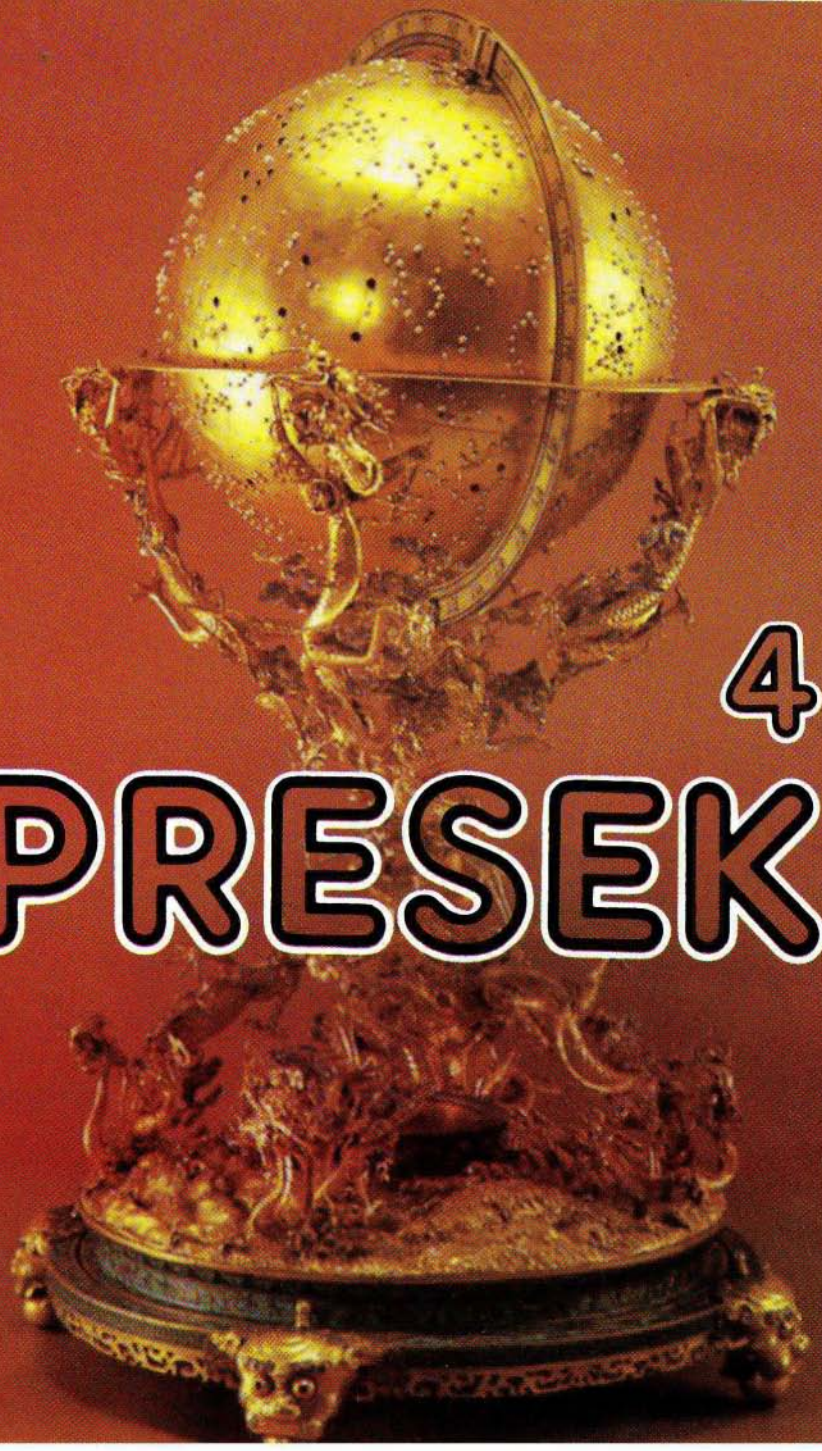




4 PRESEK

VSEBINA

MATEMATIKA	Sredini na tehtnici (Dragoljub M. Milošević, prir. in prev. Boris Lavrič)	194
FIZIKA	Obratni brizgalnik (Janez Strnad)	197
	Zakaj vremenska napoved večasih ne drži (Tomaž Vrhovec)	204
ASTRONOMIJA	Stari kitajski astronomski instrumenti (Marijan Prosén)	I, 210
RAČUNALNIŠTVO	Lačni črv (Matija Lokar)	214
NOVE KNJIGE	Kakšne bodo maloprodajne cene učbenikov in priročnikov pri DMFA SRS v letu 1989 (Ciril Velkovrh)	221
	Strnad J., Mala kvantna fizika (Mitja Rosina)	222
	Računalništvo — Leksikon Cankarjeve založbe (Matija Lokar)	223
RAZVEDRILO	Kovanci (Sandi Klavžar)	202
	Tri srca — Rešitev str. 255 (Boris Lavrič)	202
	PREMISLI IN REŠI — Kvadrat in sedem točk (Boris Lavrič)	222
	KRIŽANKA (Marko Bokalič)	224
	Anekdota	226
	Papirnate jaslí (Boris Lavrič)	226
	Tri modre (Vilko Domajnko)	229
	BISTROVIDEC — Sadeži (Vladimir Batagelj)	231
	Natečaj (prev. Boris Lavrič)	248
	Še nekaj misli	232, III
NOVICE	Presekovci! Anketa za vas	193
	Presekovi dohodki in izdatki (Ciril Velkovrh, Boris Lavrič)	232
	Urnik tekmovanj v letu 1989 (Darjo Felda)	233
MATEMATIKA	Že spet premica (Mirjana Malenica, prev. in prir. Damjan Kobal)	239
TEKMOVANJA	Tudi logika dobiva mesto na slovenskih šolah (Marta Zabret)	240
	29. zvezno tekmovanje srednješolcev iz matematike (Aleksandar Jurišić)	246
	24. zvezno tekmovanje iz fizike (Bojan Golli)	249
REŠITVE NALOG	Križanka — Rešitev iz P–3 (Bruno Gričar)	232
	Brez besed — Rešitev iz P–3 (Boris Lavrič)	255
NALOGE	Matematični krožek — Rešitev str. 203 (Boris Lavrič)	196
	Nagradno pokrivanje (Boris Lavrič)	209
	Prelivanje (Boris Lavrič)	223
	Nekaj načrtovalnih nalog — Rešitev str. 256 (Pavel Zajc)	245
NA OVITKU	Nebesni globus, okrašen z značilnimi kitajskimi motivi iz živalskega sveta. Lege zvezd so označene z izboklinami (bradavičkami), ki so natresene po površini bronaste krogle. (Glej članek na str. 210.)	I
	Presekove značke za tekmovalce	IV

presekovci! anketa za vas

KJE?

V naslednji številki Preseka.

ZAKAJ?

Da bi izvedeli vašo kritiko, želje in predloge.
Razmislite! Pripravljene so tudi nagrade.



PRESEK — list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
16. letnik, šolsko leto 1988/89, številka 4, strani 193 — 256

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj, Dušica Boben (pisma bralcev, stavljenje teksta), Darjo Felda (tekmovanja iz matematike), Franci Forstnerič, Bojan Golli (tekmovanja iz fizike), Marjan Hribar, Damjan Kobal (razvedrilo), Jože Kotnik, Edvard Kramar, Sandi Klavžar (računalništvo), Andrej Kmet, Peter Križan (fizika), Boris Lavrič (matematika, odgovorni urednik), Gorazd Lešnjak, Matija Lokar, Franci Oblak, Peter Petek (premislil in reši), Pavla Ranzinger (astronomija), Tomaž Skulj, Marjan Smerke (svetovalec za fotografijo), Bojan Mohar (glavni urednik), Tanja Bečan (jezikovni pregled), Miha Štalec (risbe), Ciril Velkovich (urednik, nove knjige, novice).

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Podružnica Ljubljana — Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 265—061/53, št. žiro računa 50101—678—47233. Naročnina za šolsko leto 1988/89, vplačana po 1.1. 1989, je za posamezne naročnike 15.000.— din, za člane društva 12.000.— din, za skupinska naročila šol 10.000.— din, posamezna številka 2.500.— din (2.000.— din).

List sofinancirajo Izobraževalna, Kulturna in Raziskovalna skupnost Slovenije

Ofset tisk Časopisno in grafično podjetje DELO, Ljubljana

© 1989 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — 940

SREDINI NA TEHTNICI

Znamenita neenakost med aritmetično in geometrično sredino pozitivnih števil je doživela vrsto različnih dokazov. V dvajsetih letih 18. stoletja jo je dognal škotski matematik *C. Maclaurin*, slabih sto let kasneje pa *A.L. Cauchy*, po katerem je ponekod celo dobila ime. Tu bomo predstavili izredno kratek (a manj poznan) dokaz te neenakosti in nekaj zanimivih posledic.

Najprej opredelimo obe omenjeni sredini.

Naj bodo $a_1, a_2, \dots, a_n$ nenegativna realna števila. Potem je

$$A = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

njihova aritmetična sredina in

$$G = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

njihova geometrična sredina.

Če sta števili le dve (a_1 in a_2), je njuna aritmetična sredina $A = (a_1 + a_2)/2$ vsaj tolikšna kot njuna geometrična sredina $G = \sqrt{a_1 a_2}$ (torej $A \geq G$), kar je znal utemeljiti že Evklid. Poskusite še vil

Tudi za $n > 2$ velja

$$A = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n} = G \quad (AG)$$

To je neenakost, o kateri smo govorili na začetku prispevka in jo bomo zdaj dokazali.

Zaradi simetrije v (AG) lahko brez škode predpostavimo, da velja

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$$

Potem je $na_1 \leq a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq na_n$, torej $a_1 \leq A \leq a_n$. Zato velja $(A - a_1)(a_n - A) \geq 0$, od koder dobimo

$$(a_1 + a_n - A) A \geq a_1 a_n \quad (1)$$

Naprej bo dokaz potekal z matematično indukcijo. Pri $n = 1$ (AG) očitno velja. Predpostavimo, da neenakost (AG) drži za $n - 1$ in jo uporabimo za števila

$$a_2, a_3, \dots, a_{n-1} \quad \text{in} \quad a_1 + a_n - A$$

Tako dobimo oceno

$$A = \frac{a_2 + \dots + a_{n-1} + (a_1 + a_n - A)}{n-1} \geq \sqrt[n-1]{a_2 \dots a_{n-1} (a_1 + a_n - A)}$$

odkoder s pomočjo (1) pridemo do iskane neenakosti

$$A^n = A^{n-1} \cdot A \geq a_2 \dots a_{n-1} (a_1 + a_n - A) A \geq a_1 \cdot a_2 \dots a_n$$

Dokaz je s tem končan, bralca pa vabimo, da s ponovnim sprehodom skozenj dožene, da v (AG) velja enačaj natanko takrat, kadar je $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Poglejmo še nekaj primerov uporabe neenakosti (AG).

1. Dokažimo, da ima med vsemi kvadri z dano prostornino kocka najmanjšo površino. Označimo robove kvadra z a, b in c . Kocka z enako prostornino ima rob $k = \sqrt[3]{abc}$ in površino $6k^2$. Za površino kvadra nam (AG) da željeno oceno

$$2(ab + bc + ca) \geq 6 \sqrt[3]{(ab)(bc)(ca)} = 6k^2$$

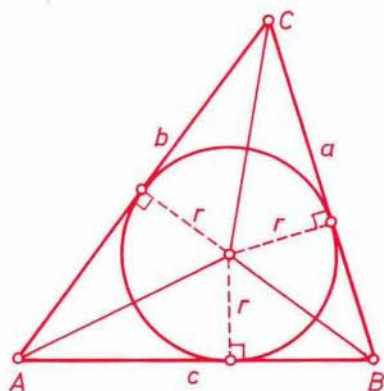
2. Vzemimo poljubno nenegativno realno število x . Postavimo $a_1 = a_2 = \dots = a_{n-1} = 1$ in $a_n = 1 + nx$ v neenakost (AG) pa dobimo oceno

$$1 + x = \frac{1}{n} \underbrace{(1 + \dots + 1 + (1 + nx))}_{n-1} \geq \sqrt[n]{1 + nx}$$

ki jo preoblikujemo v znano Bernoullijevo neenakost

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx$$

3. Označimo z v_a, v_b in v_c višine trikotnika ABC , z r pa polmer vanj včrtanega kroga. Dokazali bomo, da velja neenakost



$$3r \leq \sqrt[3]{v_a v_b v_c}$$

Označimo s p ploščino trikotnika ABC , pogledjmo na sliko in zabeležimo:

$$av_a = bv_b = cv_c = 2p = ar + br + cr$$

Od tod z uporabo (AG) dobimo oceno

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} &= \frac{a+b+c}{2p} = \frac{1}{v_a} + \frac{1}{v_b} + \frac{1}{v_c} \geq \\ &\geq \frac{3}{\sqrt[3]{v_a v_b v_c}} \end{aligned}$$

odkoder sledi iskana neenakost.

Za konec pa še nekaj nalog.

1. Dokaži naslednje neenakosti:

$$1 + \frac{x}{3} > \sqrt[3]{1+x}; \quad x > 0$$

$$\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} \geq \frac{3}{2}; \quad x, y, z > 0$$

$$n^n \geq 2^{n-1} n!; \quad n \in \mathbb{N}, n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

2. Med vsemi kvadri z enako površino ima kocka največjo prostornino. Dokaži.
3. Dokaži, da za $a > 1$ velja neenakost

$$\log_a(a+1) < \log_{a-1}a$$

4. V dano kroglo včrtaj stožec z največjo prostornino.
5. Dokaži, da je težiščnica ostrega kota v pravokotnem trikotniku vsaj tolikšna kot geometrijska sredina obeh katet.

Dragoljub M. Milošević
prir. in prev. *Boris Lavrič*

MATEMATIČNI KROŽEK

Iz bogate zakladnice nalog, s katerimi mi je profesor Vladimir Kuster razveseljeval gimnazijske dni, sem izbral naslednje tri:

1. V tiskarni je stavec stresel cifre neke številke, ki je označevala šesto potenco naravnega števila, zapisanega v desetiškem številskem sestavu. Ko jih je pobral in uredil, je dobil zaporedje 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9. Katera številka je bila to?
2. Od šestih danih točk v ravnini nobene tri ne ležijo na isti premici. Dokaži, da obstaja tak trikotnik z oglišči v treh izmed danih šestih točk, ki ima en kot velik vsaj 120° .
3. Če cifre sedemnajstmestnega števila a (v desetiškem sestavu) zapišemo v obratnem vrstnem redu, dobimo število b . Dokaži, da je vsaj ena cifra vsote $a + b$ sodo število.

Boris Lavrič

“ OBRATNI BRIZGALNIK ”

Ameriški fizik Richard Feynman je leta 1965 dobil Nobelovo nagrado – skupaj z Julianom Schwingerjem in Sin-Itirom Tomonago – za prispevek h kvantni elektrodinamiki. Feynman je bil med fiziki zelo priljubljen. Priljubljenosti si ni pridobil le s svojim raziskovalnim delom in s številnimi knjigami, pač pa zagotovo tudi s svojo svežo miselnostjo, v kateri ni bilo prostora za vsakovrstne predsodke ne do vsakdanjih življenjskih zadev ne do fizike same. Knjiga spominov *Surely You're Joking, Mr. Feynman* (Gotovo se šalite, g. Feynman) je bila dalj časa po izidu leta 1985 na vrhu najuspešnejših knjig v ZDA.

V tej knjigi pripoveduje Feynman tudi o svojem poskusu v ciklotronskem laboratoriju. Poskus nima nič opraviti s ciklotronom. Feynman je le razmišljal o ciklotronih treh univerz, na katerih je študiral ali učil v mladih letih. V razmišljanje je skril ugotovitev, da največja in najdražja naprava ni vedno naj-



Richard Feynman (1918 do 1988). Fotografija ga kaže pri poskusu z vodo z ledom in tesnilko. V komisiji, ki je leta 1986 razkrivala vzroke za nesrečo vesoljskega letala, je Feynman na svoj način hitro ugotovil, da je nesrečo povzročila tesnilka. Pri nizki temperaturi ni opravila svoje naloge.

uspešnejša. Odločilni so znanje, spretnost in delavnost ljudi, ki napravo uporabljajo.

Pustimo Feynmana do besede:

"Nekoč sem v princetonskem ciklotronskem laboratoriju naredil poskus s presenetljivim izidom. V učbeniku hidrodinamike je bila naloga, o kateri so govorili vsi študenti fizike. Naloga se je glasila takole: imate napravo za zalivanje — cev v obliki črke S z osjo — in voda brizga iz cevi pod pravim kotom proti osi iz naprave, ki se vrti. Vsakdo ve, kako se vrti: umika se iztekajoči vodi. Vprašanje je, kako bi se naprava vrtela, če bi imeli jezero ali plavalni bazen — pač veliko zalogo vode — in bi jo potopili pod vodo in bi vodo sesala, ne brizgala. Ali bi se vrtela enako, kot se vrti, ko brizga vodo v zrak; ali bi se vrtela v nasprotni smeri?

Na prvi pogled je bil odgovor popolnoma jasen. Nerodno je bilo le to, da je bilo za nekoga popolnoma jasno, da se vrti tako, za drugega pa popolnoma jasno, da se vrti drugače. Zato so o tem vsi razpravljali. Spominjam se, da je na nekem seminarju ali čaju študent vprašal profesorja Johna Wheelerja: "Kako vi mislite, da se vrti?" Wheeler je rekel: "Včeraj me je Feynman prepričal, da se vrti nazaj. Danes me je enako uspešno prepričal, da se vrti v nasprotni smeri. Ne vem, v kaj me bo prepričal jutri?"

Povedal vam bom razlog, zaradi katerega boste mislili tako, in razlog, zaradi katerega boste mislili drugače. Velja?

Če sesate vodo, jo vlečete v šobo, zato se vrti naprava v smeri vstopajoče vode. Toda prišel bo nekdo drugi in vprašal po navoru, ki je potreben, da obdržimo napravo pri miru. V primeru, da voda izteka, vsi vemo, da jo moramo tiščati z zunanje strani krivulje zaradi centrifugalne sile vode, ki se giblje po krivulji. Če se giblje voda po enaki krivulji v drugi smeri, še vedno deluje centrifugalna sila v enaki smeri z zunanje strani krivulje. Zato sta oba primera enaka in se bo v obeh naprava vrtela enako, če vodo brizga ali če jo sesa.

Po premisleku sem se končno odločil za odgovor. Da bi to pokazal, sem želel narediti poskus. V princetonskem ciklotronskem laboratoriju so imeli velikansko pleteno steklenico vode. Mislil sem si, da je ravno dovolj velika za poskus. Poiskal sem kos bakrene cevi in jo zvil v obliki črke S. Na sredi sem zvrtil luknjo, vtaknil vanjo gumijasto cev in jo speljal skozi luknjo v zamašku, s katerim sem zamažil steklenico. Zamašek je imel še eno luknjo, v katero sem vtaknil drugo gumijasto cev, ki sem jo povezal s posodo s stinjenim zrakom v laboratoriju. S pihanjem zraka v steklenico sem dosegel, da je voda vstopila v bakreno cev, kot da bi jo s to cevjo sesali. Cev v obliki črke S se ni mogla vrteti, zaradi prožne gumijaste cevi pa se je lahko nekoliko zasukala in izmeriti sem hotel hitrost vode po tem, kako visoko je brizgala z vrha steklenice (slika 1).

Vse sem sestavil in priključil stisnjeni zrak, pa je reklo "Puup!". Tlak je vrgel zamašek iz steklenice. Nato sem zamašek močno pritrdil z žico, da je ostal na svojem mestu. Zdaj je poskus potekal kar dobro. Voda je brizgala in gumijasta cev se je malo zasukala. Nekoliko sem povečal tlak, češ da bom pri večji hitrosti vode bolj natančno meril. Zelo skrbno sem izmeril zasuk cevi v obliki črke S in višino vodnega curka iz steklenice in zopet povišal tlak. Nenadoma se je razpočilo vse v vseh mogočih smereh v laboratoriju. Neki opazovalec je bil tako moker, da se je moral preobleči (kot po čudežu ga niso porezale črepinje), in množica fotografij z meglično celico, ki so jih skrbno naredili ob ciklotronu, se je zmočila. Sam sem bil dovolj daleč in v takem položaju, da sem bil kar suh. Vendar se bom vedno spominjal, kako je veliki profesor Del Sasso, ki je vodil ciklotron, pristopil in strogo rekel: "Začetniki naj delajo poskuse v začetniškem laboratoriju!" "

Kaže, da Feynman namenoma ni omenil odgovora na vprašanje. Naj ga vsak bralec poišče sam! Njegov opis poskusa zares spodbuja k razmišljanju o obratnem brizgalniku. To ime se je namreč prijelo naprave, ki je v *American Journal of Physics*, posvečenem tudi poučevanju fizike, sprožila živahno razpravo. Ali ne bi bilo smotno, če bi tudi Presek posnemal Feynmana? Bralci Preseka naj poskusijo odgovoriti na vprašanje: Kako se giblje obratni brizgalnik? To lahko storijo z razmišljanjem ali s poskušanjem ali z obojim. Odgovor naj pošljejo uredništvu Preseka z dostavkom *Obratni brizgalnik*.

