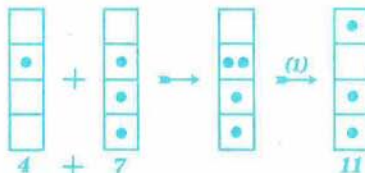
Delajmo vedno težje račune



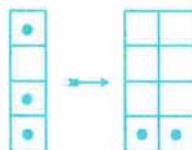
Na tablici se lahko še sešteje na enak način:

4+5, 4+7, 2+2, 7+6...

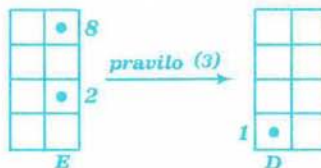
Tu pa nastane majhna težava. Imam dvomestno število, ki je napisano v enicah.



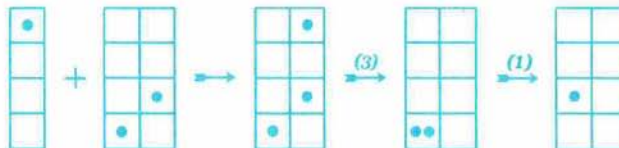
Torej je zgornji rezultat (11) napisan samo v enicah, zato moram to spremeniti v dvomestno število (11E = 1D 1E)



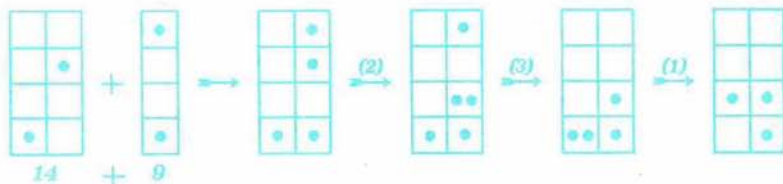
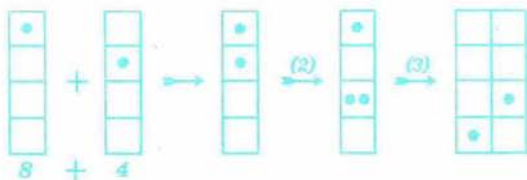
Pravilo (3) se glasi: deset enic spremenimo v eno desetico tako, da drugo in četrto polje (2,8) spremenimo v eno desetico.



Pa seštejmo 8 in 12

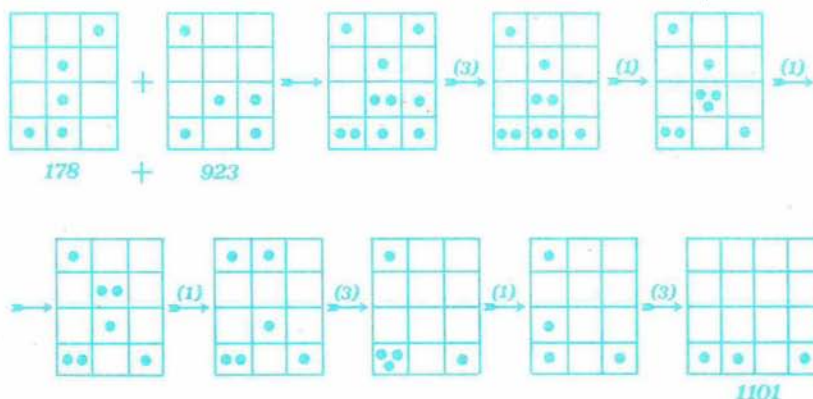


Najprej naredim operacijo po pravilu (3) (sprememim deset enic v eno desetico), nato pa še operacijo po pravilu (1) (obe enoti v enem polju uničim in dam enoto v polje, ki je višje).



178 + 923

Operacijo začnemo z desne proti levi:



Videti je zelo zamotano, kajne? Pa v resnici ni! Že prej sem napisal, naj vse zakone spoznavamo na pravi tablici s pravimi enotami (pol šahovnice in fižoli). Čez čas vam bo šlo tako gladko, da se boste čudili.

Andrej Kores

ZAČETNI POJMI NOMOGRAFIJE

1. Uvod

Pri numeričnem računanju po predpisanem obrazcu si marsikdaj radi pomagamo s kakimi grafičnimi metodami. Med posebno zanimive in praktično uporabne grafične metode računanja spadajo nomografske metode, ki so v zadnjih sto letih prerasle v posebno panogo geometrije, ki se imenuje *nomografija*.

Beseda *nomografija* je grškega izvora in jo sestavljata besedi *nomos* = zakon in *grafo* = pišem. Bistvo nomografije je, da nek poseben geometričen način ponazarja z aritmetičnimi obrazci formulirane zakonitosti.

Od prvih začetkov nomografije je minilo že skoraj 200 let. Prvi nomogram je izdelal leta 1795 francoski matematik Pouchet (pušê) in sicer mrežni nomogram za množenje dveh števil. Francoski inženir Lalanne (lalán) je skonstruiral leta 1843 *logaritemsko skalo*, ki je osnova logaritemskemu računalu, in *logaritemsko mrežo*, ki jo dandanes lahko kupimo pod imenom *logaritemski papir*. Za razvoj nomografije so med drugim še pomembni Cauchy (koší), Möbius, Massau (masó) in zlasti d'Ocagne (dokánj), ki je objavil v letih 1884-1931 nad 80 publikacij s področja nomografije, in ki ga mnogi štejejo za znanstvenega utemeljitelja nomografije. Ime nomografija je bilo za to panogo geometrije sprejeto leta 1890 na mednarodnem matematičnem kongresu v Parizu. Dandanes je nomografska metoda računanja splošno razširjena in se uporablja zlasti v tehniki. Bistvo nomografije bomo v naslednjem prikazali z nomogramom za procentni račun.

2. Lestvasti nomogram za procentni račun

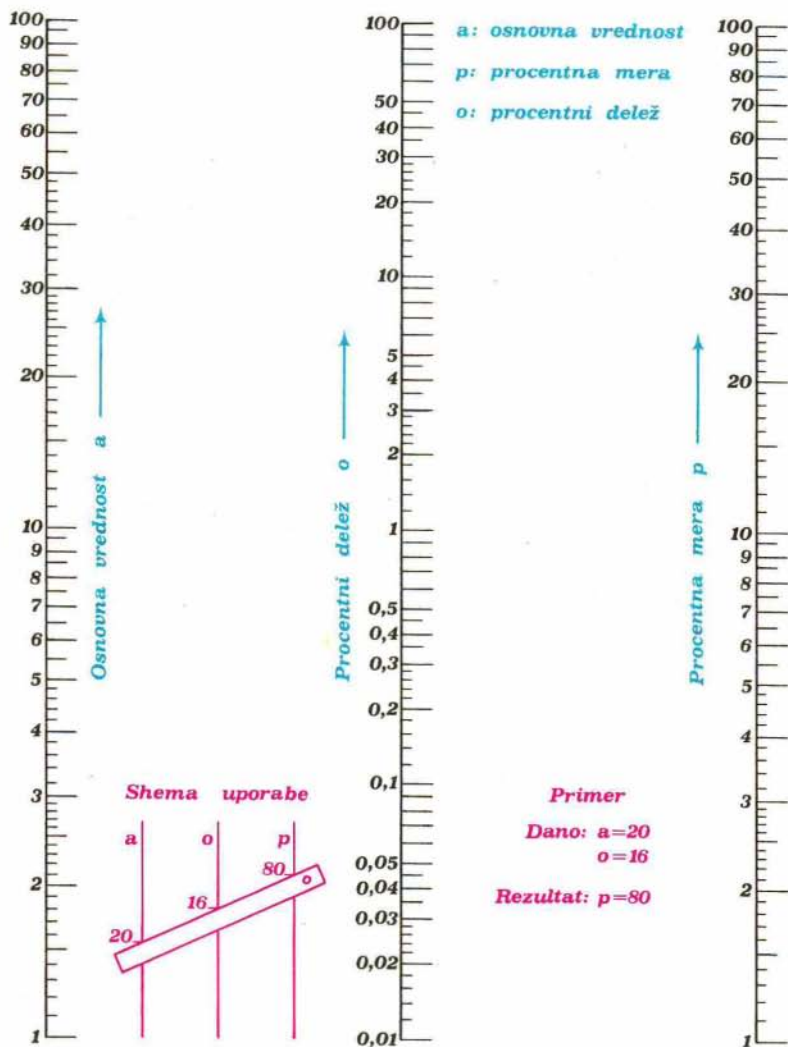
Pri procentnem računu nastopajo tri količine in sicer:

- a osnovna vrednost,
- p procentna mera (%) in
- o procentni delež.

Pri procentnem računu velja obrazec $o = \frac{a p}{100}$. Če sta dve količini znani, lahko izračunamo po tem obrazcu tretjo. Za grafično računanje po tem obrazcu uporabljamo nomogram na sliki 1. Tu nas

PROCENTNI RAČUN

Obrazec:
$$o = \frac{a \cdot p}{100}$$



sl.1 Lestvasti nomogram za procentni račun

ne zanima, kako je ta nomogram konstruiran, ampak nas zanima samo, kako ga lahko uporabimo. Nomogram sestavljajo tri vzporedne daljice, ki so nosilke ustreznih logaritemskih skal. Razdelišča na levi skali ponazarjajo vrednosti osnovne količine a , razdelišča na srednji skali ponazarjajo vrednosti procentnega deleža o in razdelišča na desni skali ponazarjajo vrednosti procentnega deleža p .

Bistvena lastnost tega nomograma je, da ležijo po tri razdelišča, ki ponazarjajo vrednosti količin a , o in p , na *isti premici*, če le ustrezajo te vrednosti obrazcu za procentni račun. Zaradi te lastnosti lahko določimo s pomočjo nomograma preprosto s polaganjem prozornega ravnila vrednost tretje količine, če poznamo vrednost prvih dveh količin.

Rešimo s tem nomogramom nekaj nalog.

1. naloga: Računanje procentnega deleža o . Koliko je 5% od 60? Tu je $a=60$, $p=5$ in izračunati moramo o . Ravnilo položimo tako, da gre njegov rob skozi razdelišče 60 leve skale in skozi razdelišče 5 desne skale; rob ravnila seka srednjo skalo v razdelišču 3. 5% od 60 je torej 3.
2. naloga: Računanje procentne mere p . Od 20 učencev je izdelalo razred 16 učencev. Koliko procentov učencev je izdelalo? Tu je $a=20$, $o=16$ in izračunati je treba p . Ravnilo položimo tako, da gre njegov rob skozi razdelišče 20 na levi skali in skozi razdelišče 16 na srednji skali; rob ravnila seka desno skalo v razdelišču 80. Izdelalo je torej 80% učencev.
3. naloga: Računanje osnovne vrednosti a . Delavec, ki je izdelal 19 kosov, je dosegel 95% predpisane norme. Kolikšna je njegova norma? Tu je $o=19$, $p=95$ in izračunati je treba a . Ravnilo položimo tako, da gre njegov rob skozi razdelišče 19 srednje skale in skozi razdelišče 95 desne skale; pri tem seka rob ravnila levo skalo v razdelišču 20. Delavčeva norma znaša torej 20 kosov.

Presodi, zakaj ne dobiš z nomografsko metodo natančnih ampak samo zaokrožene rezultate.

Vzemi tole nalogo: Koliko je 6,5% od 82,45 din? Reši nalogo najprej aritmetično; pri tem dobiš natančen rezultat. Reši nalogo še z nomogramom na sl.1. Ali imaš pri reševanju kake težave pri polaganju roba ravnila skozi razdelišča skal? Kakšen rezultat

dobiš? Primerjaj izmerjeni rezultat z že izračunanim.

Reši z nomogramom na sl.1 nekaj nalog, ki jih najdeš v svojem matematičnem učbeniku. Ali je mogoče rešiti vse te naloge z narisanim nomogramom?

Alojzij Vadnal

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \theta \iota \kappa \lambda \mu \nu \xi \omicron \pi \rho \sigma \tau \upsilon \varphi \chi \psi \omega$

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome.
2. letnik, šolsko leto 1974/75, 1. številka, september 1974,
str. 1 - 64.

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Jože Dover, Tomaž Fortuna,
Marjan Hribar (urednik za fiziko), Andrej Kmet, Jože Kotnik
(organizacijski urednik), Matilda Lenarčič, Biserka Mikoš,
Franci Oblak (urednik za matematiko), Jože Pavličič, Tomaž
Pisanski (odgovorni urednik), Dušan Repovš, Tomaž Skulj,
Gabrijel Tomšič (glavni urednik), Marijan Vagaša in Ciril
Velkovrh (tehnični urednik).

Rokopis je natipkala Anuša Rode, jezikovno je pregledala Sandra
Oblak, slike je narisal Berto Žitko, opremila pa Borut Delak in
Višnja Kovačič.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk
pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS - PRESEK,
Jadranska 19, 61001 Ljubljana, p.p. 227, tel. št. 61-564/53,
št. žiro računa 50101-678-48363. Naročnina za šolsko leto je
za posamezna naročila 20.-din, za skupinska pa 18.- din, za
inozemstvo 2 ž = 34.- din. Posamezna številka stane 5.-din

List sofinancirajo Republiška in temeljne izobraževalne skup-
nosti v Sloveniji ter Raziskovalna skupnost Slovenije.

Ofset tisk Časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana.
List izhaja štirikrat letno v nakladi 15.000 izvodov.

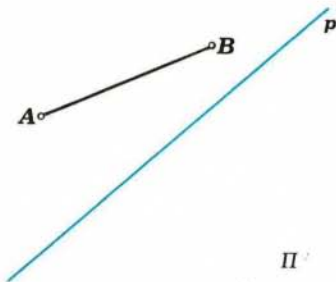
© 1974 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.

KAKO PREMICA DELI RAVNINO

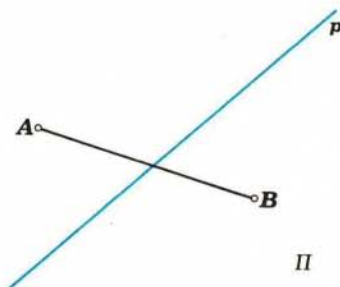
Za boljše razumevanje tega sestavka priporočam bralcu, da prebere v Geometriji za I. razred gimnazije vsaj nekaj strani poglavja II (Aksiomi urejenosti in posledice I. in II. skupine aksiomov). Znake, ki jih bom uporabljal, lahko najde bralec na začetku omenjene knjige.

Kaj lahko povemo o dveh točkah na ravnini. Na ravnini Π izberimo neko premico p , točki A in B naj ležita na ravnini Π , toda ne na premici p . ($A \in \Pi$, $B \in \Pi$, $A \notin p$, $B \notin p$) Za točki A in B velja natanko ena od teh dveh možnosti:

- a) Premica p ne seka daljice AB (sl.1a)
- b) Premica p seka daljico AB (sl.1b)



Sl.1a

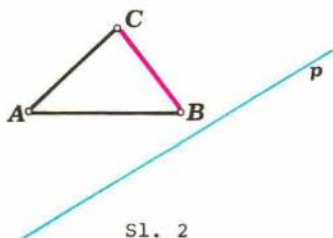


Sl.1b

Če bi radi zvedeli še kaj več o medsebojni legi točk, se spomnimo Paschevega aksioma:

Aksiom II/5: Če leži premica v ravnini trikotnika in ne gre skozi nobeno oglišče ter seka eno stranico, potem seka samo še eno izmed drugih dveh stranic.

