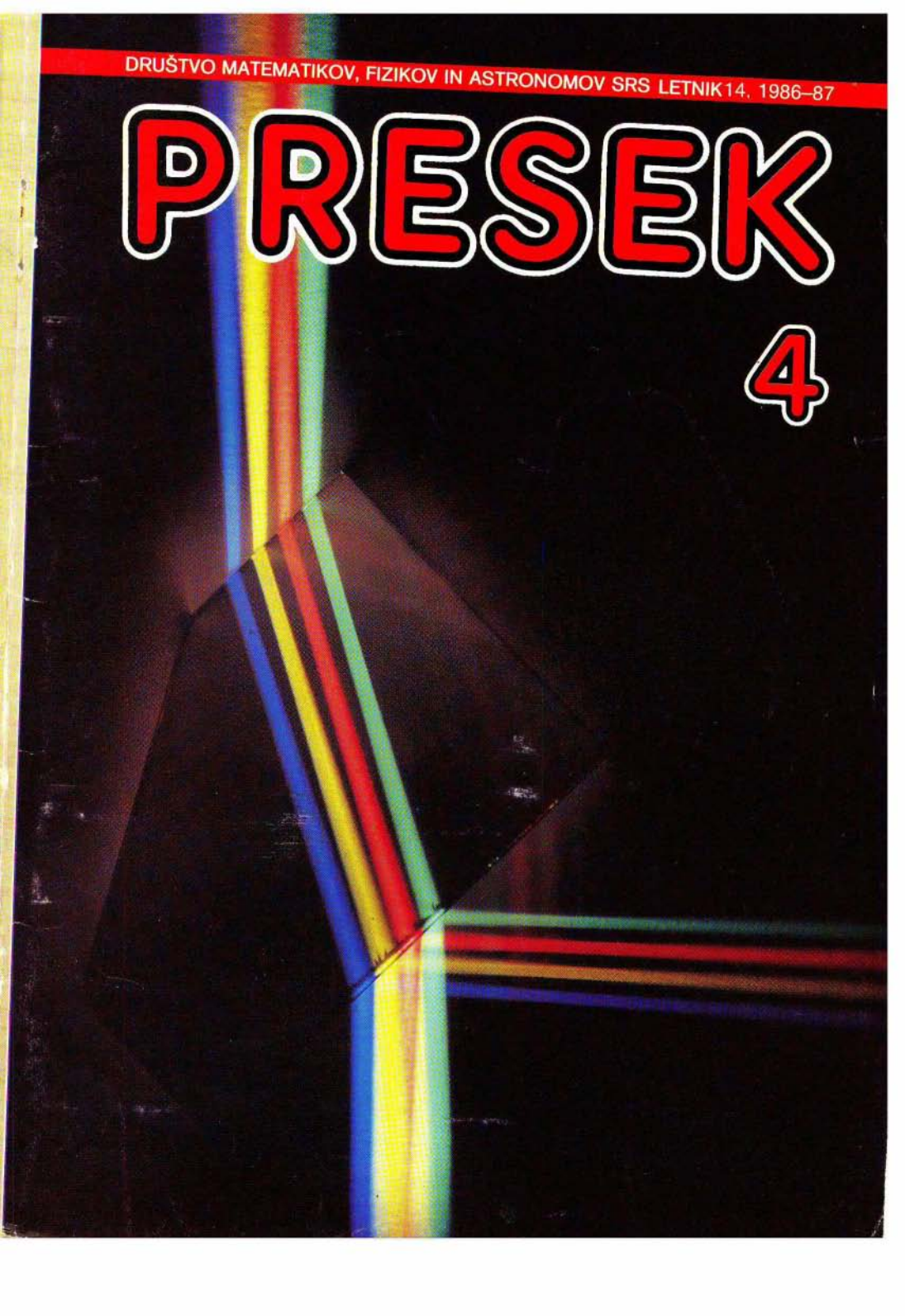


DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SRS LETNIK 14. 1986-87

PRESEK

4



I
1960
-1966

V. Batagelj
T. Pisanski

**Rešene
naloge
iz matematike**
z republiških
tekmovanj

Alojzij Vadnal

**Rešeni problemi
linearnega
programiranja**

**KRATKA
ZGODOVINA
MATEMATIKE**
Dirk J. Struik

**MARJAN HRIBAR · REŠENE
NALOGI IZ FIZIKE**
z republiških tekmovanj

II
1967
-1975

V. Batagelj
T. Pisanski

**Rešene
naloge
iz matematike**
z republiških
tekmovanj

FRANC LEBEDIČNIK ALOJZIJ VADNAL

FUNKCIJE II

alojzij vadnal

**diskretno dinamično
programiranje**

ALOJZIJ VADNAL

FUNKCIJE

Alojzij Vadnal

**OSNOVE
DIFERENČNEGA
RAČUNA**

ALOJZIJ VADNAL

**ELEMENTARNI UVOD
V VERJETNOSTNI
RAČUN**

JANEZ STRNAD

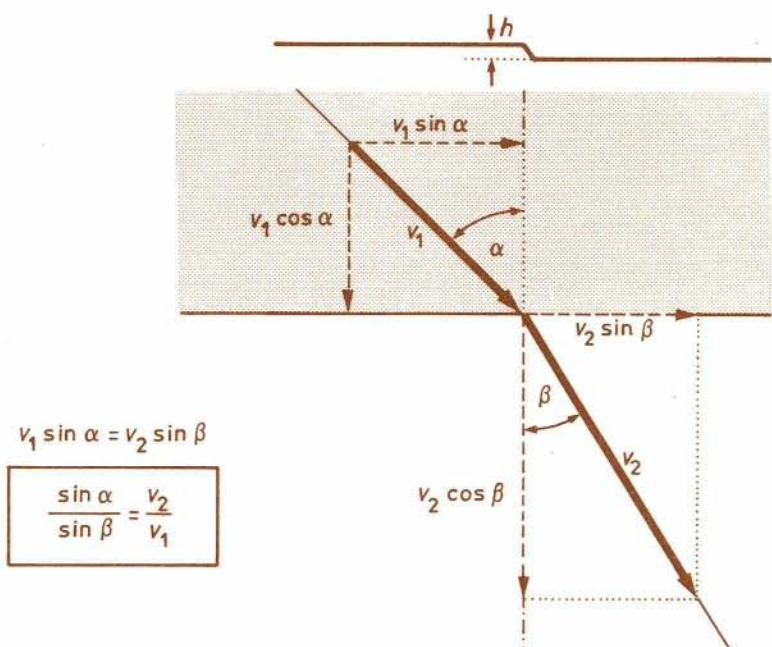
**KVANTNA
FIZIKA**

VSEBINA

FIZIKA	O naravi svetlobe in o lomu (Janez Strnad)	194
NOVICE	Urniki tekmovanj v letu 1987 (Darjo Felda)	200
TEKMOVANJA	17. mednarodna fizikalna olimpiada (Grega Cigler Janez Strnad)	203
	6. republiško tekmovanje iz fizike za osnovnošolce Rešitve nalog str. 240 (Zlatko Bradač, Mirko Cvahte)	204
MATEMATIKA	McCullochovi stroji (Izidor Hafner)	212
	Fibonaccijevo zaporedje (Emil Beloglavec, Mitja Lakner)	216
	Fermatova števila (Branko Pavšek)	220
RAČUNALNIŠTVO	4. poletna šola računalništva (Tadej Lasbaher)	225
	O uporabi rekurzivnih formul (Marko Razpet)	226
	Logo na računalniku commodore 64 (Vladimir Batagelj, Boris Horvat, Tomaž Pisanski)	232
RAZVEDRILO	PRESEKOV ŠKRAT (Roman Rojko)	211
	O NEWTONU (Izbral in prevedel Janez Strnad)	215
	ŠTEVILSKA KRIŽANKA (Franci Oblak)	222
	BISTROVIDEC — Langfordov problem (Vladimir Batagelj)	223
	PREMISLI IN REŠI — rešitev iz P—XIV/2 — Razdeliva si vino (Peter Petek)	224
	NALOGA — 1987 kvadratov — Rešitev str. 253 (D.M.Milošević, prev. Peter Petek)	248
REŠITVE NALOG	ŠTEVILSKA KRIŽANKA (Franci Oblak) iz P—XIV/2	231
	iz P—XIV/3	248
	2. srednješolsko tekmovanje iz matematike — rešitve nalog iz P—XIV/2, str. 81 (Darjo Felda)	246
	12. izbirno srednješolsko tekmovanje iz matematike — rešitve nalog iz P—XIV/2, str. 83 (D. Felda)	249
	— rešitve nalog iz P—XIV/2, str. 83 (Darjo Felda)	249
NOVE KNJIGE	Presekov koledar II (Ciril Velkovrh)	252
	Ivan Vidav, Josip Plemelj — Ob dvajsetletnici smrti (Ciril Velkovrh)	254
NA OVITKU	Lom svetlobe — glej članek na str. 194 (Foto Marjan Smerke)	I

O NARAVI SVETLOBE IN O LOMU

Svetloba potuje po praznem prostoru v ravni črti s hitrostjo malo manj kot 300 000 kilometrov na sekundo. To je največja hitrost, ki jo lahko dosežejo delci, energija in sporočila. V prvi polovici 17. stoletja je bil Rene Descartes prepričan, da se svetloba razširi v hipu in je njena hitrost neskončna, medtem ko je Galileo Galilei zagotavljal, da je končna. Nobeden od njiju pa svojih trditvev ni mogel podpreti z merjenji. Prvi je določil hitrost svetlobe leta 1676 Ole Römer z opazovanjem mrkov Jupitrove lune, ki so si sledili v daljših razmikih,



Slika 1. Prehod kroglice preko klanca, pri katerem dobimo lom kot pri prehodu svetlobe iz zraka v vodo. Hitrost kroglice pred prehodom meri $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$, po prehodu pa $v_2 = 0,67 \text{ m/s}$. (Če se kroglica ne kotali, ampak drsi, velja $(1/2)mv_2^2 = (1/2)mv_1^2 + mgh$ in je klanec visok $h = 1 \text{ cm}$, če pa se kotali, velja $(7/5) \cdot (1/2)mv_2^2 = (7/5) \cdot (1/2)mv_1^2 + mgh$ in je klanec visok $h = 1,4 \text{ cm}$. Pri tem je m masa kroglice.) Pri vpadnem kotu $\alpha = 45^\circ$ meri lomni kot $\beta = 32^\circ$. Ker se prečna komponenta hitrosti ne spremeni, velja $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$ in zapišemo lomni zakon v obliki $\sin \alpha / \sin \beta = v_2 / v_1$.

ko se Zemlja oddaljuje od Jupitra, in v krajših, ko se mu približuje. Za hitrost svetlobe je dobil okoli 222 000 kilometrov na sekundo.

Tedaj so oživila vprašanja o naravi svetlobe. Ali jo sestavljajo delci, ki potujejo od svetila na vse strani? Ali gre za nekakšne periodične motnje, ki jim dandanes pravimo valovanje? Prvo je mislil Isaac Newton, drugo pa Christian Huygens. Newton svojega mnenja ni vsiljeval drugim, toda njegovi pristaši niso dopuščali druge razlage. Tako je zaradi Newtonovega ugleda do prve polovice 19. stoletja prevladovala delčna teorija svetlobe. Po premem širjenju v praznem prostoru se ni bilo mogoče odločiti ne za eno ne za drugo. Na začetku 19. stoletja pa so se začeli množiti namigi, da svetlobe ne sestavljajo delci. Toda trajalo je precej časa, preden se je to spoznanje uveljavilo.

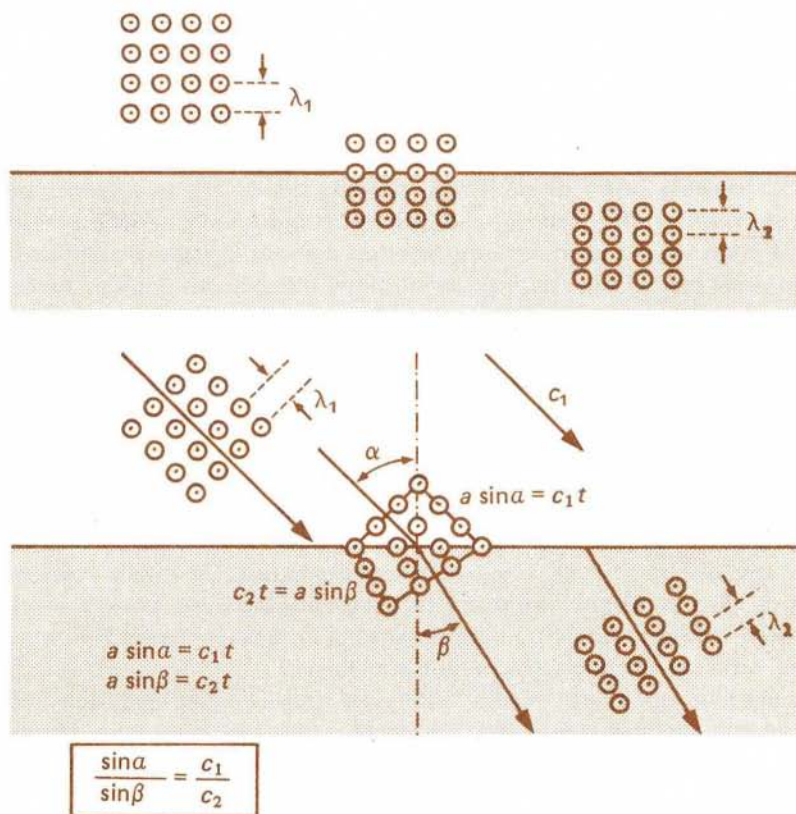
Na prehodu od delčne teorije k valovni je imel pomembno vlogo *lom*, kakor imenujemo pojav, da svetloba na prehodu iz snovi v snov spremeni smer. Zagotovo ste že videli, kako je palica, katere del sega v vodo, navidez zlomljena. Tukaj potrebujemo samo podatek, da se pri prehodu iz zraka v vodo svetloba lomi proti pravokotnici na mejo med obema območjema. Pojav so spočetka pojasnili z obema predstavama o svetlobi.

Pri prvi mislimo na kroglico, ki se kotali po vodoravni podlagi. Ko preide čez nizek klanec, se kotali po nižjem delu vodoravne podlage z večjo hitrostjo. Na klancu se pospeši le v vzdolžni smeri, ne v prečni. Zato zavije proti pravokotnici na meji obeh območij (slika 1).

Pri drugi predstavi mislimo na četo, ki po cesti zavije na njivo. Brž ko mož v njej prekorači mejo, začne korakati počasneje. Če koraka četa pravokotno na mejo z njivo, se njena smer ne spremeni. Spremeni se samo razmik med vrstama: tem bolj se zmanjša, čim bolj se zmanjša hitrost. Če koraka poševno na mejo z njivo, pa se spremeni smer. Mož, ki gre prvi čez mejo, se mora nekoliko zasukati, če naj ostane vrsta poravnana (slika 2). Smer se tudi v tem primeru zlomi proti pravokotnici na mejo obeh območij.

Svetloba je vsekakor mnogo hitrejša od kroglice in od korakajočih mož. Oboje smo uporabili le kot nekakšen *model*, da smo lažje razpravljali. Ugotovili smo, da lahko lom pojasnimo z različno hitrostjo tostran meje in onstran nje. Toda pri valovanju je hitrost onstran meje manjša kot tostran, pri delcih pa večja, če se svetloba lomi proti pravokotnici na mejo. Povedali smo že, da se pri prehodu iz zraka v vodo svetloba lomi proti pravokotnici. Treba je torej izmeriti njeno hitrost v vodi. Hitrost v zraku je približno enaka kot v praznem prostoru. Če je hitrost svetlobe v vodi večja kot v praznem prostoru, zmaga delčna teorija, če pa je manjša, zmaga valovna teorija. To sta vedela že Newton in Huygens, le da s tedanjimi napravami ni bilo mogoče meriti v laboratoriju ne hitrosti svetlobe v zraku ne v vodi.

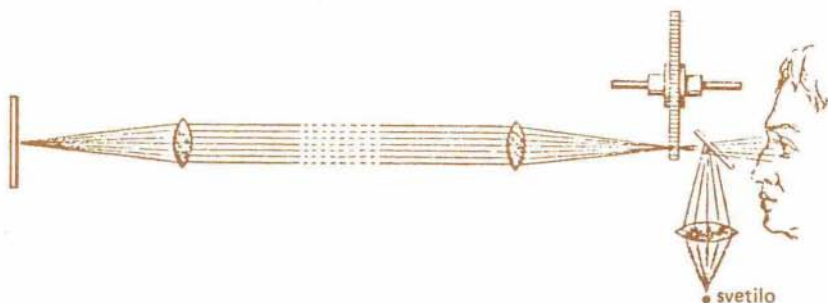
Okoli leta 1840 je Dominique Francois Jean Arago opoziril na to ugotovitve svoja učenca Armanda Hippolyta Louisa Fizeauja in Jeana Bernarda Leona Foucaulta. Prijatelj sta bila rojena leta 1819 in sta delala v fiziki, ne da bi si z njo služila kruh. Toda še preden sta se lotila naloge, sta se sprla in nadaljevala raziskovanje vsak po svoji poti.