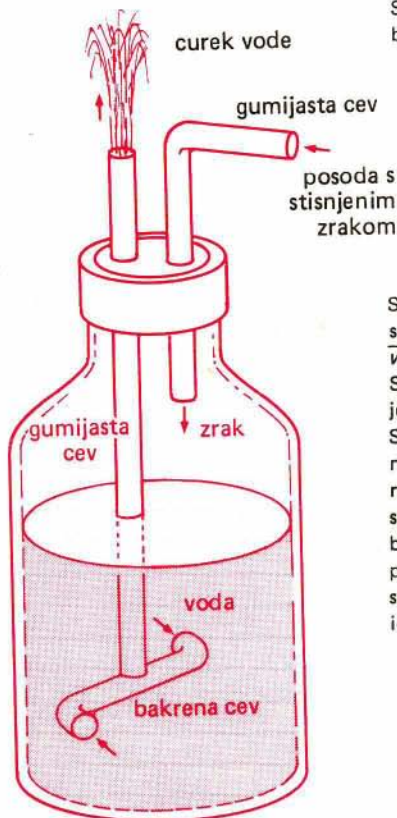
Da za raziskovalce obratnega brizgalnika naloga ne bo pretežka, jim Presek ponuja eno izmed razlag brizgalnika, po mnenju pisca najpreprostejšo. Omejimo se na razmere, ki se s časom ne spreminjajo in uporabimo samo Newtonove zakone v vektorski obliki. Osredotočimo se na vrtljivi del brizgalnika, a zato, da se razmere s časom ne spreminjajo, ta del držimo pri miru.

Drugi Newtonov zakon pravi v prvotni obliki: Sprememba gibalne količine je sorazmerna s silo in ima smer te sile. Gibalno količino telesa dobimo, ko pomnožimo njegovo maso z njegovo hitrostjo. *Tretji Newtonov zakon* zagotavlja: če deluje prvo telo na drugo telo s silo, deluje drugo telo na prvo telo z enako veliko silo v nasprotni smeri.

Vektorji so količine, ki imajo velikost in smer — kot hitrost in sila — in ki jih ponazorimo s puščicami. Kako jih seštevamo? Začetek druge puščice postavimo v konec prve in narišemo puščico od začetka prve do konca druge. Puščico z negativnim znakom narišemo tako, da prvotni puščici spremenimo smer.

Za začetek vzemimo eno samo cev, ki je na krajišču zavita pod pravim kotom. Zavitemu krajišču z luknjico recimo šoba. Cev, po kateri poganjamo konstanten tok vode, naj miruje. Opazujmo del vode z maso m v ravnem delu

Slika 1. Feynmanov poskus z obratnim brizgalnikom. (levo)



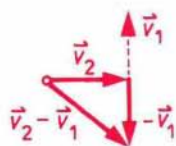
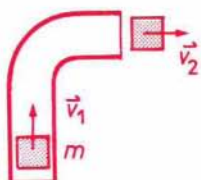
Slika 2. Del vode z maso m v brizgalniku se giblje pred vstopom v šobo s hitrostjo $\vec{v}_1$ in po izstopu iz nje s hitrostjo $\vec{v}_2$ (a). Sprememba gibalne količine $m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ je sorazmerna s silo šobe na vodo (b). Sila vode na šobo je enako velika, a ima nasprotno smer (c). Dvojica sil, ki jo moramo uravnovesiti z dodatno zunanjo silo, če zadržujemo brizgalnik (d). Ko brizgalnika ne zadržujemo, ta dvojica pospeši brizgalnik in pri vrtenju s konstantno kotno hitrostjo premaguje upor in trenje.

Slika 3. Z ozko šobo dosežemo, da se spremeni tudi velikost hitrosti. S tem povečamo silo šobe na vodo in silo vode na šobo. Če brizgalnika ne zadržujemo, se v tem primeru vrti hitreje.

pred šobo, ko ima hitrost $\vec{v}_1$, in potem, ko zapusti šobo in ima hitrost $\vec{v}_2$. Če ima cev enakomeren presek, sta hitrosti v_1 in v_2 enako veliki. Gibalna količina dela vode se spremeni pri prehodu skozi šobo za $m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$, ker deluje nanj šoba s silo. Po drugem Newtonovem zakonu ima sila šobe na del vode smer vektorja $m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$, ki je enaka smeri vektorja $\vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$ (slika 2).

Silo dobimo iz drugega Newtonovega zakona tako, da spremembo gibalne količine delimo s časom, v katerem se sprememba dogodi. Po tem je sila šobe na del vode $\vec{F} = \Phi(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$, če je $\Phi = m/t$ masni tok vode, to je masa vode, ki vsako sekundo izteče iz cevi. Ker se razmere ne spreminjajo s časom, se tudi sila šobe na vodo ne spreminja.

Po tretjem Newtonovem zakonu deluje šoba na vodo z nasprotno enako



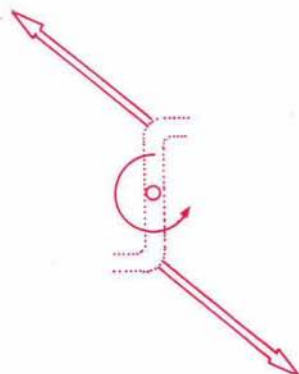
(a)



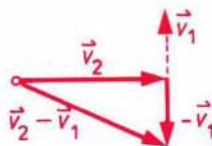
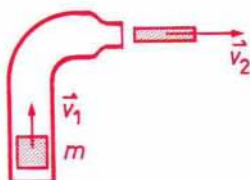
(b)



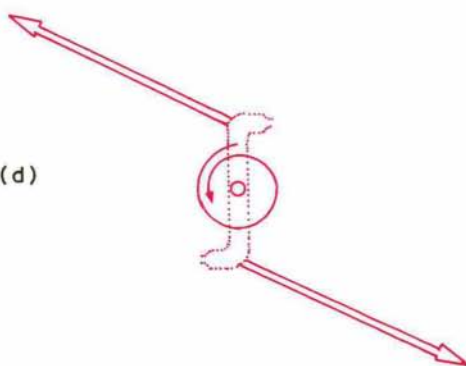
(c)



Slika 2



(d)



Slika 3

silo kot voda na šobo. Pri cevi brizgalnika v obliki črke S imamo na krajiščih dve šobi, iz katerih izteka voda v nasprotnih smereh. Ti sili sta nasprotno enaki in ne ležita na isti premici; učeno pravimo, da sestavljata *dvojico sil*. Če naj se razmere s časom ne spremenijo — na ta primer smo se omejili, moramo z dodatno dvojico sil premagati opisano dvojico sil in doseči, da se cev brizgalnika

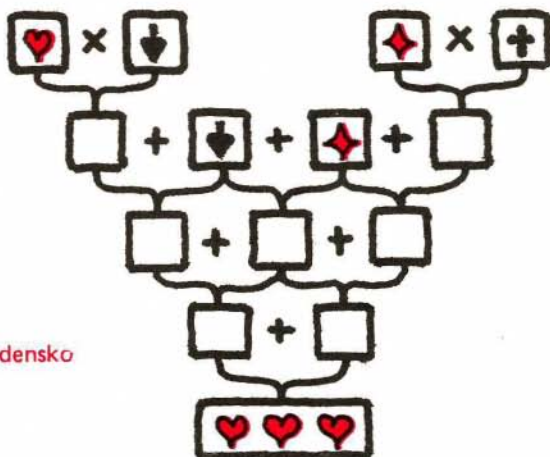
ne vrtili. Če pa ni dodatnih sil, se cev pač začne pospešeno vrteti, a tedaj razmere niso več preproste. Vendar nas to ne skrbi več, saj nam gre le za to, da ugotovimo, v katero smer se vrtili brizgalnik. Že pogled na sliko (sliki 2 in 3) pove to.

Zdaj preostane samo še, da bralcem Preseka zaželimo veliko zabave in uspeha pri raziskovanju obratnega brizgalnika.

Janez Strnad

TRI SRCA

Vsak znak pomeni svojo cifro, poleg tega pa je spodnja vrstica trimestno število, ne pa reklama za drago Radensko

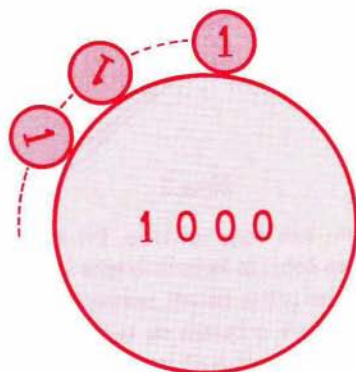


KOVANCA

Manjši kovanec obkroži večjega, tako da se brez drsenja kotali po njegovem robu (glej sliko).

Polmer večjega kovanca meri 4 cm. Kolikšen je polmer manjšega kovanca, če se je pri obhodu večjega natanko petkrat zavrtel okrog svoje osi?

Sandi Klavžar



MATEMATIČNI KROŽEK - Rešitev s str. 196

1. Izbrana številka ima devet mest, zato število n^6 ($n \in \mathbb{N}$), ki ga ta predstavlja, ustreza pogoju $10^8 \leq n^6 < 10^9$, ki nam da oceno $21 < n < 32$. Poleg tega je vsota cifer iskane številke deljiva s 3, torej je tudi število n deljivo s 3. Izmed treh mogočih vrednosti za n (24, 27 in 30) je očitno dobra le $n = 27$.
2. Če so točke oglišča konveksnega šestkotnika, potem vsaj en njegov notranji kot meri vsaj 120° (v nasprotnem primeru bi bila vsota velikosti vseh notranjih kotov šestkotnika manjša od 720°), trditev pa tedaj očitno drži. Če pa dane točke niso oglišča nobenega konveksnega šestkotnika, leži vsaj ena od njih v notranjosti trikotnika z oglišči v drugih treh. Ta trikotnik je sestavljen iz treh manjših trikotnikov, ki se združijo v notranji točki. Vsota njihovih kotov ob tej točki meri 360° , torej vsaj eden meri najmanj 120° .
3. Zapišimo a v desetiškem številskem sestavu $a = \overline{a_1 a_2 \dots a_{17}}$ in prištejmo $b = \overline{a_{17} a_{16} \dots a_2 a_1}$. Predpostavimo, da ima vsota

$$a + b = \overline{c_1 c_2 \dots c_{17}} \text{ ali } \overline{1 c_1 c_2 \dots c_{17}}$$

vse cifre $c_1, c_2, \dots, c_{17}$ lihe. Iz računa

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 a_1 & a_2 & \dots & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{16} & a_{17} & & & \\
 a_{17} & a_{16} & \dots & a_{12} & a_{11} & a_{10} & a_9 & a_8 & a_7 & a_6 & \dots & a_2 & a_1 & & &
 \end{array}
 \quad + \quad$$

$$(1) \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_6 \quad c_7 \quad c_8 \quad c_9 \quad c_{10} \quad c_{11} \quad c_{12} \quad \dots \quad c_{16} \quad c_{17}$$

vidimo, da je $a_8 + a_{10} \geq 10$ (v nasprotnem primeru bi bilo število c_9 sodo). Število c_7 je liho, zato je vsota $a_7 + a_{11}$ soda. Potem pa zaradi lihosti c_{11} velja $a_6 + a_{12} \geq 10$. Če z enakim sklepanjem nadaljujemo, naposled ugotovimo, da je vsota $a_1 + a_{17}$ soda. Toda, potem je tudi c_{17} sodo število, kar pa nasprotuje predpostavki na začetku dokaza.

Boris Lavrič

ZAKAJ VREMENSKA NAPOVED VČASIH NE DRŽI

Vreme je neskončno prijetna tema za pogovor: ves čas se spreminja in vedno preseneča. Tu pa se začno težave: tako kot vsi ljudje vedo, da je vreme strahansko spremenljivo, tudi večina ljudi meni, da so vremenske napovedi ponavadi zgrešene. Tisti najbolj zagrizeni celo menijo, da slabo vreme delajo vremenslovci, lepo vreme pa pride kar samo. Kako je torej s točnostjo in zanesljivostjo vremenskih napovedi, kako razumeti vremensko napoved? Preden odgovorim na ti vprašanji, poskušajmo spoznati, kako nastane vremenska napoved.

Gorjanci -- očanci vedo, da odevanje vrhov gora v oblake napoveduje slabo vreme. Poznajo tudi druga pomenljiva vremenska dogajanja. Vendar pa vsaka vremenska sprememba nima svojega značilnega pred--pojava. Zato so morali meteorologi vso stvar zastaviti takole: po vseh kontinentih in morjih so posejane vremenske opazovalnice, na njih prizadevni opazovalci merijo meteorološke količine: temperaturo zraka in tal, zračni pritisk, smer in hitrost vetra, zračno vlago, vidnost, količino oblakov, količino padavin; hkrati pa na nekaj sto mestih po Zemlji vsakih dvanajst ur spuščajo balone z merilnimi instrumenti, da tako ugotovijo tudi, kakšna je vertikalna struktura atmosfere. Visoko nad Zemljo lebdi in kroži nekaj meteoroloških satelitov in ti od daleč opazujejo Zemljo, merijo njeno oblačnost in temperaturo. Na tak način se torej zbirajo podatki o tem, kakšno je pravzaprav vreme po svetu. Vsi ti podatki se nato po vsej Zemlji izmenjujejo in pregledujejo.

S samimi podatki o stanju atmosfere še ne moremo napovedati, kakšno bo vreme v prihodnosti. Da to lahko storimo, potrebujemo še vzročno povezavo med pojavi. Sodobna meteorologija jo je našla v osnovnih fizikalnih zakonih. Ti (Newtonov zakon o sili in pospešku, pa zakona o ohranitvi mase in energije in drugi) pa niso tako očitni kot pojavljanje oblakov ob vrheh. Fizikalne zakone lahko zapišemo v matematični obliki kot enačbe, ki podajajo časovne spremembe meteoroloških spremenljivk (torej temperature, pritiska, hitrost vetra ...). Če poznamo trenutno stanje v atmosferi in znamo rešiti enačbe, ki popisujejo spremembe atmosfere, potem lahko izračunamo, kakšne vrednosti bodo imele meteorološke spremenljivke v nekem prihodnjem času. Metoda je torej kristalno čista in bi bila uspešna, če bi seveda natančno vedeli, kakšno je dejansko začetno stanje atmosfere, in če bi znali enačbe natančno in hitro rešiti.

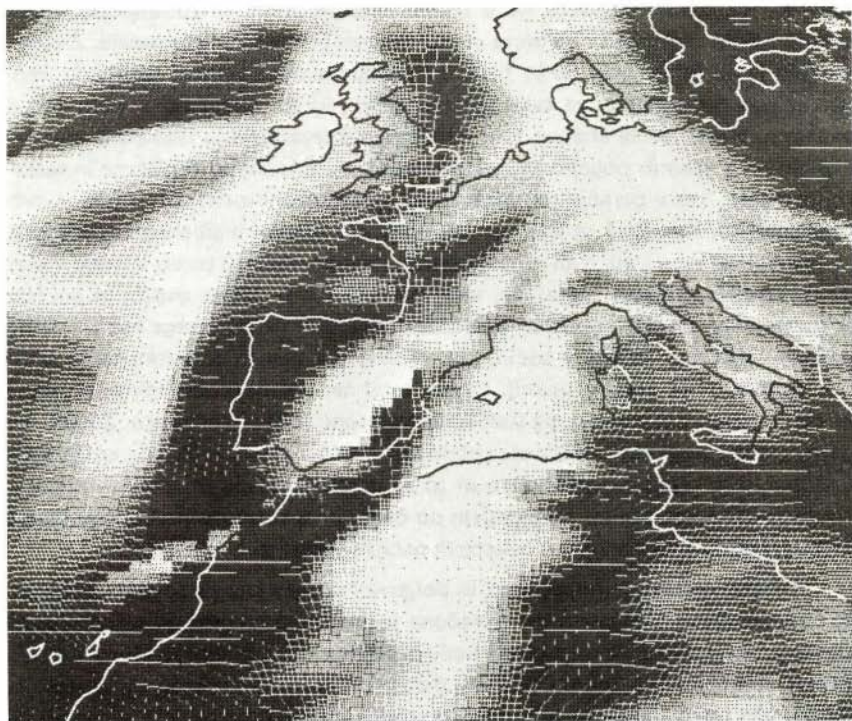
Na žalost pa velja, da trenutnega stanja vremena ne moremo nikoli natančno poznati. Za to bi pač morali imeti po vsem svetu v vsaki točki ozračja vsaj en termometer, pa še naprave za merjenje drugih meteoroloških

količin. No, ko bi po vsem svetu izmerili temperaturo, bi zbiranje podatkov trajalo toliko časa, da bi se tačas vreme gotovo že povsem spremenilo. Z računanjem je na žalost prav tako: fizikalne enačbe so sicer povsem natančne, vendar veljajo natančno le za take spremenljivke, ki jih poznamo v vsaki točki prostora. Hkrati so te enačbe tudi z matematičnega stališča težavne in so zato kot sistem v realnih pogojih analitično nerešljive. Enačbe so zapletene in težko rešljive zato, ker v ozračju na stanje zraka v posamezni točki vpliva zrak v vseh okolišnjih točkah. Zrak se tudi ves čas giblje in z njegovim gibanjem se prenašajo njegove lastnosti, pa tudi gibanje samo. Razlike v stanju zraka iz kraja v kraj pa so vzrok za gibanje zraka. Kaj torej pomeni, da je sistem enačb, ki popisuje spremembe stanj v atmosferi analitično nerešljiv? Nekaj takega kot to, da ne moremo reči npr: Pritisk v točki, kjer sedim, je v nekem trenutku vsota sinusov, kvadratov in drugih funkcij. Enačb torej ne moremo rešiti enkrat za vselej in za poljuben čas vnaprej, pa tudi ne za poljubno točko v prostoru. Zaradi tega so meteorologi začeli reševati sistem teh enačb v mreži točk, razporejeni po celi Zemlji in skozi vso atmosfero in to za kratke časovne intervale — korake. Na ta način s postopnim korakanjem po času lahko izračunamo bodoča stanja meteoroloških spremenljivk v nekaterih točkah prostora.

Takšno računanje je naporno in dolgovezno, na srečo pa se ga da prepustiti računalnikom. Dolgoveznost iz računa je predvsem odvisna od tega, kako na gosto po prostoru želimo poznati bodoči polji pritiska in temperature. Če smo preveč zahtevni (če želimo poznati meteorološka polja preveč na gosto), se lahko zelo hitro zgodi, da se vreme spreminja hitreje, kot pa smo sposobni računati. Zaradi teh težav so meteorologi po svetu in pri nas znani po tem, da so jim vsakršni računalniki prepočasni in premajhni, tako da so dandanašnji razdalje med računskimi točkami lahko najmanj okoli sto kilometrov.

Vreme ne pozna meja in zato so se tudi meteorologi vedno mednarodno povezovali, najprej zaradi izmenjave podatkov o vremenu, danes pa predvsem zato, ker si lahko le na ta način zagotovijo dovolj velike računalnike. Meteorologi se radi bahajo s tem, da imajo največje računalnike v civilni rabi na svetu. Zato dobršen del evropskih držav (med njimi tudi Jugoslavija) skupaj v Evropskem centru za srednjeročno vremensko prognozo v Readingu (Velika Britanija) računa bodoča polja meteoroloških spremenljivk. Nobena od evropskih držav sama te naloge ne bi zmogla.

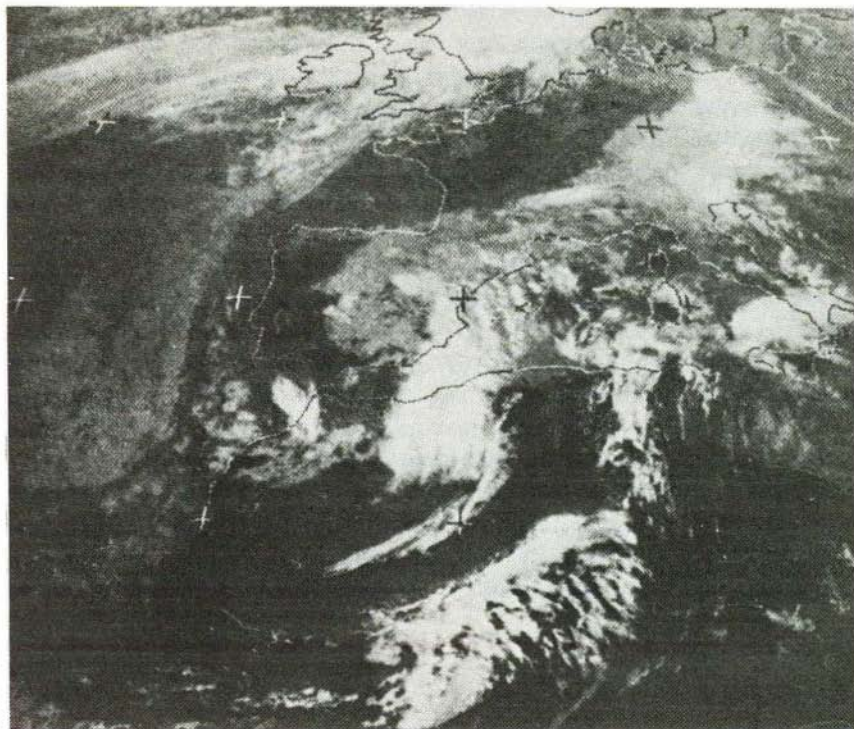
Bodoča polja meteoroloških spremenljivk še niso vremenska napoved. Meteorološka polja iz mreže točk mora meteorolog, ki se ukvarja z napovedjo vremena, še interpretirati. Mreža točk z znanimi vrednostmi je danes precej gosta, razdalja med točkami je lahko nekaj nad sto kilometrov, stanje v prostoru med točkami pa mora biti interpolirano. Napovedovalec vremena mora



Izračunana oblačnost za 24 ur naprej.

torej iz predvidenih vrednosti pritiska, vetra, temperature, vlage, na podlagi izkušenj in statističnih zvez sklepati, kakšno vreme ustreza razporeditvi in obliki polja katere od spremenljivk. Ko torej ugotovi vremensko stanje, ki se obeta, se mora posvetiti še lokalnemu odsevu splošnega vremena: na Gorenjskem je ponavadi pač drugačno vreme kot na Primorskem, četudi je razdalja med pokrajinama le nekaj deset kilometrov. Razdalja med računskimi točkami, kjer so izračunana prognozična polja okoli desetkrat večja. Na koncu je potrebno meteorološko napoved še ubesediti: iz varnega jezika številčk jo je treba spraviti še v kruto areno vsakdanjega govora. Kako potem ubesedeno vremensko napoved razume uporabnik, je pa že druga zgodba.