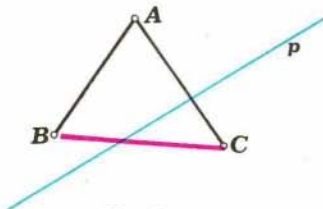
S Paschevim aksiomom bomo dokazali naslednje tri izreke, ki veljajo za poljubne točke A , B , C na ravnini Π , ki ne ležijo na dani premici p .



Sl. 2

1) Če premica p ne seka niti daljice AB niti daljice AC , potem premica p tudi ne seka daljice BC (sl.2).

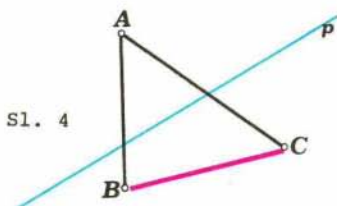
Dokaz. Če bi p sekala daljico BC , bi po Paschevem aksiomu p sekala tudi eno od daljic AB , AC ; to pa nasprotuje predpostavki. Zato p ne seka daljice BC .



Sl. 3

2) Če premica p seka daljico AC , toda ne seka daljice AB , potem premica p seka daljico BC (sl.3).

Dokaz. Ker p seka daljico AC , mora po Paschevem aksiomu p sekati eno od daljic AB , BC ; ker pa p ne seka daljice AB , mora p sekati daljico BC .



Sl. 4

3) Če premica p seka daljico AB in daljico AC , potem premica p ne seka daljice BC (sl.4).

Dokaz. Premica p seka daljico AB , zato po Paschevem aksiomu seka samo še eno izmed daljic AC , BC ; ker p seka daljico AC , ne more p sekati daljice BC .

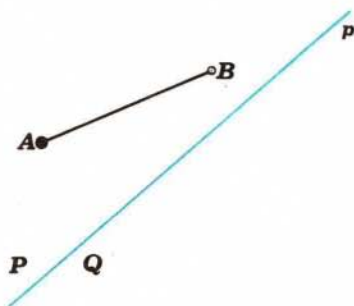
Bregova premice. Na ravnini Π izberimo premico p in neko stalno točko A , ki ne leži na premici p . Kakor že vemo, velja za poljubno točko B , ki leži na Π , toda ne na premici p , ena od teh dveh možnosti:

- a) Premica p ne seka daljice AB .
- b) Premica p seka daljico AB .

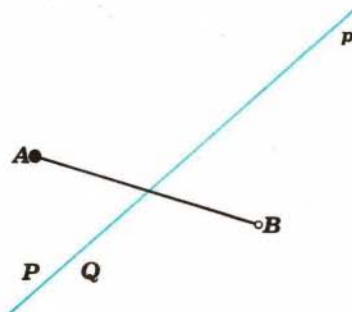
Množico vseh tistih točk B , za katere je izpolnjena možnost a), imenujemo *pozitivni breg* (pozitivno polravnino) premice p in jo označimo s P . Množico vseh tistih točk B , za katere je izpolnjena možnost b), pa imenujemo *negativni breg*^{*} (negativno polravnino) premice p in jo označimo s Q . Za poljubno točko B torej velja:

^{*} Katerega od obeh bregov vzamemo za pozitivnega in katerega za negativnega, je samo stvar dogovora.

B spada v P ($B \in P$) natanko tedaj, ko premica p ne seka daljice AB ;
 B spada v Q ($B \in Q$) natanko tedaj, ko premica p seka daljico AB
 (sl.5).



Sl.5a



Sl.5b

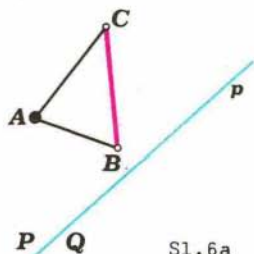
Stalna točka A , ki smo jo izbrali v začetku, očitno spada v P , saj premica p ne seka daljice AA . Iz dejstva, da je za poljubno točko B izpolnjena natanko ena od možnosti a) in b), pa sledi dvojje: Prvič, nobena točka ne spada hkrati v P in v Q . Presek $P \cap Q$ je torej prazna množica. Drugič, vsaka točka ravnine, ki ne leži na premici p , spada bodisi v P bodisi v Q . Unija $P \cup Q$ torej obsega vse točke ravnine, ki ne ležijo na premici p .

Točki na istem bregu. Točki na različnih bregovih. Za dve poljubni točki B in C , ki ležita na ravnini Π , toda ne na premici p , imamo eno od teh možnosti: Obe točki spadata na breg P . Ena točka spada na breg P , druga na breg Q . Obe točki spadata na breg Q .

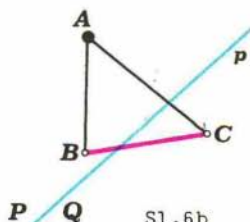
Naj točki B in C spadata v P ($B \in P, C \in P$). To pomeni, da premica p ne seka niti daljice AB , niti daljice AC . Zato po izreku 1) premica p tudi ne seka daljice BC (sl.6a).

Naj ena točka, n.pr. B , spada v P , druga n.pr. C , pa naj spada v Q ($B \in P, C \in Q$). To pomeni, da premica p ne seka daljice AB , toda seka daljico AC . Zato po izreku 2) premica p seka daljico BC (sl.6b).

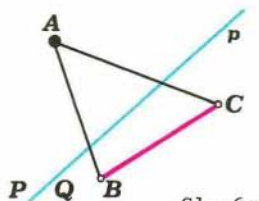
Naj točki B in C spadata v Q ($B \in Q, C \in Q$). To pomeni, da premica p seka daljico AB in daljico AC . Zato po izreku 3) premica p ne seka daljice BC (sl.6c).



Sl. 6a



Sl. 6b



Sl. 6c

Tako smo za poljubni točki B, C (kjer $B \in \Pi, C \in \Pi, B \notin p, C \notin p$) dokazali naslednji

Izrek. A) Če točki B, C ležita na istem bregu (bodisi obe v P bodisi obe v Q), potem premica p ne seka daljice BC .

B) Če točki B, C ležita na različnih bregovih (ena v P , druga v Q), potem premica p seka daljico BC .

Pravilen je pa tudi

Obratni izrek. A) Če premica p ne seka daljice BC , sta točki B, C na istem bregu (obe v P ali obe v Q).

B) Če premica p seka daljico BC , sta točki B, C na različnih bregovih (ena v P , druga v Q).

Dokaz obratnega izreka.

A) Naj p ne seka daljice BC . Če bi bili točki B, C na različnih bregovih, bi po prejšnjem izreku p sekala daljico BC , kar nasprotuje predpostavki. Zato sta točki B, C nujno na istem bregu.

B) Naj p seka daljico BC . Če bi bili točki B, C obe na istem bregu, bi po prejšnjem izreku p ne sekala daljice BC , kar nasprotuje predpostavki. Zato sta točki B, C nujno na različnih bregovih.

Za konec. Matematično smo dokazali dejstvo, ki ga poznamo že iz izkustva:

Premica p , ki leži na ravnini Π , razdeli ravnino Π na dva bregova (polravnini), katerih presek je prazen, njuna unija pa pokriva vso ravnino razen premice p . - Za poljubni točki B, C na ravnini Π , ki ne ležita na premici p , velja: B, C sta na istem bregu natanko tedaj, ko premica p ne seka daljice BC ; B, C sta na različnih bregovih natanko tedaj, ko premica p seka daljico BC .

Pri dokazovanju smo se sklicevali predvsem na Paschev aksiom in na njegove posledice.

Janez Rakovec

O FORMULI ZA VSOTO PRVIH n NARAVNIH ŠTEVIL

Ali se da izračunati vsota prvih n naravnih števil, ne da bi seštevali vsa ta števila? Pred to nalogo je bil postavljen znani matematik K.F.Gauss še v šolarskih letih; učitelj je naročil učencem, naj seštejejo vsa števila od 1 do 100. Gauss je izračunal na pamet: 5050. Sklepal je takole:

$$\begin{aligned} & 1+2+3+ \dots +49+50+51+52+ \dots +98+99+100 = \\ & = (1+100) + (2+99) + (3+98) + \dots + (49+52) + (50+51) = \\ & = \underbrace{101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101}_{50\text{-krat}} = \\ & = 50 \cdot 101 = 5050 \end{aligned}$$

Zdaj lahko izračunamo vsoto od 1 do n , če je n sodo število:

$$\begin{aligned} & 1+2+3+ \dots + \frac{1}{2}n + (\frac{1}{2}n+1) + \dots + n = \\ & = (1+n) + (2+n-1) + \dots + (\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}n+1) = \\ & = \underbrace{(n+1) + (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1)}_{\frac{1}{2}n\text{-krat}} = \\ & = \frac{1}{2}n(n+1) \end{aligned}$$

Če je število n liho, ne moremo sklepati na ta način, kajti $\frac{1}{2}n$ ni celo število - rezultat pa je vseeno pravilen, t.j., za vsako naravno število n velja formula:

$$1+2+3+ \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

Sami poskusite dokazati, da formula velja tudi za lihe n ! Navodilo: najprej seštejte vsa števila do $n-1$, ki je sodo število, nato vsoti prištejte n .

Zgornjo formulo bomo izpeljali še enkrat na geometrijski način. Iz kvadratov s stranico 1 cm sestavimo stopnišče iz n stopnic (na sliki je $n = 5$):

V prvi stopnici je en kvadrat, v drugi sta dva, v peti jih je pet, v n -ti pa n kvadratov. Zato je vsota $1+2+3+ \dots + n$ enaka ploščini stopničastega lika (v cm^2). Te ploščine pa ni težko najti: lik je sestavljen iz polovice kvadrata s stranico n cm - to da $\frac{1}{2}n^2 \text{ cm}^2$ - in iz n polovičk - to da $n \cdot \frac{1}{2} \text{ cm}^2$, vsega skupaj je

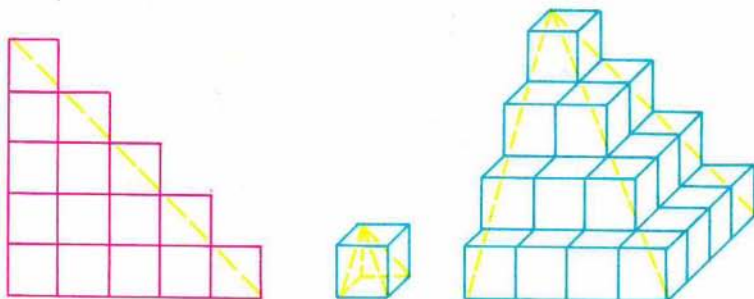
$$\frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n = \frac{1}{2} n(n+1) \quad \text{cm}^2$$

in tako smo pri naši formuli

$$1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

Zdaj pa nekoliko težja naloga: poiščite formulo, po kateri bi izračunali vsoto kvadratov prvih n naravnih števil, $1^2+2^2+\dots+n^2$!

Navodilo: idejo vam da naša geometrijska izpeljava formule za $1+2+3+\dots+n$. Namesto stopnišča vzemite telo, sestavljeno iz kock - najbolj je podobno četrtini azteške piramide:



Sestavljeno je iz (navadne) piramide, označene s črtkanimi črtami, iz polovic kock in iz kock, ki jim je izrezana piramida (ena taka kocka je na sliki).

Rabili boste formulo za prostornino (navadne) piramide:

$$V = \frac{1}{3} O \cdot v$$

kjer je v višina piramide, O ploščina osnovne ploskve, V pa prostornina. Prav vam bo tudi prišla naša izpeljana formula za vsoto prvih n naravnih števil.

Rezultat preskusite za $n = 1, 2, 3$!

Dobili boste:

$$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{1}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{6}n$$

Jože Malešič

O PRAVOKOTNIH TRIKOTNIKIH IN O PRIBLIŽKIH ZA KOREN IZ DVA

Kako "popraviti" trikotnik, da bo postal pravokoten? Zamislimo si, da so v ogliščih trikotnika zabiti žebeljčki, stranice pa so vrvica, ki je napeta na te žebeljčke. Izberimo najkrajšo stranico. Žebeljček-oglišče nasproti njej izrujemo in ga toliko časa premikamo, da dobimo pravokoten trikotnik.

Primer: $AB = 4$ cm

$BC = 5$ cm

$AC = 6$ cm

Po premikanju je seveda

$BC' + AC' = BC + AC = 11$ cm.

Če označimo z x dolžino katete

BC' , ostane za hipotenuzo AC'

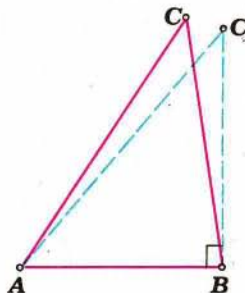
$(11-x)$ cm. V pravokotnem trikotniku velja Pitagorov izrek, zato

$$(11-x)^2 = x^2 + 4^2$$

$$121 - 22x + x^2 = x^2 + 16$$

$$22x = 105$$

$$x = \frac{105}{22}$$



Torej je: $BC' = \frac{105}{22}$, $AC' = 11 - x = \frac{137}{22}$ in $AB = 4 = \frac{88}{22}$.

Razmerje stranic tega trikotnika je torej $88:105:137$. Mimogrede smo ugotovili, da je trikotnik s stranicami 88, 105, 137 pravokoten. Vidimo, da lahko s "popravljanjem" trikotnika dobimo pravokoten trikotnik s celoštevilskimi stranicami. Tri cela števila a, b, c , ki so lahko dolžine stranic pravokotnega trikotnika ($a^2 + b^2 = c^2$), imenujemo "pitagorejsko trojico". Tedaj je 88, 105, 137 pitagorejska trojica!

Vsi vemo, da je v enakokrakem pravokotnem trikotniku s kateto a hipotenuza $a\sqrt{2}$. Če bi imeli enakokrak pravokoten trikotnik s celoštevilskimi stranicami $a=b$ in c , bi brez težav lahko zapisali $\sqrt{2}$ z ulomkom: $\sqrt{2} = \frac{c}{a}$. To žal ni mogoče. Toda recimo, da imamo pravokoten trikotnik, ki je skoraj enakokrak; to se pravi, da se kateti le malo razlikujeta. Dobili bomo pač približek za $\sqrt{2}$. Oglejmo si na primeru, kako dobimo vedno boljše približke. Ne pozabimo pri tem, da je na štiri decimalke točno $\sqrt{2} = 1.4142$!