Slika 2. Prehod čete s ceste na njivo, pri katerem dobimo lom kot pri prehodu svetlobe iz zraka v vodo. Četa koraka na cesti s hitrostjo $c_1 = 4$ km/h, na njivi pa s hitrostjo $c_2 = 3$ km/h. Pri prehodu v smeri pravokotnice na mejo se smer čete ne spremeni, pač pa se v razmerju hitrosti pomanjša razmik med vrstami (zgoraj): $\lambda_1 / \lambda_2 = c_1 / c_2$. Razmik med vrstami ustreza krajevni periodi, se pravi valovni dolžini pri valovanju. Pri prehodu pod vpadnim kotom $\alpha = 45^\circ$ se četa spremeni smer, tako da meri lomni kot $\beta = 32^\circ$ (spodaj). Desni in levi bok potrebujeta za prehod čez mejo enak čas t , tako da velja $a \sin \alpha = c_1 t$ in $a \sin \beta = c_2 t$ in zapišemo lomni zakon v obliki $\sin \alpha / \sin \beta = c_1 / c_2$.

Prvi del naloge je rešil Fizeau leta 1849: uspelo mu je izmeriti hitrost svetlobe v zraku. Uspeh pa je bil samo polovičen: ni mogel meriti v laboratoriju in način zato ni bil uporaben za merjenje svetlobe hitrosti v vodi. Meril je med pariškima gričema Montmartre in Suresnes v razdalji 8,6 kilometra. Curek svetlobe iz močne svetilke je zbral z lečo in ga usmeril na zrcalo na drugem griču, da se je vrnil na prvega. Curek je tekel skozi zobe zobatega kolesa. Kolo je začel vrteti z vse večjim številom vrtljajev in pri določenem številu vrtljajev na sekundo kolo ni več prepuščalo svetlobe. Za pot do drugega griča in nazaj je svetloba porabila tolikšen čas kot kolo, da se je zasukalo za polovico kota med sosednjima zobema. Svetloba je na poti tja šla skozi presledek med zobema, na poti nazaj pa je zadela zob (slika 3). Kratek račun je dal za hitrost svetlobe 313 000 kilometrov na sekundo.

Foucault si je dal več časa, zato pa je dosegel končni uspeh. S svojim načinom je lahko izmeril hitrost svetlobe na poti nekaj metrov. To je lahko naredil v vodi. Zrcalce je poganjala majhna parna turbina na isti osi s 600 vrtljaji v sekundi. Mirojoče zrcalce je poslalo curek svetlobe iz reže na zrcalo, da se je odbil sam vase in nazaj v režo. Ko se je zrcalce zelo hitro vrtelo, se je v času, ki ga je porabila svetloba za pot do zrcala in nazaj, tako zasukalo, da je nastala slika reže v določeni razdalji od reže. Po tej razdalji in podatkih o oddaljenosti



Slika 3. Bistvo Fizeaujevega načina merjenja po stari risbi. Ob očesu je polprepustna ploščica, to je delno posrebreno zrcalo, ki prepusti približno polovico vpadne svetlobe. Zobato kolo z n zobmi se vrti s frekvenco $\nu = 1/t_0$, pri tem je t_0 čas enega vrtljaja, ko ne vidimo slike svetila. Tedaj je čas $t = t_0/2n = 1/2n\nu$, v katerem se zavrti kolo za polovico razmika med zobema, enak času potovanja svetlobe od zobatega kolesa do zrcala v razdalji l in nazaj: $t = 2l/c$. Oboje izenačimo in dobimo $1/2n\nu = 2l/c$ in nazadnje

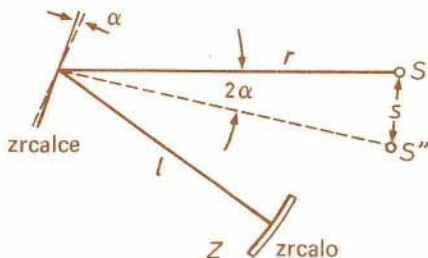
$$c = 4n\nu l$$

Pri kolesu z $n = 720$ zobmi je Fizeau nameril razdaljo $l = 8,633$ km in frekvenco kolesa $\nu = 12,6 \text{ s}^{-1}$. Iz tega je izračunal hitrost svetlobe v zraku $c = 4.720.8.633 \text{ km} \cdot 12,6 \text{ s}^{-1} = 313\,000 \text{ km/s}$.

Slika 4. Foucaultov način merjenja. V poenostavljeni risbi (desno) se svetloba iz svetila S odbija na zrcalcu do krogelega zrcala Z in nazaj do mirujočega zrcala (črtkano) ter se vrne do svetila. Ko je zrcalce ob povratku zasukano (sklenjeno), nastane premaknjena slika svetila S''. Razdaljo $s = 2ra$ svetila S in slike S'' določa kot α , za katerega se zasučje zrcalce v času potovanja svetlobe od zrcalca do zrcala Z v razdalji l in nazaj: $t = 2l/c$. Velja $\alpha = 2\pi vt$ in $s = 2r.2\pi v.2l/c$ in nazadnje

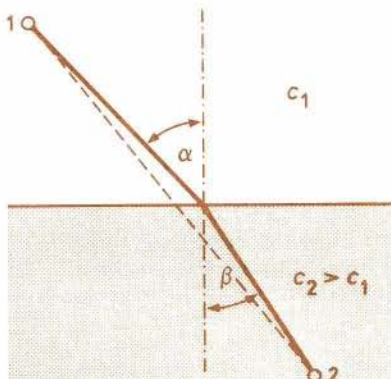
$$c = 8\pi vrl/s$$

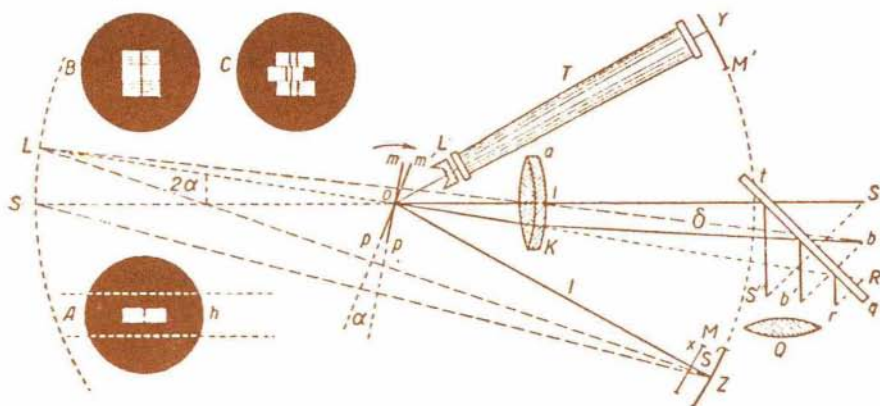
Foucault je pri frekvenci zrcala $v = 800 \text{ s}^{-1}$ in razdaljah $l = 4 \text{ m}$ in $r = 2,515 \text{ m}$ nameril $s = 0,7 \text{ mm}$. Iz tega je dobil za hitrost svetlobe v zraku $c = 8\pi.800 \text{ s}^{-1}.2,515 \text{ m}.4\text{m}/7.10^{-4} \text{ m} = 289\,000 \text{ km/s}$. Naprava je bila v resnici precej bolj zapletena (desno). Z njo je lahko naravnost primerjal hitrost svetlobe v zraku c s hitrostjo v vodi c' . Poleg polprepustne ploščice tq, leče aK



in lupe Q sta dodana cev z vodo T in krogešno zrcalo Y, simetrično glede na zrcalo Z. Z nitko pred svetilom in zaslonkami je dosegel, da sta sliki po odboju na zrcalu Z ob mirujočem zrcalu (A) obdajali šibkejši zelenkasti sliki po odboju na zrcalu Y (B). Ko se je zrcalce hitro vrtelo, sta se robni sliki premaknili za $s' = 8\pi vrl/c'$, srednja pa za $s = 8\pi vrl/c$. Premika s' in s sta bila približno v razmerju 4/3, iz česar je sledilo za razmerje hitrosti v vodi in v zraku $c'/c = 3/4$.

Fermatovo načelo. Z lomom je povezana neka presenetljiva lastnost valovanja. Točko 1 na eni strani meje dveh območij in točko 2 na drugi strani povežimo z lomljeno črto, po kateri potuje svetloba iz ene točke v drugo. Pokaže se, da pride svetloba iz točke v točko natanko po najkrajšem času. Pri tem velja lomni zakon $\sin\alpha/\sin\beta = c_1/c_2$. Po zveznici (črtkano), ki je sicer najkrajša razdalja obeh točk, bi bila pot z večjo hitrostjo krajša, a pot z manjšo hitrostjo daljša in bi potovanje trajalo dalj časa.





zrcalca od zrcala in od zaslona z režo je bilo mogoče izračunati hitrost svetlobe (slika 4). Foucault je dobil za hitrost svetlobe v zraku 298 000 kilometrov na sekundo in za hitrost svetlobe v vodi v cevi 221 000 kilometrov na sekundo. Hitrost svetlobe v vodi meri torej le 3/4 hitrosti svetlobe v zraku ali v praznem prostoru.

Hitrost svetlobe v prozorni snovi je manjša kot v praznem prostoru. Izid Foucaultovega merjenja je utrdil prepričanje, da je svetloba valovanje. Poskuse, ki s svojim izidom ovržejo eno izmed dveh nasprotujočih si teorij, imenujejo odločilne ali s tujo besedo *krucialne*. Toda tudi s pomenom takih poskusov ne gre pretiravati. Celo izid Foucaultovega merjenja bi lahko pojasnili z delčno teorijo, če bi jo prilagodili. Za delce pri prehodu čez mejo območij pač ne bi veljale enačbe, ki smo jih uporabili za kroglico na klancu. Svetlobo so imeli poslej sicer za valovanje, a vprašanje o njeni naravi je ostalo nerešeno do leta 1865, ko je James Clerk Maxwell ugotovil, da je *elektromagnetno valovanje*. Periodične spremembe, o katerih smo govorili, zadevajo električno in magnetno polje, pravokotno na smer potovanja valovanja. Vprašanje se je tedaj zdelo rešeno.

Toda v fiziki ni nobeno vprašanje rešeno dokončno. Vprašanje o naravi svetlobe se je odprlo ponovno po letu 1900, ko se je pokazalo, da je energija v elektromagnetnem valovanju razdrobljena na obroke, vsaj ko jo izmenjuje z elektroni in drugimi delci iz sveta atomov. Čeprav imajo ti obroki – *kvanti* ali *fotoni* – nekatere lastnosti delcev, pa v njih nikakor ne smemo videti potomcev Newtonovih svetlobnih delcev. Kljub temu je vprašanje o delčni ali valovni naravi svetlobe v našem stoletju ponovno stopilo na plan, le da v novi preobleki in na drugi ravni.

Janez Strnad

URNIK TEKMOVANJ V LETU 1987

PODROČJE	ŠOLA	TEKMOVANJE	DATUM
MATEMATIKA	osnovna	šolsko občinsko republiško zvezno	do 11. aprila 18. april 16. maj 6. junij
	srednja	šolsko izbirno republiško zvezno balkaniada olimpiada	28. februar 14. marec 4. april 18.–19. april začetek maja julij
FIZIKA	osnovna	področno republiško zvezno	11.04. ob 9. uri 09.05. ob 10. uri 16.–17. maj
	SVIO	republiško	6. junij
	srednja	republiško zvezno olimpiada	24.–25. april 16.–17. maj junij
LOGIKA	osnovna in srednja	republiško	26. september
RAČUNALNIŠTVO		republiško	22.–23. maj

NEKAJ INFORMACIJ O TEKMOVANJIH

1. Matematika — osnovna šola

Vsa tekmovanja bodo potekala v skladu z lani sprejetim Pravilnikom o tekmovanju osnovnošolcev iz matematike za Vegova priznanja. Pojasnila lahko dobite pri tov. A. Potočniku, OŠ Kette–Murn, Koširjeva 2, Ljubljana, telefon (061)–444–181.

2. Matematika — srednja šola

Razpis šolskega (za učence nenaravoslovnih usmeritev) in izbirnega tekmovanja (za vse učence, ki želijo sodelovati na republiškem tekmovanju) bomo tako kot doslej skupaj s prijavnicami poslali na šole. Vsa pojasnila daje tov. *D. Felda*, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, Ljubljana, tel. (061)—265—161 (int. 233).

3. Fizika — osnovna šola

Republiško tekmovanje iz fizike za osnovnošolce bo na Pedagoški akademiji v Ljubljani, Allendejeva ulica (informacije: *F. Plevnik*, tel. (061)—340—561). Tekmovanje je ekipno, ekipo sestavljata dva učenca. Vsaka šola lahko prijavi po eno ekipo za 7. in eno ekipo za 8. razred. Vse ekipe, ki želijo sodelovati na republiškem tekmovanju, se morajo udeležiti predtekmovanja v ustrezni organizacijski enoti Zavoda za šolstvo SRS:

- v Celju na Tehniški srednji šoli, Pot na Lavo 22 (J. Dolenšek)
- v Mariboru na Pedagoški akademiji, Koroška c. 160 (M. Cvahte)
- v Kopru na Srednji šoli, Cankarjeva 2 (E. Okretič)
- v Ljubljani na Pedagoški akademiji, Allendejeva ulica (F. Plevnik)
- za Gorenjsko v Radovljici, OŠ A.T.Linhart, Kranjska 27 (L. Lapuh—Čufar)
- v Murski Soboti na Srednješolskem centru, Naselje V. Vlahovića 12 (E. Dečko)
- v Novi Gorici na OŠ IX. korpusa NOVJ, Kidričeva 36 (A. Fakin)
- v Novem mestu na OŠ Grm, Trdinova 7 (T. Bučar)

Gradivo za pripravo tekmovalcev je snov iz učbenika Ferbarja in Plevnika za 7. in 8. razred. Med tekmovanjem učenci lahko uporabljajo navedena učbenika in računalnik. Predtekmovanje bo sestavljeno iz vprašanj in računskih nalog, na republiškem tekmovanju pa se bodo učenci poleg tega pomerili še v eksperimentalnem delu. Priporočamo, da izvedete šolsko tekmovanje. Prijave za področno tekmovanje pošljite na naslov: *F. Plevnik*, Pedagoška akademija v Ljubljani, Allendejeva ulica, 61001 Ljubljana. Informacije dobite tudi pri tov. *B. Khamu*, OŠ Prežihov Voranc, Prežihova 8, Ljubljana, tel. (061)—219—076.

4. Fizika — SVIO

Republiško tekmovanje za učence 1. razredov bo na Centru srednjih šol, Trg mladosti 3, Titovo Velenje. Ob 10. uri bo izbirno tekmovanje dvočlanskih ekip, ob 12. uri pa javno finalno tekmovanje, na katerem bo sodelovalo šest najboljših dvojic. Prijave pošljite do 25. maja na naslov: *Miro Trampuš*, Center sre-

dnjih šol, Trg mladosti 3, 63 320 Titovo Velenje — za tekmovanje iz fizike SVIO. Vsaka šola lahko prijavi največ dve ekipi. Dodatna pojasnila daje tov. M. Trampuš na gornjem naslovu, tel. (063)—853—181.

5. Fizika — srednja šola

Zaradi predstavitve terminov zveznega in republiškega tekmovanja letos ne bomo organizirali predtekmovanja. Šole naj same izberejo kandidate za republiško tekmovanje. O drugih podrobnostih bomo šole obvestili predvidoma do konca februarja. Informacije dobite pri tov. *I. Kukmanu* na Fakulteti za strojništvo, Murnikova 2, Ljubljana, tel. (061)—223—133.

6. Logika

Tekmujejo učenci, ki bodo na dan tekmovanja v 7. in 8. razredih osnovnih šol in 1. in 2. razredih srednjih šol. Šola lahko prijavi največ dva učenca za vsako skupino. Prijave pošljite do 20.06.1987 na ZOTKS, Lepi pot 6, 61000 Ljubljana. Informacije dobite pri *Andreju Jusu*, tel. (061)—213—727.

Darjo Felda

PRESEK — LIST ZA MLADE MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOME 14. letnik, šolsko leto 1986/87, številka 4, strani 193—256

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj (bistrovidec), Dušica Boben (pisma bralcev, stavljenje teksta), Andrej Čadež (astronomija), Martin Čopič, Franci Forstnerič (matematika), Bojan Golli (tekmovanja — naloge iz fizike), Pavel Gregorc, Andrej Kmet, Damjan Kobal, Jože Kotnik, Edvard Kramar (odgovorni urednik), Sandi Klavžar in Matija Lokar (računalništvo), Gorazd Lešnjak (tekmovanja — naloge iz matematike), Peter Petek (glavni urednik, naloge bralcev, premisli in reši), Tomaž Skulj, Ivanka Šircelj (jezikovni pregled), Miha Štalec (risbe), Zvonko Trontelj (fizika), Ciril Velkovich (urednik, nove knjige, novice).

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Podružnica Ljubljana — Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 265—061/53, št. žiro računa 50101—678—47233. Naročnina za šolsko leto 1986/87 je za posamezna naročila 1000.— din, za skupinska naročila pa 800.—, posamezna številka 250.— din/200.— din.

List sofinancirajo Izobraževalna, Kulturna in Raziskovalna skupnost Slovenije
Ofset tisk Časopisno in grafično podjetje DELO, Ljubljana
© 1986 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — 849

ISSN 0351—6652

17. MEDNARODNA FIZIKALNA OLIMPIADA

Letos je mednarodna fizikalna olimpiada potekala od 13. do 20. julija v Londonu. Udeležba je bila rekordna, saj se je udeležilo kar 21 delegacij, med katerimi sta prvič svoje tekmovalce poslali tudi Kitajska in ZDA.

Jugoslavijo smo na olimpiadi zastopali najboljše uvrščeni z zveznega tekmovanja v Dečanih: Donko DONJERKOVIĆ iz Splita, Petar MAKSIMOVIĆ in Ivan RISTIĆ iz Beograda ter Grega CIGLER in Pavle POPOVIĆ iz Ljubljane.