Sedaj pa še o tem, zakaj so vremenske napovedi včasih nezanesljive. Razlogi za napake so nanizani vzdolž vse poti, ki popisuje nastanek vremenske napovedi: včasih kje na Zemlji slabo merijo katero od meteoroloških količin; včasih se kakšni podatki izgube, začetno stanje atmosfere tako poznamo le



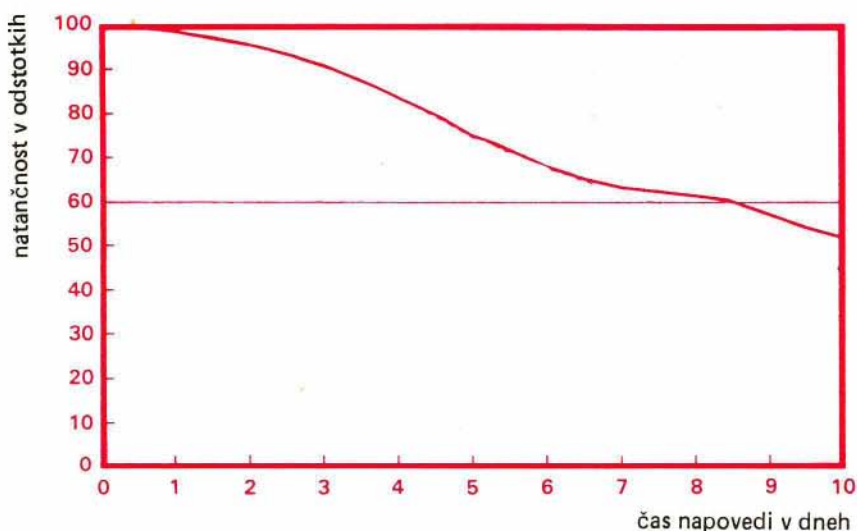
Satelitska slika oblačnosti potrjuje izračunano oblačnost s prejšnje slike.

približno, računski postopki so le omejeno natančni; razdalje med točkami mreže, v katerih računamo nove vrednosti polj so velike; meteorolog prognoztik včasih narobe interpretira polja; včasih nerodno formulira vremensko napoved; včasih jo po radiu narobe preberejo; včasih je uporabniki ne razumejo. Tako je pravzaprav velik čudež, da vremenske napovedi sploh kolikor toliko drže.

Natančnost napovedanih meteoroloških polj se ugotavlja tako, da se ta primerja s polji, ki jih izmerijo ob ustreznem poznejšem času. Za 24-urno napoved je danes natančnost polj nad 90 odstotkov, za daljše čase pa natančnost napovedi pada. Po nekako osmih dneh je natančnost polj že tako majhna, da so ta za uporabo neprimerna. Zaradi tega se resni meteorologi ne ukvarjajo z dolgoročno mesečno, sezonsko ali letno napovedjo vremena. Če pa se že, potem napovedujejo le verjetnost pojavov, ne pa dejanskih dogodkov. Statistika je namreč velika laž, če jo uporabimo na konkretnih dogodkih, saj

vemo, da njeni zakoni veljajo le za množico pojavov, v našem primeru za niz vremenskih stanj. Dolgoročna napoved je torej prepuščena strokovnjakom druge sorte, takim, ki imajo obilo domišljije; vsakršnim amaterjem, šarlatanom in politikom se tu odpirajo neslutene možnosti za sproščanje fantazije.

Vremenska napoved je torej včasih točna, drugič pa ne. V Sloveniji meteorologi pravijo, da je vsaka peta vremenska napoved zgrešena, tiste štiri vmes pa so zanesljive. Vremenska napoved je torej v primerjavi z obljubami, ki si jih dajemo v življenju pravzaprav zanesljiva, saj se baje vsak tretji zakon razveže, da ne govorimo o obljubah politikov. Vremenske napovedi se torej splača poslušati in se po njih z zrnem soli tudi ravnati. Kaj naj to pomeni? Poslušati je treba vso vremensko napoved in ne le en del. Če je napoved ZMerno oblačno, to ne pomeni, da bo oblačno; lahko je povsem prijetno, če pri nas slučajno sonce sije skozi katero izmed lukenj med oblaki. Prav možno pa je, da cel dan ne vidimo sonca, saj se lahko skriva za sicer raztrganimi oblaki. Če govorimo o POSAMEZNIH PLOHAH, potem je treba vedeti, da se ploha ulije tu ali tam in ni nujno, da ravno nad nami. Če že imamo smolo in se dež usuje ravno nad nami, potem poslušajte vremensko napoved vemo, da ploha še ni deževje, in lahko stoično počakamo, da moča mine. Poslušati je treba tudi 'vremensko sliko' in ostale podatke o vremenu. Včasih se namreč zgodi, da



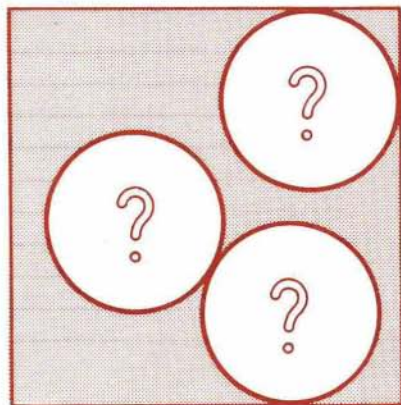
Spreminjanje natančnosti napovedanih meteoroloških polj z naraščanjem časa napovedi. (Za višinska polja, izračunana v Evropskem centru za srednjeročno prognozo vremena v Readingu.)

vremenoslovci dobro napovedo razvoj vremena, le urnik vremenskih sprememb se jim ne izide. Če je torej napovedano poslabšanje vremena za dopoldne in se to takrat ne zgodi, potem je zelo verjetno, da nas bo poslabšanje vremena doseglo popoldne ali ponoči. Hudo nespametno je v takem primeru meniti, da poslabšanja vremena ne bo. Posebno če smo v gorah in nimamo stika s civilizacijo, je dobro, da si zapomnimo razvoj vremena, kakršnega je napovedala zadnja vremenska napoved. Vremenske dogodke nato spremljamo kot postaje na voznem redu in tako načrtujemo svoja dejanja. Tak vozni red pa zaradi upadanja veljavnosti vremenske napovedi s časom vedno slabše drži.

V nekaterih letnih časih, posebno še okoli jesenskega in pomladanskega enakonočja, so vremenske napovedi ponavadi manj zanesljive predvsem zaradi tega, ker se takrat na severni in južni polobli spremeni energijsko ravnotežje. Severna polobla je poleti imela energijski presežek, nato se jeseni pojavi energijski primankljaj, ta pa povzroči globalno ohlajanje in s tem okrepitev vremenskih procesov.

Napisal sem že, da je v meteorologije mednarodno sodelovanje nujno in povsem vsakdanje. Meteorologi različnih prognostičnih služb (naše, hrvaške, avstrijske, italijanske) pri izdelavi svojih napovedi uporabljajo iste prognostične karte, a jih nato interpretirajo vsak po svoje, pač glede na to, za katero klimatsko področje hočejo izdelati napoved. Tako ponavadi vremenske napovedi vseh omenjenih meteoroloških služb držijo ali ne držijo naenkrat: če so bila prognozirana polja meteoroloških spremenljivk izračunana dobro, potem so tudi prognoze, kakršne slišimo po radiu in televiziji dobre, v nasprotnem primeru pa je polomija mednarodna.

Tomaž Vrhovec



NAGRADNO POKRIVANJE

V dani kvadrat postavimo tri enake kroge tako, da se nobena dva ne pokrivata. Kolikšen del kvadrata lahko največ pokrijemo z njimi?

Boris Lavrič

STARI KITAJSKI ASTRONOMSKI INSTRUMENTI

Kitajska astronomija je stara več tisoč let. Že dva tisoč let imajo ustanovo, kjer hranijo zapise in podatke o najrazličnejših astronomskih opazovanjih. Stari Kitajci so opazovali s prostimi očmi. Bili so zelo spretni v izdelavi astronomskih instrumentov, natančni in načrtni pri opazovanjih, ki so jih opravljali podnevi in ponoči. Izsledke opazovanj so večinoma uporabljali za urejanje koledarja (že 2500 let pr.n.št. so izmerili, da leto traja $365 \frac{1}{4}$ dni) in astrološke napovedi. Vsa ta številna opazovanja predstavljajo danes dragocen vir podatkov za raziskovalce mrkov, kometov, izbruhov nov in supernov, meteorjev, peg na Soncu, itn.

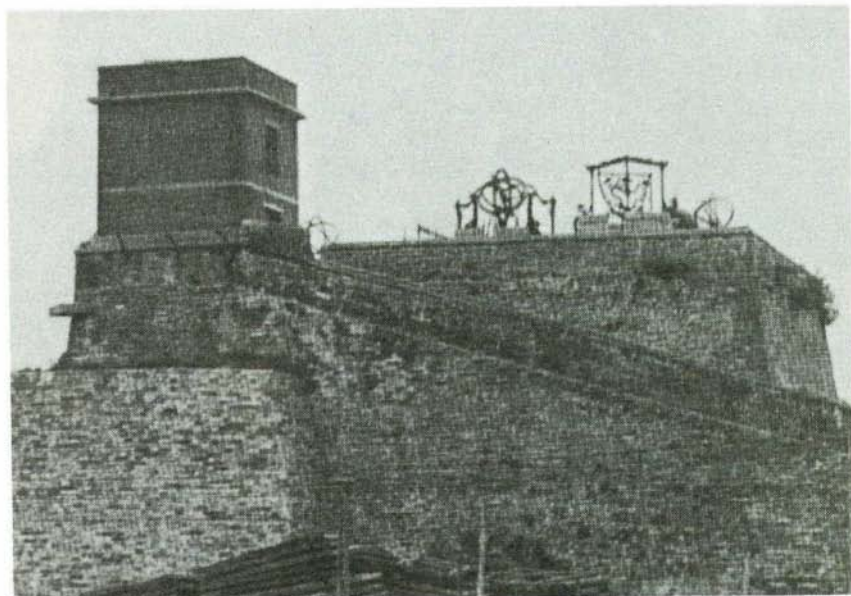
Zdi se, da so tudi prvi astronomski observatoriji nastali na Kitajskem. V 12. stol. pr.n.št. so na primer zgradili velik observatorij, od katerega se je do danes ohranil le razdejan starinski gnomon ★. Razvoj astronomskih instrumentov v stari Kitajski je potekal približno tako kot na Zahodu, vendar neodvisno od zahodne astronomije. Večinoma so izdelovali *kotomerne opazovalne naprave*. Posamezne merilne kroge (krožne obroče) z opazovalnimi cevmi so uporabljali že v 4. stol.pr.n.št. Pozneje so sestavili več takih krogov, dokler niso v 2. stol. izdelali armilarno sfero ★★. To je bilo v času, ko je astronom Ptolemej v svoji znameniti knjigi *Almagest* (*Veliki zbornik astronomije*) razglašal geocentrični svetovni sistem in hkrati opisoval podobni kotomerni instrument, ki pa je temeljil na ekliptičkem koordinatnem sistemu in ne ekvatorskem (na katerem je osnovana kitajska armilarna sfera). V 5. stol. je zrasel observatorij v Nankingu, v 12. stol. pa so položili temelje pekinškega astronomskega observatorija (sedaj muzej). Razprostil se je na starem mestnem obzidju, kamor so vodile dolge položne stopnice (slika 1). V Nankingu sta ohranjeni dve armilarni sferi, ki ju je okoli 1250 v bronu izdelal osnovatelj pekinškega observatorija Kou Shou—ching. Prva je ekvatorialna s 180 cm velikimi merilnimi krogi za meridian, horizont in nebesni ekvator. Sfera (krogla) stoji na lepo okrašnem središčnem stebru, ki počiva na želvinem hrbtu, s strani pa jo podpirajo

★ Glej *Presek* 15 (1987/88), str. 294.

★★ Armilarna sfera (armila) je star astronomski instrument, ki so ga uporabljali še v srednjem veku in celo pozneje (npr. astronom Tycho Brahe) za določitev leg nebesnih teles. Sestavljen je iz več merilnih krogov, ki ustrezajo glavnim krogom nebesne krogle (ekliptiki, ekvatorju, horizontu, meridianu). Več o starinskih astronomskih instrumentih glej v F.Hoyle, *Astronomija*, MK, Ljubljana 1971, str. 39 do 41.

s štirih oglov podstavka kitajski zmaji. Druga armilarna sfera je nekoliko okrnjena (slika 2). Ima kroga za merjenje deklinacije in rektascenzije. Gre za prvi ekvatorialno postavljen astronomski instrument, torej s postavitvijo kakršno so uporabili pri daljnogledu z urnim mehanizmom v Evropi šele po dobrih petih stoletjih. Ločena sta tudi kroga za merjenje višine in azimuta vesoljskih teles.

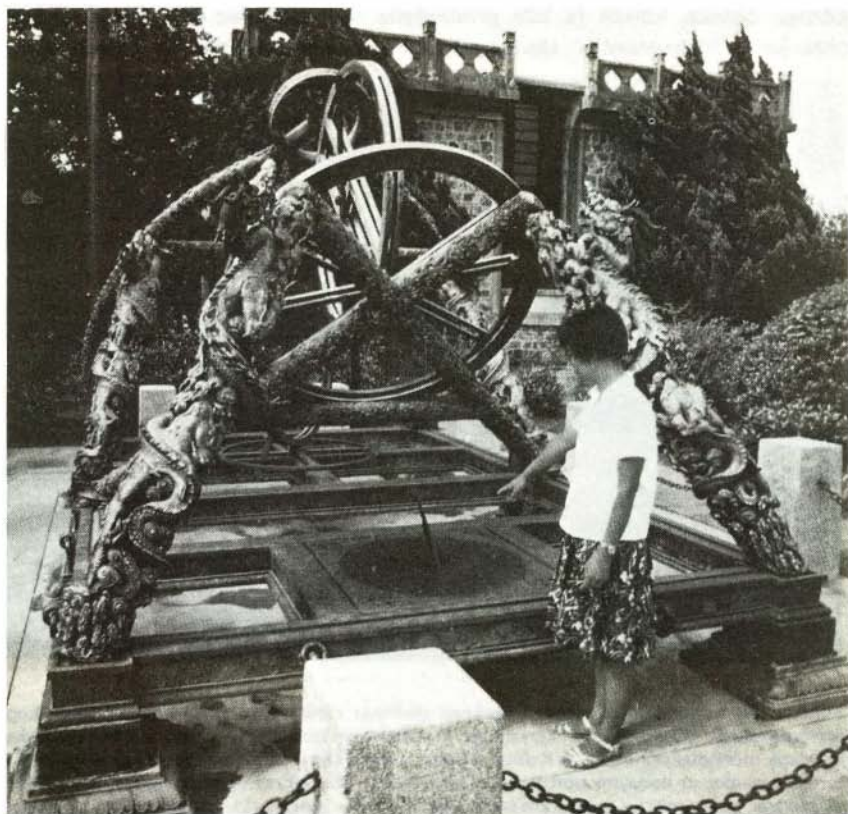
V sredini 16. stol. so prišli na Kitajsko prvi jezuiti—misionarji iz Evrope. Občudovali so stare kitajske instrumente. Vladar je podpiral delovanje jezuitskih astronomov, posebno pri izračunavanju uradnih efemerid. (Mimogrede omenimo, da se je med jezuiti — astronomi na Kitajskem zelo uveljavil tudi Slovenec Avgust Hallerstein iz Mengša. Bil je predsednik pekinškega matematičnega odseka, kamor je bila priključena tudi astronomija.) Večino danes ohranjenih instrumentov starega pekinškega observatorija so izdelali prav



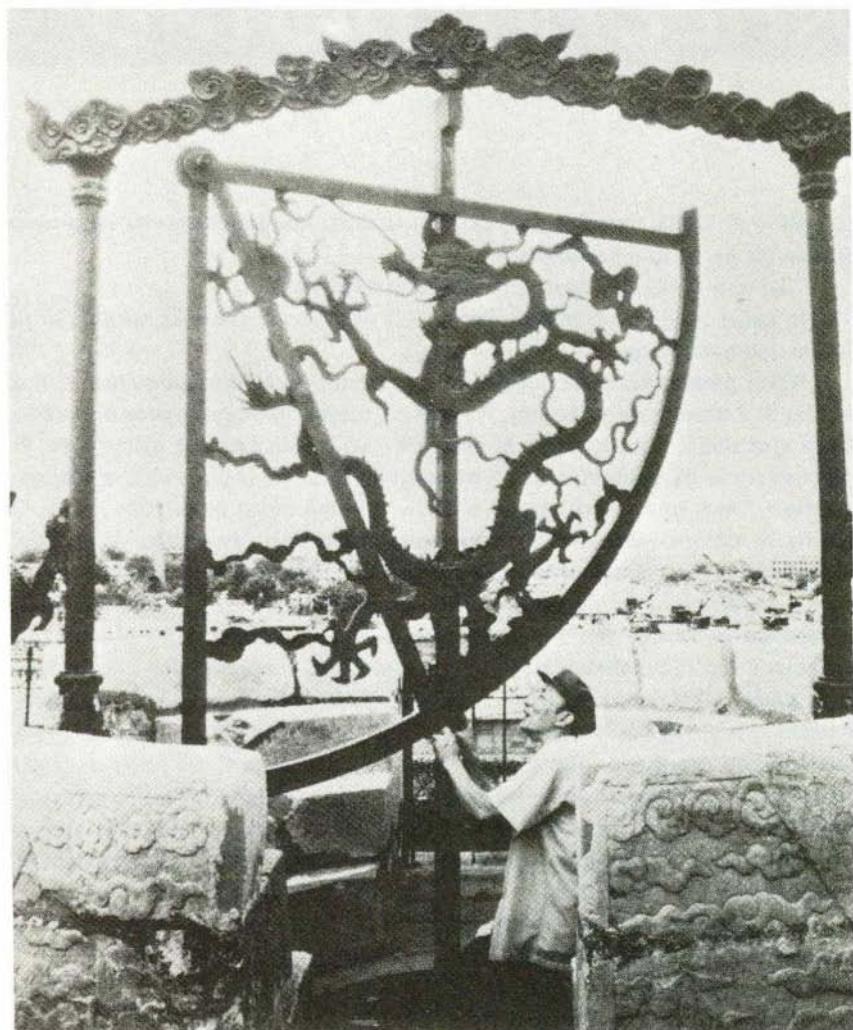
Slika 1. Na vzhodnem obrobju kitajskega glavnega mesta stoji stolp starega pekinškega astronomskega observatorija. Zgradil ga je astronom Kou Shou—ching v času vladavine slavnega mongolskega vladarja Kublai Khana. Observatorij je bil del mestnega obzidja, katerega ostanke so nedavno porušili. Sedaj je muzej. Na obširni ograjeni opazovalni ploščadi starega observatorija stojijo zbrani skoraj vsi glavni tipi starih instrumentov: armilarne sfere, kvadrant, sekstant, gnomon, nebesni globusi, klepsidre. Večina naprav je iz bron in so bogato okrašene. Ta observatorij je eden od maloštevilnih do danes ohranjenih starih observatorijev. Na sliki sta najbolj vidna velika armilarna sfera in veliki kvadrant.

Slika 3. Veliki kvadrant, razstavljen na starem pekinškem observatoriju. (desno)

jezuiti v 17. in 18. stol. Gre za okoli tri metre visoke kotomerne instrumente, ki so bili uporabnejši in natančnejši od tistih na observatoriju v Nankingu. Tako so postavili dve armilarni sferi — ekliptiško in ekvatorialno, veliki kvadrant za merjenje višine (slika 3), horizontski krog za merjenje azimuta, veliki sekstant za merjenje kotov v poljubni ravnini itn. Na observatoriju v Pekingu najdemo tudi skoraj dva metra velik nebesni globus z okoli 1800 vdelanimi zvezdami severne in južne nebesne polute, naznačeno Rimsko cesto, s pravilnim naklonom nebesne osi in urnim mehanizmom (glej sliko podobnega nebesnega globusa na ovitku).



Slika 2. Druga armilarna sfera, izdelana okoli 1250, je sedaj razstavljena v Nankingu. Posamezni krogi so služili za merjenje leg, višin in azimutov vesoljskih teles.



Kljub tehnični dognanosti in bistrournosti astronomskih naprav stare Kitajske je njihova astronomija postajala vse bolj zastarela. Brez vpeljanih novosti je dajala vedno manj znanstvenih dosežkov. Po odkritju daljnogleda (začetek 17. stol.) jo je z razvojem instrumentalne tehnike in vse boljših opazovalnih načinov močno prekosila zahodna astronomija.

Marijan Prosén

RAČUNALNIŠTVO

LAČNI ČRV

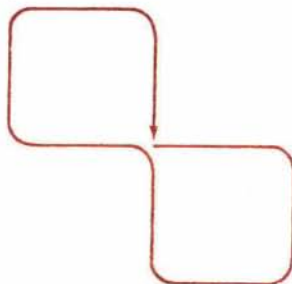
Črv Bine je kmalu prišel k sebi po padcu skozi luknjo. Razgledal se je okoli sebe in bil vedno bolj navdušen.

“Saj to je Indija Koromandija. Povsod sama hrana.”

ln začel se je plaziti in jesti, jesti, ... Za njim je ostajala le za njegovo širino široka sled brez hrane.