Za začetek vzemimo poljuben enakokrak trikotnik. Da bo stvar enostavnejša in števila manjša, začnimo kar z enakostraničnim trikotnikom s stranici 1, 1, 1. Najprej izberimo najmanjšo stranico. No, ker so vse tri enake, je vseeno, za katero se odločimo, njena dolžina je enaka 1, vsota ostalih dveh je seveda 2. Premaknemo nasprotni vrh in po Pitagori nastavimo enačbo

$$(2-x)^2 = x^2 + 1^2,$$

ki jo hitro rešimo

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

To je kateta, hipotenuza je

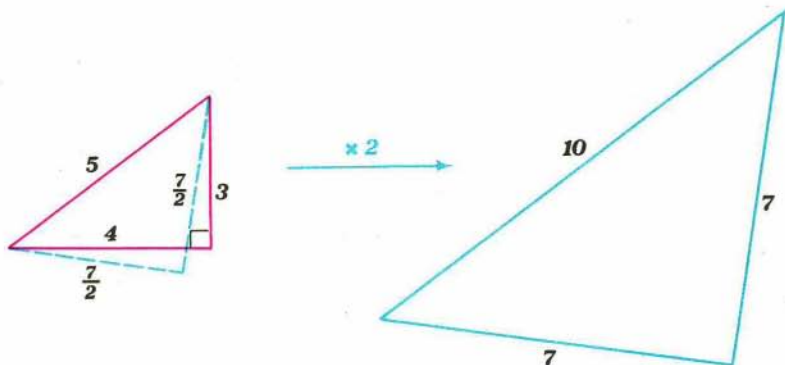
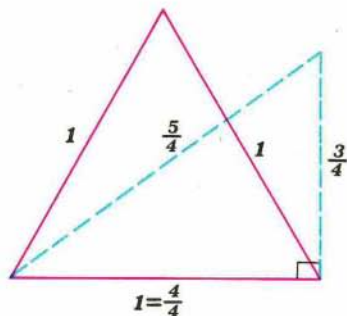
$$2-x = \frac{5}{4}$$

Izrazimo še prvotno kateto s

četrтинami $1 = \frac{4}{4}$ in vidimo, da

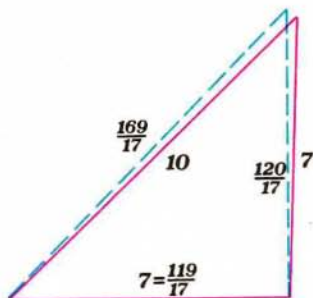
so stranice novega trikotnika

v razmerju 3:4:5. Odločimo se za podoben trikotnik (dva trikotnika sta podobna, če se ujemata v razmerju enakoležnih stranic), ki ima stranice štirikrat večje, torej natanko 3, 4, 5! Pravokotnemu trikotniku podoben trikotnik je spet pravokoten, pa še zelo znan je! Poznali so ga že stari Egipčani, ki so z njegovo pomočjo in z vrvjo v roki merili prave kote po plodnih tleh okrog Nila. Ampak mi bi radi dobili približek za $\sqrt{2}$. No, števili 3 in 4 se ne razlikujeta preveč in že imamo dva približka $\frac{5}{3} = 1.6667$ in $\frac{5}{4} = 1.2500$. Prvi približek je prevelik, drugi premajhen. Morda bi bilo bolje, če bi namesto 3 ali 4 vzeli sredino med obema $\frac{7}{2}$. Naredimo to na trikotniku in že imamo spet enakokrak trikotnik $\frac{7}{2}, \frac{7}{2}, 5$ (slika); ali pa raje pomnožimo stranice z 2, da dobimo cela števila 7, 7, 10.



Toda, ojoj, trikotnik ni več pravokoten. Brž ga popravimo!

$$\begin{aligned}(17-x)^2 &= x^2 + 7^2 \\ 289 - 34x + x^2 &= x^2 + 49 \\ 34x &= 240 \\ x &= \frac{120}{17} \\ 17-x &= \frac{169}{17} \\ 7 &= \frac{119}{17}\end{aligned}$$



In popravljeni (in s 17 pomnoženi) trikotnik je 119, 120, 169. Sedaj sta približka že mnogo boljša. $\frac{169}{118} = 1'4202$ in $\frac{169}{120} = 1'4083$. Prva decimalka je že dobra, druga pa tudi ni hudo narobe.

Bodi dovolj! Če ima bralec veselje in potrpljenje z računanjem bo lahko sam nadaljeval po isti poti in izračunal še boljše približke. Lahko pa začne z drugim enakokrakim trikotnikom in dobi drugačno zaporedje približkov.

Peter Petek

4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

RAČUNALNIKI, JEZIKOSLOVJE IN LITERATURA

Kot obrabljena fraza zveni podatek, da danes ni več področja človekovega udejstvovanja, kjer ne bi bila dobrodošla uporaba računalnikov. Vendar to ne velja samo za t.im. eksaktne vede (fiziko, kemijo, meteorologijo, astronomijo itd.), marveč tudi za humanistične znanosti (sociologijo, zgodovino, literarno znanost itd.). Tudi na teh področjih so računalniki koristen in vsestransko uporaben pripomoček. Poskušali bomo na kratko opisati, kako

se je uporaba računalniških metod razvijala na področju jezikoslovja in znanosti o književnosti in kako lahko z računalniki raziskujemo in opisujemo tisti material, ki pomeni osnovo vsakega pisanega sporočila, jezik v vseh njegovih razsežnostih. Prav z uporabo računalniških metod so se zelo zbližala področja jezikoslovja, literarne teorije in literarne zgodovine. Vsa tri področja namreč potrebujejo podobne podatke, seveda pa jih vsako področje opisuje in uporablja na drugačen način.

Eno izmed področij, kjer so najprej začeli uporabljati računalnike, je t.im. *strojno prevajanje*. Ker vemo, koliko različnih knjig, člankov, poročil in časopisov izide na svetu vsak dan v množici različnih jezikov, je prenos sporočil, seveda pa tudi njihove vsebine, omejen na določeno jezikovno področje. Vsako širjenje sporočila preko teh meja je povezano s prevajanjem. Vendar pa ima prevajanje, ki ga opravljajo ljudje, več pomanjkljivosti: hitrost prevajanja je močno omejena, prevajalec mora poznati strokovne izraze za posamezna področja, pri prevajanju prevoda lahko nastanejo hude pomenske napake itd. Zato so menili, da bi delo prevajalcev lahko opravljali računski stroji - hitro, brez napak, kadarkoli in iz kateregakoli jezika v drug jezik. Vendar pa se je pri prvih poskusih pokazalo, da ni mogoče prevajati iz jezika v jezik, ne da bi naleteli na hude težave. Tu ne mislimo samo na težave, ki so nastale pri prevajanju enakozvočnic (homonimov) ali soznačnic (sinonimov), marveč tudi na vse pomanjkljivosti in napake, ki so nastale zaradi premajhnega poznavanja slovnične zgradbe, stavčne zgradbe in besednih značilnosti. Prevajanje *beseda za besedo*, t.j. računalnik skuša prirediti vsaki besedi iz jezika, iz katerega prevaja, ustrezno besedo v prevajanem jeziku, se je izkazalo za neuspešno. Zato je bilo treba začeti znova, vendar po drugi poti.

Pri teh poskusih se je izkazalo dvoje. Jezik je bolj zapleten mehanizem, kot so predvidevali. Poleg tega pa v vsakdanjem govoru in pri pisanju ne uporabljamo *idealnega* jezika, torej takšnega, ki bi bil zgrajen na podlagi *čistih* slovničnih zakonitosti, brez izjem ali posebnosti. Jezik, ki ga govorimo ali pišemo, je sestavljen v veliki večini iz izjem. Zato je nesmiselno pričakovati, da bi računalnik prevajal brez napak, če vemo, da je programiran tako, da upošteva predvsem slovnična pravila in šele nato tudi iz-

jeme. Ker pa so spomini danes uporabljanih računalnikov premajhni, da bi lahko vanje programirali vse izjeme, ki jih pozna neki jezik (n.pr. slovenščina), še ni mogoče govoriti o uporabnem računalniškem prevajanju.

Obenem z uporabo računalnikov na različnih področjih pa se je pričela razvijati posebna smer jezikoslovja, matematično jezikoslovje (matematična lingvistika). Matematična lingvistika, ki je posebej razvita v Sovjetski zvezi, na češkem, v Nemčiji in Združenih državah, poskuša v jezikih odkriti z matematičnimi metodami oblikovna in vsebinska pravila. Matematična lingvistika uporablja tudi statistične metode, saj je v jeziku mogoče meriti poprečne vrednosti mnogih količin: frekvenco posameznih črk in glasov, zlogov, besed, dolžine zlogov, besed in stavkov, frekvence posameznih besednih vrst (samostalnik, pridevnik, glagol, števniki, zaimki, vezniki, medmeti). Vse te količine govorijo o takšni ali drugačni naravi posameznih naravnih jezikov.

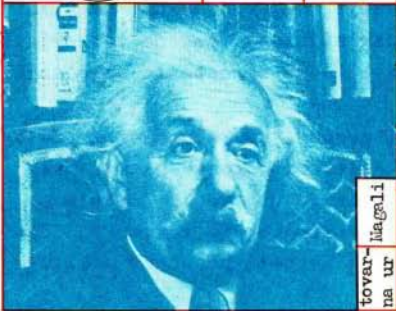
Vsi ti podatki pa so zanimivi tudi za tiste, ki preučujejo književnost. Stil pisatelja, pesnika ali esejista je v marsičem odvisen od teh izmerljivih in določljivih količin. Čimveč količin poznamo, lažje in zanesljiveje lahko določimo stil nekega pisca, njegovo izrabo jezikovnih sredstev. To je pomembno za ugotavljanje avtorstva nepodpisanih besedil: če poznamo podatke za znana dela nekega pisca, potem lahko te podatke primerjamo s tistimi, ki smo jih dobili pri obdelavi neznanega besedila. Če dobimo podobne vrednosti, je zelo verjetno, da je znani pisec tudi avtor nepodpisanega teksta. Določneje: če pesnik v vseh svojih pesmih uporablja besede s poprečno dolžino 4,95 črke na besedo, potem je jasno, da je majhna verjetnost, da bo napisal pesem, kjer bodo imele besede poprečno dolžino 5,5 črke na besedo. Že majhna odstopanja navzgor ali navzdol so zelo pomembna in jih ne smemo zanemariti.

Računalniki pa so za znanost o književnosti pomembni še iz drugih razlogov. Z računalniki lahko obdelamo velike količine podatkov, jih medsebojno primerjamo, jih na željo izpisujemo ali shranjujemo na magnetni trak. Če je bilo treba nekoč ročno opravljati zamudna izpisovanja določenih besednih vrst, danes to dela računalnik: precizneje, hitreje, podatki so uporabnejši, preglednejši in zato dostopnejši. Tako nastajajo banke podatkov tudi za

področje književnosti: posebne ustanove, inštituti za jezikoslovje ali književnost, hranijo dobljene in obdelane podatke na magnetnih trakovih, tako so vsak trenutek dostopni za nadaljne raziskave. Povejmo še, da smo nekatere podatke izračunali tudi za slovenski jezik! Tako n.pr. poznamo razvrstitev črk po njihovi pogostnosti. V slovenskem jeziku je najpogostejša črka *e*, sledijo ji *a*, *i*, *o* in *n*. Najredkejša črka v slovenskem jeziku so *h*, *š*, *c*, *ž* in *f*. Črka *f* se pojavi v slovenskem besedilu poprečno samo enkrat na tisoč črk! Najpogostejša črka (*e*) pa se na tisoč črk pojavi več kot devetdesetkrat! Torej je na približno deset črk vsaj ena *e*. To lahko vsakdo poskusi na poljubnem slovenskem besedilu.

Na koncu moramo omeniti še eno področje uporabe računalnikov. Povedali smo že, da so uspeli izračunati celo vrsto podatkov o naravi posameznih jezikov, obenem pa so uspeli izračunati tudi nekatere slovnične zakonitosti. Da bi jezik še boljše spoznali, poskušajo danes s pomočjo računalnikov pisati t.im. sintetične (umetne) tekste. Le-ti nastajajo tako, da uporabijo določeno, močno poenostavljeno slovnično zgradbo (n.pr. priredni stavek, ki ima osebek, povedek in predmet) in omejen besedni zaklad. Računalnik potem izpiše vse možne stavke. Na podlagi dobljenih podatkov potem sklepajo o naravi posameznih jezikovnih zgradb, o slovničnih zakonitostih, pogostosti in uporabnosti posameznih besed, pomen-skem bogastvu, ki ga je mogoče še ohraniti pri okrnjeni slovnični strukturi. Včasih so lahko ti izpisi podobni modernističnim pesmim. Odtod tudi vesti, da *računalniki pišejo poezijo*. To dvakrat ni res. Prvič računalnik ne more pisati poezije, saj računalnik ne misli in ne čustvuje. Drugič pa takšni poskusi nimajo namena ustvarjati pesmi, marveč rabijo raziskovanju jezikovne zgradbe in določanju obsežnosti besednega zaklada.

Na področju jezikoslovja in književnosti so računalniki postali nepogrešljiv pripomoček. Na tem mestu ni mogoče opisati vseh možnosti, ki jih bo uresničila bodočnost. Verjetno pa mednje sodijo računalniško prevajanje (predvsem strokovnih tekstov), učenje tujih jezikov in shranjevanje vseh mogočih podatkov o literarnih delih.

RISAL BERTO ŽITKO	geometr. lik	plug	pravosl. sveta podoba	tehn. naprava	oče (srbhr)	Nobel Alfred	jap.igra	mat. pojem (množ.)	grški matem tik
del višje geometri- je		R			T	N			
vesoljsko vozilo	R	A	K	E	A	A	Uranov satelit preliv v otočju Palau		
mašč. ž.ime		L			T	stranski igralci			
zaključek		O			A	Buchwald film			
kobalt		100 m ²			fizikalna priprava polotok v SZ				
		medvedek	A	R					
Todorović Mijalko	T	M	reševalne sani fiz.enota				10 ³ s		
veliki ang.fizik		L					nem.ime za Adižo Galileo Galilei		
idejni vodja		D						grška žrka reka v SZ	
strupena kača		D				mesto v Sev.Ital. Sundski otok			
		pond		Verdijeva opera	začet. utemelj. kvant,meh		dvogrba žival		krčmar
		P	R	E	S	E	K	Bihač tračnica	B
					arab. plem. poglavar Nol		A	T	
							M	I	
							E	K	
							L	noč franc.	
							A	lastnost tekočine	

a-	rimski cesar	čilski predsed.	sistem za slepo pristaj.	Ljubljana	spev (ital.)			
				L				
				J				
				vinorodna rastlina				
	SESTAVIL TOMAŽ FORTUNA	paradiž rod voj-ske		R	A	J	vrsta jabolk	mesto v Rodeziji
					ploskovna mera			
					mrak			
	stojalo	Salomono-va mati nekđ, rus. vladar			T			
				avstr. sklada-telj	E			
		fr.fizik			M			
		član dru-žine v šir. smislu			A	TCL		
			usnjen trak					
	opus		?		predvojna mladinska organiz.			
	enota za dozo ion. sevanja		A			kem. znak za argon		lat. veznik
			S		amer. moško ime	nikalnica Trefalt		
	tuje podjetje	pravo (lat.)	loo	lo ⁻¹ m			del obraza	
			S					lo ⁶ ton
			T	del snovi				
			O					



TERMIČNO GIBANJE

Nalijmo v epruveto nekaj etilnega alkohola. Skozi lijak, ki se podaljšuje v tanko cevko, spustimo na dno epruvete jodovo tinkturo. Če delamo previdno in epruveta miruje, je spočetka ostra meja med obarvano in neobarvano tekočino. Kmalu pa se meja razmaže in pomakne navzgor, v nekaj urah se dvigne za kak centimeter. Približno po 24 urah je v vsej epruveti enakomerno obarvana tekočina. Ta pojav imenujemo *difuzija*. *Difuzija* je posledica gibanja molekul alkohola in joda. Molekule v tekočini se neprestano neurejeno - pravimo termično - gibljejo. Pri tem zadevajo druga ob drugo in spreminjajo smer gibanja in hitrost. Molekule tudi spreminjajo svojo lego in sčasoma prepotujejo vso posodo. Pri našem poskusu so se molekule joda enakomerno pomešale po vsej posodi. Poskusimo presoditi iz tega, kar vemo o gibanju molekul, v kolikšnem času se to zgodi!