Delegacije so se zbrale 13. julija. Naslednji dan je bil namenjen počitku, vendar smo ga večinoma izkoristili za prvi ogled Londona, ki je za mladega človeka vsekakor posebno doživetje.

15. julija smo v prostorih Harrow School reševali teoretični, čez dva dni pa še eksperimentalni del nalog. Preostale dneve smo izkoristili za ogled Londona. Organizator nam je pripravil tudi izlet v Oxford ter ogled JET-a (Joint European Thorus), kjer se ukvarjajo z izvedbo kontrolirane fuzije vodikovih jeder. To je bila za mlade fizike prav posebna zanimivost. Ogledali smo si tudi znameniti observatorij in Pomorski muzej (National Maritime Museum) v Greenwichu, kamor smo se pripeljali z ladjo po Temzi. Kadar smo ostali v Harrowu, kjer smo bili nastanjeni, smo igrali bilijard, košarko ali pa se kopali v pokritem bazenu.

Slovesni zaključek olimpiade je bil 20. julija v koncertni dvorani Harrow Music School. Jugoslovani smo se tokrat slabše odrezali kot prejšnja leta, saj nismo osvojili nobenega priznanja. Daleč najboljši so bili predstavniki Sovjetske zveze, saj so osvojili kar štiri od petih prvih nagrad.

Olimpiada je bila kljub slabemu uspehu za vse nas prijetno doživetje.

Grega Cigler

ZDA PRVIČ NA FIZIKALNI OLIMPIADI

Najprej so poslali iz Ameriškega združenja učiteljev fizike 20 tisoč pisem srednješolskim učiteljem s pozivom, naj predlagajo kandidate. Dvesto jih je pisalo pismeni preskus in petdeset najboljših nato še enega. Od teh se je dvajset najboljših udeležilo desetdnevni pripravi. Izmed njih so s številnimi preskusi izbrali pet tekmovalcev. Trije od njih so dosegli tretjo nagrado.

Janez Strnad

po Physics Today (september 1986)

6. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE

Republiška tekmovanja iz fizike za osnovnošolce potekajo izmenoma na pedagoški akademiji v Ljubljani in pedagoški fakulteti v Mariboru. Šesto republiško tekmovanje je bilo 10. maja 1986 v Mariboru.

Na republiško tekmovanje so se uvrstili najboljši s področnih tekmovanj. Področna tekmovanja, ki so bila 18.4.1986, so organizirali in vodili Jožica Dolenšek (Celje), Aljoša Žerjal (Koper), Franc Plevnik (Ljubljana), Zlatko Bradač in Mirko Cvahte (Maribor), Edo Dečko (Murska Sobota), Anita Fakin (Nova Gorica), Tone Bučar (Novo mesto) ter Milka Lopuh (Radovljica).

Na področnih tekmovanjih je sodelovalo 129 ekip iz 7. razredov in 154 ekip iz 8. razredov, skupaj 566 najboljših učencev s predhodnih šolskih tekmovanj.

Na republiško tekmovanje se je uvrstilo 28 ekip iz 7. razredov in 32 ekip iz 8. razredov. V vsaki ekipi sta bila po dva učenca. Tekmovalci so reševali tri teoretične naloge in dve eksperimentalni. Pri delu so lahko uporabljali učbenik za 7. oziroma 8. razred in žepni računalnik.

Priznanje izrekamo vsem osnovnošolskim učiteljem, ki so ob svojem rednem delu našli dovolj časa za vodenje fizikalnih krožkov in tako vzpodbujali učence k samostojnemu in ustvarjalnemu delu pri razreševanju fizikalnih problemov, ki daleč presegajo zahteve učnih načrtov. Zahvaljujemo se vsem, ki so kakorkoli pripomogli k uspešni izvedbi področnih tekmovanj in republiškega tekmovanja, mladim tekmovalcem pa iskreno čestitamo za dosežene uspehe.

Naloge s predtekmovanja

7. razred

1. V učbeniku imaš podatke, za koliko se podaljšajo metrske palice iz različnih snovi, če jih segrejemo za 1°C . Pri tekočinah raje povemo, za koliko se spremeni prostornina. Tako najdemo v priročniku podatek, da se enemu litru alkohola prostornina poveča za 1,1 ml, če ga segrejemo za 1°C .

Gostota alkohola je pri 20°C $0,79\text{ kg/dm}^3$. Kolikšna je gostota alkohola pri temperaturi 50°C ?

Rezultati republiškega tekmovanja

Osnovna šola	točke (največ 20)	Učenca	Mentor
7. razred			
1. nagrada:			
Mirana Jarca, Črnomelj	19,5	Sašo Blažič, Marko Pavličič	J. Kuzma
2. nagrada:			
Veljko Vlahovič, Ljubljana	17	Zvonimir Turčinov, Sandi Troh	I. Madronič
3. nagrada:			
Ivan Cankar, Vrhnika	16	Klemen Kočevar, Tamara Troha	M. Sodja
Pohvale:			
Vencelj Perko	15,5	Primož Jarc, Vlado Seničar	T. Kamin
Kokrški odred, Križe	15,5	Andrej Slapar, Jernej Dolžan	L. Smolej
Zvonko Runko, Ljubljana	15	Gorazd Slak, Tomaž Žagar	J. Kotnik
Marjan Novak—Jovo, Ljubljana	15	Borut Pečnik, Roni Leben	B. Levai
IX. korpus NOVJ, N. Gorica	14,5	Matejka Bučinel, Slavko Korenč	Abrahamsberg
Bratstvo in enotnost, Kranj	14	Igor Intihar, Nataša Obleščak	B. Črnilec
8. razred			
1. nagrada:			
Pohorski odred, Sl. Bistrica	20	Jure Dobnikar, Robert Krevh	V. Strašek
Tone Seliškar, Ljubljana	20	Tomaž Štupnik, Rok Pestotnik	J. Okorn
2. nagrada:			
Jože Moškrič, Ljubljana	19,5	Tomaž Klopčič, Branko Defar	M. Erjavec
3. nagrada:			
Lackov odred, Kamnica	19	Igor Zadravec, Marko Žerdin	D. Zagernik
Zvonko Runko, Ljubljana	19	Samo Gerkšič, Renata Novak	J. Kotnik
Pohvale:			
XV. divizije Grm, N. mesto	18	Luka Lukšič, Matjaž Potrč	D. Plut
Rihard Jakopič, Ljubljana	17,5	Maruša Pompe, Ksenija Žerjal	Šneljer, Košumina
Milan Šuštaršič, Ljubljana	17,5	Tomaž Tomat, Matjaž Pihler	T. Dobnikar
France Prešeren, Kranj	17,5	Borut Lesjak, Klemen Jenko	T. Pfaifer
Mirana Jarca, Črnomelj	17,5	Tomaž Vesel, Matevž Čadonjii	J. Kuzma
Tone Tomšič, Ljubljana	17	Boštjan Meglič, Martin Raič	H. Podboj
Gustav Šilih, T. Velenje	17,5	Peter Šulek, Mitja Kolšek	M. Šavor

Na zveznem tekmovanju sta po dodatnih kvalifikacijah sodelovala dva učenca: Rok Pestotnik je osvojil prvo nagrado, Jure Dobnikar pa tretjo.

2.



Slika 1

Tovornjak z maso 5 ton enakomerno vleče po klanecu navzgor osebni avto z maso 1 tone. Strmina klanca je narisana na sliki 1.

a) Nariši vse sile, ki delujejo na osebni avtomobil. Pazi na smeri sil!

b) S kolikšno silo je napeta vlečna vrv? Sila trenja je tako majhna, da jo lahko pri računu zanemarimo. Nalo go boš najlaže rešil grafično.

Ne pozabi: Če se telo giblje premo in enakomerno, je vsota vseh sil nanj enaka nič, ravno tako kot pri mirovanju.

4. Podmornica s prostornino 80 m^3 lebdi tik pod vodnim površjem.

a) Kolikšna je teža podmornice? Gostota vode je 1000 kg/m^3 .

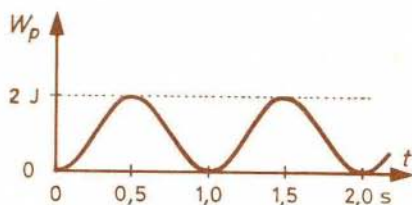
Nato kapitan ukaže: Globina 30 m! Med spuščanjem ostane pogonski motor izključen, vključijo pa se črpalke. Gostota vode se v globini 30 m razlikuje za $0,15 \text{ kg/m}^3$ od gostote vode ob površju, temperatura vode pa je v obeh globinah enaka.

b) Ali je gostota vode v globini 30 m večja ali manjša od gostote ob površju?

c) Kam potiskajo črpalke vodo med spuščanjem: v podmornico ali iz podmornice?

d) Koliko vode prečrpajo črpalke med spuščanjem?

5.



Slika 3

3.

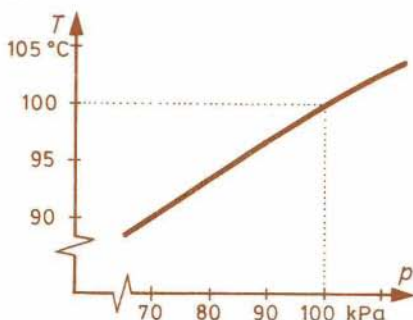


Diagram na sliki 2 kaže, kako se spreminja temperatura vrelišča vode v odvisnosti od tlaka. Pri kateri temperaturi vre voda na vrhu Pohorja (nadmorska višina 1543 m), če lahko v približku računamo, da je gostota zraka do te višine povsod enaka $1,2 \text{ kg/m}^3$?

Diagram na sliki 3 kaže kinetično energijo nitnega nihala v odvisnosti od časa.

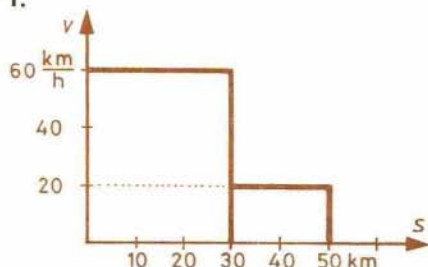
a) Kolikšna je kinetična in kolikšna potencialna energija nihala ob času $t = 1,0 \text{ s}$?

b) Kolikšni sta energiji ob času $t = 1,5 \text{ s}$?

c) Skiciraj diagram za potencialno energijo v odvisnosti od časa.

8. razred

1.



Slika 4

Jure in njegov oče sta se peljala na izlet z avtomobilom. Med vožnjo je Jure opazoval števec kilometrov in merilnik hitrosti, nakar je doma narisal diagram (slika 4) in pripisal opombo: Pri 30 km sva pol ure malicala. Nariši diagram, ki bo pokazal hitrost avtomobila v odvisnosti od časa.

2. Dve letali vzletita istočasno z letališča ob ekvatorju. Letalo A leti proti vzhodu, letalo B pa proti zahodu. Hitrosti obeh letal sta enaki 2000 km/h za opazovalca na Zemlji.

- Kolikšno pot preleti posamezno letalo do srečanja letal za opazovalca na Zemlji?
- Čez koliko časa se letali srečata?
- Kolikšni pa sta poti letal za opazovalca v vesoljski ladji, ki glede na središče Zemlje miruje?

Polmer Zemlje je 6378 km , letali pa letita v višini 10 km .

3. Andrej se je spustil s sanmi po klancu z naklonom 30° . Ko je prevozil razdaljo 10 m , je imel hitrost 9 m/s . Andrej tehta skupaj s sanmi 60 kg .

- Za koliko se mu je (skupaj s sanmi) med gibanjem spremenila potencialna energija?
 - Kolikšno delo je opravila sila trenja med gibanjem?
4. Kako bi s poskusom približno ocenil, koliko zvezd vidimo s prostim očesom na nebu v jasni noči brez mesečine?

Površina krogle je $4\pi r^2$.

5. Tine je doma meril napetost na vtičnici. Sprva je izmeril 220 V , ko pa je priključil 200 W grelnik, ki je narejen za napetost 220 V , je bila napetost 215 V .

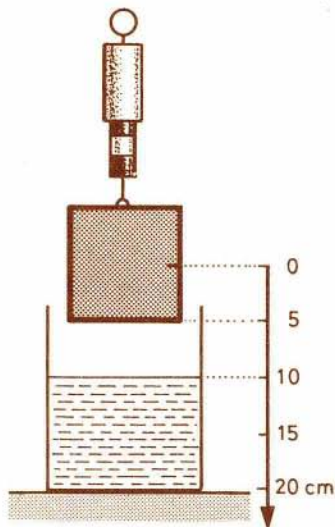
- Kolikšen je upor žic, ki povezujejo transformatorsko postajo in Tinetov dom?
- Kolikšna je razdalja med transformatorsko postajo in Tinetovim domom, če so žice bakrene, imajo presek 6 mm^2 in so napeljene naravnost? Potrebne podatke za baker poišči v učbeniku.

7. razred

1. Jure ima na vrtu prho, ki je priključena na pokončen sod z višino 1,2 m in osnovno ploskvijo $0,4 \text{ m}^2$. Tlak na dnu soda je lahko za največ 8 kPa večji od zunanjega. Sod je sprva prazen, nakar Jure napelje v sod cev, po kateri priteče $0,2 \text{ dm}^3$ vode na sekundo.

- Čez koliko časa mora Jure zapreti pipo?
- Koliko časa pa lahko nataka vodo, če je ves čas odprta prha, skozi katero izteče 3 dm^3 vode v eni minuti? Pretok vode skozi prho je približno neodvisen od višine vode v sodu. Specifična teža vode je 10 N/dm^3 .

2.



Aluminijasta kocka z robom 1 dm visi na silomeru, kot kaže slika 5. Nato kocko počasi spuščamo v kozarec z vodo, dokler ne sede na dno. Nariši diagram: sila, ki jo kaže silomer, v odvisnosti od lege kocke. Presek kozarca je 2 dm^2 , specifična teža aluminija je 27 N/dm^3 , vode pa 10 N/dm^3 .

Slika 5

3. Koliko toplote moramo dovesti kosu svinca z maso 100g in s temperaturo 20° C , da se bo ves stalil?

V tabelah najdemo podatek, da 130 J segreje 1 kg svinca za 1 K. Ostale podatke poišči v učbeniku.

Eksperimentalni nalogi

4. Za zdravila, ki so v obliki raztopin, zdravniki navadno predpišejo, koliko žličk oziroma kapljic lahko zaužijemo naenkrat.

- S poskusom izmeri, kolikšna je povprečna prostornina do vrha napolnjene žličke.

- b) Izmeri, kolikšna je povprečna prostornina ene kapljice, ki jo napraviš s priloženo kapalko. Gostota vode je 1 kg/dm^3 .
- c) Prejšnji teden se je zaradi nesreče v jedrski elektrarni povečalo število radioaktivnih delcev v ozračju. Ker dežne kaplje med padanjem poberejo nekaj radioaktivnih delcev iz zraka, se ob deževju radioaktivnost na tleh precej poveča. Meteorologi so pri poročilih povedali, da je v 2 urah padlo 12 mm dežja.

Izračunaj, približno koliko radioaktivnih delcev je padlo med dežjem v 1 minuti na 1 m^2 zemlje, če je vsaka kapljica prinesla povprečno 10 radioaktivnih delcev. V približku računaj, da so dežne kaplje tako velike, kot tiste pri tvojem poskusu.

Potrebščine: natančna tehtnica z utežmi, kapalka, žlička, čaša z vodo, mala čaša.

5.

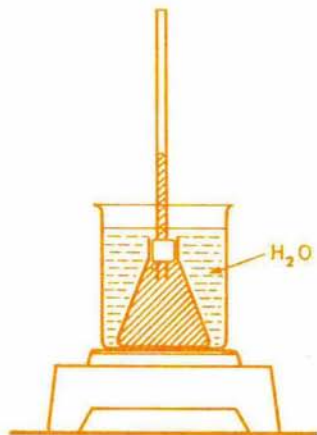
Zanima nas, kako se spreminja prostornina kapljevine pri segrevanju. Segrevaj etilni alkohol (za približno 30° K) in sproti zapisuj, kako se spreminja prostornina v odvisnosti od temperature (slika 6).

Prostornina alkohola v steklenični je 135 cm^3 , notranji presek cevke je $34,2 \text{ mm}^2$. V primerjavi z alkoholom se steklo tako malo razteza, da lahko raztezanje stekleničke zanemarimo.

a) Nariši diagram: prostornina alkohola v odvisnosti od temperature.

b) Snovi se pri segrevanju različno raztezajo. Izračunaj, za koliko se poveča prostornina enega litra etilnega alkohola, če ga segrejemo za 1 K . Na kratko razloži, kako si sklepal.

Potrebščine: kuhalnik, čaša z vodo,



Slika 6

steklenička s cevko, etilni alkohol, termometer, merilo, mešalo, milimetrski papir.

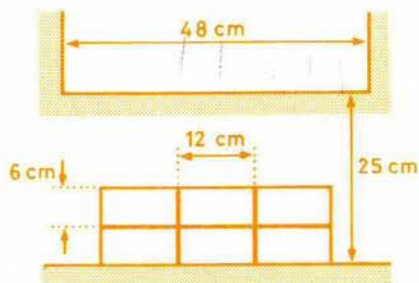
Pazi, da se ne opečeš ob kuhalniku!