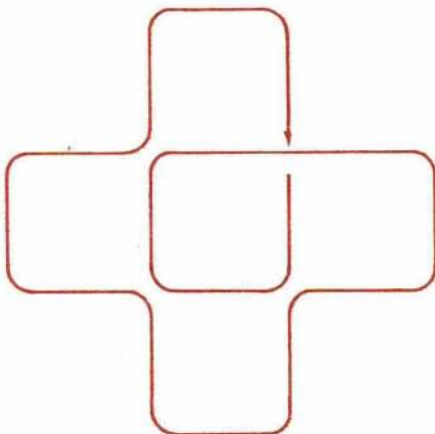
Nekaj podobnega se je dogajalo več tisoč let nazaj. Prazgodovinski črvi so se hranili v blatu na dnu kotanj. Pri tem so razvili določene vzorce obnašanja. Tako niso sledili poti, ki so jo že preplazili, saj je tam ostalo le malo hrane. Po drugi strani je bilo pametno ostati blizu svojih sledi, saj je bila hrana običajno v kupčkih. Tako so črvi pri iskanju hrane upoštevali nekaj preprostih pravil. Ta pravila so določala, kako blizu ‘pojedeni’ potem naj črv ostane; kako daleč naj gre, preden se obrne; kakšen naj bo zasuk, ... Pravila so bila različna od primerka do primerka in na osnovi primerjav fosilnih sledov palenteologi danes raziskujejo obnašanje teh črvov. Pri raziskavah pa so poklicali na pomoč tudi matematike in računalnikarje. Tako so na univerzi v Warwicku in v laboratoriju za umetno iteligenco inštituta za tehnologijo v Massacchutesu izdelali matematični model iskanja hrane teh črvov. Če črv naleti na vozlišče, kjer še ni nobena od poti preiskana (hrana pojedena) razen seveda poti, po kateri se je priplazil, se mora odločiti, kam naj gre. Če bi bilo v njegovih pravilih zapisano, naj gre naravnost, bi se vedno gibal naprej, kar ni zanimivo ne za nas ne za resničnega črva (zakaj?). Zato morajo biti pravila vseh črvov taka, da se obrnejo, če naletijo na novo vozlišče.

Denimo, da se črv giblje po pravokotni mreži, torej da se vedno obrača za 90° bodisi v levo ali v desno. Osnovni zasuk naj bo le desni, da se izognemo zrcalnim slikam. Ko po štirih korakih črv opiše kvadrat, ima na voljo le dve možnosti. Če se giblje tako, da gre v levo natanko takrat, ko ne more v desno, je njegova pot takšna



Slika 1. Pravokotniški črv

Ko jo opiše, nima na voljo več hrane in črv pogine. Enaka usoda ga čaka tudi v drugem primeru, le da nekoliko kasneje. Tu je pravilo tako, da gre naravnost, ko ne more desno in v levo le, če ne gre ne levo in ne desno.



Slika 2. Še drugi pravokotniški črv

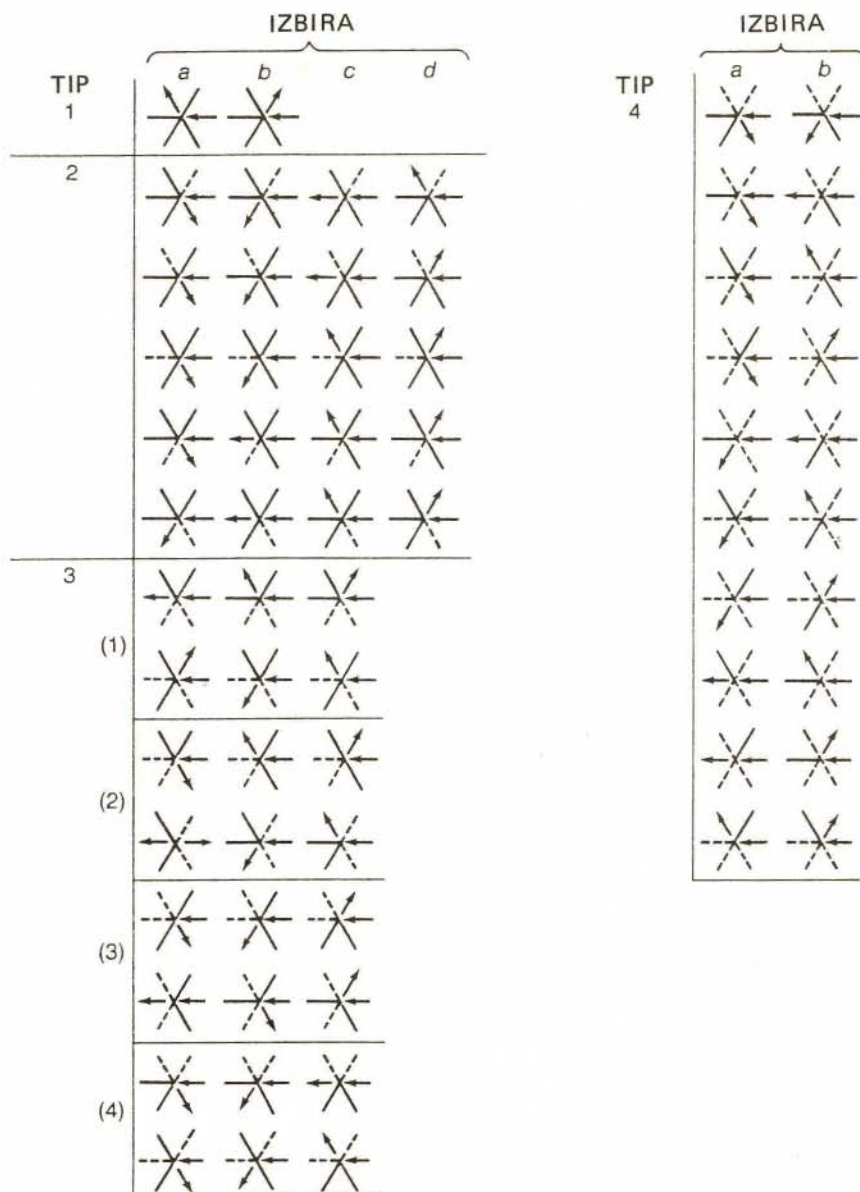
To sta edina primerka enostavnih pravokotniških črvov. Več možnosti imamo, če se črvi gibljejo po izometrični mreži iz enakostraničnih trikotnikov. Tu se v vsakem vozlišču sreča namesto štirih šest poti. Na prvi pogled malenkostna razlika. Vendar nam ta mreža omogoča veliko raznolikost gibanja črvov. Vsi črvi upoštevajo naslednja tri splošna pravila.

1. Če v vozlišču še ni pojedena noben del, se črv obrne v desno (dve možnosti).
2. Če so vsi deli v vozlišču pojedeni, črv pogine.
3. Če je v vozlišču nepojeden le en del, ga črv poje.

Kot smo že videli, pravokotniški črv naleti le na eno vozlišče, kjer se mora odločati. Ker sta le dve možnosti, imamo le dva primerka pravokotniških črvov. Izometrični črvi pa lahko naletijo na štiri tipe vozlišč, kjer se morajo odločiti, kaj storiti. Oglejmo si "razpored odločitev", ki omogoča 1296 različnih pravil hranjenja črvov. Zakaj ravno tak razpored, bi na tem mestu težko povedali, zadovoljimo se s tem, da nam le tak omogoča zanimivo nadaljevanje zgodbe. Na sliki so označeni štirje tipi in možnosti odločitve. Polna črta označuje nepojedeni del, črtkana pojedeni in puščica smer gibanja črva.

Štirje tipi so naslednji:

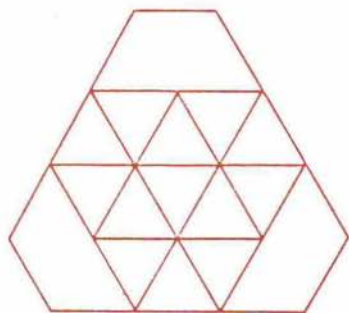
1. Črv dospe do vozlišča, kjer noben del še ni pojedena (razen ravno preplazenega). Zasuk v desno je lahko blag (120°) ali pa oster (60°). Možnosti sta torej dve.
2. Črv pride v vozlišče z enim pojedenim delom. Svojo odločitev izbere izmed štirih možnosti:



Slika 3. Vsa možna križišča

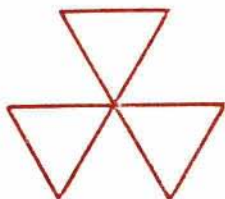
- a) prvi možni zasuk v levo,
 - b) drugi možni zasuk v levo,
 - c) tretji možni zasuk v levo,
 - d) četrti možni zasuk v levo.
3. Črv je v tem vozlišču že bil, pojedena sta torej dva dela, ki pa po splošnih pravilih ne moreta oklepati iztegnjenega kota. Pustimo v tem primeru črva več domišljije. Gibanje črva naj poteka po treh pravilih, toda neodvisno v posameznih skupinah križišč. Kot kaže slika 3, smo križišča razvrstili v štiri skupine. Glede na gibanje črva v križiščih z dvema pojedenimi deli imamo torej $3^4 = 81$ različnih črvov.
4. V vozlišču s tremi pojedenimi deli naj ima črv na razpolago le dve možnosti, glede na prvi oziroma drugi možni zasuk v levo, podobno kot v primeru 2.

Če se črv priplazi do vozlišča, kjer so pojedeni štirje ali pet odsekov, nima nobene izbire. V prvem primeru sledi preostalemu nepojedenemu odseku, v drugem primeru pa pogine. Torej imamo $2 \times 4 \times 81 \times 2 = 1296$ množic pravil, ki vsak določajo svojo vrsto izometričnega črva. Kako pa bomo ločili med posameznimi črvi? Za vsako polje bomo povedali, katero možnost si črv izbere in to napisali nekako takole $1_a 2_b 3_{acac} 4_b$. Ta črv se torej pri novem vozlišču odloči za blag zasuk, pri tipu dva se odloči za možnost b, pri tipu tri se v križiščih prve skupine odloči za pravilo a, v križiščih druge skupine za pravilo c, v križiščih tretje skupine zopet za pravilo a in v križiščih četrte skupine spet za pravilo c, pri tipu štiri izbere prvi možni zasuk v desno. Ta črv za sabo pusti naslednjo sled



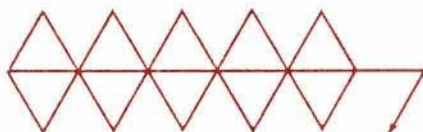
Slika 4. Črv $1_a 2_b 3_{acac} 4_b$

Tako pot pa ne pušča le opisani črv, ampak tudi nekateri drugi. Poskusite jih najti. V pomoč naj vam povem, da jih je 14. Z računalniškim programom so raziskali obnašanje vseh 1296 vrst izometričnih črvov. Rezultati so pokazali, da 209 primerkov tvori le njim lastne poti, 46 poti generirata po dve vrsti črvov in 44 poti več kot dve vrsti. Imamo torej 299 različnih poti. Najenostavnejša pot je podobna simbolu za radioaktivnost in jo tvori kar 162 vrst. Poišcite jih nekaj!



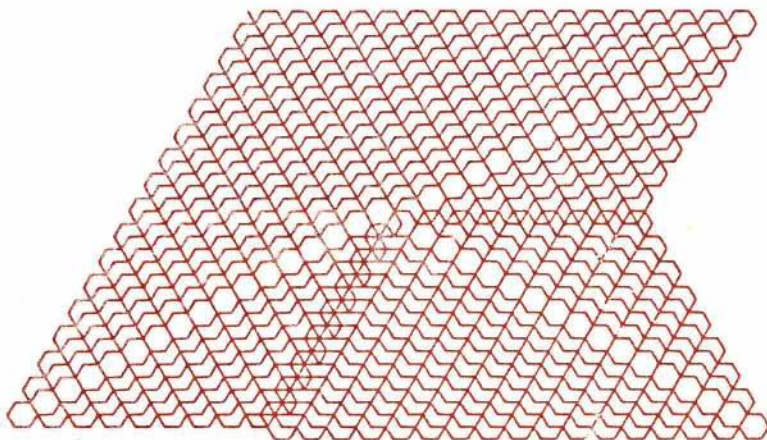
Slika 5.

Vsi črvi, ki smo jih srečali do sedaj, so z svojim obnašanjem obsojeni na pogin od lakote. Mar tako poginejo prav vsi? Hitro najdemo črva, ki mu od lakote ne bo treba poginiti. Tak je npr. črv z vzorcem $1_b 2_d 3_{abbb} 4_b$



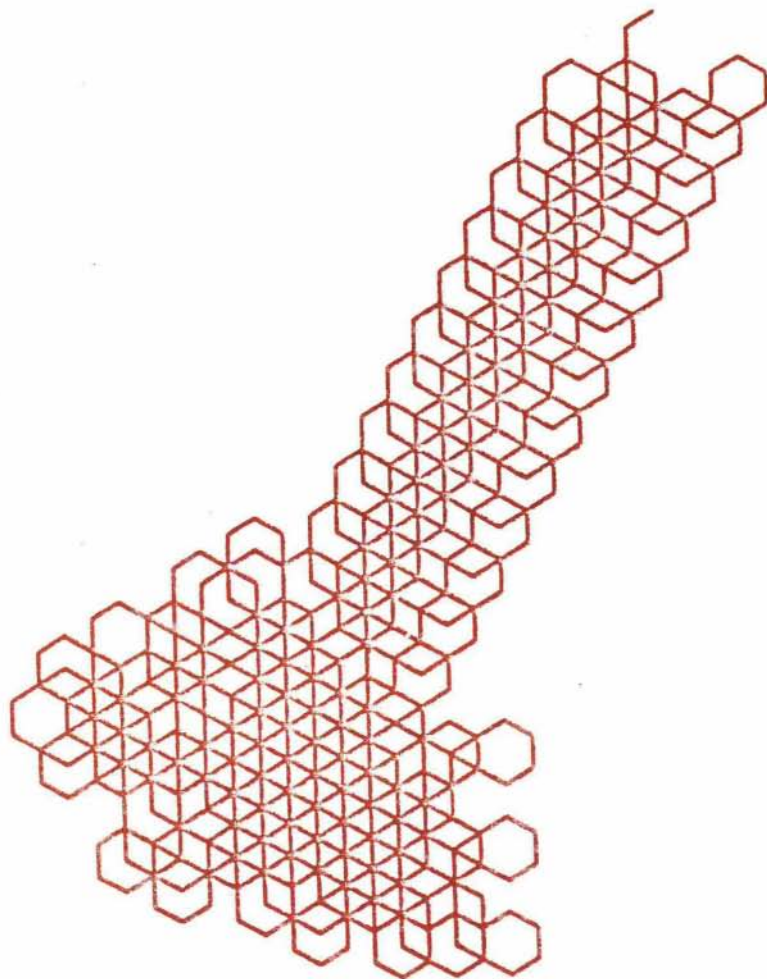
Slika 6. Črv $1_b 2_d 3_{abbb} 4_b$

Lačna ne bosta ostala tudi črva $1_a 2_c 3_{acba} 4_a$ in $1_a 2_d 3_{caaa} 4_b$, katerih sled je prav zanimiva



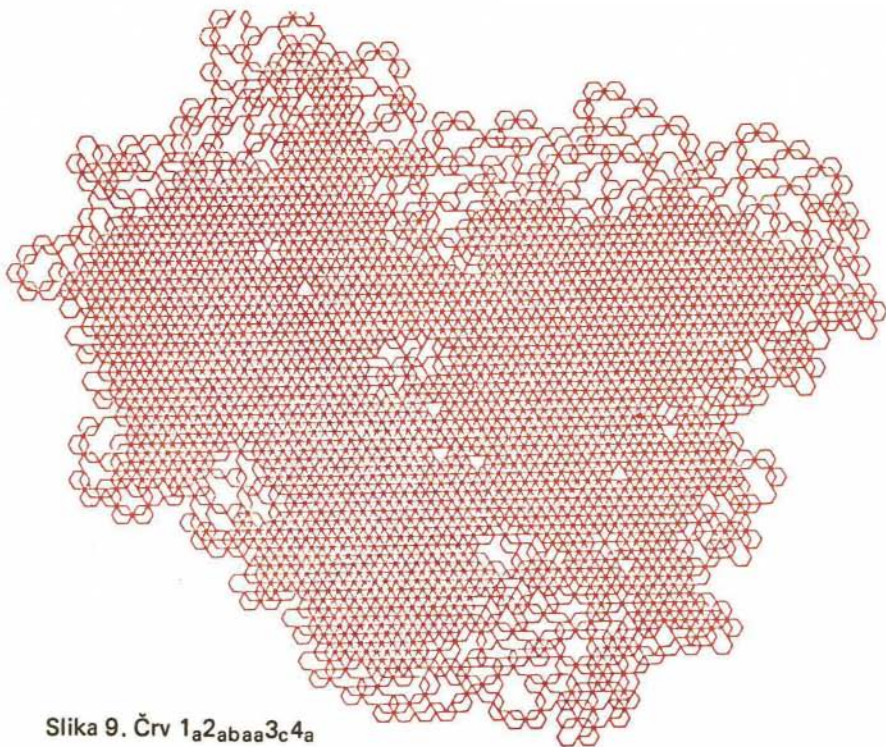
Slika 7. Črv $1_a 2_c 3_{acba} 4_a$

Raziskovalci so poskušali ugotoviti, kako dolga je najdaljša končna pot takih črvov. Odgovora še ne poznajo. Najdaljša znana končna pot je dolga 220142 enot in jo tvori črv $1_a 2_d 3_{cbac} 4_b$. Tako so npr. črvu $1_b 2_a 3_{bcaa} 4_b$ sledili na njegovi poti več kot 10 milijonov korakov, a še vedno ne vedo, ali se njegova pot kdaj zaključi. Odprtih vprašanj v obnašanju izometričnih črvov je še veliko. Kaj se npr. zgodi, če sta na isti površini dva ali več črvov, kakšne so



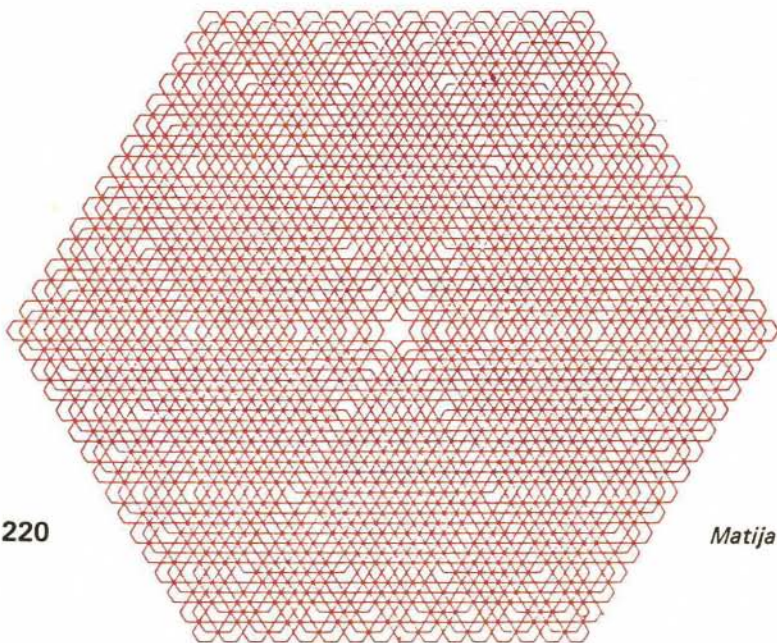
Slika 8. Črv $1_a 2_d 3_{caaa} 4_b$

poti črvov, če so določena območja brez hrane, kako se črv obnaša, če ima možnost, da pregleda pot nekaj korakov naprej. Določene hipoteze najlaže zasnujemo s pomočjo računalnika. Sestavite ustrezne programe za gibanje črvov in nam jih pošljite! Za konec pa še črv 'oblaček'



Slika 9. Črv $1_a 2_{abaa} 3_c 4_a$

in črv 'zvezda'. Slika 10. Črv $1_a 2_d 3_{cbaa} 4_b$



NOVE KNJIGE

KAKŠNE BODO MALOPRODAJNE CENE UČBENIKOV IN PRIROČNIKOV PRI DMFA SRS V LETU 1989

V začetku leta objavljene cene **Preseka** so veljale le za zneske vplačane, pred koncem koledarskega leta. Ob izidu prve številke je bil to še omembe vreden izdatek, ob koncu decembra pa so se mu realisti že smejali. Večina naročnikov in šol je upoštevala našo željo in so svoje obveznosti poravnali pravočasno, mnogi pa ste nam še danes dolžni naročnino. Zamudnike prosimo, da nam novo naročnino nakažejo čimprej, saj vam bomo sicer morali zaračunati tudi stroške skorajšnjega opomina. Cenik v letošnjem letu nakazanih naročnin je naslednji:

	pri društvu	v knjigarnah
posamezniki	12.000.— din	15.000.— din
skupinska naročila	10.000.— din	
posamezna številka	2.000.— din	2.500.— din
stare številke	1.000.— din	1.250.— din

Tudi brošure v **Presekovi** knjižnici imajo po novem letu višje cene:

Naše nebo in Zemlja 1989	8.000.— din	10.000.— din
Zbirke rešenih nalog iz matematike s tekmovanj za Vegova priznanja (P.Zajc) za		
5. in 6. razred	4.000.— din	5.000.— din
7. razred	6.000.— din	7.500.— din
8. razred	6.000.— din	7.500.— din
Oh, ta matematika (Z.Šporer)	12.000.— din	15.000.— din
Druge brošure v tej zbirki pa imajo enotno ceno 3.000.— din (3.750.— din).		