Opazujmo pijanca, ki sloni na drogu cestne svetilke sredi velikega trga. Kako je prišel tja, nas ne zanima. Ko se odloči, da odide, ga zanesa najprej nekaj korakov v eno smer, nato pa spet nekaj korakov v drugo in tako naprej. Neprestano spreminja smer gibanja in tudi premiki niso enako dolgi. Njegovo gibanje je podobno gibanju molekule v tekočini. Kako daleč od droga bo pijanca zaneslo po večjem številu korakov? Popolnoma natančno res ne moremo povedati, kje bo pijanec npr. po stotih korakih, lahko pa napovemo najbolj verjetno oddaljenost od droga svetilke. Napoved je tem zanesljivejša, čim večje je število premikov.

Postavimo koordinatni sistem, kot kaže slika in vzemimo, da je pijanec po N korakih prišel do točke s koordinatama x_0 in y_0 . Po Pitagorovem izreku je kvadrat oddaljenosti

$$r^2 = x_0^2 + y_0^2 \quad (1)$$

Poskusimo določiti x_0 in y_0 . Poljuben premik pijanca Δs_n razsta-

vimo na komponento Δx_n vzporedno z osjo x in komponento Δy_n vzporedno z osjo y (glej sliko). Spoznamo, da sta x_0 in y_0 v resnici vsoti vseh pravokotnih projekcij premikov na os y in os x . Projekcije so lahko pozitivne in negativne. To razberemo iz naslednjega preprostega poskusa: Vžigalice iz škatlice dobro premešamo in jih vržemo po mizi. Naj glavice vžigalic kažejo smer premika. Vžigalicam, ki so nagnjene proti desni, pripišemo pozitivni Δx , tistim, ki so obrnjene proti levi, pa negativni Δx . Podobno pripišemo vžigalicam, ki so obrnjene proč od nas, pozitivni Δy , tistim, ki so obrnjene proti nam, pa negativnega. Hitro ugotovimo, da je pozitivnih in negativnih vrednosti približno enako mnogo. Seštejmo projekcije Δx_i in Δy_i , pa dobimo za kvadrat oddaljenosti

$$r^2 = (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_N)^2 + (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_N)^2 \quad (2)$$

Ko kvadriramo prvi izraz, dobimo

$$(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_N)^2 = (\Delta x_1)^2 + \Delta x_1 \Delta x_2 + \dots + (\Delta x_2)^2 + \Delta x_2 \Delta x_1 + \dots + (\Delta x_2)^2$$

V vsoti nastopajo Δx -i v kvadratih in medsebojnih produktih. Ne glede na to ali so Δx -i pozitivni ali negativni, so njihovi kvadrati pozitivni. Medsebojni produkti pa so pozitivni in negativni. Najverjetneje je, da bo vsota pozitivnih produktov enaka vsoti negativnih produktov in se bodo med seboj skoraj povsem odšteli, zlasti, če je premikov veliko. Zato zapišemo

$$(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_N)^2 = (\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_N)^2$$

Ne vemo, kolikšni so kvadrati $(\Delta x_1)^2$, $(\Delta x_2)^2$... pa nadomestimo vsakega od njih s srednjim kvadratom $(\Delta x)^2$, tako, da je

$$(\Delta x_1)^2 + (\Delta x_2)^2 + \dots + (\Delta x_N)^2 = N(\Delta x)^2.$$

Tudi kvadrat vsote projekcij na os y lahko izračunamo enako, pa dobimo za iskani kvadrat razdalje

$$r^2 = N[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]. \quad (3)$$

Vsoto poprečnih kvadratov projekcije imenujemo poprečni kvadrat premika $(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = L^2$, in dobimo za razdaljo od droga enačbo

$$r = L\sqrt{N} \quad (4)$$

Vidimo, da je razdalja, do katere je "oddifundiral" pijanec, sorazmerna s kvadratnim korenom iz števila premikov. Za šalo lahko izračunaš, koliko premikov bi moral narediti pijanec do 300 m oddaljenega roba trga, če je en korak 0,7 m in koliko časa bi po-

rabil za pot, če se premika s hitrostjo 1 m/s.

Z zgornjim razmišljanjem smo določili le najverjetnejšo razdaljo, do katere pride pijanec: če vzamemo več pijancev, ki odidejo hkrati od droga, bodo po večjem številu premikov razporejeni tako, da bo njihova poprečna oddaljenost od cestne svetilke tolikšna, kot smo jo izračunali.

Poglejmo sedaj molekule joda v poskusu, ki smo ga naredili na začetku. Poprečni premik molekule med zaporednima trkoma, to je *poprečna prosta pot* molekule, je v tekočini okoli 10^{-8} cm. Velikost hitrosti molekule pri sobni temperaturi je v poprečju 100 m/s, tako, da molekula v eni sekundi trči okoli 10^{12} krat. Smer gibanja molekule se prav tolikokrat spremeni. Če vstavimo poprečno prosto pot molekule in število trkov v našo enačbo, dobimo za poprečni odmik od izhodišča vrednost 1 cm. Tudi premik barvne meje v poskusu, ki smo ga opravili na začetku, je približno take velikosti.

Mnogo hitrejša je difuzija v plinih. Med tem, ko so hitrosti molekul v plinu približno enake hitrostim molekul v tekočini, pa je poprečna prosta pot okoli tisočkrat večja.

Tomaž Fortuna

N A L O G E

1. Meteorit zgori, ko prileti v atmosfero. Kaj se zgodi z njegovo gibalno količino?

2. Kako lahko izmerimo telesno temperaturo, če ima okolni zrak temperaturo 42°C ?

3. Zakaj je senca spodnjega dela droga električne napeljave ostrejša od sence zgornjega dela, če ga osvetljuje cestna svetilka od strani?

4. Skozi prosojen papir čitamo lahko tekst le, če položimo prosojen papir neposredno na papir z besedilom. Zakaj?

5. Kako določiš maso ravnila, če imaš na voljo le ravnilo, mizo z ostrim robom in kovanec za 2 dinarja, ki tehta 4 grame?

Opiši uporabljeni način! Dobljeni rezultat preveri tako, da na koncu ravnilo stehtaš na tehtnici. Ravnilo naj bo enakomerno debelo in če mogoče, brez luknjice.

Tomaž Fortuna

ALI VEŠ, KOLIKO ARHIMEDA JE V TEBI?

Mislim, da vam Arhimeda ni treba posebej predstavljati. Vsakdo izmed vas je že slišal za tega največjega matematika antične dobe. Vsi poznate njegovo znamenito dogodivščino, ko se je, ne da bi upošteval Arhimedov zakon, vsedel v do roba napolnjeno kad, nekaj časa začudeno opazoval vodo, ki je v drobnem potočku curijala v stanovanje, nato pa skočil iz kadi, ves iz sebe tekal po mestu in vpil: Heureka! Ljudje so ga začudeno gledali in premišljevali, kakšne demonstracije so spet na sporedu (Sedaj vemo, kje so dobili navdih za svoje početje moderni streakerji-študentje, ki demonstrirajo goli).

Kakor vsem živim bitjem, se je tudi Arhimedu počasi iztekla peščenca ura njegovega življenja. Kako banalno! Ko je sovražnik zavzel njegovo rodno mesto, je Arhimed čepel na tleh, pred seboj imel zarisane svoje znamenite kroge in meditiral. Nek rimski vojak mu jih je hotel pohoditi, matematik mu je pa ukazal: Pustite moje kroge! Vojak pa ni ohranil ne krogov ne Arhimeda.

Pokopali so ga z vsemi častmi, ki pritičejo tako velikemu duhu. Njegovo telo je v zemlji počasi strohnelo, veter in voda sta začela počasi odnašati njegove ostanke, ki so se skrčili na velikost molekul. Tako se je začelo njegovo večno kroženje po svetu.

Poskušajmo si izračunati, koliko molekul vode, ki je bila nekoč v Arhimedu, je sedaj v nas! Nobena? Ena? Pet? Videli bomo!

Arhimed je, kot nam poročajo stari viri, tehtal približno 80 kg. Ker je v človeškem telesu kar tri četrtine vode, imamo torej 60 l vode, ki jo je imel Arhimed v sebi ob svojih zadnjih uri. Vsako molekulo te vode pa zaradi boljšega razpoznavanja označimo z rdečo pentljico. Koliko molekul z rdečo pentljico pa pleše po svetu? Izračunajmo!

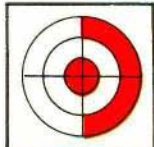
V 1 l vode je približno $(1/3) \cdot 10^{26}$ molekul vode. V 60 l pa $2 \cdot 10^{27}$ molekul (z rdečo pentljico). V tem dolgem času, ko so molekule krožile, so se enakomerno razporedile po vsej vodi, kar jo je na Zemlji. Daleč največ vode je v morjih, zato smemo pri svojem približnem računu upoštevati le morsko vodo. Morje prekriva 70% zemeljskega površja, njegova povprečna globina pa je 3700 metrov. Radij Zemlje je 6400 km. Vse račune bomo popolnoma poenostavili, zanima nas le približna ocena.

Površina zemeljske krogle je $4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (6.4 \times 10^3)^2 = 5.1 \times 10^8 \text{ km}^2$. Površine morij je le 70%, torej $3.57 \times 10^7 \text{ km}^2$. Volumen je približno enak produktu površine in povprečne globine, to je $3.57 \times 10^8 \times 3.7 = 1.33 \times 10^9 \text{ km}^3$. V 1 km^3 je 10^{12} litrov vode, celotna množina morske vode je 1.33×10^{21} litrov.

Koliko Arhimedovih molekul pride na liter vode? Število molekul delimo z množino vode: $2 \times 10^{27} / (1.33 \times 10^{21}) = 1.5 \times 10^6 = 1\,500\,000$ molekul/liter.

Koliko vode imaš v sebi? Če tehtaš 60 kg, imaš 40 kg vode, to pa pomeni, da je v tebi kakih 60 milijonov Arhimedovih molekul, lepo označenih z rdečimi pentljicami. Se potem sploh še čudiš, da te zanima matematika in da bereš Presek?

Sergej Gabršček



MATEMATIČNO RAZVEDRILO

RESNIČNI DOGODEK

Po daljšem času sem se spet peljal s trolejbusom. Ko sem plačal vozovnico, sem se razgledal po vozu. V sredini na desni strani je bil zadnji sedež še prost, ali natančneje, le dobra polovica, kajti na sosednjem sedežu pri oknu je sedel zelo obilen potnik. Prisedel sem, čeprav sem vedel, da mi ne bo udobno.

Zaradi gostega prometa smo se vozili dokaj počasi proti središču mesta, zato sem imel dovolj časa za premišljevanje. Sprva so mi različne misli rojile po glavi, čez čas pa se mi je vse bolj vsiljevalo vprašanje, zakaj za enako plačilo slabše sedim kot moj dobrodušni sopotnik. Iskal sem rešitev.

Ko sem izstopil, sem se napotil na "tramvaj - komando". Tovariši v direkciji so me prijazno sprejeli in z zanimanjem poslušali. Potem so se resno zamislili in dejali, da bodo moj primer dodobra preučili. Sestajale so se razne komisije in vedno znova ugotavljale, da problema ne bodo mogle same rešiti. Odločile so se poklicati na pomoč strokovnjake, na primer matematike. Povalbil so me k sodelovanju. Privolil sem.



Predlagal sem, naj dosedanje sedeže v trolejbusu zamenjajo z novimi, različno širokimi. Imeli naj bi od 1 do 10 merskih enot. Rešitev bi bila enostavna, če bi bili izpolnjeni naslednji pogoji: vsak potnik bi poznal svojo širino, v vozu bi bilo istočasno le deset potnikov in samo eden z isto širino, sedeži pa bi stali po vrsti.

Toda, tudi taka rešitev bi bila le začasna, kajti ljudem raste standard in širina 10 ne bi večno zadoščala. Kaj sedaj? Rešitev sem našel v svojem sistemu le zaradi tega, ker je bil v vozilu red. Stoli so bili postavljeni drug poleg drugega in potnik s širino 11 bi se tako lahko vsedel na dva zaporedna stola, to je 5 in 6 skupaj. Torej:

$$11 = 5 + 6$$

$$12 = 3 + 4 + 5$$

$$13 = 6 + 7$$

$$14 = 2 + 3 + 4 + 5$$

$$15 = 7 + 8$$

Pri 16 pa narava (beri: vsota zaporednih naravnih števil) ni bila več poslušna. Za 17 je bilo rešitev zopet prav lahko najti kot še za nekaj nadaljnjih števil. Število 16 pa mi ni dalo miru, kajti, če to izrazim matematično, 16 ne moremo zapisati kot vsoto vsaj dveh zaporednih naravnih števil. Da bi spoznal tudi druga števila s tako dobro oz. slabo lastnostjo, sem skušal ugotoviti, katera od teh so manjša od 10. Hitro sem dognal, da take vsote ne moremo tvoriti pri 8, 4, 2 in 1, torej pri vseh tistih številih, ki so potence števila 2. (Za najmlajše naj povem, da $2^0 = 1$).

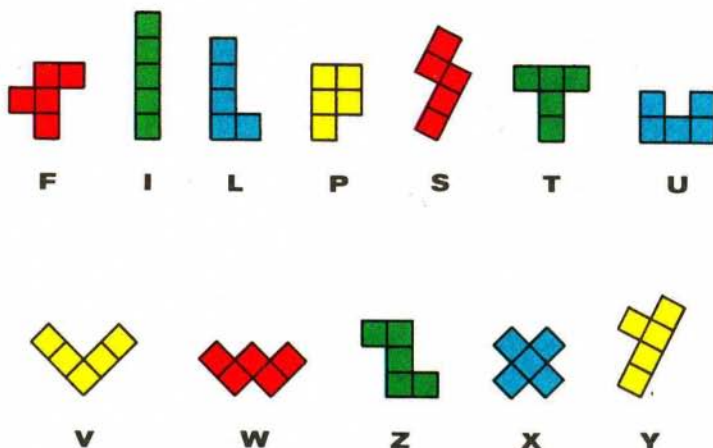
Na ljubljanski "tramvaj - komandi" so bili zadovoljni, čeprav predloga, da bi v vozilo namestili ožje in širše sedeže, niso mogli sprejeti, ker bi potem zaradi tega spremenjena vozila ovirala promet.

Nagrado pa sem kljub temu dobil. Odstopil je bom najmlajšemu bralcu, ki nam bo poslal pravilni splošni dokaz, da se nobeno število oblike 2^n ne da zapisati kot vsota zaporednih naravnih števil.