8. razred

1. Miha vleče voziček z maso 60 kg po vodoravni cesti. Boštjan mu nagaja in vleče v nasprotni smeri. Boštjan vleče ves čas z 2-krat manjšo silo kot Miha. Sila trenja je 60 N .

- a) S kolikšno silo mora vleči Miha, da se bo voziček gibal enakomerno?
- b) S kolikšno silo bi moral vleči Miha, da bi se voziček gibal s pospeškom $0,2 \text{ m/s}^2$?

2.



Slika 7

Šest enakih opek je zloženih na tleh, kot kaže slika 7. Z najmanj opravljenega dela želiš preložiti opeke na 25 cm visoko in 48 cm dolgo polico.

a) Skiciraj, kako bi opeke zložil na polici.

b) Delo tudi izračunaj.

Masa ene opeke je 3 kg, dimenzije opeke so $6 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$. Polica je ozka, tako da je prostora le za eno vrsto opek, seveda pa lahko opeke zlagas eno na drugo.

3. Oče in osmošolec Marko sta se odpravila na izlet, avto pa sta pustila ob vznožju hriba. Med potjo se je oče spomnil, da je pustil prižgane luči, Marko pa je pripomnil, da bi mogoče znal izračunati, čez koliko časa se morata vrniti, da bi motor še lahko pognala z zaganjačem.

Oče mu je takoj natresel podatke: "Zadaj svetijo tri žarnice po 5 W, spredaj 2 žarnici po 40 W in dve po 5 W. Na akumulatorju sta podatka 12 V, 36 Ah. V navodilih za uporabo akumulatorja piše, da lahko z zaganjačem poženemo motor, če akumulator ni izprazen bolj, kot do polovice. Zaradi dolge vožnje je bil akumulator napolnjen."

Izračunaj, čez koliko časa se morata vrniti.

Eksperimentalni nalogi

Za tiste bralce Preseka, ki želijo rešiti 5. eksperimentalno nalogo, dodajmo meritve, ki so jih tekmovalci dobili pri eksperimentiranju.

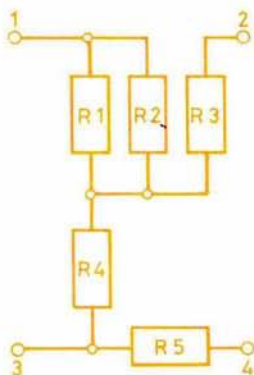
Če je na napetostnem viru nastavljena napetost 10 V, pokaže ampermeter naslednje tokove: $I_{12} = 60 \text{ mA}$, $I_{13} = 20 \text{ mA}$, $I_{14} = 0$, $I_{23} = 30 \text{ mA}$, $I_{24} = 0$, $I_{34} = 0$.

4. S kamero z luknjico lahko merimo razdalje.

- a) Izmeri razdaljo od označene točke na delovnem mestu do dveh žarnic, ki sta 60 cm narazen. Nariši tudi skico poskusa.
- b) Kolikšno najmanjšo razdaljo še lahko izmeriš z dano kamero pri istem razmiku med žarnicama?

Potrebščine: kamera z luknjico, ravnilo.

5.



Slika 8

V škatli s štirimi priključki je električno vezje, ki je prikazano na sliki 8. Vsi uporniki so enaki in imajo upor po $330\ \Omega$. Vendar sta dva upornika pokvarjena. V enem je kratek stik, drugi pa je pregorel, tako da skozi njega ne more teči tok.

Ugotovi, katera dva upornika sta to in za kakšno okvaro gre pri prvem oziroma pri drugem. Škatle ne smeš odpirati.

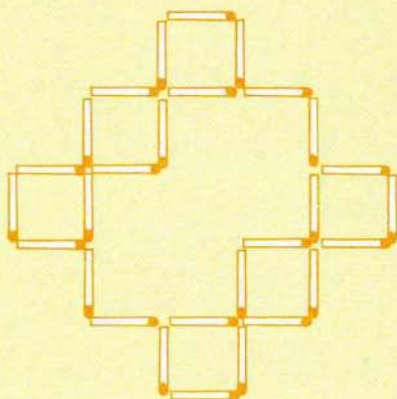
Potrebščine: škatla z vezjem, napetostni vir z vgrajenim voltmetrom, ampermeter, vezne žice.

Če ne znaš uporabljati merilnika oziroma napetostnega vira, pokliči demonstratorja.

Mirko Cvahte, Zlatko Bradač

PRESEKOV ŠKRAT

Presekov škrat se je tokrat lotil kratkočasnih vžigalic v Preseku 2 (1986/87). Najprej je zamenjal sliko pri nalogi 39 (rešitev je narisal k vprašanju, risbo pri vprašanju pa je postavil med rešitve), nato pa se je pošalil še z nalogo 44b in jo napačno rešil. Da ne bo zadrege, navajamo pravilno rešitev.



Roman Rojko

MCCULLOCHOVI STROJI

V knjigi **The lady or the tiger** je Raymond Smullyan uvedel novo vrsto logičnih nalog. V teh je treba najti kombinacijo znakov, ki mora izpolnjevati določene pogoje.

Recimo, da imamo na razpolago le nize črtic. Niz n črtic, to je $III...I$, naj pomeni naravno število n . Potem lahko definiramo pojem "liho število" takole:

1. I je liho število.
2. Če je X liho število, potem je tudi XII liho število.

Kako bi preverili, da je $IIIII$ liho število? Po drugem pogoju bo $IIIII$ liho, če je III liho. Po istem pogoju bo III liho, če je I liho. Toda I je liho po pravilu 1, torej je liho tudi III oziroma $IIIII$.

Takšne naloge imajo še drug pomen. V programskem jeziku **prolog** je program množica takšnih pogojev. Prologov **interpreter** pa rešuje nalogo na podoben način, kot smo jo mi.

Vrnimo se k Smullyanovi knjigi.

Inšpektor Craig je obiskal prijatelja McCullocha, ki se je ukvarjal z izdelavo čudnih strojev, prednikov današnjih računalnikov. Seveda se je vse to dogajalo precej pred izumom prvih elektronskih računalnikov. Ko sta se že nekaj časa pogovarjala, katera števila stroj sprejme in katerih ne, se je njun pogovor nadaljeval takole:

"Dovoli, da ti pojasnim pravila," je nadaljeval McCulloch. "Število zame pomeni **naravno** število; moj stroj za zdaj ne računa z negativnimi števili in ulomki. Število N zapišemo na običajen način kot zaporedje znakov 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Toda stroj lahko sprejme le števila, v katerih 0 ne nastopa, na primer, 23 in 5492, ne pa 502 ali 3250607. Vzemimo dve števili: N, M . Potem NM ne pomeni N krat M , pač pa je NM število, ki ga dobimo tako, da najprej zapišemo N , nato pa **pripišemo** M . Recimo, da je N število 53, M pa 728, potem je NM število 53728."

"Kakšna čudna operacija s števili," se je začudil Craig.

"Vem," je odvrnil McCulloch, "toda to operacijo stroj razume najbolje. Kakorkoli že, naj ti razložim pravila te operacije. Pravim, da število X **producira** število Y , če stroj sprejme število X in če potem, ko ga damo v stroj, iz stroja pride kot rezultat število Y . Prvo pravilo je tole:

Pravilo 1: Za poljubno število X je število $2X$ (to je 2, ki mu sledi X , ne

pa 2 krat X) sprejemljivo in $2X$ producira X ."

"Recimo, 253 producira 53; 27482 producira 7482. Drugače povedano, če vstavimo $2X$ v stroj, nam le-ta zbriše 2 na začetku in to, kar ostane, X , stroj vrne."

"To je precej enostavno," je odgovoril Craig. "Katera so ostala pravila?"

"Samo še eno pravilo je," je odgovoril McCulloch, "toda prej moram opredeliti še tole: številu $X2X$ pravim pridruženo število k številu X . Torej je 727 pridruženo k številu 7. Drugo pravilo je takole:

Pravilo 2: Če X producira Y , potem $3X$ producira število, ki je pridruženo k Y (to pa je $Y2Y$).

"Na primer: 27 producira 7 po prvem pravilu. Zato 327 producira 727, ki je pridruženo k 7."

.....
Zdaj pa zastavimo nekaj nalog z našim strojem.

1. Poišči število N , ki producira samo sebe.
2. Poišči število N , ki producira $N2N$.
3. Poišči število N , ki producira $7N$.
4. Poišči takšno število N , da število $3N$ producira $N2N$.

Rešitve

Najprej zapišimo pravili simbolično. Izjava

X producira Y

seveda pomeni, da X producira Y . Uporabimo še **implikacijo** in pravili se glasita:

Pravilo 1: $2X$ producira X .

Pravilo 2: X producira $Y \Rightarrow 3X$ producira $Y2Y$.

V nadaljevanju bomo z $A, B, \dots$ zaznamovali nize iz znakov 1 – 9 vključno s praznim nizom. X, Y, N pa pomenijo neprazne nize.

1. Iščemo takšno število, da bo veljalo

N producira N

Prvo pravilo ne pride v poštev. Če hočemo uporabiti drugo, mora veljati

$3X = N$ in $Y2Y = N$ ter X producira Y

Ker mora biti $3X = Y2Y$, se mora Y začeti s 3: $Y = 3A$. Torej

$3X = 3A23A, X = A23A$

$A23A$ producira $3A$

Če je A prazen niz, je to že rešitev, saj

$$23 \text{ producira } 3$$

po pravilu 1.

$$N = 3X = 323$$

2. Iščemo število N , da velja

$$N \text{ producira } N2N$$

Po drugem pravilu mora biti

$$N = 3X, \quad N2N = Y2Y, \quad X \text{ producira } Y$$

Prvi dve enačbi zahtevata

$$3X23X = Y2Y$$

to je $Y = 3X$, in veljati mora še X producira $3X$.

Po drugem pravilu mora biti

$$X = 3X', \quad 3X = Y'2Y', \quad X' \text{ producira } Y'$$

Prvi dve enačbi dasta

$$33X' = Y'2Y'$$

Zato $Y' = 33A$, $33X' = 33A233A$, $X' = A233A$. Seveda mora biti še

$$A233A \text{ producira } 33A$$

Če vzamemo za A prazen niz, po pravilu 1 velja: 233 producira 33 . Torej

$$N = 3X = 33X' = 33233$$

3. Kdaj velja: N producira $7N$? Veljati mora

$$N = 3X, \quad 7N = Y2Y, \quad X \text{ producira } Y$$

Od tod $73X = Y2Y$, $Y = 73A$, $73X = 73A273A$, $X = A273A$. Veljati mora še $A273A$ producira $73A$. Za A vzamemo prazen niz, saj 273 producira 73 .
 $N = 3X = 3273$.

4. $3N$ producira $N2N$?

$$3N = 3X, \quad N2N = Y2Y, \quad X \text{ producira } Y$$

$$N = X = Y, \quad X \text{ producira } X$$

Po nalogi 1 je $N = 323$.

Naloge

1. Za stroj pokaži še naslednje:

- a) da obstaja takšno število N , ki producira $3N23N$;
- b) da obstaja takšno število N , ki producira $N2N2N2N$;
- c) da obstaja takšno število X , ki producira $78X278X278X278X$.
- č) Poišči tako število N , da $3N$ producira $3N$.
- d) Poišči tako število N , da $3N$ producira $2N$.

2. Dodajmo še dve pravili:

Pravilo 3: Če X producira Y , potem $4X$ producira obrat števila Y .

Obrat števila je število, zapisano v obratnem vrstnem redu. Obrat števila 5934 je 4395.

Pravilo 4: Če X producira Y , potem $5X$ producira YY .

- a) Poišči število X , ki producira XX .
- b) Poišči število X , ki producira obrat števila XX .
- c) Poišči število X , ki producira $X2XX2X$.
- č) Poišči število X , ki producira pridruženo število k obratu števila X .

Izidor Hafner

ŠE O NEWTONU

Newton ni bil prvi razsvetljenec. Bil je zadnji izmed čarovnikov, zadnji izmed Babiloncev in Sumercev, zadnji veliki um, ki je gledal otipljivi in duhovni svet z istimi očmi kot tisti, ki so začeli graditi našo duhovno dediščino pred skoraj deset tisoč leti.

John Maynard Keynes

Sploh ni res, da znanstvenik išče resnico. Ona ga išče.

Sören Kirkegaard

Moraš biti Newton, da vidiš, kako Luna pada, ko vsakdo vidi, da ne pade.

Paul Valéry

Izbral in prevedel Janez Strnad

FIBONACCIJEVO ZAPOREDJE

Vzemimo zaporedje

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

ki nosi ime po italijanskem matematiku Fibonacciju. Verjetno ste opazili, da je prvo število, ki smo ga izpustili, enako 89, Torej dobimo naslednji člen v tem zaporedju tako, da seštejemo prejšnja dva.

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = a_1 + a_2 = 0 + 1 = 1$$

$$a_4 = a_2 + a_3 = 1 + 1 = 2$$

$$a_5 = a_3 + a_4 = 1 + 2 = 3$$

$$a_6 = a_4 + a_5 = 2 + 3 = 5$$

Splošni, to je n -ti člen, zadošča zvezi

$$a_n = a_{n-2} + a_{n-1} \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (1)$$

Poigrajmo se malce z zgornjim zaporedjem. Priredimo mu decimalno število po naslednjem pravilu: v prvo vrstico zapišimo prvi člen zaporedja. V drugo vrstico



Leonardo Fibonacci iz Pise
(1180?–1250)

zapišimo drugi člen in ga zamaknimo za eno mesto v desno. V tretjo vrstico zapišimo tretji člen in ga zamaknimo še za eno mesto v desno. Opisani postopek nadaljujemo z vsemi naslednjimi členi zaporedja. Na koncu, ki ga v resnici sploh ni, potegnimo črto in podpisana števila seštejmo, pred rezultat pa dopišimo ničlo in decimalno piko.

$$\begin{array}{r}
 0 \\
 1 \\
 1 \\
 2 \\
 3 \\
 5 \\
 8 \\
 13 \\
 21 \\
 \dots
 \end{array}
 \tag{2}$$

$$A = 0.01123595\dots$$

Ne boste nam verjeli, toda dobljeno število A je prav lepo, saj je enako $1/89$. Poskusimo se sedaj o tem prepričati.

Izkaže se, da formula (1) za naš namen ni preveč uporabna. Bralec bo v tem trenutku prisiljen globoko zajeti sapo, ker lahko n -ti člen a_n zaporedja zapišemo kot

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} \tag{3}$$

Preverimo veljavnost zgornje trditve. Označimo z b_n število (3) in pokažimo, da je za vsako naravno število n število b_n enako a_n . Računajmo:

$$b_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^0 - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^0 = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 1 = 0 = a_1$$

$$b_2 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^1 = \frac{1}{2\sqrt{5}} (1 + \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5}) = 1 = a_2$$

Kljub temu, da bomo račun pridno in skrbno nadaljevali na členih $b_3, b_4, \dots$, trditve na ta način nikoli ne bomo pokazali do konca. Izmotajmo se s pomočjo formule (1). Vzemimo člena b_{n-2} in b_{n-1} ter ju seštejmo:

$$b_{n-2} + b_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-3} - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-3} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-2} - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-2} = \\
& = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-3} \left(1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-3} \left(1 + \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)
\end{aligned}$$

Bralec lahko za vajo preveri $\left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right)^2 = \left(1 + \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right)$. Torej je

$$b_{n-2} + b_{n-1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{n-1} = b_n$$

Ker smo videli, da je $b_1 = a_1$, $b_2 = a_2$ in zaporedje $b_1, b_2, b_3, \dots$ zadošča isti zvezi kot Fibonaccijevo zaporedje, smo trditev pokazali. Torej je $a_n = b_n$ za vsak n .

Pot do formule (3) ni tako preprosta in jo bomo zato le skicirali na koncu.

Vrnimo se k shemi (2) in jo poskusimo zapisati kot vsoto. Zamik za nekaj vrst na desno pomeni deljenje s potenco števila deset. Torej je

$$A = \frac{0}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{2}{10^4} + \frac{3}{10^5} + \dots$$

$$= 10^{-1} \cdot a_1 + 10^{-2} \cdot a_2 + 10^{-3} \cdot a_3 + 10^{-4} \cdot a_4 + 10^{-5} \cdot a_5 + \dots$$

V dobljeno formulo zdaj vstavimo člene Fibonaccijevega zaporedja, izražene s pomočjo (3). Po manjšem preurejanju dobimo:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{10\sqrt{5}} \left[1 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{20} \right)^1 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{20} \right)^2 + \dots \right] - \frac{1}{10\sqrt{5}} \left[1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{20} \right)^1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{20} \right)^2 + \dots \right] \\
&= \frac{1}{10\sqrt{5}} (1 + y + y^2 + y^3 + \dots) - \frac{1}{10\sqrt{5}} (1 + z + z^2 + z^3 + \dots)
\end{aligned}$$

Z y smo označili število $(1+\sqrt{5})/20$ in z z število $(1-\sqrt{5})/20$. Poskusimo določiti vrednost neskončne vsote $1 + x + x^2 + \dots$, ki jo matematiki imenujemo vrsta, z naslednjim trikom. Naj bo

$$S_n = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$$

Enačbo pomnožimo z x

$$S_n \cdot x = x + x^2 + \dots + x^n + x^{n+1}$$

in odštejmo od prvotne. Tako dobimo

$$S_n - S_n \cdot x = 1 - x^{n+1}$$

saj se vsi vmesni členi pokrajšajo. Torej je

$$S_n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x} \quad (4)$$

Če je x po velikosti manjši od 1, to je, če je x med -1 in 1 , gredo potence x^{n+1} z naraščajočim n proti 0. Če je na primer $x = 0,1$, je $x^2 = 0,01$, $x^3 = 0,001$ in tako naprej. Vsoto vrste

$$S = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

dobimo tako, da v formuli (4) povečujemo n , to je število členov v izrazu S_n , čez vse meje. Zato je $S = (1-0)/(1-x) = 1/(1-x)$.