Organizatorji tekmovanj iz matematike, fizike, logike in računalništva bodo tudi letos lahko nabavili za vse udeležence **značke** z ustreznim simbolom in barvo (glej IV. stran ovitka), za uspešnejše pa tudi bronasta in srebrna **Vegova priznanja** po enotni ceni 1.000.— (1.250.— din). Po enaki ceni so tudi stenske slike s **karikaturami** slovenskih matematikov in fizikov za opremo laboratorijev in učilnic, **razglednice** pa so po 400.— din (500.— din).

Za dijake srednjih šol smo pripravili ponatise **Zbirke vaj iz aritmetike, algebre in analize** (I. Štalec in dr.), ki jih še vedno radi uporabljajo. Za 1., 2. in 4. razred so zbirke na razpolago po 12.000.— din (15.000.— din), za tretji razred pa po 24.000.— din (30.000.—). Pri formiranju maloprodajnih cen učbenikov in priročnikov smo morali upoštevati visoko inflacijo, da ne bi zašli v finančne težave.

Že od 1. marca 1989 dalje sprejemamo skupinska naročila šol za priročnik **Matematičnih tabel in formul** (prirejen po dosedanji brošuri Štirimestni logaritmi in druge tabele S. Uršiča.) Po prednaročniški ceni vam jih bomo poslali v začetku junija, ko bo prišel ponatis iz tiskarne. Tem in tudi vsem drugim izdajam bomo morali jeseni ponovno spreminiti maloprodajne cene, zato je morda tudi za vas ugodno, če nekatere knjige naročite in plačate že spomladi.

Avtor je napisal že več knjig o "kvantni fiziki" z namenom, da bi približal ta pomembni delež fizikalne in naravoslovne kulture čim širšemu krogu bralcev z različno predizobrazbo. Najnovejše delo s tega področja je namenjeno predvsem srednješolcem, pa tudi odraslim, ki jih zanima naravoslovje. Knjižica kaže velik napredek v pedagoški obdelavi te težavne snovi. Avtor je opustil zgodovinsko zaporedje poglavij in raje gradi pojme na čim primernejšem logičnem zaporedju pojavov, razmišljanj, ugibanj in zaključkov. Ker pa je zgodovinski razvoj zelo poučen, ga je dodal v dodatku. Knjižica je razdeljena na tri dele. V prvem najdemo kvantne pojave in njihovo neposredno razlago ter eksperimentalno dokumentacijo. V drugem (kvantna mehanika) in tretjem delu (h kvantni elektrodinamiki) bralec lahko sledi matematičnim izpeljavam.

Knjiga se opira na srednješolsko znanje fizike in zahteva predvsem znanje energijskega zakona. Bralec, ki je manj matematično podkovan, bo lahko sledil prvemu, najboljšežnejšemu delu knjige in spoznal mnogo zanimivih kvantnih pojavov vsaj opisno; prvi del predstavlja samostojno celoto in lahko bralec po njem odjenja. V drugem in tretjem delu knjige se bralec ne sme ustrašiti odvajanja, integriranja in kompleksnih števil, in dobro je, da sam preizkusi podane rešitve preprostih diferencialnih enačb.

Mitja Rosina

PREMISLI IN REŠI

KVADRAT IN SEDEM TOČK

Bodi $\mathcal{K}$ kvadrat s stranico dolžine 4.

- V $\mathcal{K}$ smo poljubno izbrali sedem točk, ki naj skupaj z oglišči kvadrata tvorijo množico M . Dokaži, da obstaja trikotnik z oglišči iz M , katerega ploščina ni večja od 1.
- Postavi v $\mathcal{K}$ sedem točk tako, da nobene štiri ne bodo na isti premici in bo ploščina poljubnega trikotnika z oglišči iz M vsaj 1.

*Rešitve pošljite na Presekov naslov z oznako "za PIR" do 1. marca 1989.
Ni treba, da odgovorite na obe vprašanji, tudi delnih rešitev bomo veseli.*

RAČUNALNIŠTVO — Leksikoni Cankarjeve založbe. Sestavili: A. Brodnik, A. Dobrin, M. Drobnič, M. Gams, B. Mohar, M. Petkovšek

Računalništvo je najnovejši leksikon v seriji žepnih leksikonov, ki jih že vrsto let izdaja Cankarjeva založba. Sestaviti leksikon na tako hitro razvijajočem se področju kot je računalništvo, je dokaj zahtevna naloga. Glavni problem je, kot pravijo že avtorji sami v predgovoru, da je leksikon lahko kaj hitro zastarel že ob izidu. Leksikon, o katerem govorimo, se je temu dokaj uspešno izognil. Razloženi so tudi pojmi, ki so se na tem področju pojavili šele v zadnjem času. Seveda bomo določene pojme zaman iskali, a to je pač posledica razvoja področja. Opis pojmov je v nasprotju z nekaterimi podobnimi deli dokaj natančen in točen. Njihove razlage so sicer kratke, a povedo o pojmu najvažnejše. To pa je tisto, kar od leksikona pravzaprav pričakujemo. Zato bodo leksikon lahko uspešno uporabljali tako začetniki v računalništvu, saj jim nudi osnovno znanje, kot vsi, ki se v vsakdanjem življenju vedno pogosteje srečujejo z računalnikom.

Pri uporabi me je nekoliko motilo le to, da sem določene pojme malo težje našel. Slovenski izrazi se pač še niso povsem ukoreninili v računalniški srenji. No, ob pomoči angleško slovenskega dela Računalniškega slovarčka Cankarjeve založbe, na katerega se avtorji v izrazoslovju opirajo, ni bilo več težav.

Matija Lokar

PRELIVANJE

Ena od dveh posod z enako prostornino je do vrha napolnjena z raztopino koncentracije a , druga pa do polovice z raztopino koncentracije b . Iz prve posode prelijemo polovico tekočine v drugo, zmešamo, nato pa iz druge posode spet napolnimo prvo. Kolikšni sta sedaj koncentraciji obeh raztopin v obeh posodah in kolikšni bi bili, če bi z opisanim postopkom nadaljevali v nedogled?



Boris Lavrič

S L I K O V N A									
$5x - 3 = 2x - 1$ $3x = 2$ $x = \frac{2}{3}$	PREPOST PLUG	IZOLAC. SNOV V ELEKTRO- TEHNIKI	RAZLIČNI ČRKI	REKA V PAKI- STANU	NEKDANJI AFRIŠKI POLITIK (ISEKOU)	RIBIŠKO NASELJE V BANATU	PREKO 1000 KM DOLG PRI- TOK KAME	 STREŠNA KRITINA	
EKVI- NOKCIJ									
HUMO- RISTKA ERŽIŠNIK			STAR ZLATNIK PEVEC SERFEZI						
PORTUGAL OTOČJE V ATLANTIK					OBMEJNI SL. KRAJ VRTEČ ZA NAJMLAJŠE				
ČARLI NOVAK		LEDENE IGLICE INDIJANSKA TROFEJA				SLOV. PESNIK (LOJZE)			
NAJVEČJE MESTO NA KORZIKI					TRDEN ZUNANJI ZAŠČITNI DEL	ANGLEŠKO ŽEN. IME AVSTRIJSKI SLIKAR			
RIMSKI CESAR			MADŽARSKI ŠAHIST ITAL. MATEMATIK				BAJE- SLOVNI LETALEC		
 ANG. SVETLO PIVO							ZMIKAVT MESTEČE V DELTI DONA		
 ČRNI NA POTEZI				PISATELJICA VAŠTE KRAJ PRI POREČU		ZELENICA V PUŠČAVI SKOPJE			NAJB DOŠI ETIK PL. N
	KONTRAST								
	RIMSKO MITOLOŠKO PODZEMLJE					GNOJNA BULA, TUR			

K R I Ž A N K A



PREBIVALEC PRLEKIJE

ITALIJANSKA RTV

PISATELJ KOCBEK

KABARETNA POPEVKA

RIMSKA LJUBLJANA

DEL IMENA KITAJSKEGA POLITIKA EN-LAJA

KOZJE USNJE

NEKDANJI SLOV. POLITIK (MAKSO)

OČE SOVJETSKES ŠAHOVSKE ŠOLE

strokovnjak za odnos do narav. okolja

SLOV. PISATELJ (IME IN PRIIMEK)

MESTO V BOSNI
RAZJEDA NA SPOLOVILU

FR. PISATELJ (VICTOR)
EVROPSKA DRŽAVA

INDIJSKI BOG OGNJA
OREL V GERM. MIT.

KRAJ PRI LJUBLJANI

100 M²
AZIJSKI VELETOK



MESTO V VOJVODINI
GL. MESTO GRČIJE

način delovanja nasprotnih sil na telo
GANDHI

SL. PISATELJ (MILOŠ)
POSODA ZA PEČENJE

SESTAVIL MARKO BOKALIČ

LETOVIŠČE NA KRKU
KIKINDA

BOKSARSKO BORISČE

PISATELJ KOVAČIČ



OLJŠI ŽEK
PSKI ASLOV

RIMSKA BOGINJA JEZE
GL. MESTO ITALIJE

STARA ENOTA ZA POSPEŠEK

MESTECE PRI ZADRU
JANEZ RAKOVEC

AM. PISATELJ
IGRALNA KARTA

RAZLIČICA

HRIBOVSKI LAZ

DRŽAVA INDIJSKE UNIJE

FIZIKALNA KOLIČINA
KOLOIDNA RAZTOPINA

THOMSON

Angleški fizik sir William Thomson — lord Kelvin je videl, da pri njegovem predavanju neki študent dremle, zato ga je poklical:

"Smith, kaj je elektrika?"

Fant je — ves zmeden — izjecljal:

"Sir, to je ... veste, vedel sem, a bojim se, da sem pozabil."

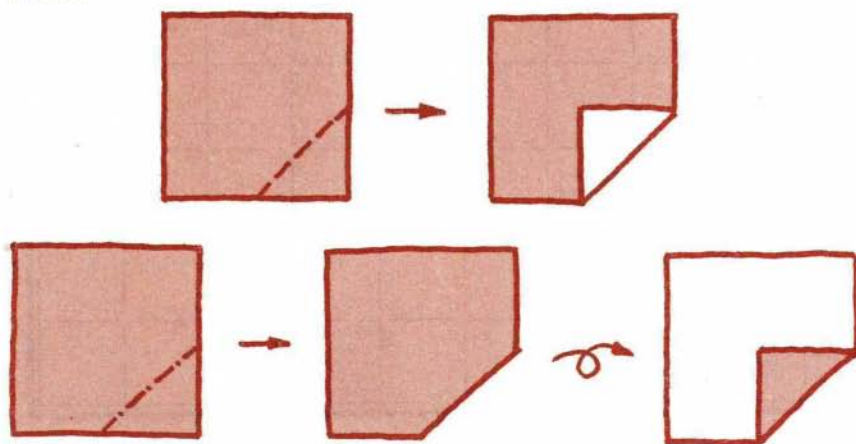
Ob tem se je znanstvenik obrnil k poslušalcem in dejal:

"Gospodje, priče ste največji žaloigri v zgodovini sodobne znanosti. Med nami je človek, ki je edini razumel, kaj je elektrika, pa je to — pozabil ..."

PAPIRNATE JASLI

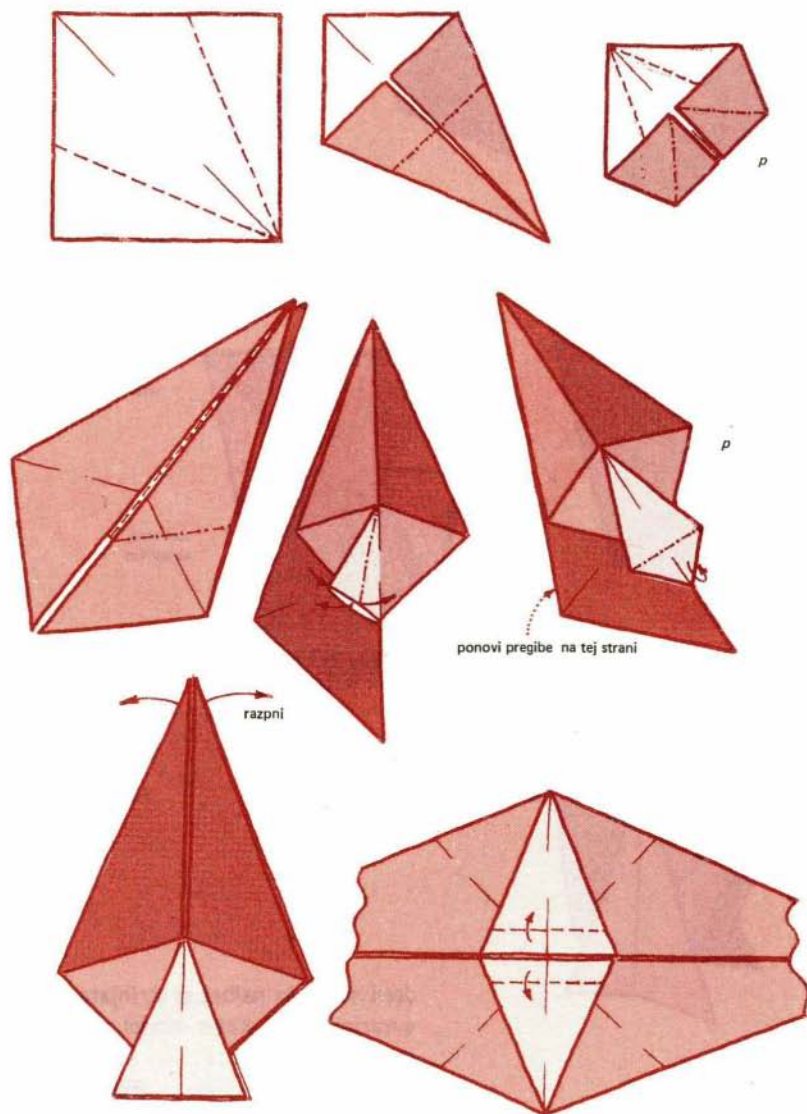
V prvi letošnji številki Preseka smo vas s papirnatim naslanjačem skušali ogreti za ORIGAMI — umetnost pregibanja papirja. Spet smo segli po knjižici Roberta Harbina in tokrat izbrali jasli.

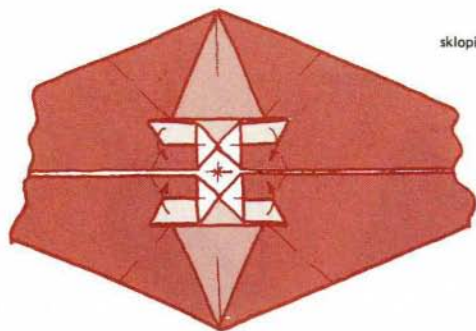
Ponovimo oznake, ki nas bodo z zaporedjem slik vodile do končnega izdelka



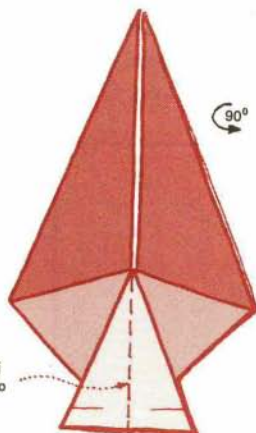
Prekinjeni črti pomenita prepogiba navznoter oziroma navzven, znak  pove, da gre za obrat na drugo stran, *p* pa pomeni povečanje slike. Obarvana je le ena stran papirja, ki ga prepogibamo.

Vzemimo zdaj list papirja in pričnimo z delom.

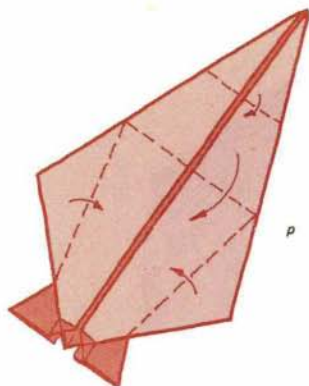




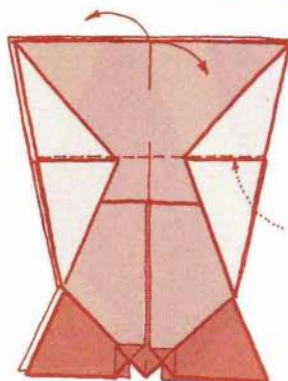
sklopi



tudi zadaj
simetrično

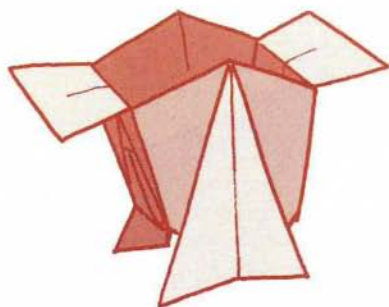


p



razpni

tudi zadaj
simetrično



Jasli so tu in najbrž se strinjate, da je avtorici *Molly Kahn* model zelo lepo uspel. Pa vam?

Boris Lavrič

TRI MODRE

Za začetek si najprej le bežno ogledjmo tri *modre* iz precej davnih časov.

Prve *modre* se je domislil Kitajec *Gonsung Long*, ki je živel približno 200 let pred našim štetjem, za časa vladavine dinastije Zhou (beri: Ču). Takole gre:

"Vzemi za laketi dolgo palico in jo slehernega dne prelomi na pol. Naslednjega dne boš dal na pol le še njeno polovičko, nato le še četrtno, ... Pa vendarle palice na tak način nikdar ne bo zmanjkalo. Niti čez desettisoč generacij ne, ki bi morebiti nadaljevale z lomljenjem ostankov te palice."

Druga *modra* prihaja iz glave starega Grka *Zenona*, ki jo je domislil približno kakšnih 200 let pred življenjem *Gonsung Longa*. Pravi pa takole:

"Recimo, da bi rad šel po ravni črti od točke *A* do točke *B*. Da bi prišel do *B*, moram najprej prehoditi polovico razdalje med *A* in *B*. Recimo — razdaljo AB_1 . In — da bi prišel do B_1 , moram najprej priti do B_2 , ki leži na polovici poti med *A* in B_1 . To lahko kar naprej ponavljam. Zmeraj je pač treba prehoditi najprej polovico poti pred seboj. In v okviru takšnega razmišljanja je seveda precej jasno, da se sploh nikdar ne bom premaknil z mesta v točki *A*. Sleherno gibanje je torej nemogoče!"

Tretja *modra* je zelo blizu druge. Le nekaj desetletij pred Zenonom jo je povedal *Demokrit*. Tudi on je bil iz Grčije.

"Vzemi jabolko in ga prereži na pol. Nato razpolovi dobljeno polovičko. Zatem razpolovi preostalo četrtno jabolka; zatem razpolavljaš spet in spet. Dokler gre. Povej, največ kolikokrat ti bo uspelo razpolavljati jabolko na tak način?"

Pa pogledjmo, koliko je skupnega v teh treh domislicah in v čem se med seboj razhajajo.

Gonsung Long pravi tole:

Polovica palice in še njena četrtna in še njena osmina in še njena šestnajstina in še ... — to vse skupaj (kar so ostanki pri lomljenju palice na slehernem izmed korakov) je zagotovo manj od začetne ene cele palice. Pa če še tako dolgo lomim in kopičim ostanke. Torej

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots \longrightarrow 1 \\ \text{ali} \quad & \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \dots \longrightarrow 1 \end{aligned}$$

Tak zapis pomeni, da se vsota na levi sicer zares "zelo zelo" približa vrednosti 1, vendar je pa žal nikdar ne doseže. Zmeraj ji vsaj še malo manjka.

Gonsung Long pravi, da niti desetisoč členov v tej vsoti ni dovolj, da bi bila njena vrednost 1. Dovolj bi jih bilo kvečjemu neskončno (?) mnogo. Vsi pa vemo, da je to (neskončno) zelo zelo zelo daleč!

Zenon pa o istem problemu modruje iz natanko nasprotni strani. In sicer pravi takole:

"Res je, da z lahkoto prehodim polovičko razdalje med A in B . Ničkolikokrat sem jo že! Res je, da z lahkoto prehodim tudi njeno četrtno, pa njeno osmino, njeno šestnajstino, ... Vse to gre prav zlahka. Toda — prvi korak, tisti, prvi! Njega ne zmorem storiti. Pa saj ne, da bi bil predolg, o, ne! Prej obratno, zelo kratek bi naj bil! Toda — ne vem, kdaj ga naj storim. Brž, ko se odločim — sedaj!, spoznam, da bi že prej, še pred tem, moral storiti tistega za polovico krjšega. In še pred njim tistega ..."

Torej drži, da bi naj bila vsota vseh teh njegovih premikov

$$... + \frac{\overline{AB}}{32} + \frac{\overline{AB}}{16} + \frac{\overline{AB}}{8} + \frac{\overline{AB}}{4} + \frac{\overline{AB}}{2}$$

kar ves premik od A do B

$$... + \frac{\overline{AB}}{2^5} + \frac{\overline{AB}}{2^4} + \frac{\overline{AB}}{2^3} + \frac{\overline{AB}}{2^2} + \frac{\overline{AB}}{2} \longrightarrow \overline{AB}$$

če ... — če bi le bil sposoben poiskati začetek.

No, sedaj pa je že jasno. Vidimo, da je Zenonova vsota povsem identična z Gonsung Longovo, le da je njen zapis zrcalen. To pa že pomeni, da oba možakarja trdita pravzaprav eno in isto! Gonsung Long pravi, da se v njegovi vsoti na levi strani ne da priti do konca in da je zatoj treba kar v neskončnost. Zenon pa, da se v njegovi vsoti na levi ne da stopiti na začetek. Treba bi bilo začeti v neskončnosti. To pa je zares težko, seveda!

Vendar pa zaplet, ki je nastal, navidez prav presenetljivo "neproblematično" razvozla Demokrit.