Ciril Velkourh

PENTOMINO

Pentomina imenujemo vsak lik sestavljen iz petih po stranicah povezanih enakih kvadratov. Pentomina sta enaka, če ju lahko tako položimo enega na drugega, da se popolnoma pokrijeta. Tako dobimo naslednjih 12 pentomin, ki jih poimenujemo z njim podobnimi črkami:

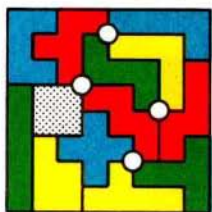


Slika 1

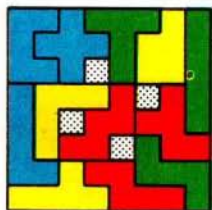
Kompletu vseh 12 pentomin bomo rekli pentomino.

Pentomino že dolgo privlači matematike in ljubitelje zabavnih nalog. Tako se je nabral cel kup nalog. Oglejmo si jih nekaj!

Pentomino in šahovnica. Med najstarejše naloge sodi naslednja: pokrij šahovnico s pentominom in enim kvadratom 2×2 (tetromina). Naloga ima veliko rešitev. Posebno "vrednost" dajo rešitvi križci - točke, v katerih se stikajo štiri pentomine. Na sliki 2 je prikazana rešitev s štirimi križci, ki so označeni s krožci. Izkáže se še, da je naloga vedno rešljiva tudi v primeru, ko lego kvadrata vnaprej določimo kjer koli na šahovnici.



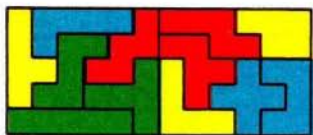
Slika 2



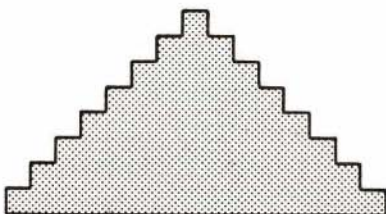
Slika 3

Ta naloga je poseben primer naloge, ko določimo na šahovnici vnaprej štiri polja, ki naj ostanejo nepokrita, in poskušamo s pentominom pokriti preostalo desko (glej sliko 3).

Pravokotniki. S pentominom lahko sestavimo naslednje pravokotnike: 6×10 , 5×12 , 4×15 , 3×20 . Na sliki 4 je sestavljen pravokotnik 5×12 iz dveh pravokotnikov 5×6 ; iz teh lahko takoj sestavimo tudi pravokotnik 6×10 .



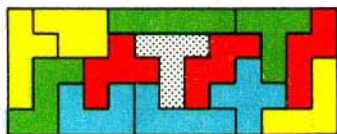
Slika 4



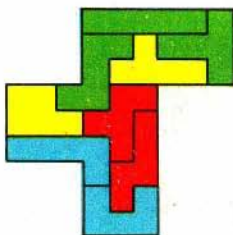
Slika 5

Piramida. Iz pentomina in kvadrata 2×2 sestavi lik na sliki 5.

Obložitev pentomine. Izberemo si poljubno pentomino in nato poskusimo s pentominom sestaviti pravokotnik 5×13 , ki bo imel v sredini prazna polja v obliki izbrane pentomine. Naloga je rešljiva za vsako pentomino. Na sliki 6 je prikazana rešitev za T. Iz nje lahko dobimo tudi rešitev za Z. Kako?



Slika 6

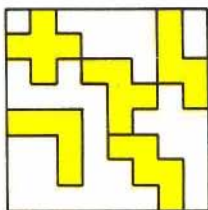


Slika 7

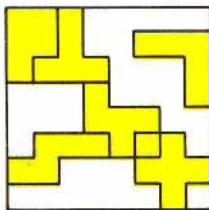
Potrojitev pentomine. Vsako pentomino lahko s pomočjo devetih različnih pentomin trikrat povečamo, tako kot smo pentomino F na sliki 7.

Igra pentomino. Zelo zanimivo je tudi vprašanje: Najmanj koliko pentomin moramo položiti na šahovnico, da potem ne bomo mogli položiti nobene več, ne da bi z njo prekrili že zasedeno polje? Domneva je, da je to število 5. Iz tega problema je nastala igra, ki je znana pod imenom pentomino. Igralca zaporedoma polagata pentomine na prosta polja šahovnice. Igro izgubi tisti, ki ne more več postaviti nobene pentomine na šahovnico, ne da bi pri tem prekršil pravila igre. Igra pentomino tako ne pozna remija in se konča najkasneje v 12 potezah. Na slikah 8 in 9 sta prikazani dve situaciji na šahovnici pri igri pentomino.

Kaj mora igrati v vsakem primeru posebej igralec, ki je na potezi, da bo zmagal?



Slika 8

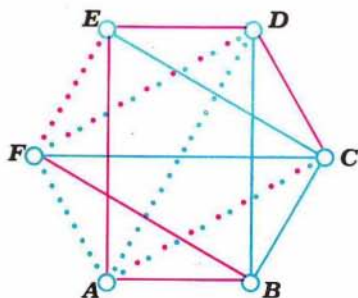


Slika 9

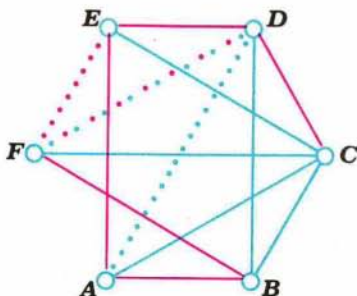
Vladimir Batagelj

V lanski četrti številki PRESEKA smo spoznali igro SIM. Na naslovni strani je bilo narisanih zadnjih šest pozicij v igri, ki jo je modri izgubil. Ali bi lahko modri iz prve pozicije s slike na naslovni strani igro dobil?

REŠITEV: Oglejmo si prvo pozicijo s slike na naslovni strani. Z rdečimi pikami označimo na njej možne poteze rdečega, s modrimi pikami pa možne poteze modrega. Na potezi je modri. (sl.1)



sl.1



sl.2

Modremu se najbolj splešča vleči črte, ki so sestavljene iz rdečih in modrih pik. Črt iz samo rdečih pik ne sme vleči, črt iz samo modrih pik pa mu rdeči ne more odvzeti. Torej bo poteza modrega FD ali pa AC. Če potegne FD, ostaneta na razpolago rdečemu še dve potezi: AC in FE. Če potegne AC, pa ostane rdečemu ena izmed potez FD in FE (potezi se izključujeta, ker določata rdeč trikotnik DEF). Zato modri potegne AC. S tem sicer zgubi potezo FA. Toda tudi s potezo FD bi zgubil eno izmed potez FA in AD. (sl.2). Rdeči mora sedaj potegniti ali FD ali FE. S tem izčrpa, kakor smo že ugotovili, vse možne poteze, ki ne določajo istobarvnega trikotnika. Modremu v obeh primerih ostane poteza AD. V naslednji potezi mora rdeči narediti rdeči trikotnik. Modri je zmagal.

OPOMBA: Pazljivemu bralcu Preseka moramo pojasniti, da je priimek avtorja članka SIM, ki je bil v Preseku na treh mestih različno napisan, v resnici k o r f h a g e in da je povezava CD na sliki 2 v članku SIM modra in ne rdeča, kot je po pomoti narisano.

Vladimir Batagelj

Spoštovano uredništvo Preseka,

zelo sem se razveselil izida lista in zdi se mi, da svojo nalogo - vzgajati in vzbujati zanimanje za matematiko, fiziko in astronomijo med slovensko mladino - dobro opravlja.

Res je, da se listu poznajo začetniške težave, pa saj je še v otroških letih. Otroku pa moramo marsikaj oprostiti in spregledati! Da bi nam le še vrsto let uspeval in budil zanimanje med mladimi bralci!

Spominjam se svojih mladih let, ko o čem takem, kot je Presek, še sanjali nismo. Naše želje po spoznavanju zanimivosti iz sveta matematike, fizike, tehnike, astronomije itd. so zadovoljevali le redki učitelji, zanesenjaki. Zavídam sedanjim rodovom, ki imajo veliko več možnosti zvedeti in spoznati lepote znanosti in znanstvenega dela in zamerim naši, sodobni šoli, da jih še vedno muči, tako kot je nekoč nas. Tudi sam sem eden od "mučiteljev", trudim se po svojih sposobnostih in močeh, a zahteve učnih načrtov, šolskega sistema itd., itd. le store svoje in malo je možnosti, časa in pravega zanimanja, tako da svoje delo opravljam več ali manj rutinsko. Zato sem bil Preseka zares vesel in vam za začeto delo iskreno čestitam.

Sklenil sem vam poslati tudi svoj skromni prispevek in, če se vam zdi primeren, ga prosim objavite. Dovolite mi, prosim, da vam zaenkrat svoje ime zamolčim, eventualni honorar od objave pa prispevam za nagrade bralcem, ki bi poslali rešitve zastavljenih nalog.

Prisrčno vas pozdravljam in želim Preseku še mnogo, mnogo uspešnih števil.

Vaš profesor "Cifra"

9

VESELA GEOMETRIJA

Stanko in Peter, učenca 2. in 7. razreda osnovne šole sta zdolgočasena sedela ob domači nalogi. Stanko je zlagal raznobarvne ploščice v množice in jim prirejal številske znake, Peter pa se je trudil s spisom *Moje počitnice* in skozi okno pogledoval na vrt. Od časa do časa se je ozrl tudi na bratove ploščice, ki jim je Stanko vztrajno pravil pravokotniki in jih razmetane oklepil s plastičnim trakom. Mama mu je naročila: "Pazi na Stanka, da se ne bo preveč igral in da bo nalogo lepo napisal." Tega Peter sicer ni vzel preveč resno, a je le gledal brata, ki je ploščice kar sam začel zlagati drugo ob drugo (sl.1).

Že ga je mislil ošteti, ko se je spomnil, da mu jo bo drugače zagodel. Vprašal ga je: "Koliko pravokotnikov pa imaš sedaj pred seboj, Stanko?" "Štiri", mu je začudeno odgovoril brat, "saj to smo se učili že v prvem razredu."

"Kaj, res samo štiri? Jaz pa jih vidim več."

"Ne, štirje so in prav toliko moč imajo kot štirje kvadrati, krogi ali trikotniki. In tudi zapisati znam to, da boš vedel! Sicer pa, ti se ne spoznaš, saj vi se niste učili nove matematike", se je odrezal Stanko in dalje zlagal svoje ploščice.

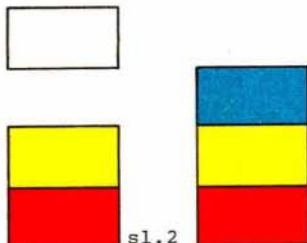
"Jaz pa jih vidim deset in čeprav se delaš važnega, ti jih pokažem, pa čeprav se mi nismo učili neke "nove matematike."

"Štirje so, da veš! Saj so tudi ploščice štiri: rdeča, rumena, modra in bela."

"Ploščice so že štiri, a pravokotnikov je deset, če jih takole zložiš in če sploh veš, kaj je pravokotnik," se je pobahal Peter, ki se je medlo spomnil lanske snovi iz geometrije in mu pravokotnike narisal. (sl.2). Pokazal je Stanku najprej dva pravokotnika, narisana tako, da sta predstavljala pravzaprav tri pravokotnike in nadaljeval: "Če narišeš tri pravokotnike drugega ob drugem, jih vidiš pa šest. Če zložiš



sl.1

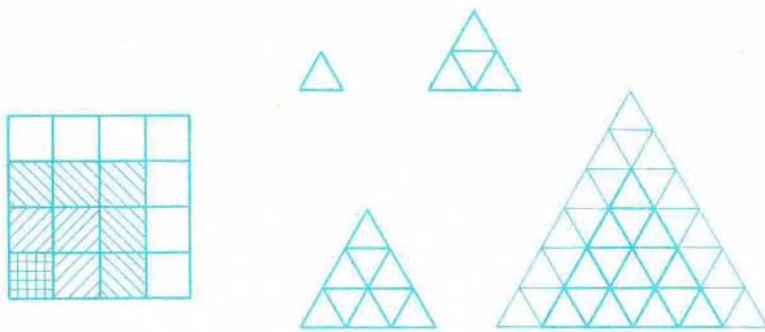


sl.2

štiri majhne pravokotnike tako, kot si jih ti, jih je deset! Stan-ko ga je debelo pogledal in nadaljeval igro s svojimi ploščicami. Ko je zlagal kvadrate, je rekel bratu:

"Tudi s kvadrati gre podobno!" Nalogo je med tem že končal, kvadrate pa je risal na papir, kakor je prej videl Petra, ker mu je ploščic zmanjkalo in še barve so ga motile (sl.3).

"Tudi s trikotniki bi morda šlo", je vzkliknil Peter in narisal sliko (sl.4), le s krogi ne vem, kako bi? Sicer pa to ni zate, saj imaš ploščice in nalogo si že napisal, pa pusti še mene, da končam svojo".



sl.3

sl.4

Stanko je še nekaj časa zlagal ploščice, potem pa stekel na vrt. Peter je medtem napisal svojo nalogo o počitnicah. Žal mu je bilo, da je lanski zvezek že zavrgel, saj bi mogel nalogo kar prepisati!

Obsedel je za mizo, sanjavo gledal na počeckani list papirja pred seboj in dodajal že narisanim likom nove pravokotnike, trikotnike in kvadrate. "Kaj, ko bi sestavil tabelo", si je rekel, "saj nam jih "Cifra" pri "matki" kar naprej riše po tabli, pa še vprašam ga lahko, če je to premo sorazmerje?" (sl.5)

majhni pravokotniki	1	2	3	4	5	itd.
vsi pravokotniki	1	3	6	10		itd.
s kvadrati gre podobno, s trikotniki pa takole:						
majhni trikotniki	1	4	9	16	25	itd.
vsi trikotniki	1	5	13	27		itd.

sl.5

Kmalu pa se je naveličal in odšel za Stankom, da ne bi bilo kaj narobe, če bi mama izvedela, da se je Stanko kar sam potepal.

Še med potjo je vneto premišljeval o zanimivih pravokotnikih, kvadratih in trikotnikih: "Če je število majhnih pravokotnikov veliko, ne moreš vseh prešteti, moral bi najti kakšno formulo!"

Poskusite jo vi sestaviti, dragi bralci, Peter mi je nalogo res pokazal in dolgujem mu odgovor. Reševalcem, posebej mlajšim, priporočam, da izdelajo risbo in tabelo vsaj za deset različnih likov oziroma vrstic.

Vaš profesor "Cifra"

8

REŠETO POSEBNE VRSTE

V prvo vrstico in prvi stolpec pravokotne sheme, ki jo vidimo spodaj, zapišemo aritmetično zaporedje s prvim členom 4 in stalno razliko 3!

Naslednje vrstice nam predstavljajo aritmetična zaporedja s stalnimi razlikami: 5, 7, 9, ...

4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	.	.	.
7	12	17	22	27	32	37	42	47	52	.	.	.
10	17	24	31	38	45	52	59	66	73	.	.	.
13	22	31	40	49	58	67	76	85	94	.	.	.
16	27	38	49	60	71	82	93	104	115	.	.	.
19	32	45	58	71	84	97	110	123	136	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.

PRAVILO: Če je n število iz zgornje tabele, potem število $2n+1$ ni praštevilo. Če n ni element zgornje tabele, potem je število $2n+1$ praštevilo. Ali znaš to delati?

VAJA: Nadaljuj tabelo za pet vrstic!