Za vajo lahko bralec preveri, da sta naši števili y in z po velikosti manjši od 1 in je zato

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{10\sqrt{5}} \left(\frac{1}{1 - \frac{1+\sqrt{5}}{20}} - \frac{1}{1 - \frac{1-\sqrt{5}}{20}} \right) = \frac{2}{\sqrt{5}} \left(\frac{1}{19 - \sqrt{5}} - \frac{1}{19 + \sqrt{5}} \right) = \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}} \frac{19 + \sqrt{5} - 19 + \sqrt{5}}{(19 - \sqrt{5})(19 + \sqrt{5})} = \frac{4}{356} = \frac{1}{89} \end{aligned}$$

S tem smo shemo (2) ugnali.

Skicirajmo zdaj še pot do formule (3). Zapišimo n -ti člen Fibonaccijevega zaporedja v obliki $a_n = q^n$. Ker velja zveza (1), dobimo $q^n = q^{n-2} + q^{n-1}$. Po deljenju s q^{n-2} dobimo $q^2 - q - 1 = 0$. Dobljena kvadratna enačba ima rešitvi $q_1 = (1 + \sqrt{5})/2$ in $q_2 = (1 - \sqrt{5})/2$. Končno zasnujemo rešitev v obliki

$$a_n = c \cdot q_1^n + d \cdot q_2^n$$

Konstanti c in d določimo tako, da rešimo sistem dveh enačb:

$$c \cdot q_1^1 + d \cdot q_2^1 = 0$$

$$c \cdot q_1^2 + d \cdot q_2^2 = 1$$

Po krajšem računu dobimo $c = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{-1}$ in $d = -\frac{1}{\sqrt{5}} \left(-\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{-1}$. S tem smo nakazali izpeljavo formule (3).

Če ima bralec veselje, lahko reši naslednjo nalogo. Dano je zaporedje: 0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, 43, ..., ki zadošča zvezi

$$a_n = 2a_{n-2} + a_{n-1}$$

Če to zaporedje zapišemo v obliki sheme (2) in jo seštejemo, dobimo $1/88$. No, pa poskusite dobiti ta rezultat!

Emil Beloglavec in Mitja Lakner

FERMATOVA ŠTEVILA

Teorija števil je veja matematike, ki proučuje lastnosti naravnih števil. Korenine ima v delih Fermata (P.S. de Fermat, 1601–1665), matematika francoskega rodu. K matematiki je Fermat pristopil kot amater, saj je bil po poklicu pravnik. Vendar pa se je kmalu razvil v mojstra. Danes ga poznamo predvsem kot tvorca moderne teorije števil, čeprav je bil tudi eden izmed začetnikov analitične geometrije in infinitezimalnega računa¹. V tem sestavku si bomo odgledali tako imenovana *Fermatova števila*, ki jih je Fermat zapustil aritmetiki.

Fermatova števila označujemo s simbolom F_n , določimo pa jih takole:

$$F_n = 2^{2^n} + 1, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Vstavimo vrednosti za $n = 0, 1, 2, 3, 4$ in pogledimo, kaj dobimo:

$$F_0 = 3, F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$$

Verjetno ste tudi vi opazili, da so vsa zgoraj napisana števila praštevila. To je opazil tudi Fermat in se je lotil raziskovanja teh števil v upanju, da bo našel formulo, ki bi za $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ dala sama praštevila. Misleč, da je F_n takšna formula je postavil trditev, *da so vsa števila oblike (1) praštevila*. Vendar pa je bil tokrat Fermat v zmoti in je pozneje Euler njegovo trditev ovrgel.

Za $n = 5$ je pripadajoče Fermatovo število $F_5 = 4294967297$. Euler je leta

Pierre Fermat (1601–1665)



1732 število F_5 razbil na faktorja $F_5 = 641.6700417$ in tako pokazal, da F_5 ni praštevilo. Za F_6 so leta 1880 pokazali, da ni praštevilo. Pozneje je bilo dokazano, da F_n ni praštevilo za vrednosti:

$$n = 7, 8, 9, 11, 12, 18, 23, 36, 38, 73$$

Verjetno si se že pred tole vrstico, dragi bralec oziroma bralka, vprašal, ali obstaja *končno* ali *neskončno* praštevil oblike F_n . Vendar pa na to vprašanje žal ne morem odgovoriti, saj je ta problem še odprt.

Fermatova števila nam dajejo lep primer povezave med teorijo števil in drugimi vejami matematike. To povezavo nam pokaže Gaussovo (1777–1855) genialno odkritje. To odkritje je bilo hkrati prelomnica v njegovem življenju, saj se je takrat odločil, da se bo posvetil matematiki. Pa si oglejmo njegovo odkritje.

Evklidska konstrukcija je geometrijska konstrukcija, samo z ravnilom in šestilom. Za mnogokotnik (poligon), ki ima vse stranice in vse kote enake, rečemo, da je *pravilen*. Že stari Grki so poznali evklidske konstrukcije za pravilne poligone, ki imajo 4, 8, 16, ... stranic, pa tudi za tiste, ki imajo 3 ali 5 stranic – enakostranični trikotnik in pravilni petkotnik. Z upoštevanjem vsega tega jim ni bilo težko konstruirati pravilne poligone z $2^c \cdot 3$, $2^c \cdot 5$, $2^c \cdot 3 \cdot 5$ stranicami, kjer je c katerokoli pozitivno celo število. In Grki so tudi pokazali, kako se to dela. Osemnajstletni Gauss pa je v zvezi s tem postavil naslednjo trditev in jo tudi dokazal:

Če je število N oblike 2^c ali 2^c krat produkt različnih Fermatovih praštevil F_n , tedaj obstaja evklidska konstrukcija za pravilne poligone z N stranicami. Velja tudi nasprotno. Če za nek N obstaja evklidska konstrukcija, tedaj ima N zgornjo obliko.

Kot zanimivost naj povem še to, da je eden izmed zagnanih algebristov porabil svoja najboljša leta in kopico listov, ko je poskušal konstruirati ustrezní pravilni mnogokotnik za F_4 , ki ima 65537 stranic. Nedokončani rezultat tega uničujočega truda se z dolžnim spoštovanjem hrani v knjižnici neke nemške univerze. Na vso srečo evklidska konstrukcija za pravilni poligon, ki bi imel za osnovo F_5 , ni možna, saj F_5 ni praštevilo.

Branko Pavšek

Literatura:

E.T.Bell, *Mathematics Queen and Servant of Science*, New York 1951, str. 145–147

¹ Več o Fermatu lahko bralec najde na straneh 9–14 v III. letniku Preseka.

NAVPIČNO:

- $2^4 \cdot 3 \cdot (2^3 \cdot (1+2^2)(2^2+3^2)+1) \cdot (2 \cdot 3 \cdot (2^3-1)(3+2^4)-1) \cdot (2^2 \cdot (2^2+3^2) \cdot (2 \cdot 3+5^2)+1)$
- $2 \cdot (1+6^2) \cdot (1+2^2 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot (5+6^2) \cdot 691)$
- $2^4 \cdot 3 \cdot (1+2 \cdot (1+2^4) \cdot (2^4-3)) \cdot (1+2^3 \cdot 3 \cdot 809)$
- $3 \cdot 17 \cdot (2^2 \cdot 3^2 \cdot (3^2+40^2)-1)$
- $11 \cdot (23 \cdot 10+3) \cdot (23 \cdot 10^2+11)$
- $(5+6^2) \cdot (2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (2^3-1)+1)$
- $2^4 \cdot (2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 - 1)$
- $(2^4+3^1) \cdot 2^3 - 1^3$
- $(2^2 + 3^2) \cdot (2^3 - 1)^2$

- Prvo praštevilo, ki ni sodo.
- Obseg pravokotnika s stranicama 345 in 67.
- Ploščina pravokotnika iz 2 vodoravno.
- Površina kvadra z robovi $a=456$, $b=567$, $c=678$.
- Volumen kvadra iz 6 vodoravno.
- Ploščina kvadrata s stranico $a=123456$.
- Volumen kocke z robom 543.
- Površina kocke z robom 543.
- Ploščina pravokotnika, ki ima za dolžino prve stranice trimestno število, v katerem so cifre zaporedna števila, druga stranica ima iste cifre v obratnem vrstnem redu.
- Obseg pravokotnika iz 13 vodoravno.
- Kub sodega praštevila.

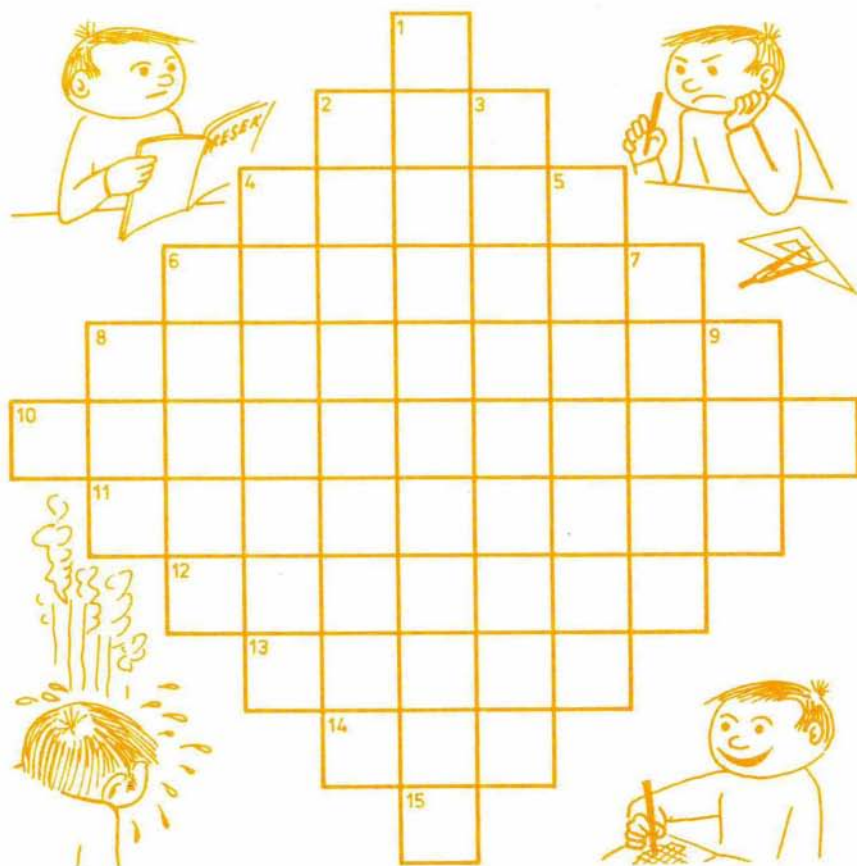
LANGFORDOV PROBLEM

BISTROVIDEC

Martin Gardner v svoji knjigi "Mathematical Magic Show" piše:

"Že veliko let je tega, kar je škotski matematik C. Dudley Langford opazoval svojega sinka, ki se je igral z barvastimi kockami. Imel je po dve kocki iste barve in jih je zložil v stolpič tako, da je bila ena kocka med rdečim parom, dve kocki med modrim parom in tri kocke med rumenim parom. Če nadomestimo barve s števili 1, 2 in 3, lahko stolpič opišemo z zaporedjem števil 3, 1, 2, 1, 3, 2."

Očitno zaporedje števil zadošča naštetim pogojem natanko takrat, ko jim zadošča njemu zrcalno zaporedje. Zato ju ne štejemo za različni rešitvi. Tedaj je 3, 1, 2, 1, 3, 2 edina razporeditev treh parov kock, ki zadošča danim pogojem.



Nalogo lahko posplošimo na n parov števil od 1 do n . Na koliko načinov jih lahko razporedimo v zaporedje tako, da bo med členoma z vrednostjo k , $k = 1, 2, \dots, n$, stalo k členov zaporedja?

Langford je problem objavil v reviji "The Mathematical Gazette" 42 (1958), 288. Izkazalo se je, da je rešljiv le za n oblike $n = 4m$ ali $n = 4m - 1$. Zaenkrat ni znano, koliko rešitev ima problem pri danem n (take oblike); razen za $n \leq 12$, kjer so rešitve prešteli z računalnikom.

Poskusite najti rešitve za $n = 4, 7$ in 8 . Ali bi znali dobiti vsaj eno rešitev pri kateremkoli "dobrem" n ?

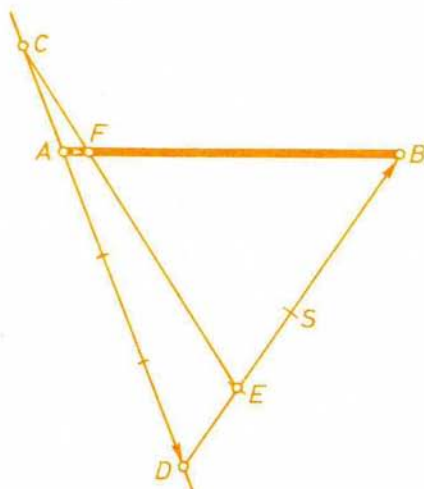
Kaj pa, če Langfordov pogoj zamenjamo z Nickersonovim, da med členoma z vrednostjo k , $k = 1, 2, \dots, n$, stoji $k-1$ členov zaporedja?

KOLIKOKRAT KRAJŠA – rešitev iz P XIV/2

Dobili smo le 25 rešitev, od tega žal tudi 9 napačnih. Pravilne rešitve so nam poslali Sašo DOLENC iz Ljubljane, Rudi DOLGAN iz Ljubljane, Andreja GOMBOC iz Murske Sobote, Boltežar GREGORIČ iz Postojne, Matej KOŠIR iz Tržiča, Dalibor ŠOLAR iz Kroke, Dani TEMENT iz Markovec, Marko TOMAŽIČ iz Vipave, Andrej ZALAR iz Šentjurja pri Celju, Emil ŽAGAR iz Velikih Lašč, Marko BOŠNJAK iz Črnomlja.

Žreb je določil Danija, Emila in Daliborja. Pošiljamo jim knjigo J. Kozaka *Od računalna do urejanja besedil*.

Objavljamo rešitev Danija Tementa.



Označimo: $\vec{a} = \overrightarrow{CD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{DB}$ in $\vec{x} = \overrightarrow{AF}$. Potem velja:

$$\vec{x} = n\left(\frac{3}{4}\vec{a} + \vec{b}\right)$$

$$\vec{x} = m\left(\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}\right) - \frac{1}{4}\vec{a}$$

$$\frac{3}{4}n\vec{a} + n\vec{b} = m\vec{a} + \frac{1}{4}m\vec{b} - \frac{1}{4}\vec{a}$$

$$\vec{a}\left(\frac{3}{4}n - m + \frac{1}{4}\right) + \vec{b}\left(n - \frac{1}{4}m\right) = 0$$

$$\frac{3}{4}n - m + \frac{1}{4} = 0$$

$$n - \frac{1}{4}m = 0$$

in od tod $n = 1/13$.

Daljica AF predstavlja eno trinajstino daljice AB.

Novo nalogo sem našel v neki zelo stari knjigi, kjer pa tudi omenjajo, da je naloga še vsaj dvesto let starejša.

RAZDELIVA SI VINO

PREMISLI IN REŠI

Dva prijatelja imata osem litrov vina v osem-litrski posodi. Razen tega imata še petlitrsko in trilitrsko posodo. Vino bi si rada razdelila na pol. Kako naj samo s prelivanji med temi tremi posodami razdelita vino?

Naloga ima več rešitev. Poskusite najti čim krajšo, t.j. s čim manj prelivanji.

Rešitve pošljite do 15. maja 1987 na naslov PRESEK (za PIR), 61111 Ljubljana, Jadranska 19, p.p. 64

Peter Petek

4. POLETNA ŠOLA RAČUNALNIŠTVA

POLETNA ŠOLA RAČUNALNIŠTVA, ki jo vsako leto organizira Sekcija za računalništvo pri gibanju "Znanost mladini", je postala že tradicionalno mesto za dodatno izobraževanje mladih. Člani Sekcije se trudimo, da bi sodelujočim omogočili delovne počitnice in čimveč strokovnega napredka. Novost letošnje šole je bilo predavanje gosta iz tujine profesorja *Jana Kwiatkowskega* s Tehnične univerze v *Wroclavu*. Udeležili so se ga tudi študenti iz ZR Nemčije in Poljske.

Prostore za predavanja in opremo za praktično delo na računalnikih so nam odstopili Fakulteta za elektrotehniko, Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo, Izobraževalni center Delte in Izobraževalni center Intertrada v Radovljici. Za 49 udeležencev smo imeli na voljo 40 mikroračunalnikov.

Šole so se prvič udeležili tudi osnovnošolci, ki so se najbolje odrezali na republiškem tekmovanju. Učili so se lepega programiranja v pascalu. In to zelo uspešno! Srednješolci so bili razdeljeni po skupinah:

1. Jezik C v računalniški delavnici,
2. Programiranje v realnem času,
3. Logo,
4. Prečni prevajalnik za problemsko orientiran jezik,
5. Informacijska podpora poslovanja majhne firme,
6. B—drevesa.

Kljub takšni razdrobljenosti so se mladi računalnikarji lahko dobro spoznali, saj niso samo tipkali in gledali v zaslone. Večeri so minevali ob predvsem računalniških pogovorih, branju in taroku. Ogledali pa so si tudi Ljubljano in Bled, kar je bilo za goste iz tujine posebno doživetje.