Na prvi pogled se zdi Demokritov problem skorajda povsem enak Gonsung Longovemu. Razlika je le v tem, da Demokrit razpolavlja jabolko, Gonsung Long pa palico. Toda! Demokrit pravi, da lahko (jabolko) razpolavljam le tako dolgo, dokler ne pridem do delca, ki je nedeljiv. Do atoma torej! In pri njej se ves ta postopek razpolavljanja seveda ustavi.

Mimogrede — z nekaj srednješolske matematične spretnosti se da brž izračunati, da noben Demokrit ne bi mogel jabolka razpoloviti več kakor 90-krat. Več o tem najdete v članku (2).

Sklep:

Pri branju tega članka bi morda kak bralec prav zlahka zašel v nevarne miselne vode, češ — "Zdaj pa zares ne vem več, kje ima ta svet rep in kje glavo! Očitno, da je na njem prav vse mogoče ... kakor kaže modrovanje teh treh iz davnih časov. Vsak po svoje pač modruje ..."

Izrek: No, no, saj tako hudo pa spet ni!

Dokaz: Kajti, če bi bilo resnično vse mogoče, potem bi bilo mogoče tudi to, da bi si nekdo izmislil reč, ki si je ni mogoče izmisliti. Takšne reči si pa seveda ni mogoče izmisliti, saj si je vendar ni mogoče izmisliti! Več kakor jasno! Potemtakem torej ne drži, da bi bilo na tem svetu prav zares vse mogoče.

Vilko Domajnko

Literatura:

- (1) Li Yan, Du Shiran, *Chinese Mathematics*, Clarendon Press, Oxford, 1987, str. 21
- (2) Tomaž Fortuna, *Demokritovo jabolko*, Presek, 3 (1975/76), št. 4, str. 177
- (3) Dirk J. Struik: *Kratka zgodovina matematike*, DZS Ljubljana, 1978, str. 53

BISTROVIDEC

SADEŽI

Na srečanju MATH/CHEM/COMP 88 v Dubrovniku so mi kolegi iz Zagreba zastavili naslednjo nalogo:

Ded bi rad Andreju, Bojanu in Cirilu razdelil n ananasov, n banan in n citron tako, da bo vsak dobil n sadežev. Sadežev iste vrste med seboj ne ločimo. Na koliko načinov lahko ded to naredi?

Na sliki sta prikazana primera rešitev za $n = 5$.

	A	B	C
a	1	3	1
b	3	0	2
c	1	2	2

	A	B	C
a	2	1	2
b	1	2	2
c	2	2	1

Poskusite naštetati vse rešitve za $n = 1, 2, 3$. Ali bi znali določiti tudi splošni obrazec za število rešitev?

Vladimir Batagelj

Sposobnost, da danes lahko misliš drugače, kot si mislil včeraj, je tisto, po čemer se razlikuje pametni od bedaka.

J. Steinbeckk

Domišljija je važnejša od znanja.

Einstein

Izkušnje so najboljša šola. Samo šolnina je zelo draga.

Sartre

Ko zbereš dovolj spoznanj, si prestar, da bi jih lahko uporabil.

Maugham

Samo dva načina sta, da se človek vzdigne: s svojo lastno veščino ali z neumnostjo drugih.

La Bruyere

KRIŽANKA - Rešitev iz P - 3



PRESEKOVI DOHODKI IN IZDATKI

Po več letih želimo bralce Preseka ponovno na kratko seznaniti s finančnim poslovanjem pri našem listu. Zabeležili bomo predračun za prvo polovico šolskega leta 1988/89, ko smo izdali tri številke. Pripravili smo ga že po izidu druge številke, ko nam niso bili na razpolago še vsi potrebni podatki. Zato vam predstavljamo le okvirne in zaokrožene številke, razčlenitev pa le v približnih odstotkih skupne vsote.

Skupnih izdatkov smo imeli okrog 130.000.000.— din. Od tega nas je stal papir približno 20%, tiskarske storitve in drugi materialni stroški v tiskarni 25%, režijski stroški le 20%, rabat, riziko, remitenda PTT stroški in odprema, ki v povprečju še najbolj nihajo, pa tudi 25%. Še najmanjši stroški (10%) pa predstavljajo honorarji avtorjev in urednikov, ki sicer prispevajo najpomembnejši del k vašemu listu.

Vse stroške smo težko pokrili le iz dveh vrst dohodkov. Naročnine kakor tudi subvencije samoupravnih interesnih skupnosti pokrivajo vsaka do 1/2 dohodkov. Seveda si želimo povečanje obeh. Iz povečane subvencije bomo morali dvigniti višino avtorskih honorarjev na stopnjo, primerno strokovnemu nivoju našega lista, s povečano naročnino pa delno ublažiti hudo inflacijo ter tako zagotoviti redno izhajanje in ohranitev dosedanje kakovosti in obsega lista.

Ciril Velkovrh in Boris Lavrič

URNIK TEKMOVANJ V LETU 1989

področje	šola	tekmovanje	datum
matematika	osnovna	šolsko občinsko republiško zvezno	do 8. aprila 16. april 20. maj 3. – 4. junij
	srednja	izbirno republiško zvezno balkaniada olimpiada	18. marec 8. april 21. – 23. april maj julij
fizika	osnovna	področno republiško zvezno	8. april 6. maj 26. – 28. maj
	SVIO	republiško	3. junij
	srednja	izbirno republiško zvezno olimpiada	15. april 13. maj 26. – 28. maj junij
logika	osnovna in srednja	izbirno republiško	23. september 21. oktober
računalništvo	osnovna	šolsko področno republiško	17. marec 7. april 22. april
	srednja	republiško zvezno	19. – 20. maj junij
raziskovanje inovatorstvo	srednja	republiško	2. junij

Darjo Felda

Nekaj informacij o tekmovanjih

1. Matematika – osnovna šola

Vsa tekmovanja bodo potekala v skladu s Pravilnikom o tekmovanju osnovnošolcev iz matematike za Vegova priznanja. Pojasnila lahko dobite pri tov. A. POTOČNIKU, OŠ K.D. Kajuh, Vlahovičeva 42, Ljubljana, telefon (061)–445–626.

2. Matematika – srednja šola

Razpis izbirnega tekmovanja (za vse učence, ki želijo sodelovati na republiškem tekmovanju) bomo tako kot doslej skupaj s prijavicami poslali na šole. Vsa pojasnila daje tov. D. FELDA, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, Ljubljana, tel. (061)–265–161 / 233.

3. Fizika – osnovna šola

Republiško tekmovanje iz fizike za osnovnošolce bo v Mariboru. Tekmovanje je ekipno, ekipo sestavljata dva učenca. Vsaka šola lahko prijavi po eno ekipo za 7. in eno ekipo za 8. razred. Vse ekipe, ki želijo sodelovati na republiškem tekmovanju, se morajo udeležiti predtekmovanja v ustrezni organizacijski enoti Zavoda za šolstvo SRS:

- v Celju na Tehniški srednji šoli, Pot na Lavo 22 (J. Dolenšek)
- v Mariboru na Pedagoški fakulteti, Koroška c. 160 (M. Cvahte in Z. Bradač)
- v Kopru na Srednji pedagoški in naravoslovnomatematični šoli, Cankarjeva 2 (E. Okretič)
- v Ljubljani na Pedagoški akademiji, Kardeljeva ploščad 16 (J. Okorn)
- v Radovljici na OŠ A.T.Linhart, Kranjska 27 (J. Stare)
- v Murski Soboti na Srednješolskem centru, Naselje V. Vlahovića 12 (E. Dečko)
- v Novi Gorici na OŠ IX.korpusa NOVJ, Kidričeva 36 (A. Fakin)
- v Novem mestu na OŠ 15. divizije, Grm, Trdinova 7 (T. Bučar)
- v Dravogradu na OŠ Radlje (F. Garb)

Gradivo za pripravo tekmovalcev je snov iz učbenika J. Ferbarja in F. Plevnika za 7. in 8. razred. Med tekmovanjem učenci lahko uporabljajo navedena učbenika in računalnik. Predtekmovanje bo sestavljeno iz vprašanj in računskih nalog, na republiškem tekmovanju pa se bodo učenci poleg tega pomerili še v eksperimentalnem delu. Priporočamo, da izvedete šolsko tekmovanje. Prijave za področno tekmovanje pošljite na ustrezno zgoraj navedeno organizacijsko enoto. Informacije dobite pri tov. J. OKORN, OŠ Tone Seliškar, Prule 13, Ljubljana, tel. (061)–218–468.

PROGRAM REPUBLIŠKEGA TEKMOVANJA SREDNJEŠOLCEV IZ FIZIKE

Splošno

- Naloge naj bodo rešljive z znanjem srednješolske matematike, znanje integriranja ali reševanja diferencialnih enačb ni potrebno.
- V nalogi lahko nastopajo novi fizikalni pojmi, pojavi in naprave, ki jih pri pouku ne obravnavajo, če so v nalogi posebej opisani in razloženi.
- Pri reševanju nalog lahko dijaki uporabljajo srednješolski učbenik fizike in Fizikalni priročnik. Raba zbirk rešenih nalog ni dovoljena.
- Tekmovalci rešujejo praviloma štiri naloge, za kar imajo na razpolago tri polne ure.

A. Mehanika

- Gibanja
- Statika, ravnovesje sil in navorov
- Newtonov zakon, izrek o gibalni količini
- Vrtenje togega telesa, vztrajnostni moment, Steinerjev izrek
- Vrtilna količina, izrek o vrtilni količini
- Kinetična in potencialna energija, delo, moč
- Gravitacijska sila, kroženje v gravitacijskem polju
- Elastične sile, energija vzmeti
- Mehanične lastnosti snovi
- Boylov zakon

B. Energija

- Kinetična in potencialna energija, delo, moč
- Pretakanje tekočin, Bernoullijeva enačba
- Gibanje v sredstvu, linearni in kvadratni zakon upora
- Notranja energija, kalorimetrija, plinski zakoni
- Prevajanje toplote
- Toplotni stroji
- Molekulska slika plinov
- Energijske pretvorbe in bilance

C. Elektromagnetika

- Električni tok in napetost, električno delo in moč
- Električno polje točkastih nabojev, ravne plošče, kondenzatorja
- Magnetno polje ravne žice, tuljave
- Gibanje nabitih delcev v električnem in magnetnem polju
- Snov v električnem in magnetnem polju
- Indukcija
- Izmenični tok skozi kondenzator in tuljavo
- Elektromagnetno valovanje, prenos informacij
- Električni merilniki fizikalnih količin
- Fizikalne osnove delovanja električnih naprav

D. Valovanja in delci

- Uklon valovanja, interferenca, prehod skozi snov, Dopplerjev pojav
- Optične naprave
- Fotometrija, zakoni sevanja
- Fotoefekt, izviri svetlobe, laserji
- Energijski nivoji v atomih,
- Bohrov model, optični spektri
- Gibalna količina fotona, de Broglieva valovna dolžina delcev
- Energijske bilance pri jedrskih reakcijah
- Pospeševalniki, detekcija delcev

4. Fizika – SVIO

Republiško tekmovanje za učence 1. letnikov bo na Srednji družboslovni šoli v Celju. Ob 10. uri bo izbirno tekmovanje dvočlanskih ekip, ob 12. uri pa javno finalno tekmovanje, na katerem bo sodelovalo šest najboljših dvojic. Prijave pošljite do 22. maja na naslov: S. PIRNAT, Srednja družboslovna šola, Kajuhova 2, 63000 Celje – za tekmovanje iz fizike SVIO. Dodatna pojasnila dobi te po tel. (063) 26–420 ali (063) 29–870.

5. Fizika – srednja šola

Razpis za tekmovanja iz fizike za 2., 3. in 4. letnike srednjih šol bomo skupaj s prijavnici poslali na šole do konca februarja. Informacije dobite pri tov. I. KUKMANU na Fakulteti za strojništvo, Murnikova 2, Ljubljana, tel. (061)–223–133 / 275.

6. Logika

Tekmujejo učenci, ki bodo v času tekmovanj v 7. in 8. razredih osnovnih šol ter učenci srednjih šol. Šole, ki bodo organizirale izbirno tekmovanje, se morajo prijaviti na razpis do 1. junija na ZOTKS, Komisija za logiko, Lepi pot 6, 61001 Ljubljana. Na ta naslov naj do 5. septembra tudi javijo, koliko nalog za posamezne skupine rabijo za izvedbo tega tekmovanja. Komisija za logiko bo izbrala do 50 tekmovalcev iz posamezne skupine za nastop na republiškem tekmovanju. Učenci šol, ki ne bodo organizirale izbirnega tekmovanja, se lahko prijavijo do 30. avgusta na najbližji šoli, kjer bodo tekmovanje izvedli. Seznam teh šol bo objavljen v dnevnem časopisu julija in avgusta. Druge informacije daje tov. A. JUS na gornjem naslovu, tel. (061)–263–676.

7. Računalništvo – osnovna šola

Razpisi za tekmovanje so že na šolah. Informacije dobite pri tov. A. JUSU, ZOTKS – Svet za tehnično vzgojo mladine, Lepi pot 6, Ljubljana, tel. (061)–263–676.

8. Računalništvo – srednja šola

Tekmovanje organizira Sekcija za računalništvo pri Gibanju znanost mladini v sodelovanju z Društvom matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, Fakulteto za elektrotehniko v Ljubljani in Institutom Jožef Stefan.

I. raziskovalne naloge

Učenci in njihovi mentorji izberejo temo naloge, strokovna komisija bo po pregledu določila tiste, ki jih bodo učenci ustno zagovarjali. Naloge so lahko iz programske ali strojne opreme. Podrobnejša pojasnila o možnih temah in na-

vodilih za sestavo naloge dobite pri tov. M. ZRIMCU, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, Ljubljana, tel. (061)–265–161. Udeleženci morajo poslati naloge do 1. maja na naslov, Gibanje znanost mladini, Lepi pot 6, Ljubljana.

II. tekmovanje iz znanja računalništva

Nekaj pravil tekmovanja:

- a) V prvi skupini tekmujejo učenci po enem letu pouka računalništva, v drugi učenci, ki se računalništva učijo že dve leti, in v tretji učenci, ki se računalništva učijo že več let.
- b) Učenec, ki je že dobil nagrado v prvi skupini, sme letos tekmovati le v višji, to je v drugi ali tretji skupini.
- c) Učenec, ki je že dobil nagrado v drugi skupini, sme letos tekmovati le v tretji.
- d) V tretji skupini sme učenec tekmovati poljubno krat.
- e) Učenec, ki ni prejel nagrade v svoji tekmovalni skupini, sme ostati tudi letos v isti, če se ne čuti dovolj sposobnega za tekmovanje v višji. Spodobi pa se, da učenci, ki so računalništvo poslušali že dve leti, tekmujejo le v drugi ali celo v tretji skupini.
- f) Šola lahko prijavi v vsaki skupini največ po pet tekmovalcev.
- g) Uradni programski jeziki so pascal, fortran, basic, modula–2 in PL/1. Tekmovalci smejo uporabljati poljubno literaturo, čas reševanja nalog je dve uri in pol.

Mentorji naj za tekmovanje pošljejo uradno prijavo svoje šole s poimeniskim seznamom tekmovalcev do 10. aprila na Gibanje znanost mladini (za informacije lahko pokličete tel. (061)–214–399). Vse kasneje prispеле prijave bomo zavrnil. V prijavi, kjer morajo biti upoštevana pravila tekmovanja, navedite število rezervacij prenočišč za mlade raziskovalce, tekmovalce in spremljevalce (posebej za noč od četrтка na petek in posebej za noč od petka na soboto), sicer organizator za to ne bo poskrbel. Prenočevanje bo ustrezno organizirano, stroške pa krijejo šole.

Potrditev prijav in natančni razpored tekmovanja bodo šole dobile teden dni pred tekmovanjem. Šolam priporočamo, da izvedejo predtekmovanja in tako izberejo najboljše predstavnike. Učenci šol, ki se ne bodo uradno prijavile na tekmovanje kot organizacije, se lahko sami prijavijo na isti naslov, prav tako najkasneje do 10. aprila.

9. Raziskovanje in inovatorstvo

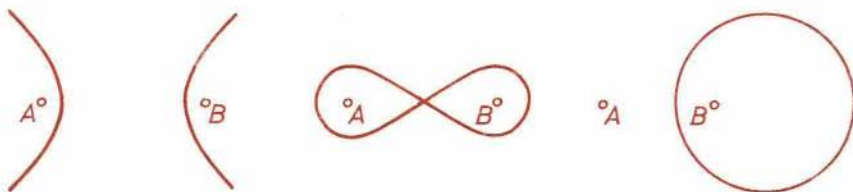
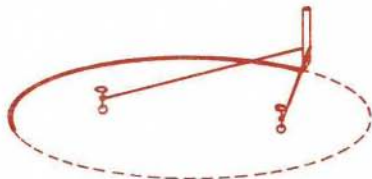
Razpise za 22. srečanje mladih raziskovalcev in inovatorjev Slovenije so srednje šole že dobile, podrobnejše informacije pa dobite pri tov. B. SOTOŠKU, ZOTKS – Gibanje znanost mladini, Lepi pot 6, Ljubljana, p.p. 99, tel. (061)–263–676 ali (061)–267–380.

ŽE SPET PREMICA

Kdo še ni slišal za *elipso*? Za tisti "precej zaobljeni pravokotnik", kot je nekdo poskušal zadeti njeno bistvo. Natančno bomo rekli takole: V ravnini izberemo točki A in B ter število k , ki naj bo večje od razdalje A do B . Točka v ravnini leži na elipsi, če je vsota razdalj do točke A in do točke B enaka danemu številu k .

Kakšne pripomočke bi potrebovali, da narišemo elipso?

Podobno je *hiperbola* množica tistih točk v ravnini, za katere je razlika razdalj (po absolutni vrednosti) do dveh izbranih točk konstantna.



Za elipso, oziroma hiperbolo, smo razdalji točke do dveh danih točk sešteli, oziroma odšteli. Lahko bi pa namesto tega vzeli produkt oziroma kvocient in rekli, naj bo produkt oziroma kvocient teh razdalj konstanten. Tako bi dobili manj, a že zelo dolgo, znani krivljuje *lemniskato* in *Apolonijevo krožnico*.

Mi pa poskusimo določiti mesto tistih točk X v ravnini, za katere je razlika kvadratov razdalj do danih točk A in B konstantna. To bomo na kratko zapisali kar

$$AX^2 - BX^2 = k$$

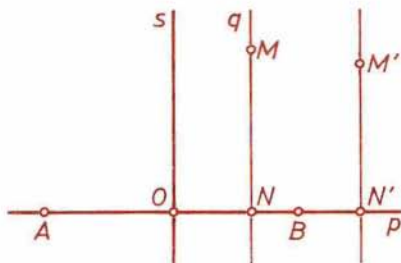
Ločimo različne primere:

- Če je $k = 0$, dobimo tako vse točke, ki so od A in B enako oddaljene, to je točke, ki ležijo na simetrali s daljice AB .
- Če je $k > 0$, so iskane točke bližje točki B kot točki A .

- c) Če je $k < 0$, pomnožimo enačbo z -1 in dobimo $BX^2 - AX^2 = |k|$, torej so iskane točke bližje točki A kot točki B . Pravzaprav je to primer b, le da sta se vlogi točk A in B zamenjali.

Zato bomo obravnavali le primer b.

Z namenom, da ugotovimo, kdaj točka X ustreza enačbi $AX^2 - BX^2 = k$, narišimo točki A in B ter poljubno točko M (kot kaže skica) desno od simetrale s zaradi primera b. Potegnimo premico p skozi točki A in B ter pravokotnico q na p skozi M . Presečišče p in q označimo z N . Po Pitagorovem izreku takoj dobimo enakost:



$$AM^2 - BM^2 = AN^2 - BN^2 = (AN - BN)(AN + BN)$$

Označimo z O presečišče simetrale s z daljico AB . Očitno je $AN + BN = AB$ in $AN - BN = (AO + ON) - (OB - ON) = 2.ON$. Izračunali smo torej $AM^2 - BM^2 = 2.ON.AB$. Pri tem smo, ozirajoč se na skico, privzeli, da je N med A in B . Če N leži desno od B , izračunamo podobno:

$$AN' + BN' = (AO + ON') + (ON' - OB) = 2.ON'$$

$$AN' - BN' = AB$$

$$AM'^2 - BM'^2 = 2.ON' . AB$$

Torej je $AM^2 - BM^2 = 2.ON.AB$ v vsakem primeru. Spomnimo se, kje smo začeli! Točka M ustreza naši zahtevi, če je

$$AM^2 - BM^2 = 2.ON . AB = k \quad \text{ali}$$

$$ON = \frac{k}{2 . AB}$$

To pomeni, da je pravokotna projekcija vsake točke, za katero velja

$AM^2 - BM^2 = k$, na premico p ravno točka N , ki je natanko določena z enakostjo $ON = \frac{k}{2 . AB}$.

Z drugimi besedami, iskane točke ležijo na premici, ki je pravokotna na premico skozi A in B in gre skozi točko N . Na koncu še priznajmo, da nas je enostavnost rešitve malce presenetila.

Po predlogi *Mirjane Malenica*
prev. in pril. *Damjan Kobal*

TUDI LOGIKA DOBIVA MESTO NA SLOVENSKIH ŠOLAH

Letos so slovenske osnovne in srednje šole prvič izvedle izbirno tekmovanje iz logike za učence 7. in 8. razredov osnovnih šol in dijake 1., 2. in 3. letnikov srednje šole. Tekmovanje je potekalo 17. septembra 1988, udeležilo pa se ga je prek tisoč učencev (okrog 700 iz osnovnih in 350 iz srednjih šol). Komisija za logiko pri Zvezi organizacij za tehnično kulturo Slovenije je na podlagi rezultatov izbrala tekmovalce za 3. republiško tekmovanje iz logike.