Danijel Bezek



PREMISLI IN REŠI

NAGRADNI RAZPIS V REŠEVANJU NALOGE "PREMISLI IN REŠI"

1. Rešeno nalogo lahko pošlje vsak bralec PRESEKA.
2. Rešitev mora biti napisana čitljivo in pregledno samo na eno stran lista (format A4) z 2*5 cm robom. Na vrhu lista morajo biti napisani sledeči podatki:
priimek in ime:starost:
šola:razred:
kraj:
(poštna številka)
domači naslov: ulica:številka:
kraj:
(poštna številka)
3. Izmed poslanih izdelkov bomo izžrebali tri pravilne rešitve in jih nagradili s knjižnimi nagradami.
4. Pri žrebanju bomo upoštevali le tiste rešitve, ki bodo prispеле v roku enega meseca po izidu lista in jim boste priložili nagradni kupon. Rešitve brez kupona ne bomo upoštevali.
5. Izdelke pošljite na naslov: PRESEK, p.p. 227, 61001 Ljubljana s pripisom: "Premisli in reši".

Prva letošnja naloga je iz fizike, prepričani smo, da jo boste uspešno rešili. Vsem reševalcem želimo veliko uspeha.

POPREČNA HITROST KOLESARJA

Kolesar prevozi 700 m dolg vzpon v 4 minutah. Naslednjih 700 m pa prevozi s hitrostjo 21 km/h. Kolika je poprečna hitrost kolesarja?

Jože Dover

Rezultati tretjega nagradnega razpisa "POBARVAJMO KOCKO" iz tretje številke 1. letnika

Do 13. maja je prispelo samo 19 rešitev in od teh so bile žal samo štiri pravilne. Vse kaže, da je bila naloga pretežka za večino bralcev in je uspeh zato toliko manjši. Morda je vzrok v tem, da je bilo za rešitev naloge potrebno več razmišljati kot pa znati računati. Upamo, da bo pri reševanju nalog v naslednjih številkah več sreče za reševalce.

Naloge so pravilno rešili:

Vlado Kušar, osn.š. XIV. divizije, Vitanje

Vasja Vehovar, gimn. Ajdovščina

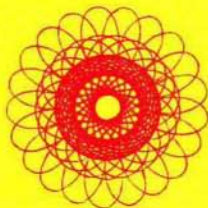
Boris Kompare, I. gimn. Ljubljana in

Andrej Kores, osn.š. Prule, Ljubljana.

Objavljamo rešitev, ki jo je poslal

Boris Kompare, dijak tretjega razreda

I. gimn. v Ljubljani.



Narišimo mrežo kocke in zapišimo vsakemu polju število kombinacij. Najvišji kvadrat (ploskev) lahko pobarvamo z eno izmed 6 barv, torej 6 možnih kombinacij. Naslednjo z eno od preostalih petih...in tako naprej do zadnje, ki jo lahko pobarvamo samo z eno barvo. Število vseh možnih kombinacij je torej

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6!$$

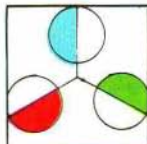
Če sedaj križ 5 1 3 2 zavrtimo okoli 4 za 90° , bo kocka spet enako pobarvana (6 je druga osnovna ploskev glede na 4 in tako ohrani pri rotaciji vse svoje sosedbe (5132) kot 4). Kocko torej lahko pobarvamo na $6!/4$ načinov, to je na 180 načinov. Ker pa ima kocka 6 osnovnih ploskev, je v resnici rešitev šestkrat manj:

Vseh različno pobarvanih kock (če uporabimo za vsako kocko vseh 6 barv) je torej 30.

Sklenili smo, da vse štiri reševalce nagradimo s knjigama Stanko Uršič: Zbirka rešenih nalog iz matematike s tekmovanj učencev osmih razredov osnovnih šol v Sloveniji; V. Batagelj, T. Pisanski: Rešene naloge iz matematike s republiških tekmovanj.

Jože Dover





NOVICE-ZANIMIVOSTI

NOVICE, ZANIMIVOSTI

Akademsko astronomsko astronavično društvo iz Sarajeva je ustanovilo Center astronomov amaterjev Jugoslavije. Namen centra je, pomagati ljubiteljem astronomije pri delu. Center je začel izdajati Informativni bilten, ki ga pošilja članom brezplačno.

Naslov: AAA društvo, M. Tita 44,
71 000 Sarajevo



Tomaž Skušlj

Nekaj o klubu V.M.KOMAROV



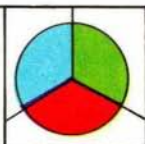
Astronavtsko raketarski klub V.M.KOMAROV je bil ustanovljen pred kakimi petimi leti. Njegovi člani se ukvarjamo s študijem vesoljskih poletov, raketnim modelarstvom in astronomijo. V želji, da bi se čimveč ljudi navdušilo za te dejavnosti, izdaja klub tudi bilten KOZMOPLOV.

Naslov kluba: ARK Vladimir M. Komarov, Hudovernikova 8, 61000 Ljubljana

Slika in tekst:

Rasto Snogj

KUPON 1



ŠE O RAZISKOVALNI NALOGI "KOHOUTKOV KOMET"

V zadnjih dveh lanskih številkah Preseka smo pisali o kometu Kohoutku in objavili poročilo o opazovanjih v Ljubljani in Sarajevu. Kasneje smo dobili še poročilo o opazovanju, ki so ga opravili člani Astronavtsko raketarskega kluba Vladimir M. Komarov iz Ljubljane in pismo Frančiške Holc, učenke osmega razreda osnovne šole Juršinci, ki je tudi sledila kometu.

Poročilo tajnika Astronavtsko raketarskega društva, tov. Rasta Snoja je zelo izčrpno in bo lahko marsikomu napotek pri opazovanju morebitnih prihodnjih tovrstnih nebesnih pojavov, zato ga objavljamo v celoti.

Harjan Hribar

Komet Kohoutek (1973f) je eden od najbolj opazovanih kometov. Številni astronomi po vsem svetu so se lahko na njegov prihod zares temeljito pripravili, saj je bil odkrit skoraj 11 mesecev pred perihelijem. Sprva so predvidevali, da bo imel komet 28.12. 1973 svetilnost skoraj -10m, kasneje so napovedi zmanjšali na maksimalno svetilnost -3,6m. Po svojih opazovanjih sodim, da je bil komet še šibkejši.

V času, ko je bil komet vzhodno od Sonca, to je viden na večernem nebu, sem dvakrat opazoval pojav. Opazoval sem z dvema teleskopoma in daljnogledoma in komet večkrat fotografiral na diafilm. Na vseh posnetkih sem gibanju nebesne sfere sledil skozi teleskop, na katerega je bil pritrjen fotoaparat. Teleskop - sledilec je bil paralaktično postavljen Vegin 46 mm teleskop z 90-kratno povečavo, fotografiral pa sem s fotoaparatom Beirrette (f 2,9 goriščnica 45 mm). Uporabil sem film Kodak Ektachrome High Speed. Občutljivost filma je bila 23 DIN, razvit pa je bil po postopku E-4.

Raziskovalno nalogo Marka Stariča, ki je bila objavljena v 4. številki I. letnika Preseka, smo nagrajili s knjigami iz zbirke Sigma v vrednosti 200 din. Enako nagrado prejme tudi Rasto Snoj za svoj prispevek.

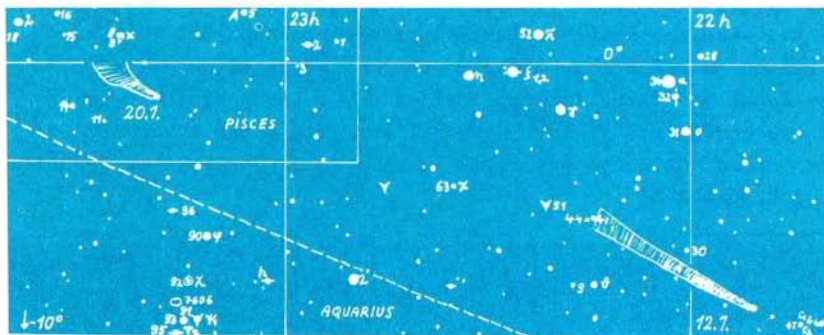


1. Položaj Venere in Jupitra
na večernem nebu (posneto
12.1.1974).



2. Člani ARK. V.M.KOMAROV
med opazovanjem komete.

1. opazovanje: 12.1.1974. S člani astronavske-raketarskega kluba V.M.Komarov sem se odpravil na Krim. V nižinah je bila vso prvo polovico januarja nizka oblačnost in megla. Pri vasi Zgornji Ig smo prišli skozi megleno zaveso in bili smo neprijetno presenečeni, ker so nebo pokrivali oblaki. Vseeno smo vztrajali. Po približno pol ure čakanja se je na JV delno zjasnilo. Opazili smo Venero in Jupitra in ju opazovali skozi 46 mm refraktor pri 90-kratni povečavi. Položaj obeh planetov sem fotografiral pri ekspoziciji 30 sekund. Ura je bila približno 17^h 20^m po sr. evr. času. Ob približno 17^h 45^m smo prvič opazili tudi Kohoutkov

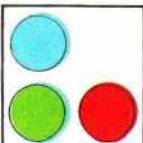


komet. Po sliki v daljnogledu 3x40 je imel približno 12° dolg rep. Komet smo opazovali tudi skozi daljnogled 6x30. Rep, viden s prostim očesom, je imel dolžino okoli 8° . Svetlost repa je bila približno tolikšna kot svetlost Rimske ceste. Glava je bila mnogo izrazitejša od repa in je bila precej svetlejša od galaksije v Andromedi (M31), svetilnost sem ocenil na približno 1,5m. Po fotografiji je svetilnost glave približno 3,5m. Rep je razdeljen na dva dela. Prvi je svetlejši od drugega in je dolg približno $4,5^{\circ}$, drugi šibkejši del pa ima $2,5^{\circ}$ dolžine. Na fotografiji je premer glave okoli 10', skozi 46 milimetrski f15 Vegin refraktor pri 30-kratni povečavi pa je bila velikost glave okoli 20'. Rep je bil obrnjen proč od Sonca, skoraj vzporedno z ekliptiko. Širina repa po 7° je bila okoli 45' po $4,5^{\circ}$ pa okoli 30'. Fotografiji, ki sem ju napravil tega dne, sta bili eksponirani po 150 sekund. Na prvi se lepo vidi tudi položaj kometa glede na Venero in Jupitra (Venera je v sredini spodaj, Jupiter pa je levo od nje). Izredno jasno vreme nam je omogočilo, da smo videli tudi zodiakalno svetlobo. Svetloba se je širila do začetka ozvezdja Bika.

2. opazovanje: 20.1.1974. Tokrat sem komet opazoval v Ljubljani. Vreme je bilo za ljubljanske razmere zelo jasno. Komet sem prvič opazil ob 18^h po sr. evr. času s pomočjo daljnogleda 6x30. S prostim očesom je bil na meji vidljivosti kot zvezdica z magnitudo 5 m. Skozi daljnogled Hellios 3x40 sem opazil tudi približno 30' dolg neizrazit rep. Skozi 46 milimetrski teleskop pri 30-kratni povečavi rep ni bil viden, skozi veliki 140 milimetrski reflektor Newtonovega tipa pri 63-kratni povečavi pa je bil komaj zaznaven. Glava je imela premer okoli 5'. Komet sem fotografiral z 10 minutno ekspozicijo. Rep je imel tega dne zanimivo obliko: najprej je bil vzporeden z ekliptiko, po $1,5^{\circ}$ pa se je nenadoma razširil, nato pa obrnil proti severu. Severna stran repa je bila skoraj za celo stopinjo krajša od južne (3° J, 2° S). Širina repa po $1,5^{\circ}$ je bila okoli 30'.

Na skici si lahko ogledate položaj kometa 12.1. in 20.1.1974. Zvezde so do navidezne svetilnosti 7,75 m (prerisano iz Atlas Coeli 1950).

Rasto Snoj



KROŽKI

K R O Ž K I

Uvod

Krožki so ena izmed najpomembnejših izvenšolskih dejavnosti. Dijaki si v njih utrjujejo znanje in ga praktično uporabljajo pri reševanju raznovrstnih problemov. Pri nas imamo relativno malo krožkov po šolah, čeprav se veliko mladih zanima za astronomijo, fiziko in matematiko. Da bi pomagali dijakom pri ustanavljanju in vodenju krožkov, objavljamo ta članek. Avtor je sam ustanovil in dve leti uspešno vodil krožek na eni izmed ljubljanskih gimnazij, torej se vam ni treba bati, da predlogi, ki so vpleteni v članek, niso uresničljivi. Zato veselo na delo!

Ustanovni sestanek

Preden prvič skličemo dijake, moramo storiti več pomembnih stvari: v šolskem listu moramo na kratko opisati bodoče delo našega krožka, pozanimati se moramo, kdaj imajo dijaki čas in kdaj imajo sestanke sorodni krožki (kemijski, biološki, ipd.). Zaradi izmeničnega pouka bo težko najti primerno uro za sestanek in tudi čas bo omejen. Najprimernejši dan je verjetno v sredini tedna, najugodnejša učilnica pa fizikalni kabinet (astronomski in fizikalni krožek).

Na ustanovnem sestanku predstavimo dijakom mentorja, ki je ponavadi eden izmed učiteljev, jih seznanimo z načrti za prihodnost in izvolimo vodstvo, ki bo poskrbelo, da bodo sestanki normalno potekali. Potem dodamo kakšno zanimivo predavanje, ki naj ne traja več kot eno uro. Po možnosti dodamo čimveč ilustracij, bodisi kot diafilm, diapozitiv ali episkop. Matematiki lahko izberejo namesto predavanja kakšne slikovite problemčke. Na koncu vodja krožka pozdravi še enkrat vse dijake in jih povabi na naslednji sestanek.

Uspeli smo!