Na dosedanjih poletnih šolah je sodelovalo preko 200 srednješolcev iz vse Slovenije. Tudi število tistih, ki so želeli sodelovati, a smo jih žal morali zavriniti, je precejšnje.

Kmalu se zopet vidimo na peti poletni šoli. Priprave že tečejo!

Tadej Lasbaher

O UPORABI REKURZIVNIH FORMUL

Za začetek si pogledjmo kratek programček, ki je napisan v programskem jeziku BASIC za računalnik ZX SPECTRUM. Najbrž ga ne bo pretežko prilagoditi za drug tip računalnika.

```

10 LET m=30: LET a=33
20 PLOT 0,75: DRAW 255,0
30 LET f=PI/m
40 FOR x=0 TO 255
50     LET y=a*SIN(x*f)
60     PLOT x, y+75
70 NEXT x
    
```

Programček nariše na ekranu valovito pikčasto krivuljo, ki ji pravimo *sinusoïda*. S programsko vrstico 20 dobimo os x , v vrstici 10 pomeni m število točk na eni polovici vala, število a pa njegovo višino. Ta dva podatka lahko sami spreminjamo, da dobimo sinusoïde različnih oblik. Kdor hoče, pa naj vrine še vrstico, ki bo dodala tudi os y .

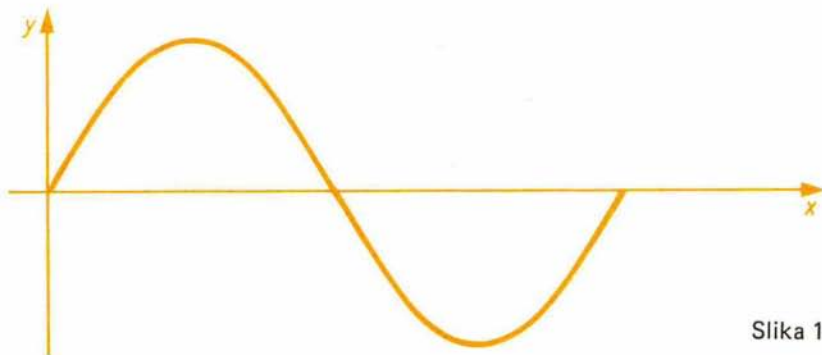
Programu pravzaprav ni kaj očitati. Če pa večkrat ponovimo njegovo izvajanje, nas kmalu začne motiti njegova počasnost. Nekako 20 sekund traja od trenutka, ko ga sprožimo, do trenutka, ko nam računalnik javi, da je delo končano. Če pa program malo bolje pogledamo, se njegovi počasnosti ni treba več čuditi. Vrstice od 40 do 70 tvorijo zanko FOR—NEXT. V njej uporabljamo funkcijo sinus (SIN), dvoje množenj in eno seštevanje, računalnik mora to opraviti kar 256-krat. Za izračun ene vrednosti funkcije sinus je treba kar nekaj dela, to pa je glavni vzrok, da se program odvija, kakor pač se. Za bralca, ki je že večč dela s prevajalniki, pa tale naloga: prevedi naš programček s prevajalnikom SOFTEK FP in izmeri hitrost izvajanja prevedenega programa.

Sicer pa dodajmo programu naslednje vrstice:

```

80 PAUSE 100: CLS
90 PLOT 0,75: DRAW 255,0
100 LET y0=0: LET y1=a*SIN f
110 LET c=2*COS f
120 FOR x=0 TO 255
130     PLOT x, y0+75
140     LET y2=c*y1-y0
150     LET y0=y1: LET y1=y2
160 NEXT x
    
```

Tako razširjen program še enkrat poženemo. Prvi del nariše sinusoido počasno, tako kot prej, kajti za vsako točko mora opraviti dvojno množenje in izračunati po eno vrednost funkcije sinus. Od programske vrstice 80 dalje dobimo še enkrat isto sliko, toda precej hitreje kot prvič. Vrstice od 120 do 160 tvorijo zopet zanko FOR—NEXT. V njej je le eno množenje in nekaj manj zahtevnih operacij. Vse to se seveda ponovi 256-krat. In v čem je skrivnost "uspeha", če se malo pohvalimo?



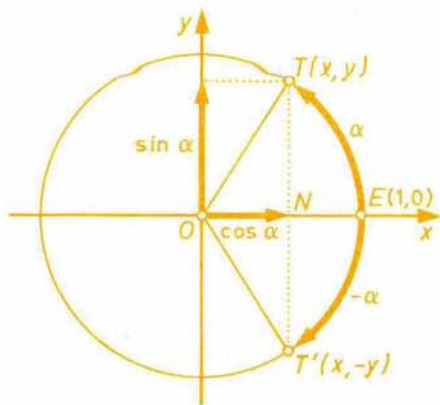
Slika 1

Čim krivulja ni sestavljena le iz daljic in krožnih lokov, moramo izračunati dovolj mnogo različnih točk in skoznje potegnemo krivuljo ali s krivuljnikom ali po občutku.

Morda se je bralec v našem programu prvič srečal s funkcijo sinus. Nič zato! Ta funkcija spada med tako imenovane kotne ali, bolj učeno, trigonometrične funkcije. Veda, ki se ukvarja z njimi, se imenuje trigonometrija, njeni začetki pa segajo noter v staro Babilonijo in Egipt. Ni zlomek, da bi mi v dobi osvajanja vesolja ne razumeli nekaterih preprostih stvari iz poglavja o kotnih funkcijah. Treba je poudariti, da kote v matematiki in računalništvu običajno merimo v radianih. Kotna enota radian je središčni kot, ki na poljubni krožnici pripada loku, katerega dolžina je enaka dolžini polmera krožnice. Dovolj si je zapomniti, da je kot 180° enak kotu π radianov. Po navadnem sklepnem računu je potem kot 1° enak kotu $\pi/180$ radianov. Kotne funkcije SIN, COS in TAN, ki jih pozna vaš SPECTRUM, zahtevajo kot v radianih. V matematiki imajo oznake $\sin$, $\cos$ in $\tan$. V tem članku bomo imeli opravka le s prvima dvema.

Postavimo v ravnino pravokotni koordinatni sistem xy . Izberimo si enoto, nato načrtamo krožnico s središčem v izhodišču in z radijem 1. Ta krožnica bo pripravna za merjenje kotov. Središčnemu kotu α pripada lok dolžine α . Kote bomo merili po loku krožnice od pozitivne polovice osi x . Kote, merjene

v smeri, ki je nasprotna smeri gibanja kazalcev na uri, bomo šteli za pozitivne, če pa jih merimo v nasprotni smeri, pa negativne.



Slika 2

Prej omenjeni krožnici rečemo *kotomerna krožnica*. Kot α določa na njej točko T s koordinatama x in y . Abscisa x imenujemo kosinus kota α , ordinato y pa sinus kota α . To zapišemo takole:

$$x = \cos \alpha, \quad y = \sin \alpha$$

Trikotnik ONT na sliki 2 je pravokoten in po Pitagorovem izreku dobimo $x^2 + y^2 = 1$. V trigonometriji pišemo namesto $(\sin \alpha)^2$ oziroma $(\cos \alpha)^2$ raje $\sin^2 \alpha$ oziroma $\cos^2 \alpha$. Tako smo dobili pravzaprav osnovno zvezo

$$(1) \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

S slike 2 lahko razberemo tudi, da veljata naslednji formuli

$$(2) \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$(3) \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

Funkcija $\cos$ je torej soda funkcija, funkcija $\sin$ pa liha.

Hitro s slike 2 odčitamo tudi nekaj preprostih vrednosti: $\cos 0 = 1$, $\sin 0 = 0$, $\cos(\pi/2) = 0$, $\sin(\pi/2) = 1$, ..., $\cos(2\pi) = 1$, $\sin(2\pi) = 0$.

Funkciji sinus in kosinus imamo na opisani način definirani za vse kote med -2π in 2π . Lahko pa ju na smiselni način razširimo na vsa realna števila z naslednjima formulama

$$(4) \quad \sin(\alpha + 2k\pi) = \sin \alpha$$

$$(5) \quad \cos(\alpha + 2k\pi) = \cos \alpha$$

ki veljata za poljubno realno število α in poljubno celo število k . Zaradi formul (4) in (5) pravimo, da sta funkciji sinus in kosinus periodični z osnovno periodo 2π .

Brez dokazov bomo navedli še formuli za sinus in kosinus vsote dveh realnih števil. To sta tako imenovana *adicijska izreka*

$$(6) \quad \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$(7) \quad \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Veljata za poljubni realni števili α in β . Formuli (6) in (7) sta ključnega pomena za hitrejše risanje sinusoid na računalniku. Če upoštevamo še formuli (2) in (3), dobimo še

$$(8) \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$(9) \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

Tudi ti dve formuli veljata za poljubni realni števili α in β .

Povrnimo se na naše načrtovanje sinusoid. V najbolj splošnem primeru ima ta krivulja enačbo $y = A \sin(\omega x + \varphi)$. V njej nastopajo trije parametri: parameter A se imenuje *amplituda*, ω *krožna frekvenca* in φ *začetna faza*. Za lepo sliko jih je treba pazljivo izbrati.

Odločimo se, da bomo funkcijske vrednosti računali v točkah $x_0 = 0$, $x_1 = \delta$, $x_2 = 2\delta$, ..., dokler bo pač krivulja še šla na papir oziroma na ekran. Število δ je pozitivno in primerno majhno, odvisno od tega, kakšno gostoto točk bi radi imeli. Pripadajoče funkcijske vrednosti označimo y_k . Torej

$$y_k = A \sin(\omega x_k + \varphi) = A \sin(k\delta\omega + \varphi)$$

kjer je $k = 0, 1, 2, \dots$. Zaporedje $y_0, y_1, y_2, \dots$ pa ima zanimivo lastnost, ki smo jo izkoristili v programu. Formuli (6) in (8) dasta tole zvezo med tremi zaporednimi členi zaporedja $y_0, y_1, y_2, \dots$:

$$(10) \quad y_{k+1} + y_{k-1} = 2y_k \cos(\delta\omega) \quad \text{za } k = 1, 2, 3, \dots$$

To je poseben primer tročlene rekurzivne formule. Če poznamo y_0 in y_1 , lahko izračunamo y_2 , iz y_1 in y_2 dobimo y_3 itd. Naj bo $c = 2 \cos(\delta\omega)$. Iz zveze (10) izračunamo y_{k+1} in dobimo

$$(11) \quad y_{k+1} = c y_k - y_{k-1} \quad \text{za } k = 1, 2, 3, \dots$$

Pri danih parametrih A , ω , φ in izbranem koraku δ je $y_0 = A \sin(\varphi)$ in $y_1 = A \sin(\delta\omega + \varphi)$. Za vsak nadaljnji y_k napravimo le eno množenje in eno odštevanje.

V posebnem primeru, ko je $\varphi = 0$, dobimo $y_0 = 0$ in $y_1 = A \sin(\delta\omega)$ ter $y_k = A \sin(k\delta\omega)$, kar smo uporabili v programu od vrstice 100 dalje. V tem primeru dobimo sinusno krivuljo. Če pa je $\varphi = \pi/2$, potem imamo $y_0 = A$ in $y_1 = A \sin(\delta\omega + \pi/2) = A \cos(\delta\omega)$ ter $y_k = A \sin(k\delta\omega + \pi/2) = A \cos(k\delta\omega)$. Ustrezni program bi načrtal kosinusno krivuljo.

Bralec naj poskusi napisati program, ki bo s pomočjo formule (11) narisal hkrati sinusno in kosinusno krivuljo. Opazil bo, da je ena pravzaprav premik druge v smeri osi x . Hkrati pa naj kontrolira, če velja formula (1). Morda bo malo razočaran, a o tem malo kasneje.

Če je že treba tabelirati funkciji sinus in kosinus z danim korakom δ istočasno, delamo raje malo drugače. Izračunati moramo, skratka, števila $c_k = \cos(k\delta)$ in $s_k = \sin(k\delta)$ za $k = 0, 1, 2, \dots$ Adicijski izrek (6) nam takoj da

$$(12) \quad s_{k+1} = \sin(k\delta + \delta) = \sin(k\delta) \cos\delta + \cos(k\delta) \sin\delta$$

adicijski izrek (7) pa

$$(13) \quad c_{k+1} = \cos(k\delta + \delta) = \cos(k\delta) \cos\delta - \sin(k\delta) \sin\delta$$

Če na kratko označimo $c = c_1 = \cos\delta$ in $s = s_1 = \sin\delta$, potem lahko (12) in (13) zapišemo bolj pregledno:

$$(14) \quad s_{k+1} = cs_k + sc_k$$

$$(15) \quad c_{k+1} = cc_k - ss_k \quad \text{za } k = 0, 1, 2, \dots$$

Ker poznamo $c_0 = \cos 0 = 1$ in $s_0 = \sin 0 = 0$, lahko korak za korakom izračunamo $c_1, s_1; c_2, s_2; \dots$

Za začetek poskusimo načrtati na računalniku elipso s pomočjo formul (14) in (15). V pravokotnem koordinatnem sistemu xy naj ima elipsa enačbo $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$. Če jo primerjamo s formulo (1), se nam zdi, da bi postavili $x/a = \cos t$ in $y/b = \sin t$. S tem imamo

$$(16) \quad \begin{aligned} x &= a \cos t \\ y &= b \sin t \end{aligned}$$

V teh dveh enačbah nastopa parameter t , ki je realno število. S preprostimi premislekom ugotovimo, da točka T s koordinatama x, y ravno enkrat obhodi elipso, če parameter t preteče interval od 0 do 2π . Pravimo, da smo elipso parametrizirali s parametrom t . Z enačbama (16) je podana elipsa v parametrični obliki. Sedaj pa že lahko sestavimo program.

```

10 LET m=60: LET f=PI/m
20 LET c=COS f: LET s=SIN f
30 LET a=110: LET b=70
40 LET c0=1: LET s0=0
50 FOR t=0 TO 2*m
60   PLOT 128+a*c0,75+b*s0
70   LET c1=c*c0-s*s0
80   LET s1=c*s0+s*c0
90   LET c0=c1: LET s0=s1
100 NEXT t

```

Program se sicer ne izvede tako hitro kot ukaz CIRCLE pri vašem računalniku; upoštevati je treba, da je to le BASIC.

Uvod

LOGO za računalnik Commodore 64 so razvili pri firmi Commodore. Obstaja samo verzija na disketi, kjer so poleg tolmača še demonstracijski programi, napisani v logu in dodatni ukazi za delo z zvokom in s figuricami, tako da se možnosti računalnika lahko popolnoma izkoristijo. Kasetna verzija tolmača za logo, ki kroži po Ljubljani, vsebuje samo tolmač brez dodatnih programov, posnet v načinu turbo. Zato dodatnih ukazov nismo opisali. Tudi ukazov za delo z disketo enoto, kot so CATALOG, READ in SAVE, ne moremo uporabljati. V zadnjem času se ponekod dobi tudi nekoliko predelana kasetna verzija, ki se predstavlja z LOGO - SLOVENIJA, ki ima dodana ukaza READ in SAVE za delo s kasetnikom, tako da je omogočeno hranjenje uporabnikovih ukazov.

Delo s tolmačem je zelo preprosto. Računalnik nas sproti opozarja na naše napake. Ukaze tolmač takoj izvede. Če je ukaz izraz, tolmač izračuna in izpiše njegovo vrednost, pred katero napiše Result:. Vse ukaze lahko torej neposredno preizkušamo. Če se kak ukaz zaplete, si lahko pomagamo s <CTRL> G (prekinemo izvajanje), v skrajni sili pa moramo z <RUN/STOP> <RESTORE> logo ponovno pognati.

Preberite še uvod v "Logo na računalniku Spectrum" v prejšnji številki Preseka.

Osnove in posebnosti

Logo pozna naslednje vrste objektov:

nizi znakov

- besede: "ABCD" "ABC DEF GH" "123"
- števila: cela števila so na intervalu $-2^{31} \dots +2^{31} - 1$, pri realnih številih je najmanjše 1.00000N38 in največje 1.99999E38
- logični vrednosti sta "TRUE" in "FALSE"
- seznami {} [[AB 12] 34 EFR {}]

Spremenljivke I ABC X33 123

"I" ime spremenljivke - uporabljamo pri prirejanju

:I vrednost spremenljivke, kadar uporabljamo spremenljivko v izrazih

Ločila in posebni znaki

- : ločuje oznako vrstice od ukazov v vrstici (pri GO ukazu)
- ; ločuje ukaze od komentarja
- ' razumi znake do naslednjega ' dobesedno

Ukazi ABC VAJA E99 .SYS001 PRAZNO?

Kote merimo v stopinjah. Barve določamo z njihovimi številkami (0 .. 15), ki imajo enak pomen kot v basicu.

Načini delovanja

Osnovna načina delovanja sta sprotni način in urejanje.