Naloge tako imenovane "rekreativne matematike", kakršne so pred vami, imajo med našimi učenci, pa tudi med njihovimi starši in učitelji obilo privržencev:

7. razred

1. naloga — Krave

Kaj mislite, se krave znajo pogovarjati? No, v tej nalogi se Belka, Črnka in Rjavka pač znajo. In sicer reče črna krava kravi Belki: "Ti, tale naš pastir pa res ni čisto pri pravi, ali pa je barvno slep. Med nami tremi ima res ena povsem črno, ena povsem belo in ena povsem rjavo dlako, toda pri niti eni se ime ne ujema z barvo dlake." Kakšne barve so torej Belka, Črnka in Rjavka?

2. naloga — Medicinske sestre

Vsaka od sedmih medicinskih sester ima prost natanko en dan v tednu, toda nikoli dve hkrati.

Anin prosti dan je en dan za Cvetkinim.

Ditkin prosti dan je tri dni po dnevu, ki je tik pred Evinim.

Betkin prosti dan je tri dni pred Gizelinim.

Fridin prosti dan je na sredi med Betkinim in Cvetkinim, in sicer je ta dan četrtek.

Ugotovi, kdaj so sestre proste!

3. naloga — Majice

Ob koncu šolskega leta so si osmošolci nakupili enotne majice — vsak od 4 razredov si je izbral natanko eno izmed barv: rdečo, modro, zeleno ali belo. Beba, Vesna, Danica in Živa so dijakinje iz teh razredov, vsaka iz drugega. Ko

so jih vprašali, kakšne barve majice nosijo, so odgovorile:

Beba: Vesna ima rdečo majico, Danica pa modro.

Vesna: Danica nosi rdečo, Beba pa zeleno majico.

Živa: Naš razred si je izbral rdečo barvo, Bebin pa modro.

Ob zaključni slovesnosti osmošolcev pa se je pokazalo, da vsebuje vsaka izjava en resničen in en neresničen podatek. Ugotovi, kakšne barve majic nosijo dekleta!

8. razred

1. naloga — Tri kroglice

Od treh kroglic (označimo jih z A, B in C) je ena rdeča, ena bela in ena modra. Kakšne barve so te kroglice, če je natanko ena od naslednjih trditev pravilna:

1. A je rdeča.
2. B ni rdeča.
3. C ni modra.

2. naloga — Nagrade

Saš, Borut, Igor in Robert so izvedeli, da je vsak od njih dobil eno od nagrad — iz matematike, angleščine, francoščine in logike, toda nihče od njih ne ve, katero, zato ugibajo:

Saš: Robert je dobil nagrado iz logike.

Borut: Igor je dobil nagrado iz angleščine.

Igor: Saš ni dobil nagrade iz matematike.

Robert: Borut je dobil nagrado iz francoščine.

Pokazalo se je, da sta imela nagrajenca iz matematike in logike prav, druga dva pa sta se zmotila. Ugotovi, kdo je dobil katero od nagrad.

3. naloga — Redovalnica

Profesorici je med učno uro z mize izginila redovalnica. K sreči je to opazila pravočasno. Tri dijake iz prve klopi, ki so bili edini dovolj blizu za ta podvig, je povprašala, kdo od njih si je drznil napraviti kaj tako nezaslišanega. Poglejmo, kaj so trdili Borut, David in Simon.

Borut: Tega nisem storil jaz. Tudi David ni ukradel redovalnice.

David: Borut je nedolžen. Redovalnico je ukradel Simon.

Simon: Nedolžne sem! Borut je ukradel redovalnico.

No, po tem pogovoru so fantje z nasmehom privlekli redovalnico na plan in povedali profesorici, kdo si je v resnici privoščil to šalo. Izkazalo se je, da je eden od njih dvakrat govoril resnico, eden se je dvakrat zlagal, eden pa je izrekel eno pravilno in eno lažno trditev. Kdo je ukradel redovalnico? Kdo je resni-coljub, kdo je lažnivec in kdo "mešanec"?

1. letnik

1. naloga — Pecivo

Ana namerava za praznovanje svojega rojstnega dne speči pecivo, zato vpraša svoje brate Roka, Staneta in Mareta: "Naj dam v nadev orehe, marmelado ali jabolka?" Bratje so izrazili svoje želje takole:

Rok: "Saj veš, da marmelade ne maram."

Stane: "Marmelado in nič drugega!"

Marko: "Orehov ne prenesem niti v sanjah."

Želja se je izpolnila samo enemu od njih. Kaj je torej uporabila Ana za nadev in komu se je izpolnila želja?

2. naloga — Nepopolna dežela

Tri vrste ljudi živijo v Nepopolni deželi: Purki, ki vedno govorijo resnico; Varki, ki vedno lažejo; in Šorki, ki izmenoma govorijo po en resničen in en lažen stavek. Trije prebivalci Nepopolne dežele, od vsake vrste po eden, ki jim je ime Nesposobni, Nesrečni in Nezaželeni, takole pleteničijo:

Nesposobni: "Nezaželeni je Šork. Jaz sem Purk."

Nesrečni: "Nesposobni je Vark."

Nezaželeni: "Nesrečni je Vark."

Ugotovi, kdo je kaj?

3. naloga — Preslano kosilo

V kuhinji počitniškega doma delajo tri dekleta: Ana, Biserka in Cita. Menjavajo se pri kuhanju in pomivanju — vsak dan ena kuha, druga ji pomaga, tretja pa pomiva posodo. Nekega dne je bilo kosilo preslano, gostje so se pritožili upravniku in ta je poklical dekleta na razgovor. Vsaka od naslednjih izjav pripada kakšni od njih, ne vemo pa, če so govorile vse tri:

1. Ana ni pomagala pri kuhanju.
2. Biserka ni kuhala.
3. Cita ni pomivala.

Ugotovi, katera je tega dne kuhala (in presolila kosilo), če veš naslednje:

- I. nobena izjava se ne nanaša na dekle, ki je to izjavo dalo;
- II. dekle, ki je pomivalo, je dalo vsaj eno od teh treh izjav;
- III. samó dekle, ki je pomivalo, je govorilo resnico.

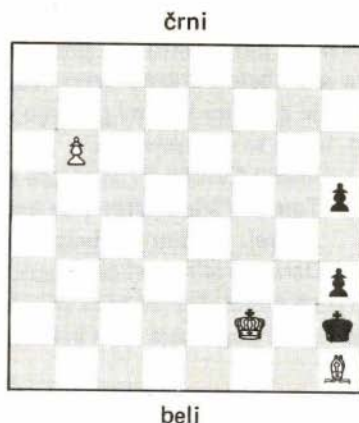
2. letnik

1a. naloga — Šahovska naloga

Beli na potezi mora matirati črnega v treh potezah.

Beli: kralj f2, lovec h1, kmet b6.

Črni: kralj h2, kmeta h3 in h5.



1b. naloga — Instrumenti

Peter, Jaka in Miha igrajo tri različne instrumente: kitaro, saksofon in trobento. Na vprašanje, kateri instrument igrajo, so odgovorili:

Peter: Ne igram kitare.

Jaka: Ne igram trobente.

Miha: Igram kitaro.

Za dva od njiju vemo, da se rada zlažeta in da sta se tudi tokrat zlagala, tretji pa vedno govori resnico. Kdo igra kateri instrument?

2. naloga — Žabja vas

V Žabji vasi imajo trgovino, pošto in knjižnico. Ko je nekega dne Ferdo zašel v Žabjo vas, je bila knjižnica odprta. Vemo pa še nekaj dejstev:

- (1) Trgovina, pošta in knjižnica niso na noben dan v tednu odprte hkrati.
- (2) Pošta je odprta štiri dni v tednu.
- (3) Trgovina je odprta pet dni v tednu.
- (4) Vsi trije objekti so zaprti ob sredah in nedeljah.
- (5) Situacija v treh zaporednih dneh je naslednja:
prvi dan je zaprta pošta,
drugi dan je zaprta knjižnica,
tretji dan je zaprta trgovina.
- (6) Situacija v treh zaporednih dneh je naslednja:
prvi dan je zaprta knjižnica,
drugi dan je zaprta trgovina,
tretji dan je zaprta pošta.

Katerega dne v tednu je bil Ferdo v Žabji vasi?

3. naloga – Kape

Vsak od petih fantov, ki jim je ime Matic, Tomaž, Andrej, Primož in Dare, ima na glavi belo ali črno kapo. Vsak lahko vidi kape ostalih štirih, svoje pa ne. Fantje z belimi kapami govorijo ves čas resnico, fantje s črnimi kapami pa lažejo. In kaj so nam povedali?

Matic: "Vidim tri bele kape in eno črno."

Tomaž: "Vidim štiri črne kape."

Andrej: "Vidim eno belo kapo in tri črne."

Dare: "Vidim štiri bele kape."

Primož molči, kar pa te ne sme zmotiti pri reševanju problema. Ugotovi, kateri od fantov imajo bele kape in kateri črne?

3. letnik

1. naloga – Dan v tednu

Alan, Bojan, Cene, Dare, Edo, Ferdo in Grega se prepirajo, kateri dan v tednu je.

Alan: "Pojutrišnjem je sredo."

Bojan: "Ne, sredo je danes."

Cene: "Motiš se, sredo je jutri."

Dare: "Nesmisel, danes ni niti ponedeljek niti torek niti sredo."

Edo: "Prepričan sem, da je bil včeraj četrtek."

Ferdo: "Povsem na napačni poti si. Jutri je četrtek."

Grega: "Kakorkoli že, včeraj ni bila sobota."

Natanko ena od teh trditev je resnična. Katera? In katerega dne v tednu poteka prepir?

2. naloga – Društva v Gungandiji

V daljni Gungandiji obstajata dve čudni društvi: društvo Bimbom in društvo Namnum. Član društva Bimbom je vsak tak in samo tak prebivalec, ki izpolnjuje enega od pogojev:

(1) je star več kot 70 let in ni brezzob;

(2) je brezzob in ni član društva Namnum;

(3) je član društva Namnum in ni star več kot 70 let.

Pri vsakem od naslednjih pogojev ugotovi (če to gre), ali je nekdo s predpisano lastnostjo član kluba Namnum:

(a) star je več kot 70 let in ni član društva Bimbom;

(b) star je manj kot 70 let, ima zobe in ni član društva Bimbom;

(c) star je manj kot 70 let, brezzob in je član društva Bimbom.

(Če si bolj pikolovske sorte, še eno pojasnilo: pri pogojih in reševanju zaradi enostavnosti in nedvoumnosti predpostavimo, da nihče ni star natanko 70 let.)

3. naloga — Starosti

Alfred, Bogdan in Ciril govorijo o svojih starostih, ki so različne in vse med 31 in 43 leti (vključno z mejama), pri čemer se omejimo na cela števila. Vsak od njih pove dva podatka:

- Alfred: 1) Bogdan je tri leta starejši od mene.
2) Ciril je štiri leta mlajši od mene.
Bogdan: 1) Alfredova starost je večkratnik števila 6.
2) Ciril je starejši od Alfreda.
Ciril: 1) Sem leto dni starejši od Alfreda.
2) Alfredova starost je deljiva s 7.

Nepristranski in vsevedni opazovalec bi ugotovil, da je možak toliko bolj pošten, kolikor starejši je: najstarejši od teh mož je dal dve resnični izjavi, najmlajši nobene, srednji pa je povedal en resnični in en neresnični stavek. Kaj lahko poveš o starosti teh mož?

Marta Zabret

NEKAJ NAČRTOVALNIH NALOG

1. V ravnini R so dane tri točke, ki ne ležijo na isti premici. Načrtaj tri vzporedne premice, ki gredo skozi dane točke in so paroma med seboj enako oddaljene.
2. Danemu krožnemu loku določi neznano središče.
3. Načrtaj tangento na krožni lok v izbrani točki T , če je središče loka izven risalnega papirja.
4. V krožni izsek s polmerom $r = 4$ cm in središčnim kotom 90° včrtaj krog.
5. Načrtaj trapez $ABCD$, če poznaš polmer včrtanega kroga $\rho = 2$ cm in kraka $\overline{BC} = 5$ cm, $\overline{AD} = 5,6$ cm.
6. Dan je krog s polmerom $r = 3$ cm in mimobežnica m na isti ravnini. Načrtaj kvadrat tako, da bo ena njegovih stranic vzporedna z m .
7. Načrtaj pravokotni trikotnik ABC , če poznaš vsoto katet $a + b = 6$ cm in kot, ki ga oklepata kateta a in hipotenuza c , $\sphericalangle B = 50^\circ$.

Pavel Zajc

Tekmovanje je organiziralo Društvo matematikov in fizikov SR Hrvatske v Sinju od 21. do 24. aprila 1988. Sodelovalo je 125 učencev iz vseh republik in obeh pokrajin. Slovenijo je zastopalo 20 tekmovalcev; iz prvega letnika: Blaž KORITNIK, Marko PETRUŠIČ, Marko PAVLIŠIČ, Dušanka KOCIČ in Bogdan TERTINEK; iz drugega: Andrej BAUER, Renata NOVAK, Marko KERN in Martin RAIČ; iz tretjega: Zoran SLANIČ, Tatjana OZBIČ, Marjan JERMAN, Matej KLEMENČIČ in Jaka CIMPRIČ ter iz četrtega letnika Ambrož PONDELEK, Gregor SMREKAR, Tomaž VOLK, Tomaž SLIVNIK, Edi VOVK in Matej KOLAR. Vodil jih je študent Jože FABČIČ, zastopnik Slovenije v zvezni komisiji pa je bil Aleksandar JURIŠIČ.

Pred tekmovanjem so študentje matematike organizirali dvodnevne priprave, na katerih so tekmovalci reševali naloge s prejšnjih tekmovanj.

Tekmovalci so prispeli v Sinj 22. aprila in se nastanili v Hotelu Alkar. Naslednji dan so se v osnovni šoli Deseti kolovoz lotili tekmovalnih nalog.

1. letnik

1. Če za naravno število n , ki je večje od 1, velja

$$\left[\frac{n}{1} \right] + \left[\frac{n}{2} \right] + \dots + \left[\frac{n}{n} \right] = 2 + \left[\frac{n-1}{1} \right] + \dots + \left[\frac{n-1}{n-1} \right]$$

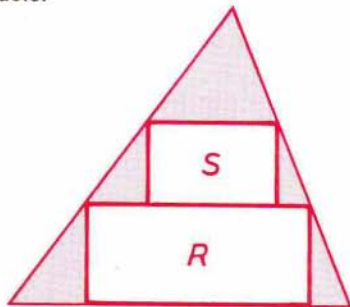
je n praštevilo. Dokaži. ($[x]$ je največje celo število, ki ni večje od x).

2. Določi kote trikotnika ABC , če veš, da simetrala kota, težiščnica in višina iz oglišča C delijo kot ACB na štiri enake dele.

3. V dani ostrokotni trikotnik T sta včrtana pravokotnika R in S , kot kaže slika. Določi največjo možno vrednost izraza

$$\frac{P_R + P_S}{P_T}$$

kjer P označuje ploščino.



4. Na mednarodni konferenci sodelujeta po dva predstavnika iz 27-ih držav. Dokaži, da se udeleženci konference ne morejo posesti za okroglo mizo tako, da med vsakima udeležencema iz iste države sedi natanko devet drugih udeležencev konference.

2. letnik

1. Naj bo O središče trikotniku ABC očrtane krožnice. S, P, Q in R zaporedoma označimo središča lokov AB, BC, CA , ki zaporedoma ne vsebujejo točk C, A, B . Če za točko X velja

$$\vec{OX} = \vec{OP} + \vec{OQ} + \vec{OR}$$

potem je X središče trikotniku ABC včrtane krožnice. Dokaži!

2. Določi, za katera liha naravna števila $n \geq 3$ je funkcija

$$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad f(x) = x^n - 2x$$

injektivna. ($\mathbb{Q}$ je množica racionalnih števil. Funkcija je injektivna, če preslika poljubni različni števili v različni števili.)

3. Za množico $A \subset \mathbb{N}$ rečemo, da je "dobra", če ima za neko naravno število n enačba $x - y = n$ neskončno rešitev (x, y) , kjer je $x \in A$ in $y \in A$. Če je $\mathbb{N} = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_{1988}$, potem je vsaj ena izmed množic $A_1, A_2, \dots, A_{1988}$ "dobra". Dokaži! ($\mathbb{N}$ je množica naravnih števil.)

4. Dokaži, da v notranjosti konveksnega $2n$ -kotnika ne obstajata različni točki, v katerih bi se sekalo po n diagonal danega $2n$ -kotnika.

3. in 4. letnik

1. Naj bodo $a, b, c, d \in \mathbb{N}_0$ in $d \neq 0$. Funkcijo $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ definiramo z enakostjo

$$f(x) = \left\lfloor \frac{ax + b}{cx + d} \right\rfloor$$

Dokaži, da je funkcija f injektivna natanko tedaj, ko je $c = 0$ in $a \geq d$. ($\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$; $\lfloor x \rfloor$ je največje celo število, ki ni večje od x .)

2. Dana je n -strana piramida, v katero je možno včrtati sfero. Vsako stransko ploskev piramide zavrtimo okoli njene osnovnice v ravnino osnovne ploskve tako, da ima slika vsake stranske ploskve skupne notranje točke z osnovno ploskvijo. Na ta način dobimo n slik vrha piramide. Dokaži, da teh n slik leži na krožnici.

3. Dano je tako strogo naraščajoče zaporedje $a_1, a_2, a_3, \dots$ naravnih števil, da je $a_1 = 1, a_2 = 2$ in da za vse pare tujih števil m in n velja

$$a_m \cdot a_n = a_{m \cdot n}$$

Dokaži, da za vsako naravno število n velja $a_n = n$.

4. V državi je vsaj osem mest. Dokaži, da ne obstaja mreža enosmernih cest z naslednjimi lastnostmi:

- (a) Med poljubnima mestoma obstaja natanko ena neposredna cesta.
- (b) Za vsaki mesti A in B obstaja natanko eno mesto, v katerega lahko pride-mo neposredno iz A in iz B .
- (c) Za vsaki mesti A in B obstaja natanko eno mesto, iz katerega lahko pride-mo neposredno v A in v B .

Razglasitev nagrad je bila v nedeljo dopoldan. Naši tekmovalci so dosegli le eno drugo nagrado (Tomaž Slivnik) in dve pohvali (Blaž Koritnik in Tatjana Ozbič). Posebej se je izkazal Rade Todorović iz Pirota, ki je zbral vse možne točke in dobil še specialno nagrado za rešitev zadnje naloge za 3. in 4. letnik, v kateri je pokazal, da trditev drži, tudi če izpustimo eno izmed lastnosti (b) oziroma (c).

Aleksandar Jurišić

NATEČAJ

V časopisu *Spectator* je bil objavljen nagradni natečaj na temo "*Kaj bi najraje prebrali, ko odprete naš list?*" Prvo nagrado je dobil avtor naslednjega prispevka.

NAŠ DRUGI NATEČAJ

Prvo nagrado na drugem letošnjem natečaju je dobil gospod Arthur Robinson, čigar bistrourni odgovor je brez dvoma najboljši med prispelimi. Na vprašanje "*Kaj bi najraje prebrali, ko odprete naš list?*" je odgovoril s prispevkom, ki ima naslov "*Naš drugi natečaj*", in se glasi takole: "*Prvo nagrado na drugem letošnjem natečaju dobi gospod Arthur Robinson, čigar bistrourni odgovor je brez dvoma najboljši med prispelimi. Na vprašanje 'Kaj bi najraje prebrali, ko odprete naš list?' je odgovoril s prispevkom, ki ima naslov 'Naš drugi natečaj', zaradi omejene količine papirja pa njegove vsebine ne moremo natisniti v celoti.*"

Iz knjižice *J.E. Littlewooda*
"*A Mathematician's Miscellany*"
prevedel Boris Lavrič

24. ZVEZNO TEKMOVANJE IZ FIZIKE

Zvezno tekmovanje mladih fizikov je bilo od 20. maja do 22. maja 1988 na Matematično-informacijskem srednješkolskem centru v Zagrebu. Pripravili so ga domači profesorji fizike in informatike ob sodelovanju fizikov z Univerze, Instituta za fiziko in Instituta „Rudjer Bošković“.

Letos so se srednješolci prvič pomerili tudi v eksperimentalnem znanju. V petek popoldan so dijaki morali napraviti fizikalni poskus in rezultate predstaviti v poročilu, v soboto dopoldan pa je sledilo tradicionalno reševanje računskih nalog. Na začetku eksperimentalnega dela so dijaki dobili list z besedilom naloge, kratkim pojasnilom poskusa in spiskom potrebščin, drugih navodil, tudi ustnih, ni bilo. Zato je reševanje terjalo veliko samostojnosti, fizikalnega občutka, eksperimentalne spretnosti in smisla za časovno razporeditev dela, čeprav naloge same fizikalno niso bile zahtevne. V treh urah so dijaki morali postaviti eksperiment, napraviti čim večje število meritev, izračunati zahtevane količine, oceniti napako pri merjenju in napisati poročilo s kratko fizikalno razlago poskusa in uporabljenih enačb. Komisija, ki je pregledovala poročila, ni ocenjevala le natančnosti rezultatov meritev, temveč tudi razlago postopka in njegovo fizikalno utemeljitev. Eksperimentalna naloga je bila ocenjena največ z 40 točkami, pet računskih nalog pa je lahko prineslo 100 točk.