Krožek je ustanovljen in glavna skrb je za nami. Sedaj moramo samo še poskrbeti, da nam ne bo zmanjkalo dela. To ne bo težko! Naredimo si skice programov za vsak krožek posebej:

a) astronomi - naše življenje bo najbolj slikovito; sestanke bomo imeli kakor bo nanesele vreme - popoldne ali pa ponoči, na strehi kakšne hiše s teleskopom v roki. Kadar bo slabo vreme, organiziramo predavanja, ki naj jih pripravijo bodisi člani krožka sami, bodisi povabljeni. Tem je ničkoliko, v vsaki knjigi o astronomiji jih najdete. Poleg tega se na takih sestankih pomenite o že opravljenih nočnih opazovanjih in jih podrobno analizirajte. Pripravite načrt opazovanj za naslednji nočni pohod. Če se vas bo zbralo dovolj, greste lahko na obisk v planetarij ali pa v observatorij. Tudi med počitnicami se lahko zberete in se odpravite v planine, saj se v gorah mnogo lepše vidi nočno nebo kot pa v zamagljenih kotlinah, kjer dim številnih tovarn zastira pogled. Kot vidite, astronomski krožek deluje predvsem v naravi in to je nje-

gova velika prednost, saj nam razvija razum in tudi krepi telo. b) fiziki - tudi naše delo bo zelo pisano: reševali bomo raznovrstne naloge in probleme, delali in preučevali bomo razne poizkuse in organizirali vrsto zanimivih predavanj. O poizkusih, ki jih bomo izbrali in kako jih bomo opravili, se bomo posvetovali z učiteljem in pogledali malo po primernih učbenikih in revijah (PRESEK). Na šolah, kjer nimajo dovolj opremljenih fizikalnih praktikumov oziroma kabinetov, se bomo povezali z dijaki iz modelarskega, radiotehniškega ali podobnega krožka in sami pri tehničnem pouku izdelali primerne priprave. Teme za predavanja najdemo v vsakem boljšem učbeniku pri nas doma in seveda tudi v tujini. Poleg tega lahko povabimo profesorje z univerze, ki bodo radi prišli, če bodo le utegnili. Povedali bi vam nekaj o relativnosti, o interferenci, o poizkusih z elektroni, o sipanju svetlobe in še o marsičem. Ko bomo imeli kaj več časa, se bomo odpravili na ogled kakšnega inštituta ali pa tovarne, npr. Inštituta Jožef Štefan ali tovarne Iskra. Poleg tega se bomo udeležili republiškega tekmovanja mladih fizikov in kviza znanja, lahko pa organiziramo tudi šolsko ali občinsko tekmovanje osnovnih šol. Fizika je izredno pestra znanost, saj nas uči o zakonih narave in ni se nam treba bati, da nam bo zmanjkalo snovi za delo.

c) matematiki - mi bomo delali samo v učilnici, s kredo v roki, vendar to ne pomeni, da naše delo ne bo zanimivo in slikovito. V glavnem bomo reševali naloge, ki jih je veliko, tako za osnovne kot za srednje šole. V naši republiki resda nimamo preveč zbirk, zato pa imamo v srbohrvatskem jeziku metodično zbirko Matematiška biblioteka, kjer bomo zvedeli tudi veliko novega, česar nam ne utegnejo povedati učitelji v šoli. Poleg te zbirke obstaja še veliko priročnikov za tekmovanja srednješolcev, če pa žnate npr. rusko, se lahko mirno odpravite v matematično knjižnico v Ljubljani (Jadranska 19) in izbirali boste lahko po mili volji v pravem morju knjig. Seveda pa bomo šli tudi tekmovat, kajpada.

Tako, program imamo, člane tudi, torej lahko začnemo! Če boste naleteli na kakšne nepremostljive težave pri svojem delu, nam pišite in pomagali vam bomo. Če potrebujete mentorja, to je nekoga, ki vam lahko vedno ob pravem trenutku svetuje, bo to vaša revija PRESEK. Na koncu leta pa sestavite poročilo o vašem delu in uspehih in nam ga pošljite, da ga bomo objavili v rubriki KROŽKI. Zdaj pa hitro na delo!

Dušan Repovš

O

AL' PRAV SE PIŠE ULOMEK ALI ZLOMEK

Poišči taki naravni števili m in n , da bo m/n med $7/10$ in $11/15$ in bo n najmanjši!

Odgovor: $5/7$

Tomaž Pisanski



NALOGE-TEKMOVANJA

ZVEZNO TEKMOVANJE MLADIH FIZIKOV JUGOSLAVIJE, VELENJE 1973
IN PRIPRAVE SLOVENSKE EKIPE V LJUBLJANI

Na republiškem tekmovanju mladih fizikov v Celju so določili tudi kandidate za slovensko ekipo na zveznem tekmovanju. 17. maja smo se zbrali na odseku za fiziko v Ljubljani. Priprave so bile dopoldne in popoldne, vodili pa so jih asistenti z odseka. Pod njihovim nadzorstvom smo reševali raznovrstne naloge in s tem utrjevali znanje in pridobivali izkušnje. Naslednjega dne smo popoldne pisali izbirni test. Vsaka skupina je dobila po dve nalogi, ki smo jih morali rešiti v eni uri.

Skupina A (mehanika in toplota)

1. Na balon, ki izpodriva 200 kg zraka, je spodaj privezana 3 m dolga lestev. Na spodnjem krajišču lestve je človek z maso 70 kg. Sistem (balon s človekom na lestvi) je na začetku v ravnovesju. Kolikšno delo opravi človek, ko zleze po lestvi do balona?

2. Milni mehurček s premerom 10 cm ima 0,4 μ debelo steno. Za koliko stopinj je temperatura zraka v mehurčku višja od okolne, ki meri 20°C, če mehurček lebdi v mirnem zraku? Površinska napetost milnice je 0,07 Nm⁻¹, njena gostota pa 1 gcm⁻³. Masa kilomola zraka je 29 kg/kmol, zunanji zračni tlak pa 1 kp/cm².

Skupina B (elektrika in magnetizem)

1. V vakuumu sta dve majhni telesi z nabojema po +10 As v razmiku 8 cm. S kolikšno hitrostjo preleti njuno zveznico elektron, ki se začne gibati iz zelo oddaljene točke na simetrali? Naboj elektrona je 1,6 $\cdot 10^{-19}$ As, njegova masa pa 9,1 $\cdot 10^{-31}$ kg.

2. Tuljava s presekom 8 cm² s 150 ovoji je brez trenja vrtljiva okoli prečne osi skozi svojo sredino. Vztrajnostni moment tuljave pri vrtenju okoli te osi je 2 $\cdot 10^{-5}$ kgm². Na začetku tuljava miruje. Nato začne sukati konstanten navor 10⁻³ mN tuljavo okoli navedene osi. Homogeno magnetno polje ima gostoto 1 T in smer geometrijske osi tuljave v začetni legi. Izračunaj inducirano napetost na tuljavi po 9 1/4 vrtljajih! Približno nariši časovni potek inducirane napetosti!

Skupina C (optika in atomika)

1. Daljnogled ima objektiv z goriščno razdaljo 50 cm in okular z goriščno razdaljo 5 cm. Z njim gledamo zelo oddaljen predmet. Daljnogled obrnemo in postavimo predmet 12 cm pred okular. Kolikšna je razmerje med višino navidezne slike in višino predmeta?
2. Curek enobarvne svetlobe z valovno dolžino 3000 Å pada na katodo fotocelice, ki ima ploščino 1 cm². Kolikšen električni tok teče skozi fotocelico, če izbiye vsak stoti foton po en elektron? Izstopno delo je 1 eV. Kolikšna je največja hitrost elektronov?

Komisija je na podlagi doseženih uspehov pri izbirni nalogi in na republiškem tekmovanju določila slovensko ekipo za zvezno tekmovanje v Velenju. V ekipo so se uvrstili; skupina A - Uroš Mikoš iz Ljubljane, Igor Remec iz Nove Gorice in Bojana Zalar iz Maribora; skupina B - Janez Komelj iz Novega mesta ter Milan Miklavčič, Igor Mušević, Primož Pirnat in Dušan Repovš iz Ljubljane; skupina C - Boštjan Hostnik in Žiga Šmit iz Ljubljane, Bojan Magajna iz Postojne, Branko Petek iz Maribora ter Boris Vuga iz Kopra.

19. maja smo se pod vodstvom prof. Perneta odpeljali v Celje. V ekonomskem šolskem centru smo počakali do popoldneva. Tam smo se srečali s starimi znanci z beograjske in zagrebške matematične gimnazije in z drugimi tekmovalci iz raznih krajev naše domovine. V prijetnem pogovoru je čas hitro tekkel. Zvedeli smo marsikaj zanimivega, videli mnogo novih nalog, zbirk in učbenikov. Ne navadno je, da se v hrvaško in srbsko ekipo uvrščajo ponavadi dijaki, ki zastopajo svojo republiko tudi na matematičnem tekmovanju. Tako smo v Celju srečali celo nekaj članov letošnje jugoslovanske ekipe z matematične olimpiade v Moskvi.

Po kosilu na celjskem gradu smo imeli urico odmora, nato smo se odpeljali v Velenje. Vreme je bilo sončno in izvrstno razpoloženi smo pozabili na tekmovalno mrzlico. Po sprejemu na velenjski gimnaziji, kjer nas je pozdravil *organizator*, smo šli na sprejem k predsedniku občine, nato pa smo se odpeljali na Golte. Tam smo se v sobah posvetili zadnjim pripravam za tekmovanje. Nekateri so pozabili na okusno večerjo in so šli raje prej v posteljo. A marsikdo še dolgo ni mogel zaspati in dolgo v noč smo premišljevali, kako se bomo odrezali naslednje jutro.

Po zajtrku smo se odpeljali v Velenje, kjer se je v gimnaziji ob pol devetih pričelo tekmovanje. Pisali smo štiri ure, vmes pa smo dobili malico. Naloge so bile raznovrstne, nekatere manj zah-

tevne, druge bolj. V skupini A so imeli največ težav s prvo nalogo, v kateri je marsikdo namesto valjaste posode vzel polkroglo in si seveda s tem otežil nalogo. Drugo nalogo so poznali nekateri že iz zbirke Saharova, peta pa je v zbirki M.Hribarja. Lahko rečemo, da posebno težkih nalog v tej skupini ni bilo. Drugače je bilo v skupini B, saj je najboljši tekmovalec dosegel borih 16 točk od 25 možnih. Naloge se niti ne zdijo pretirano zahtevne. Vendar ni nihče rešil vseh, še posebej pa ne skupaj prve, četrte in zadnje naloge. V skupini C so bile naloge, z izjemo tretje in zadnje, srednje težke in naši tekmovalci niso imeli večjih težav. Tretja naloga je bila spet iz zbirke M.Hribarja.

Uspeh naše ekipe je bil zadovoljiv, čeprav smo pričakovali več, še posebej v skupini B. V skupini A sta dobila Uroš Mikoš in Igor Remec pohvali. V skupini C pa Branko Petek 2. nagrado, Žiga Šmit 3. nagrado in Boštjan Hostnik pohvalo. V skupini B nismo dobili nobenega priznanja, Milan Miklavčič je bil šesti in Dušan Repovš sedmi med osemnajstimi tekmovalci. Na težavnost nalog v tej skupini kaže tudi dejstvo, da sploh niso podelili nobene nagrade, marveč le tri pohvale.



Slovenska ekipa v Velenju:
od leve proti desni
(stojijo) Janez Komelj,
Branko Petek, Uroš Mikoš,
Bojana Zalar, Žiga Šmit,
Bojan Magajna,
(čepijo) Milan Miklavčič,
Boštjan Hostnik, Dušan
Repovš, Primož Pirnat.

Dušan Repovš



NALOGE-TEKMOVANJA



REPUBLIŠKO TEKMOVANJE MLADIH MATEMATIKOV - PTUJ, 6. APRILA 1974

V soboto, 5. aprila 1974, je podružnica DMFA SRS organizirala tekmovanje mladih matematikov, ki se ga je udeležilo 215 dijakov iz vse Slovenije.

Tekmovanje se je začelo ob 9. uri v prostorih Kluba mladih. Tekmovalce je v imenu SO Ptuj, ki je bila pokrovitelj tekmovanja in v imenu TIS-a pozdravil tov. *Franjo LEVSTIK* in zaželel vsem dijakom mnogo tekmovalne sreče. Za njim je dijake pozdravil še prof. *Rudolf ČEH*, ravnatelj gimnazije "Dušana Kvedra", ki je za tekmovanje odstopila svoje prostore.

Potem so se dijaki preselili na gimnazijo, kjer so se najprej okrepčali s sendviči in čajem, s katerimi je dijake pogostilo trgovsko podjetje *Mercator - Tozd "Panonija" Ptuj*. Ob 10¹⁵ se je začelo tekmovanje, ki je trajalo dve uri in pol. Vsak dijak je dobil brošuro o Ptuj, izdano ob 1900-letnici Ptuja, reklamni lepak o Ptuj, značko Ptuja, sliko kurentov in knjigo Ivan Pucelj: *Neevklidična geometrija*, vse darilo občine Ptuj.

Po tekmovanju so se dijaki odpeljali na kosilo v Kidričevo, kjer so bili gostje Tovarne glinice in aluminija "Boris Kidrič", ki so si jo dijaki tudi ogledali.

Ob 17. uri je bil svečan zaključek, kjer je vsem dijakom spregovoril nekaj besed prof.dr. *Ivan VIDAV* in najboljšim podelil priznanja in nagrade. Za prvo mesto je bila nagrada nalično pero *Mont blanc*, darilo SO Ptuj; drugo nagrado je prispevala Tovarna avtoopreme Ptuj, tretje pa "SIGMA" Ptuj in Kmetijski kombinat Ptuj. Vsak nagrajeni tekmovalec je dobil še majhnega kurenta, darilo mesta Ptuj in lepo denarno nagrado, darilo Društva matematikov, fizikov in astronomov.

Nagrajenci:

1. razred:

1. nagrada: *Matjaž VIDMAR*
Gorazd CVETIČ

gimn. Nova Gorica in
gimn. Miloša Zidanška, Maribor

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| 2. nagrada: Irena REGOVEC | I. gimn. Lj. in |
| Monika KAPUS | gimn. Miloša Zidanška, Maribor |
| 3. nagrada: Franci PADEŽNIK | gimn. Miloša Zidanška, Maribor |
| Borut RIHTARŠIČ | I. gimn. Lj. |
| Janez PLEŠKO | I. gimn. Lj. |
| Aleš STERGAR | I. gimn. Lj. |
| Igor JENČIČ | II. gimn. Lj. |

Pohvale so prejeli: Polonca BOBNAR, Marko MIKUŽ, Zvonka LOŠTREK, Borut VOGELNIK, Marjan KROMAR, Milivoj PILETIČ, Marko SIMONETI, Luka ŠUŠTARŠIČ, Marija MUGERLI, Ivan ČIBES, Vladimir VODIŠEK, Mirko ŠKOP, Marjan BABIČ, Marko MALNAR, Franci FERJANČIČ, Tatjana LIPIČAR, Pavle GOLOB, Mitja PUCELJ, Mirko MAHER, Darja SPANRING, Andrej JUSTIN in Stanislav MENART.

2. razred:

Prva in tretja nagrada nista bili podeljeni.

Drugo nagrado je prejel Tamar ČEFARIN, gimn. Novo mesto.

Pohvale so prejeli: Zdenko BUČINEL, Mitja LAKNER, Matija CENCELJ, Meta SUHAČ, Marko OBLAK, Alenka ZAJC, Duško BOŽIČ, Miran MOŽINA, Marija KRAUTHAKER, Bojan ROŽMAN in Boštjan DEŽMAN.

3. razred:

- | | |
|-------------------------------|--------------|
| 1. nagrada: Franci FORSTNERIČ | V. gimn. Lj. |
| 2. nagrada: Matjaž ZOR | I. gimn. Lj. |
| Igor OZIMEK | I. gimn. Lj. |
| 3. nagrada: Rajko KRIVEC | ŠC Idrija |
| Rok PAVLIN | I. gimn. Lj. |

Pohvale so prejeli: Bojana ZALAR, Anton ČOPAR, Marko ŠEGA, Marko STARIČ, Boris VATOVEC, Igor MOZETIČ, Bojan MOHAR, Martin SIMONIČ, Janez ŠENICA in Stanislav ŠENVETER.

4. razred:

Prva in druga nagrada nista bili podeljeni.

Tretjo nagrado je prejel Darko ŠIFRER, I. gimn. Lj.

Pohvale so prejeli: Zvonko DUPLANČIČ, Igor REMEC, Adrijana KOBAL, Ivo BIZJAK, Andrej RAZDRTIČ, Dušan TERČELJ, Rajko SABO, Borut MOZETIČ, Vida ČERNE in Vojko TOMŠIČ.