?		znak (pozornik), da je LOGO v sprotnem načinu in da čaka naših ukazov
EDIT	ED	vkluči urejanje ukazov in spremenljivk

V sprotnem načinu dela lahko izbiramo

DRAW		vkluči grafični način
NODRAW	ND	vkluči tekstovni način

V grafičnem načinu lahko izbiramo:

TEXTSCREEN	< F1 >	ves zaslon je namenjen za izpisovanje
SPLITSscreen	< F3 >	spodnjih pet vrstic za izpisovanje
FULLSCREEN	< F5 >	ves zaslon je namenjen za sliko

Izvajanje kontroliramo s:

<CTRL> G	(Gone)	dokončno prekinemo izvajanje
<CTRL> W	(Wait)	začasno prekinemo izvajanje (stikalo)
<CTRL> Z	(Zigzag)	začasno prekinemo izvajanje in lahko vnašamo svoje ukaze
CONTINUE	CO	nadaljujemo izvajanje (po uporabi <CTRL> Z)
<RUN/STOP> <RESTORE>		ponovno poženemo LOGO, če <CTRL> G ne pomaga

Vse funkcijske in kontrolne tipke delujejo tudi med izvajanjem ukazov, razen če jih z .OPTION "RC ne izključimo.

0. Urejevalnik

Pri urejanju je vključeno samodejno vrivanje (INSERT) znakov.

Splošni kontrolni znaki za urejanje

<CTRL> A	(prva črka)	začetek vrstice
<CTRL> L	(Line)	konec vrstice
<CTRL> D	(Delete)	briši znak pod tečko
<CTRL> K	(Kill)	briši do konca vrstice
<CRSR ← →>	(cursor right)	en znak desno
<SHIFT> <CRSR ← →>	(cursor left)	en znak levo

Vrstični urejevalnik (za sprotni način dela - tolmačenje)

<INST/DEL>	<CTRL> T	briši znak pred tečko
<SHIFT> <CRSR ↑ ↓>	(cursor up)	ponovi prejšnjo vrstico
<SHIFT> <CLR/HOME>		briši tekočo in prejšnje vrstice

Zaslonski urejevalnik (za sestavljanje ukazov - programiranje)

EDIT ime parametri	ED	vkluči urejevalnik
<CTRL> C	(Complete)	definiraj urejani ukaz
<RUN/STOP>		definiraj urejani ukaz
<CTRL> G	(Gone)	prekine urejanje, ukaz ostane nespremenjen
<CTRL> B	(Back)	prejšnja stran (ali začetek teksta)
<CTRL> F	(Forward)	naslednja stran (ali konec teksta)
<INST/DEL>	<CTRL> T	briši znak pred tečko
<SHIFT> <CRSR ↑ ↓>	(cursor up)	prejšnja vrstica
<CRSR ↑ ↓>	(cursor down)	naslednja vrstica

<CTRL> O	(Open)	vkluči eno prazno vrstico
<RETURN>	<CTRL> M	končaj vrstico
<SHIFT> <CLR/HOME>		centriraj tekst
<SHIFT> <INST/DEL>		omogoči vključitev kontrolnih znakov v tekst (" v BASICU)

1. Želva grafika

Na zaslon je postavljen koordinatni sistem (x,y) , -160<x<159, -129<y<130

BACK n	BK	želva n korakov vzvratno	+
BACKGROUND n	BG	določi barvo podlage (n = 0 .. 15)	✖
CLEARSCREEN	CS	počisti zaslon, pusti želvo	✖
DOUBLECOLOR		dvojna debelina želvine sledi	-
DRAW		vkluči grafični način	✖
F DRAWSTATE		seznam podatkov o stanju želve	
ITEM 1 DRAWSTATE		TRUE, če je pero spuščeno (PD)	-
ITEM 2 DRAWSTATE		TRUE, če je želva vidna (ST)	✖
ITEM 3 DRAWSTATE		barva podlage na sliki (BG)	✖
ITEM 4 DRAWSTATE		barva črnila na sliki (PC)	✖
ITEM 5 DRAWSTATE		način (SINGLE- ali DOUBLECOLOR)	-
ITEM 6 DRAWSTATE		način (TEXT-, SPLIT-, ali FULLSCREEN)	-
ITEM 7 DRAWSTATE		barva podlage v tekstu (TEXTBG)	✖
ITEM 8 DRAWSTATE		barva teksta (TEXTCOLOR)	✖
FORWARD n	FD	želva n korakov naprej	+
F HEADING		absolutna smer želve v stopinjah	+
HIDETURTLE	HT	skrij; ne riše želve, sled pa	+
HOME		premakne želvo v koordinatno izhodišče	+
LEFT n	LT	zasuk želve za n stopinj v levo	+
NODRAW	ND	vkluči tekstovni način	✖
NOWRAP		omeji gibanje želve na zaslonu	✖
PENCOLOR n	PC	določi barvo sledi (n = -1 .. 15)	✖
PENERASE	PC -1	želva briše dele sledi, čez katere gre	+
PENDOWN	PD	spusti pero; želva pušča sled	+
PENUP	PU	dvigni pero; želva ne pušča sledi	+
RIGHT n	RT	obrat želve za n stopinj v desno	+
SETHEADING n	SETH	zasukaj želvo v smer n (absolutno)	+
SETX n		premik želve do koordinate x = n	+
SETXY x y		premik želve v točko (x,y)	✖
SETY n		premik želve do koordinate y = n	+
SHOWTURTLE	ST	riši želvo, je vidna	+
SINGLECOLOR		enojna debelina črte	-
STAMPCHAR x		želva natisne znak x	o
TEXTBG n		določi barvo podlage teksta (n = 0..15)	✖
TEXTCOLOR n		določi barvo teksta (n = 0..15)	✖
F TOWARDS x y		smer v stopinjah proti točki (x,y)	+
WRAP		zaslon je "zvit" v svitek (torus)	+
F XCOR		želvina trenutna x - koordinata	+
F YCOR		želvina trenutna y - koordinata	+

2. Operacije in funkcije

F +	seštevanje	+
F -	odštevanje; če se uporablja kot predznak, potem v oklepajih! (- 5)	+
F ✖	množenje	+
F /	deljenje (rezultat realen)	+

F <	relacija večji	+
F >	relacija manjši	+
F =	relacija enak	+
F ATAN a b	arcus tangens izraza a/b	✖
F BITAND n1 n2	konjunkcija po bitih	-
F BITOR n1 n2	disjunkcija po bitih	-
F BITXOR n1 n2	ekskluzivni OR po bitih	-
F COS x	kosinus	+
F INTEGER x	celoštevski del od x	✖
F QUOTIENT a b	celoštevski kvocient a in b	✖
F RANDOM n	naključno število med 0 in n-1	+
RANDOMIZE	izbere naključno začetno število	-
(RANDOMIZE n)	postavi začetno število za generator	-
F REMAINDER a b	celoštevski ostanek	+
F ROUND x	zaokroži x	+
F SIN x	sinus	+
F SQRT x	kvadratni koren	+

3. Seznamski ukazi

ob objekt (beseda ali seznam)

F BUTFIRST ob BF	objekt brez prvega elementa	+
F BUTLAST ob BL	objekt brez zadnjega elementa	+
F COUNT ob	število elementov v objektu	+
F EMPTY? ob	ali je objekt x prazen	✖
F FIRST ob	prvi element objekta	+
F FPUT ob seznam	dodaj objekt na začetek seznama	+
F ITEM n ob	n-ti element objekta	+
F LAST ob	zadnji element objekta	+
F LIST ob1 ob2	ustvari seznam z objektoma ob1 in ob2	+
F (LIST ob1 ob2 ob3 ...)	ustvari seznam iz danih objektov	+
F LIST? ob	ali je objekt seznam	✖
F LPUT ob seznam	dodaj objekt na konec seznama	+
F MEMBER? x ob	ali je x element objekta ob	✖
F NUMBER? ob	ali je objekt število	✖
F SENTENCE ob1 ob2 SE	ustvari seznam iz elementov obeh objektov	+
F (SE ob1 ob2 ob3 ...)	ustvari seznam iz elementov danih objektov	+
F WORD x1 x2	stik besed x1 in x2	+
F (WORD x1 x2 x3 ...)	stik danih besed	+
F WORD? ob	ali je objekt beseda	✖

4. Definiranje ukazov (programiranje)

DEFINE ime [[par] [v1] [v2] ... [vn]]	+
	sestavi ukaz z imenom ime, s parametri par in z vrsticami v1, v2, ..., vn
EDIT x ED	+
	vkluči urejanje
x = ALL	-
x = NAMES	✖
x = PROCEDURES	-
x = ime	+
x = [ime1 ime2 ...]	+
x =	+
	ukazov v seznamu ime1, ime2 ...
	zadnjega urejanega ukaza
END	+
	konec ukaza

ERASE x	ER	brisanje definicij	
x = ALL		zbriši vse ukaze in imena	✖
x = NAMES		zbriši imena objektov	✖
x = PROCEDURES		zbriši vse ukaze	✖
x = ime		zbriši ukaz z danim imenom	+
x = [ime1 ime2 ...]		zbriši ukaze v seznamu	+
TEXT "ime		seznam s seznamom parametrov in seznam	+
		vrstic ukaza ime (nasprotno od DEFINE)	
TO ime parametri		vkluči urejanje ukaza ime	+
<RUN/STOP>	<CTRL> C	končamo urejanje (definiranje)	✖

5. Prireditveni stavek in spremenljivke

LOCAL "ime		definicijsko območje spremenljivke ime	-
		je omejeno na tekoči ukaz	
MAKE "ime izraz		spremenljivki ime priredi vrednost izraza	+
MAKE :ime izraz		spremenljivki, na katero kaže ime, priredi vrednost izraza	+
F THING "ime		vrednost spremenljivke ime (isto kot :ime)	+
F THING :ime		vrednost spremenljivke, na katero kaže ime	+
F THING? "ime		ali je spremenljivka ime že definirana	✖

6. Pogojni stavek in pogoji

F ALLOF a b		konjunkcija (logični IN)	✖
F (ALLOF a1 a2 ... an)		konjunkcija	✖
F ANYOF a b		disjunkcija (logični ALI)	✖
F (ANYOF a1 a2 ... an)		disjunkcija	✖
IF		pogojni stavek; primeri:	✖
IF <pogoj>	<zaporedje ukazov>		
IF <pogoj>	THEN <zaporedje ukazov>		
IF <pogoj>	THEN <ukazi1> ELSE <ukazi2>		
IFFALSE <ukazi>	ELSE	alternativa za kretnico TEST	O
IFTRUE <ukazi>	THEN	alternativa za kretnico TEST	O
F NOT a		negacija a	+
TEST <pogoj>		logična kretnica	O

7. Krmilni stavki

GO n		nadaljuje izvajanje v vrstici z oznako n	-
GOODBYE		oznake ločujemo od vrstic z :	
OUTPUT ob	OP	ponovno požemo logo	✖
REPEAT n [u1 u2 ...]		vrni objekt ob v klicoči ukaz	+
RUN [u1 u2 ...]		ponovi n krat ukaze v seznamu	+
STOP		izvedi ukaze v seznamu	+
TOPLEVEL		vrni se v klicoči ukaz	+
		vrni se v osnovni nivo (sprotni način)	+

8. Branje in izpis

.CTYO n		izpiši znak s kodo ASCII n	O
F ASCII x		koda ASCII znaka x	+
F CHAR n		znak s kodo ASCII n	+
CLEARTEXT		zbriše tekstovni zaslon	+
CLEARINPUT		zbriši "character input buffer"	-
		(koristno pred uporabo RC ukaza)	

CURSOR	x y	postavi tečko na koordinato (x,y)	✱
		(x = 0 .. 39, y = 0 .. 24)	
F	CURSORPOS	seznam z x in y koordinato tečke	✱
	FPRINT ob	isto kot PRINT vendar dobesedno	✱
		(tudi ' pri besedah in [] pri seznamih)	
	(FPRINT ob1 ob2 ...)	isto kot PRINT vendar dobesedno	✱
	NOPRINTER	izključi tiskalnik	✱
	PRINT ob PR	izpiši objekt in se postavi v novo vrstico	+
	(PRINT ob1 ob2 ...)	izpiši objekte; med objekti po en presledek	+
	PRINT1 ob	izpiši objekt	✱
	(PRINT1 ob1 ob2 ...)	izpiši objekte brez presledkov	✱
	PRINTER	vkluči tiskalnik	✱
F	RC?	ali je pritisnjena kakšna tipka	✱
F	READCHARACTER RC	preberi en znak (brez <RETURN>)	✱
F	REQUEST RQ	preberi vrstico kot seznam	✱
	SETDISK n	vkluči disketno enoto (n = 8 ali 9)	✱

9. Delovni prostor in datoteke

tipi datotek so LOGO PIC1 PIC2

BLOAD	"ime	naloži datoteko z imenom ime	✱
BSAVE	"ime x y	shrani datoteko z imenom ime	✱
		začetni naslov x , končni y	
CATALOG		izpiše seznam datotek na disketi	+
DOS		ukaz za delo z datotekami	
	DOS [NO:ime,steve]	formatiranje diskete	-
	DOS [CO:novoime=staro]	kopiranje datoteke	-
	DOS [RO:novoime=staro]	preimenovanje datoteke	-
	DOS [SO:ime]	brisanje datoteke	-
ERASEFILE	"ime	zbrisi datoteko z imenom IME.LOGO	✱
ERASEPICT	"ime	zbrisi datoteki IME.PIC1 in IME.PIC2	✱
ERNAME	"ime	zbrisi ime spremenljivke in njeno vrednost	✱
POTS		izpiši seznam ukazov v delovnem prostoru	+
PRINTOUT	x PO	izpiši vsebino delovnega prostora	
	x = ALL	vse ukaze in objekte	✱
	x = NAMES	imena objektov in vrednosti	✱
	x = TITLES POTS	imena vseh ukazov	✱
	x = PROCEDURES	vse ukaze	✱
	x = ime	ukaz ime	✱
	x = [ime1 ime2 ...]	ukaze v seznamu	✱
	x =	zadnji definirani ukaz	-
READ	"ime	preberi datoteko z imenom IME.LOGO	✱
READPICT	"ime	preberi datoteki IME.PIC1 in IME.PIC2	✱
SAVE	"ime	shrani ukaze na datoteko IME.LOGO	✱
SAVEPICT	"ime	shrani sliko na zaslonu kot datoteki	✱
		IME.PIC1 (slika) in IME.PIC2 (barva)	

10. Kontrola izvajanja in testiranje

CONTINUE	CO	nadaljuj izvajanje po PAUSE ali <CTRL> Z	-
PAUSE		začasno prekini izvajanje	-
		lahko vnašamo svoje ukaze	
NOTRACE		izključi sledenje	-
TRACE		vkluči sledenje; sledenje nadaljujemo s	-
		pritisком kake tipke, končamo s <CTRL> G	

11. Sistemski ukazi

	.ASPECT n	umeri velikost zaslona v navpični smeri	-
	.CALL n	vgrajena vrednost n=0.768 za 260 korakov	
	.CONTENTS	poženi strojno kodo na naslovu n	+
F	.DEPOSIT n x	seznam vseh imen, ki jih LOGO pozna	✖
	.EXAMINE n x	shrani vrednost x na naslov n (POKE)	+
F	.GCOLL	vrednost na naslovu n (PEEK)	+
	.NODES	garbage collection	✖
F	.OPTION	število trenutno praznih členov	✖
		spreminjanje vgrajenih vrednosti za praukaze	

12. Spreminjanje vgrajenih vrednosti

.OPTION "DRAW 0 n	spremeni osnovno barvo podlage na n												
.OPTION "DRAW 1 n	spremeni osnovno barvo črnila na n												
.OPTION "EDIT 0 n	spremeni barvo podlage v urejevalniku												
.OPTION "EDIT 1 n	spremeni barvo črnila v urejevalniku												
.OPTION "PRINTER 0 n	spremeni številko tiskalnika (vgrajeno n=4)												
.OPTION "PRINTER 1 n	spremeni drugo številko tiskalnika (vgrajeno n=0 - velike črke/grafični znaki; n=7 - velike črke/male črke)												
.OPTION "PRINTER 2 n	usmeri izpis za tiskalnik (vgrajeno n=0 - izpis tudi na zaslon; n=1 - izpis samo na tiskalnik)												
.OPTION "RC 0 n	ali se znaki za kontrolo izvajanja lahko prestrežejo z RC (ustrezni bit postavimo na 1) ali ne (ustrezni bit je 0 - vgrajeno)												
	<table><tr><td><CTRL> G</td><td>1</td><td>< F1 ></td><td>8</td></tr><tr><td><CTRL> Z</td><td>2</td><td>< F3 ></td><td>16</td></tr><tr><td><CTRL> W</td><td>4</td><td>< F5 ></td><td>32</td></tr></table>	<CTRL> G	1	< F1 >	8	<CTRL> Z	2	< F3 >	16	<CTRL> W	4	< F5 >	32
<CTRL> G	1	< F1 >	8										
<CTRL> Z	2	< F3 >	16										
<CTRL> W	4	< F5 >	32										
.OPTION "READ 0 n	način včitavanja datoteke (vgrajeno n=0 - datoteka z ukazi; n=1 - besedilo)												
.OPTION "SAVE 0 n	način shranjevanja datoteke (vgrajeno n=0 - delovni prostor; n=1 - urejevalnikov prostor)												
.OPTION "STAMPCHAR 1 n	množica znakov za ukaz STAMPCHAR (vgrajeno n=0 - velike črke/grafični znaki; n=1 - velike črke/male črke)												
.OPTION "STAMPCHAR 2 n	običajni in inverzni znaki za ukaz STAMPCHAR (vgrajeno n=0 - običajni; n=1 - inverzni)												

13. Sporočila o napakah

<ukaz> DIDN'T OUTPUT : <ukaz> ni vrnil objekta; <ukaz> smo uporabili kot parameter nekega drugega ukaza

<praukaz> DOESN'T LIKE <objekt> AS INPUT : <objekt> ni pravi parameter za <praukaz>

<praukaz> DOESN'T LIKE <objekt> AS INPUT, IT EXPECTS TRUE OR FALSE : praukaz IF zahteva logično vrednost oziroma pogoj