Organizator je poskrbel za veliko odmevnost tekmovanja, saj je na svečano otvoritev povabil najvišje hrvaške politike s predsednikom predsedstva Ivom Latinom na čelu, ki je tekmovanje tudi otvoril. Na koncu je zbranim tekmovalcem govoril Vlado Paar, predsednik organizacijskega odbora tekmovanja in fizik svetovnega slovesa. Na zanimiv način je predstavil dogajanja v sodobni fiziki ter njeno vlogo in pomen v svetovni znanstveno-tehnični revoluciji.

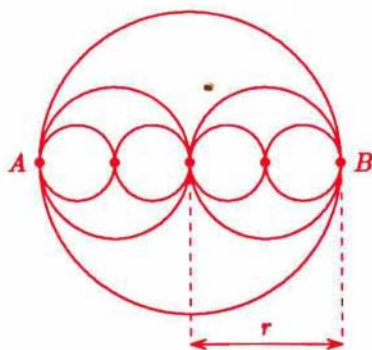
Slovenski tekmovalci so uspešno nastopili tako na računskem kot na eksperimentalnem delu tekmovanja, čeprav ocenjevalna komisija ni imela dovolj posluha za nekatere originalne pristope pri eksperimentiranju. Prvo nagrado je osvojil *Andrej VILFAN* iz Ljubljane v skupini A, tretjo nagrado sta osvojila *Martin VUK* iz Nove Gorice (O) in *Andrej LAMOVEC* iz Ljubljane (B), pohvale pa *Lara BESENIČAR* iz Nove gorice (O), *Gregor ČERNE* iz Kranja (A), *Tomaž PIHLER* iz Ljubljane (A), *Krištof OŠTIR SEDEJ* iz Kranja (B), *Aleš MOHORVIČ* iz Ljubljane (B) in *Andreja GOMBOC* iz Murske Sobote (C). Velja omeniti, da so letos srednješolcem podelili le 3 prve, 4 druge in 5 tretjih nagrad. V petčlansko reprezentanco za olimpiado v Avstriji je bil izbran *Andrej VILFAN*, kot prva rezerva pa *Andrej LAMOVEC*.

Osnovnošolci so reševali naloge v enotni skupini (O):

1. Deček, ki stoji na premičnih stopnicah, pride iz pritličja v prvo nadstropje v 10 s, če pa po stopnicah hodi, pa v 6 s. V kolikšnem času bo prišel iz pritličja v prvo nadstropje po nepremičnih stopnicah, če po njih hodi enako hitro, kot je prej hodil po premičnih?

2. Mehurček zraka se dviga proti površini vode. Ko je bil pod vodo v globini 5 m, je bil njegov volumen 4 mm^3 . Kolikšen je njegov volumen tik pod površino vode? Tlak zraka je 10^5 Pa , temperatura vode in mehurčka je v globini 5 m enaka kot na površini. Gostota vode je 1000 kg/m^3 .

3. Izračunaj električni upor lika med točkama A in B , narejenega iz žic v obliki krožnic prikazanih na sliki. Polmer največje krožnice je $r = 10 \text{ cm}$, presek žic je $S = 1 \text{ mm}^2$, specifični upor pa $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$.



4. Na špiritnem gorilniku segrejemo 500 g vode od 10°C do 64°C . Kolikšen je izkoristek špiritnega gorilnika, če pri tem porabimo 100 g špirita? Specifična gorilna toplota špirita je 2700 kJ/kg , specifična toplota vode pa 4200 J/kgK .

5. Pred ravno zrcalo postavimo zbiralno lečo, tako da je njeno gorišče na zrcalu. S konstrukcijo določi, kam moramo postaviti predmet, da bo njegova slika nastala na leči.

Srednješolci so se pomerili v treh tekmovalnih skupinah:

Skupina A (Mehanika in toplota)

Eksperimentalna naloga:

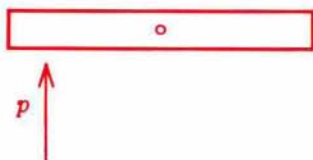
Določi kvocient trenja med ponikljano palico in prstanom z naslednjim eksperimentom: Prstan drsi po palici, ki je nagnjena proti vodoravni ravnini pod kotom med 20 stopinjami in 30 stopinjami.

Rezultate merjenja prikaži v tabeli z najmanj 10 izmerki. Opiši postopek merjenja, določi povprečno vrednost, napake pri merjenju in obravnavaj rezultat.

Potrebščine: ponikljana palica, prstan, stojalo s spojko in držalom, ravnilo z dolžino 0,5 m, trije listi belega papirja, lepljiv trak.

Računske naloge:

1. Na peščenem zemljišču mečemo kovanec. V začetnem trenutku je kovanec v vodoravnem položaju na višini h . Kovanec na robu sunemo, tako da je sunek sile enak p , in kovanec poleti navpično navzgor. Pri tem se vrti okoli osi, ki je pravokotna na smer sunka sile. Pri katerih vrednostih sunka sile p se bo kovanec navpično zaril v pesek?

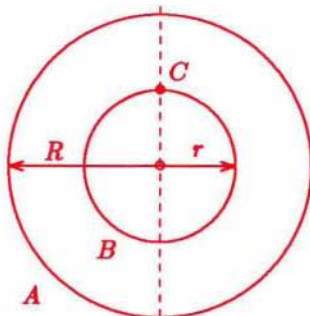


Predpostavi, da ima kovanec obliko diska z radijem r in vztrajnostnim momentom I okoli osi vrtenja.

2. Svinčnik postavimo na kazalca leve in desne roke, tako da sta oddaljena za a oziroma b od težišča svinčnika ($a < b$). Koeficient lepenja bodi u_0 , koeficient trenja pri drsenju pa u , ($u < u_0$). Poskusimo premakniti prsta proti sredini. Kako se bosta prsta gibala? Kateri je končni položaj prstov?

3. Obroč A z radijem $R = 10$ cm postavimo na vodoravno os B z

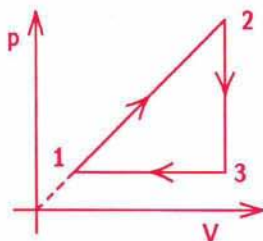
radijem $r = 5$ cm, kot je prikazano na sliki.



Kotna hitrost obroča je na začetku $\omega = 400$ rad/s. Koliko obratov bo napravil obroč preden se bo zaustavil, če je koeficient trenja $u = 0,5$? Predpostavi, da se obroč dotika osi samo na vodoravni črti, na kateri leži točka C . Za težišni pospešek vzemi 10 m/s^2 .

4. Osem enakih živosrebrnih kapljic se nahaja v vakuumu pri temperaturi 20°C v breztežnem stanju. Kapljice se adiabatno spojijo v eno. Določi temperaturo kaplje po spojitvi. Volumen vsake kapljice znaša $5,236 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^3$. Gostota živega srebra je $13,6 \text{ kg/dm}^3$, specifična toplota 138 J/kgK in površinska napetost $0,5 \text{ N/m}$.

5. Kolikšen je izkoristek idealnega toplotnega stroja, ki opravlja krožno spremembo na sliki? Razmerje maksimalne in minimalne temperature v ciklu je $T_{max}/T_{min} = \tau$, razmerje specifičnih toplot pa $c_p/c_v = \kappa$.



Skupina B (Elektrika in magnetizem, nihanja in valovanja)

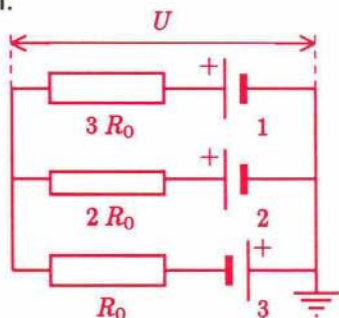
Eksperimentalna naloga:

V „črni škatli“ s štirimi priključki se nahaja električno vezje z neznanimi elementi, ki so spojeni na neznan način. Določi kateri elementi se nahajajo v „črni škatli“, kako so spojeni in kolikšne so njihove vrednosti. Opiši postopek merjenja.

Potrebščine: izvor enosmerne napetosti (ploščata baterija), „črna škatla“, dva univerzalna instrumenta, dve priključni žici, štirje krokodili.

Računske naloge:

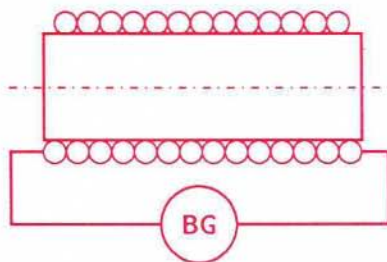
1. Električno vezje je prikazano na sliki.



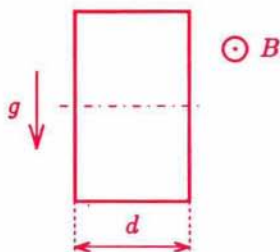
Izračunaj:

- električno napetost U
- tokove skozi upornike
- moč, ki jo trošijo izvori gonilnih napetosti
- moč, ki se troši na upornikih, če je $R_0 = 10 \, \Omega$ in $U_0 = 10 \, \text{V}$.

2. Tuljava z radijem 10 cm in 500 navoji je narejena iz tanke bakrene žice in se vrti okoli svoje geometrijske osi s frekvenco 100 Hz. Tuljava je priključena na balistični galvanometer. Ko se zaustavi, se kazalec na galvanometru premakne. Kolikšnin naboj je stekel skozi galvanometer, če je upor vezja $100 \, \Omega$?

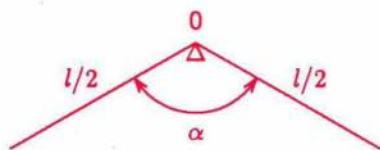


3. Okrogla kovinska plošča z radijem R pada navpično v homogenem magnetnem polju, ki je vzporedno s površino zemlje in s površino plošče.



Pri padanju plošča ne spreminja smeri. Določi pospešek plošče, če je masa plošče m , gostota magnetnega polja B , debelina plošče d pa je mnogo manjša od radija R . Pospešek prostega pada bodi g .

4. Ravno homogeno žico z dolžino L in maso m na sredini prepognemo, tako da kraka tvorita kot α in postavimo na klin. Žica niha brez trenja okoli roba klina.



Določi nihajni čas nihanja tega nihala pri majnih odklilih od ravnovesne lege. Vztrajnostni moment ravne žice z dolžino a in maso m okoli krajišča znaša $I = \frac{1}{3} m \cdot a^2$.

5. Curek delcev z nabojem e in maso m lahko uklanjamo v prečnem električnem ali prečnem magnetnem polju.

a) Pokaži, da za majhne kote φ velja:

$$\varphi_e = \frac{a}{v^2}, \quad a = \frac{eEl}{m} \quad \text{in}$$

$$\varphi_m = \frac{b}{v}, \quad b = \frac{eBl}{m}$$

če je v hitrost delcev, l dožina polja v smeri curka, φ_e meri spremembo smeri curka po prehodu prečnega električnega polja z jakostjo E in φ_m spremembo v prečnem magnetnem polju z gostoto B .

b) Curek, v katerem so hitrosti delcev porazdeljene v intervalu $[v_0 - \Delta v, v_0 + \Delta v]$, se bo po prehodu polja razpršil. Ta efekt lahko zmanjšamo, če curek pošljemo najprej skozi prečno električno in nato še skozi prečno magnetno polje, pri čemer sta E in B pravokotna. Pokaži, da lahko s primerno izbiro B dosežemo, da se bo curek fokusiral v smeri $\varphi_0 = -a/v^2$, če φ_0 meri spremembo smeri curka po prehodu električnega in magnetnega polja.

c) Določi interval kotov $[\varphi_0 - \Delta\varphi, \varphi_0 + \Delta\varphi]$ ter jakost E in optimalno gostoto B tako, da bo $\Delta\varphi$ najmanjši, za naslednje podatke: $\varphi_0 = 2^\circ$, $v_0 = 4 \cdot 10^5$ m/s, $\Delta v = 10000$ m/s, $l = 40$ cm (za obe polji), $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As in $m = 2,0 \cdot 10^{-26}$ kg.

Skupina C (Optika, atomika in teorija relativnosti)

Eksperimentalna naloga:

Določi lomni kvocient sredstva, ki napolnjuje stekleno prizmo, in lomni kvocient stekla, iz katerega je narejena prizma. Rezultate merjenja prikaži v tabeli in opiši postopek merjenja. Določi povprečne vrednosti, napako in diskutiraj rezultate.

Potrebščine: steklena prizma, priponke (bucke), bel papir, plutovinasta podloga, trikotniki, kotomer, svinčnik.

Računske naloge:

1. Točkasti izvor svetlobe se nahaja na oddaljenosti L od zaslona. Med izvor in zaslon postavljamo tanko zbiralno lečo z goriščno razaljo $F > \frac{1}{4}L$, ki je vzporedna z zaslonom. Pri kateri legi leče je radij svetle pege na zaslonu najmanjši?
2. Fotoamater želi posneti nek predmet tako, da bo slika dvakrat manjša od predmeta. Napravil je nekoliko posnetkov z iste oddaljenosti ob enaki odprtini zaslonke objektiv, a pri različnih časih osvetlitve. Ugotovil je, da je najboljši negativ dobil pri času osvetlitve 0,9 s. Kolikšen naj bo čas osvetlitve, če želi posneti isti predmet v naravni velikosti. Predpostavi, da je odprtina zaslonke enaka v obeh primerih in da je njen premer majhen v primeri z goriščno razdaljo. Zanemari absorpcijo svetlobe pri prehodu skozi objektiv.
3. Določi minimalno napetost na rentgenski cevi, če želimo dobiti rentgenske žarke z valovno dolžino $\lambda = 3 \cdot 10^{-11}$ m. Kolikšna je hitrost v elektronov pri trku z anodo? Določi de Broglieovo valovno dolžino λ' teh elektronov. Podatki: Plankova konstanta $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js, elementarni naboj $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ As, masa elektrona $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg in hitrost svetlobe $c_0 = 3,0 \cdot 10^8$ m/s.
4. Gravitacijsko polje zvezde z veliko maso spremeni valovno dolžino svetlobe, ki pride s površine zvezde. Predpostavi, da ima foton maso, ki čuti gravitacijsko sil in izračunaj gravitacijski premik valovne dolžine $\Delta\lambda/\lambda$ svetlobe, ki pride s površine sonca z maso $M = 2 \cdot 10^{30}$ kg in z radijem $R = 7 \cdot 10^5$ km. Zamisli si, da čez čas sonce postane nevtronska zvezda, pri kateri je gravitacijski premik 10 % in izračunaj razmerje gostote takšne zvezde in današnje gostote sonca. Podatki: Plankova konstanta $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js, gravitacijska konstanta pa $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg².

5. Pioni so kratkoživi delci razpadnim časom $2.6 \cdot 10^{-8}$ s in mirovno energijo 139 MeV. Zaradi relativističnega podaljšanja časa se za opazovalca, ki opazuje hitre pione, njihov razpadni čas poveča.

Pri poskusu so pioni nastajali pri trku hitrih protonov na mirujoči tarči. Z uklonom v magnetnem polju in s sistemom rež so iz nastalih pionov izločili raven curek z dobro določeno hitrostjo in merili pojevanje števila pionov v curku z razdaljo. V izbranem časovnem intervalu so dobili naslednje rezultate:

relativna lega detektorja:	0 m	5 m	10 m	15 m	20 m
število razpadov	790	507	440	348	237

Določi hitrost pionov v curku in njihovo kinetično energijo.

Bojan Golli

Slike in besedilo v zgornjem prispevku so bili postavljeni z urejevalnikom T_EX in izpisani na laserskem tiskalniku.

BREZ BESED – rešitev iz P-3

$$\begin{aligned}
 & \heartsuit^2 + \clubsuit = \heartsuit \times \clubsuit \Rightarrow \\
 \Rightarrow & (\heartsuit - 1) \times (\clubsuit - \heartsuit - 1) = 1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow & \heartsuit = 2, \clubsuit = 4
 \end{aligned}$$

TRI SRCA – Rešitev s str. 232

Označimo cifre $\heartsuit$, $\spadesuit$, $\diamondsuit$ in $\clubsuit$ zaporedoma z x , y , u in v . Potem iz naloge razberemo enakost

$$xy + uv + 3(y + u) = 111x$$

Takoj vidimo, da velja $x = 1$ in je zato

$$u(v + 3) + 4y = 111$$

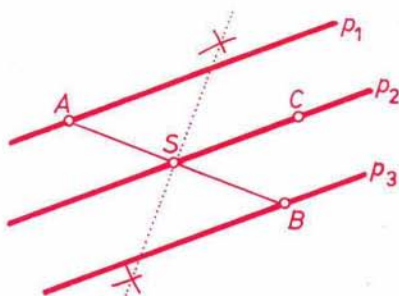
Od tod sledi, da je cifra u liho število in v sodo, produkt uv pa večji od 50. Zato velja $u \in \{7, 9\}$ in $v \in \{6, 8\}$, odkoder brž dobimo edino rešitev $x = 1, y = 3, u = 9$ in $v = 8$.

Boris Lavrič

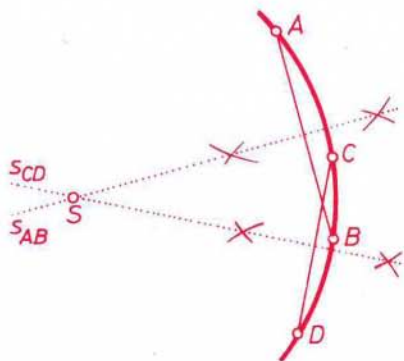
255

NEKAJ NAČRTOVALNIH NALOG – Rešitve s str. 245

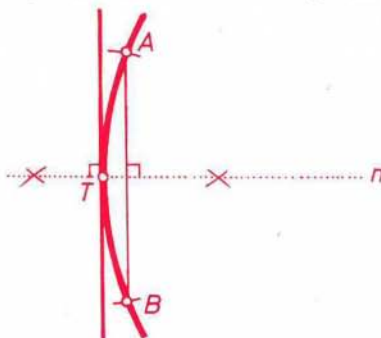
1. Dane točke označimo z A, B in C . Načrtamo daljico AB in njeno središče S , premico p_1 , ki gre skozi točki S in C , in vzporednici p_2, p_3 .



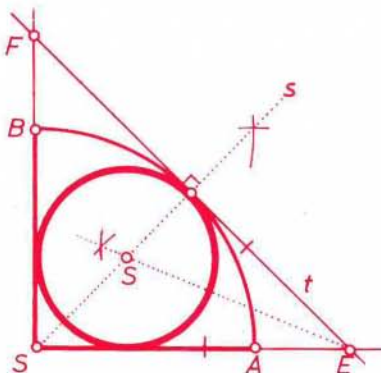
2. Sečišče dveh tetivnih simetral je središče loka.



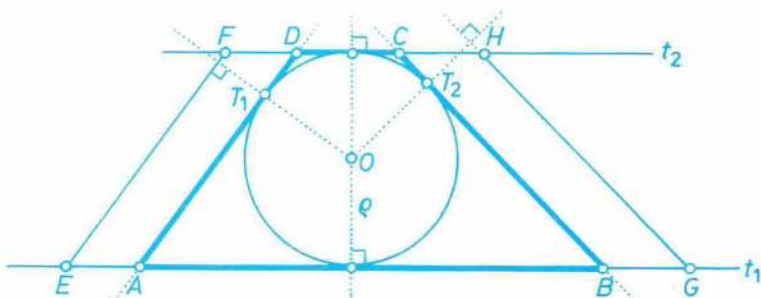
3. Iz izbrane točke T na danem loku odmerimo s šestilom na obe strani enaki dolžini $\overline{TA} = \overline{TB}$. Simetrala daljice AB je pravokotna na iskano tangento.



4. Poglejmo sliko. Simetrala s pravega kota ASB naj seče lok AB v točki T , v kateri načrtamo tangento $t \perp s$. Ta seče premici AS in BS zaporedoma v točkah E in F . Iskani krog je včrtan trikotniku EFS .

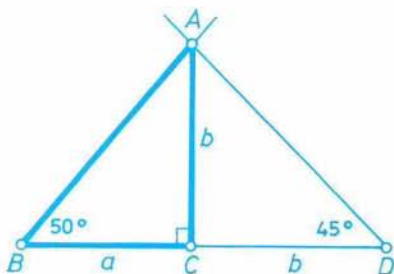
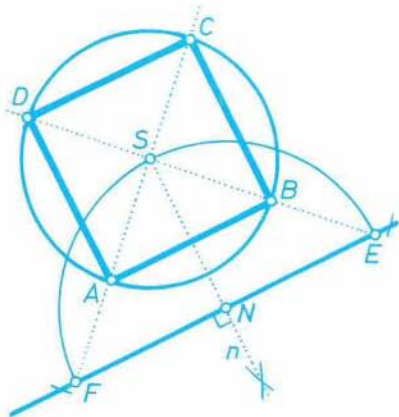


5. Krogu načrtamo vzporedni tangenti t_1 in t_2 , nato izberemo daljici EF in GH , kot kaže slika ($\overline{EF} = \overline{AD}$, $\overline{GH} = \overline{BC}$). Pravokotnici n_1 in n_2 skozi točko O na EF in GH sekata krožnico v T_1 in T_2 , vzporednici z EF skozi točko T_1 in z GH skozi točko T_2 sta kraka iskanega trapeza.



6. Skozi središče kroga načrtamo pravokotnico n na m . Polmera SA in SB oklepata z n kot 45° .

7. Trikotnik BDA (glej sliko) načrtamo brez težav. Točka C je nožišče višine na stranico BD .



Pavel Zajc

ŠE NEKAJ MISLI

Ne ve, kdor govori, kdor ve, molči.

Kdor hoče biti osvobojen vseh skrbi, naj se izogne znanosti.

Lao Ce

SOLA

razred

5

SOL.

OBC.

REP.

PROSTO

SOL.

OBC.

REP.

PROSTO

FIZIKA

MATEMATIKA



OSNOVNA

6



8



1



SREDNJA

2



3



4