V Beograd na zvezno tekmovanje mladih matematikov so šli:
 iz 1. razreda: Matjaž VIDMAR, Gorazd CVETIČ, Irena REGOVEC in Monika KAPUS;
 iz 2. razreda: Tamar ČEFARIN, Zdenko BUČINEL, Mitja LAKNER in Matija CENCELJ;

iz 3. razreda: Franci FORSTNERIČ, Matjaž ZOR, Igor OZIMEK in
Rajko KRIVEC;

iz 4. razreda: Darko ŠIFRER, Zvonko DUPLANČIČ in Igor REMEC.

Tekmovanje je lepo uspelo in upam, da so tekmovalci odnesli
lepe spomine iz Ptuja.

1. razred

1. Dokaži, da enačba $2|x| + |x-2| = -2x-1$ nima rešitve!

2. Dokaži trditev: $(n \in \mathbb{N}) \wedge (n > 2) \implies \implies 120 \mid (n^5 - 5n^3 + 4n)!$

3. Potnik se vozi z avtomobilom enakomerno iz kraja A v kraj C. Na poti leži kraj B. Ob osmi uri je potnik prevozil četrtno poti med A in B. Ob deseti uri je prevozil tričetrt poti med B in C. Kakšna je razdalja med A in C, če je hitrost avtomobila 90 km/h?

4. Načrtaj trikotnik, če je dan obseg $a=10$ cm in kot $\gamma=75^\circ$, kot α pa je polovica kota γ .

5. Dokaži, da je v pravokotnem trikotniku simetrala pravega kota hkrati simetrala kota med višino in težiščnico na hipotenuzo!

2. razred

1. Dokaži, da je $\frac{\sqrt{13+30\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}{6} - \frac{5}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}!$

2. Dokaži veljavnost enakosti

$$\frac{1}{x^m} + \frac{1}{y^m} + \frac{1}{z^m} = \frac{1}{x^m + y^m + z^m},$$

če je m liho naravno število in če je

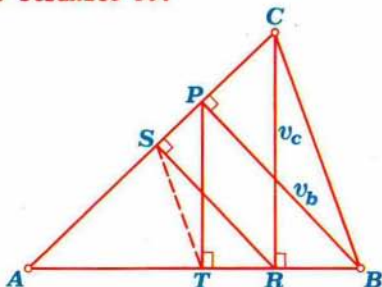
$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y+z}$$

$x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0, x+y+z \neq 0!$

3. Izračunaj: $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \dots \log_{99} 98 \cdot \log_{100} 99!$

4. Dokaži, da če so v pravokotnem trikotniku vse stranice naravna števila, potem je tudi polmer vrtane krožnice naravno število!

5. V trikotniku ABC nariši višino na stranico c in višino na stranico b . Iz nožišča višine na stranico b spusti pravokotnico na stranico c , iz nožišča v_c pa pravokotnico na stranico b . Poveži nožišči dobljenih pravokotnic in dokaži, da je daljica ST vzporedna s stranico BC !



3. razred

1. V trikotniku ABC so težiščnice t_a, t_b in t_c . Na njih ležijo vektorji $\vec{t}_a = \vec{AA}_1, \vec{t}_b = \vec{BB}_1$ in $\vec{t}_c = \vec{CC}_1$, kjer so A_1, B_1 in C_1 razpolovišča stranic BC, CA in AB . Izračunaj vrednost izraza: $\vec{t}_a \vec{t}_b + \vec{t}_b \vec{t}_c + \vec{t}_c \vec{t}_a!$

2. Danih je n realnih števil: $a_1, a_2, \dots, a_n$. Pri kateri vrednosti argumenta doseže funkcija $f(x) = (x-a_1)^2 + (x-a_2)^2 + \dots + (x-a_n)^2$ najmanjšo vrednost?

3. Reši enačbo:

$$\frac{a \sin x + b}{b \cos x + a} = \frac{a \cos x + b}{b \sin x + a} \quad a, b \in \mathbb{R}!$$

4. Kakšne vrste (pravokoten, ostrokoten, topokoten) je tri-

kotnik ABC , če v njem za neko naravno število $n > 2$ velja med dolžinami stranic zveza

$$a^n + b^n = c^n.$$

Ali takš trikotniki obstajajo za vsako naravno število $n > 2$?

5. Izračunajte:

$$\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ !$$

4. razred

1. Verjetnost, da Janezek premaga Tončka pri šahu z belimi figurami, je $1/3$. Verjetnost, da ga premaga s črnimi, je $1/4$. Janezek se pripravlja na tri igre (partije) s Tončkom, v katerih bo izmenoma igral z belimi in črnimi figurami. S katero barvo figur naj začne igrati, da bo verjetnost za dve zaporedni zmagi nad Tončkom večja?

2. V prostoru so dane 4 točke, ki ne leže v isti ravnini. Koliko različnih paralelepipedov obstaja, ki imajo oglišča v teh točkah?

3. Izračunaj limito:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos \frac{x}{2} - \sin x}{1 + \cos x - 2 \sin^2 x}$$

4. Med zaporednima členoma zaporedja $y(n)$ je zveza

$$y(n+1) = y(n) - y^2(n)$$

Prvi člen zaporedja je $y(1) = 1/2$. Dokaži, da je za vsako naravno število n $y(n) < 1/n!$

5. Med naravnimi števili od 1 do n jih je m tujih proti n . Dokaži, da je vsota vseh števil manjših od n , ki so tuja proti n enaka $(1/2)mn$!

Marjan Gojko



KREPIMO SI ZDRAVJE,
Z ZELIŠČNIMI
HERBA BONBONI



POROČILO O OSNOVNOŠOLSKIH TEKMOVANJIH ZA BRONASTO IN SREBRNO
VEGOVO PRIZNANJE 1973/74

V začetku maja 1974 so bila na osnovnih šolah v Sloveniji tekmovalja iz matematike za bronasta Vegova priznanja. Tekmovali so učenci šestih, sedmih in osmih razredov, ponekod tudi petih in celo četrtih razredov.

Več kakor 4000 najboljših tekmovalcev je 18. maja sodelovalo na občinskih tekmovanjih. Med njimi je približno 1500 učencev dobilo srebrna Vegova priznanja.

Naloge za šolska tekmovanja so sestavile komisije posameznih šol, udeleženci občinskih tekmovanj pa so reševali naslednje naloge:

VI. razred

1. Določi tako vrednost za črko, da bo v vseh treh primerih ulomek na levi strani enačaja enak ulomku na desni strani!

$$\frac{a+2}{5} = \frac{12}{10} ; \frac{b-2}{5} = \frac{12}{10} ; \frac{4}{a+2} = \frac{12}{15} .$$

2. Ko so prodajalko vprašali, koliko jajc ima v košari, je odgovorila: če jih jemljem iz košare po 2, po 3 ali po 4, mi vselej 1 ostane; če jih jemljem po 7, mi ne ostane nobeno. Zagotovo pa vem, da jih je manj kot 100. - Koliko jajc je bilo v košari?

3. Na vsak krak dveh sokotov odmerimo enake daljice OA , OB , OC . Točka C je na skupnem kraku. Kolik kot oklepata daljici AC in BC ?

4. Načrtaj poljuben pravokotnik s stranicama a in b . Razdeli stranico a na 4, stranico b na 5 enakih delov in načrtaj skozi razdelišča vzporednice drugi stranici. Osenči del pravokotnika, ki predstavlja $(\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5})$ njegove ploščine!

5. Načrtaj poljuben paralelogram in ga s 3 premicami, ki gredo skozi isto oglišče, razdeli na 4 ploščinsko enake dele. Kako potekajo te premice?

VII. razred

1. V izrazu $a+b \cdot c^3$ so izpadli oklepaji. Postavi jih tako, da bo vrstni red operacij naslednji:

- seštevanje, potenciranje, množenje;
- množenje, potenciranje, seštevanje;
- seštevanje, množenje, potenciranje.

Izračunaj tudi vsakokrat vrednost izraza, če je: $a=1$, $b=1$, $c=-1$!

2. Števec ulomka je $2a$. Napiši ulomek, katerega imenovalec je:

- za 6 večji od števca;
 - 6 krat večji od števca;
 - za 6 manjši od števca;
 - 6 krat manjši od števca.
- Vsak ulomek okrajšaj!

3. Izrazi $2n$, n^2+1 , n^2-1 so dolžine trikotnikovih stranic. Dokazi, da je ta trikotnik pravokoten!

4. Diagonala, ki je hkrati simetrala deltoida, meri 13, ena stranica pa 12. Vsota kvadratov dveh različnih stranic je 169. Kolika je ploščina tega deltoida?

5. V polkrogu s polmerom $r=1$ načrtamo enakostranični trikotnik, tako da leži ena stranica na premeru, višina pa je enaka polmeru. Kolik % polkrogove ploščine je ploščina trikotnika?

VIII. razred

1. Izrazi $2n$, n^2+1 , n^2-1 so dolžine trikotnikovih stranic. Dokaži, da je ta trikotnik pravokoten!

2. V nasadu je 2860 sadnih dreves. Na vsakih 10 jablan so 3 hruškova in 2 slivovi drevesi. Češnjevih dreves pa je $33 \frac{1}{3}$ % števila vseh jablan, hrušk in sliv. Koliko je v tem nasadu češnjevih dreves?

3. Kateri vrednosti morata imeti števili a in b , da bo vrednost izraza $a(2x+3y) + b(2x-3y)$ enaka nič za $x=1$ in $y=1$? Navedite tri take dvojice!

4. Imamo 2 kvadra. Njuni dolžini sta si v razmerju 1:2, širini v razmerju 2:3, višini pa v razmerju 3:4. V kakšnem razmerju sta njuni prostornini?

5. V pravokotniku $ABCD$ s stranicama $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=8$, označi z M razpolovišče stranice AB , z N razpolovišče stranice BC in s T sečišče premice skozi točki M in N s podaljškom stranice DA . Določi prostornino telesa, ki nastane pri vrtenju trikotnika CTN okrog osi skozi stranico CN !

Jože Kotnik

KRIPTARITMI - POPRAVKI IN REŠITVE

V lanski tretji številki *Preseka* smo zastavili bralcem nekaj kriptaritmov. Žal nam je tiskarski skrat nekoliko ponagajal, tako, da obstajajo za kriptaritma 2 in 4, poleg rešitev navedenih v četrty številki, še druge rešitve. Nanje nas je opozoril dr. Zvonimir Bohte. Poglejmo si njegove rešitve.

Kriptaritem 2

```

? ? ? x ? ? ?
? 8 ?
? ? ? ?
? ? ?
? ? ? ? ?
? ? ? ? ? ?

```

Iz dolžin vmesnih členov vidimo, da mora biti drugi člen 121. Prva cifra prvega člena je potemtakem lahko le 9 ali 8, druga pa 8.

$$\begin{array}{r}
 98? \times 121 \\
 98? \\
 19?? \\
 \hline
 98? \\
 11????
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 88? \times 121 \\
 88? \\
 17?? \\
 \hline
 88? \\
 10????
 \end{array}$$

Tretja cifra prvega člena je očitno lahko poljubna. Torej ima kriptaritem 2 v zastavljeni obliki 20 rešitev. Da bi dobili rešitev iz četrte številke, ga zapišemo takole:

Kriptaritem 2*

$$\begin{array}{r}
 ??? \times ?? \\
 ?8? \\
 ??? \\
 \hline
 ??? \\
 ??9??
 \end{array}$$

7

Kriptaritem 4

$$\begin{array}{r}
 H O \times E \\
 B L \\
 \hline
 I R \\
 A P
 \end{array}$$

Obstajajo vsaj štiri rešitve:

$$\begin{array}{r}
 17 \times 2 \\
 34 \\
 \hline
 56 \\
 90
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 17 \times 4 \\
 68 \\
 \hline
 25 \\
 93
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18 \times 2 \\
 36 \\
 \hline
 54 \\
 90
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 38 \times 2 \\
 76 \\
 \hline
 14 \\
 90
 \end{array}$$

Rešitev, ki je bila objavljena v četrti številki, dobimo, če zahtevamo

Kriptaritem 4*. V kriptaritmu 4 ni nobena cifra enaka 0.

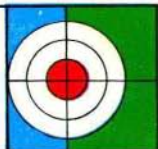
Zapišimo še rešitve kriptaritmov 5, 6 in 7.

5.
$$\begin{array}{r}
 179 \times 224 \\
 358 \\
 358 \\
 \hline
 716 \\
 40096
 \end{array}$$

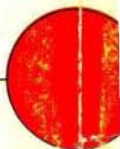
6. $A B C = 286$

7. $A T O M = 9376$

Vladimir Batagelj

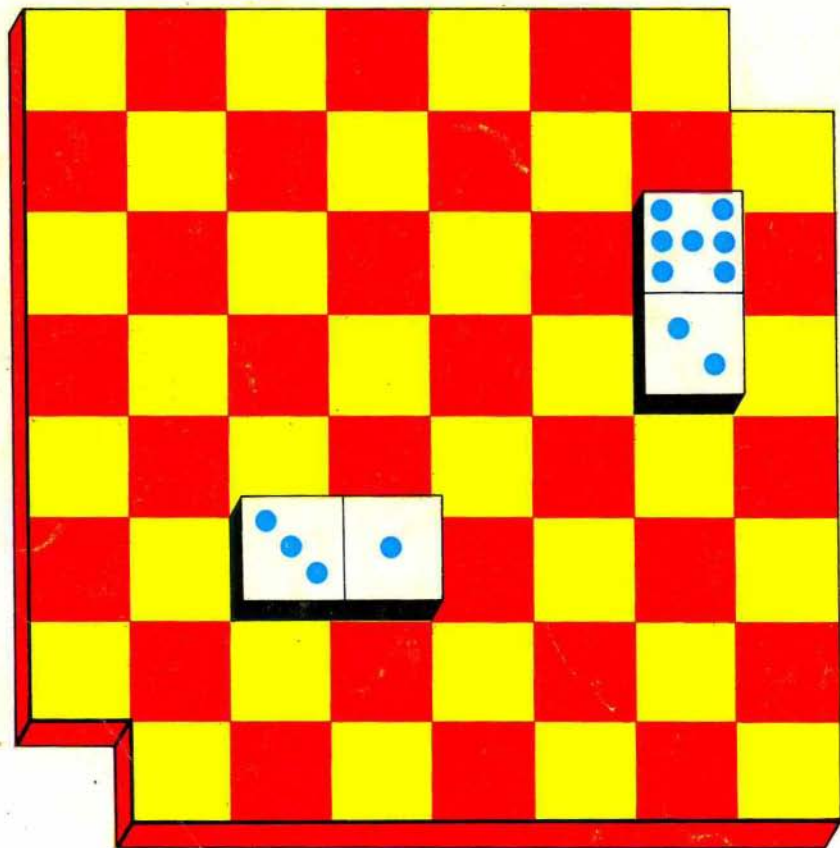


BISTROVIDEOC



ALI ZNAŠ POKRITI ŠAHOVSKO DESKO Z DOMINAMI ?

Šahovski deski odžagaš dve polji na dveh nasprotnih vogalih, tako kot kaže slika. Z enaintridesetimi dominami, od katerih vsaka pokrije točno dve polji, pokrij tako obrezano šahovnico.



Egon Zakrajšek