<sporočilo>, IN LINE <vrstica> AT LEVEL <nivo> OF <ukaz> : napaka se je pojavila v določeni vrstici ukaza na določenem nivoju

<ime> IS A LOGO PRIMITIVE : <ime> je praukaz Loga; hoteli smo definirati ukaz z imenom, ki je že ime praukaza

<ukaz> NEEDS MORE INPUTS : <ukaz> potrebuje več parametrov; večina praukazov in vsi ukazi, ki jih definiramo zahteva točno določeno število parametrov

<operacija> NEEDS SOMETHING BEFORE IT : <operacija> potrebuje še nekaj; aritmetične operacije običajno zahtevajo dva parametra

NO STORAGE LEFT! : ni več prostega prostora; rekurzivni klici so zasedli ves prostor - sklad

NUMBER TOO LARGE OR TOO SMALL : število preveliko ali premajhno; pri aritmetični operaciji je prišlo do prekoračitve obsega števil

PROCEDURE NESTING TOO DEEP : pregloboko gnezdenje ukazov (omejitev okrog 200)

RESULT: <objekt> : opozori nas, če v sprotnem načinu uporabljamo izraze; običajno izraze uporabljamo kot parametre drugih ukazov - procedur

THE : IS OUT OF PLACE AT <beseda> : znak ":" pri besedi je na napačnem mestu; običajno pravopisna napaka

THE DISK IS FULL : disketa je polna

THE DISK IS WRITE PROTECTED : disketa je zaščitena pred pisanjem

THERE IS NO DISK IN DISK DRIVE : v disketni enoti ni diskete

<praukaz> SHOULD BE USED ONLY INSIDE A PROCEDURE : <praukaz> lahko uporabljamo samo v jedru procedure (OUTPUT, STOP, LOCAL in GO smo hoteli uporabiti v sprotnem načinu)

CAN'T DIVIDE BY ZERO : ne morem deliti z nič

DISK ERROR : napaka na disketi (disketa je poškodovana ali zaščitena pred CATALOG)

END SHOULD BE USED ONLY IN THE EDITOR : END lahko uporabljamo samo v prejevalniku - uporabili smo ga v sprotnem načinu ali v DEFINE ali ni bil v samostojni vrstici

ELSE IS OUT OF PLACE : ELSE je na napačnem mestu; manjka IF ali THEN

FILE NOT FOUND : datoteke ni na disketi

LINE GIVEN TO DEFINE TOO LONG

LINE GIVEN TO REPEAT TOO LONG

LINE GIVEN TO RUN TOO LONG : predolga vrstica (seznam) za ukaze DEFINE, REPEAT ali RUN (omejitev 256 znakov)

MISSING INPUTS INSIDE ()'S : manjkajo parametri med oklepaji

THEN IS OUT OF PLACE : THEN je na napačnem mestu; verjetno manjka IF

THERE IS NO LABEL <ime> : oznaka <ime> ni definirana

THERE IS NO NAME <ime> : spremenljivka <ime> ni definirana

THERE IS NO PROCEDURE NAMED <ime> : ukaz <ime> ni definiran

THERE'S NOTHING TO SAVE : ničesar ni mogoče shraniti; delovni prostor je prazen

TOO MANY PROCEDURE INPUTS : ukaz ima preveč parametrov

TOO MUCH INSIDE PARENTHESES : preveč notranjih oklepajev; logo ne zna analizirati izraza

TURTLE OUT OF BOUNDS : želva je zunaj zaslona; omejili smo jo z NOWRAP

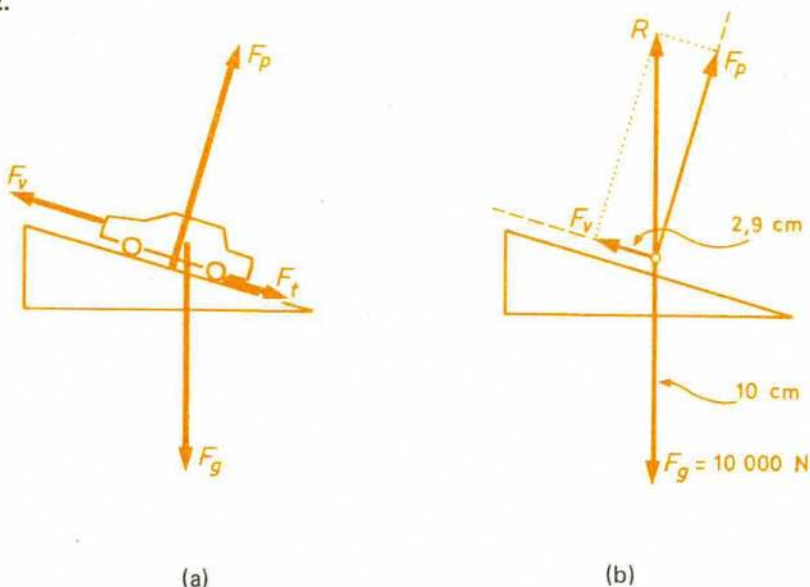
YOU DON'T SAY WHAT TO DO WITH <objekt> : ne poveš kaj storiti z objektom; moral bi biti vhodni parameter

6. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE – Rešitve nalog iz P–XIV/

PREDTEKMOVANJE

7. razred

1. 0,79 kg alkohola ima pri 20⁰ C prostornino 1 dm³. Ko ga segrejemo za 30⁰ C, se mu prostornina poveča za 30,1,1 ml = 33 ml. Gostota pri 50⁰ C je $\rho = 0,79 \text{ kg}/1,033 \text{ dm}^3 = 0,76 \text{ kg}/\text{dm}^3$.
- 2.



Slika 1. Sile, ki delujejo na avtomobil: teža (F_g), pravokotna komponenta sile podlage (F_p), sila trenja (F_t), vlečna sila (F_v) (a). Grafična določitev velikosti sil (b).

- b) Narišemo strmino klanca in v merilu narišemo težo osebnega avtomobila, npr.: 10.000 N ustreza dolžini 10 cm, kot kaže slika b. Narišemo še smeri sil F_v in F_p in rezultanto R teh dveh sil, za katero vemo, da je nasprotno enaki teži.

Rezultanto nato razstavimo na obe pravokotni smeri in izmerimo, kako dolga je na sliki vlečna sila. 2,9 cm ustreza 2900 N. Vrv je napeta s silo približno 2900 N.

3. Na morsk gladini je tlak približno 100 kPa. Če se dvignemo za 1543 m, se tlak zmanjša za $p = \sigma \cdot h = 12 \text{ N/m}^3 \cdot 1543 \text{ m} = 18,5 \text{ kPa}$ in znaša 81 kPa. Iz diagrama razberemo, da pri tem tlaku voda vre pri približno 94° C .

4. a) V ravnovesju je teža podmornice enaka vzgonu. Sledi: $F_{g1} = F_{v1}$ oziroma $F_{g1} = \sigma_1 \cdot V = 10000 \text{ N/m}^3 \cdot 80 \text{ m}^3 = 800 \text{ kN}$.

b) Zaradi večjega tlaka je gostota vode večja.

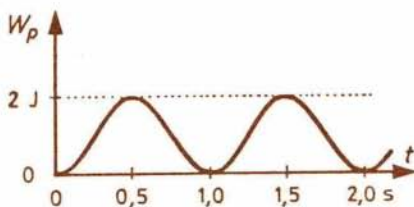
c) Vzgon je v večji globini zaradi večje gostote večji. Ker je večji vzgon, mora biti tudi teža podmornice večja. Črpalke potiskajo vodo v podmornico.

d) Tudi v globini 30 m je podmornica v ravnovesju: $F_{g2} = F_{v2}$ oziroma $F_{g2} = \sigma_2 \cdot V$. Če enačbi odštejemo, dobimo: $F_{g2} - F_{g1} = \sigma_2 \cdot V - \sigma_1 \cdot V = (\sigma_2 - \sigma_1) \cdot V = 1,5 \text{ N/m}^3 \cdot 80 \text{ m}^3 = 120 \text{ N}$. Razlika tež je ravno teža prečrpane vode. Črpalke morajo prečrpati 12 kg vode.

5. a) Celotna energija je enaka največji kinetični energiji. Energija 2 J je enaka vsoti kinetične in potencialne energije. Sledi: $W_k = 2 \text{ J}$, $W_p = 0$.

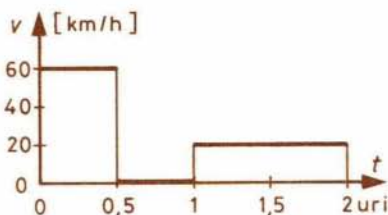
b) $W_k = 0$, $W_p = 2 \text{ J}$.

c) Slika 2. Odvisnost potencialne energije W_p od časa za nitno nihalo



8. razred

1. Slika 3. Odvisnost hitrosti v od časa t pri gibanju avtomobila.



2. a) Vsako letalo preleti polovico obsega Zemlje: $s = \pi r = 20000 \text{ km}$. Poti obeh letal sta enaki.

b) $t = s/v = 20000 \text{ km} / (2000 \text{ km/h}) = 10 \text{ ur}$.

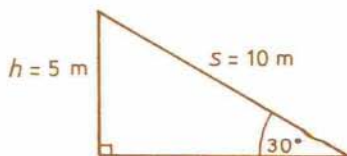
c) Najprej izračunamo hitrost točke na ekvatorju: $v = 2\pi r/t_0 = 1670 \text{ km/h}$. V 10 urah se ta točka premakne za 16700 km. Letalo A preleti 36700 km, letalo B pa 3300 km.

3. Ko je Andrej prevozil 10 m, se je spustil za 5 m, saj je trikotnik na sliki 4 polovica enakostraničnega trikotnika.

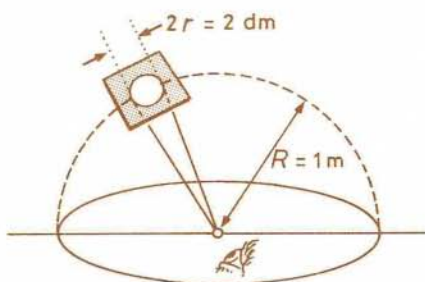
a) Potencialna energija se je zmanjšala za $\Delta W_p = mgh = 3000 \text{ J}$.

b) Kinetična energija je bila na začetku 0, po 10 m poti pa $W_k = mv^2/2 = 2430 \text{ J}$. Torej se je kinetična energija povečala za 2430 J, celotna energija pa se je zmanjšala za $3000 \text{ J} - 2430 \text{ J} = 570 \text{ J}$. Skupna

4. Vseh zvezd, ki jih vidimo, ne moremo prešteti. Lahko pa preštejemo zvezde na majhnem delu neba in potem izračunamo, koliko je vseh. Poskus bi lahko napravili takole: V kos kartona bi izrezali luknjo s polmerom npr. $r = 1 \text{ dm}$, lepenko postavili 1 meter vstran od očesa in prešteli zvezde, ki bi jih videli skozi odprtino. Šteli bi v več smereh neba in izračunali povprečno vrednost. Skozi odprtino opazujemo približno dvestoti del neba, saj je razmerje ploščine kroga s polmerom 1 dm in površine polkrogle s polmerom 1 m ravno $r^2 \pi / 2R^2 \pi = r^2 / 2R^2 = 1 \text{ dm}^2 / 2 \cdot (10 \text{ dm})^2 = 1/200$. Povprečno število zvezd, ki jih vidimo



Slika 4. Klanec, po katerem se sankaj Andrej energija se je zmanjšala ravno za toliko, kolikor negativnega dela je opravila sila trenja. Torej je sila trenja opravila negativno delo 570 J.



Slika 5. Skozi luknjo v kosu kartona vidimo s prostim očesom toliko zvezd, da jih lahko preštejemo.

skozi odprtino, moramo pomnožiti z 200 in dobimo približno oceno za število zvezd, ki jih vidimo na nebu s prostim očesom.

5.a) Najprej izračunamo upor grelnika: $R_1 = U_1^2 / P = (220 \text{ V})^2 / 200 \text{ W} = 242 \Omega$. Ker je na grelniku napetost 215 V, teče skozi grelnik tok $I = 215 \text{ V} / 242 \Omega = 0,89 \text{ A}$. Isti tok teče po žicah. Sledi: $R_2 = U_2 / I = 5 \text{ V} / 0,89 \text{ A} = 5,6 \Omega$.

b) Ker sta do doma napeljeni dve žici, je upor ene žice polovica izračunanega upora: $R_3 = 2,8 \Omega$. Iz učbenika preberemo, da je upor 1 m dolge žice s presekom 1 mm^2 enak $0,018 \Omega$. Upor 1 m dolge žice s presekom 6 mm^2 je torej $0,003 \Omega$. Dolžino žice dobimo s sklepnim računom: $l = (2,8 \Omega / 0,003 \Omega) \cdot 1 \text{ m} = 940 \text{ m}$.

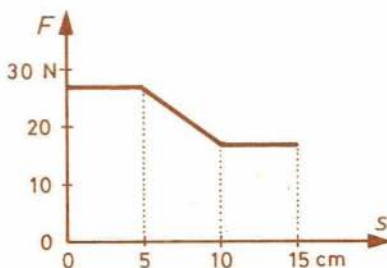
7. razred

1. a) Tlak vode v sodu ne sme preseči 8 kPa. Največja višina vode je: $h = \Delta p / \rho = 8000 \text{ N/m}^2 / (1000 \text{ N/m}^3) = 0,8 \text{ m}$. V sod lahko steče voda s prostornino $V = S \cdot h = 0,32 \text{ m}^3 = 320 \text{ dm}^3$.

b) Sklepni račun dobimo: $t = V \cdot t_1 / V_1 = 320 \text{ dm}^3 \cdot 1 \text{ s} / 0,2 \text{ dm}^3 = 1600 \text{ s}$.

2. Najprej izračunamo, koliko vode steče skozi prho v eni sekundi: $V_2 = 3 \text{ dm}^3 / 60 = 0,05 \text{ dm}^3$. Vsako sekundo ostane v sodu voda s prostornino $V_1 - V_2 = 0,2 \text{ dm}^3 - 0,05 \text{ dm}^3 = 0,15 \text{ dm}^3$. 320 dm^3 vode se bo nateklo v času $t = V \cdot t_1 / (V_1 - V_2) = 2130 \text{ s}$.

3. Prvih pet cm kaže silomer težo kocke $F_1 = 27 \text{ N}$. Med spuščanjem kocke v vodo se gladina vode dviga. Ploščina osnovne ploskve kocke je enaka ploščini preostale gladine. Ko kocka potopi za 0,5 dm, se gladina dvigne za 0,5 dm. Nato je vsa kocka potopljena in sila je do konca potapljanja enaka: $F_2 = F_g - F_v = 27 \text{ N} - 10 \text{ N} = 17 \text{ N}$.



Slika 6. Odvisnost sile silomera od lege kocke pri potapljanju

4. V tabeli v učbeniku najdemo podatka, da je temperatura tališča svinca 27°C in da je za stalitev 1 kg potrebno 23 kJ toplote.

5. Svinec je treba najprej segreti od 20°C do 327°C . Za to potrebujemo toploto $Q = 0,1 \text{ kg} \cdot 130 \text{ J/kgK} \cdot 307 \text{ K} = 3990 \text{ J}$. Za stalitev 0,1 kg svinca potrebujemo 2,3 kJ toplote. Svincu moramo dovesti $3,99 \text{ kJ} + 2,3 \text{ kJ} = 6,29 \text{ kJ}$ toplote.

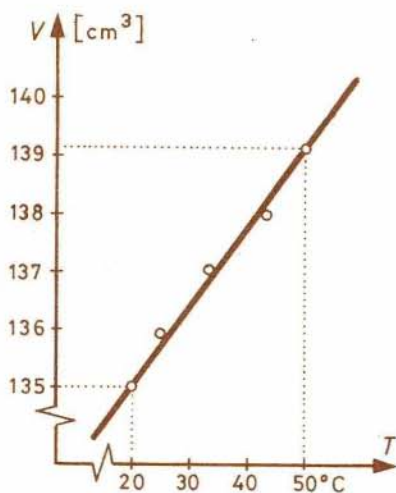
6. a) Stehamo maso npr. 5 žličk vode. Prostornina ene žličke je $V = m / (\rho \cdot 5)$. Npr.: masa čaše je 12,8 g, masa čaše z vodo pa 30,3 g. Povprečna prostornina žličke je $V = 17,5 \text{ g} / (5 \cdot 1 \text{ g/cm}^3) = 3,5 \text{ cm}^3$.

b) Stehamo maso npr. 100 kapljic vode. Prostornina ene kapljice je $V_k = m / (100 \cdot \rho)$. Masa čaše je 12,75 g, masa čaše z vodo pa 18,15 g. Povprečna prostornina ene kapljice je $V_k = 5,40 \text{ g} / (100 \cdot 1 \text{ g/cm}^3) = 0,054 \text{ cm}^3$.

7. Dež, ki je padel v dveh urah na 1 m^2 , je imel prostornino $V = 10000 \text{ cm}^3$. $1,2 \text{ cm} = 12000 \text{ cm}^3$. V eni minuti je na 1 m^2 padlo $12000 \text{ cm}^3 / 120 = 100 \text{ cm}^3$ dežja. Pri prostornini kapljice $0,054 \text{ cm}^3$ je to 1850 kapljic. Ker je vsaka prišla 10 radioaktivnih delcev, je v 1 minuti na 1 m^2 padlo 18500 radioaktivnih delcev.

5.a) Merimo, kolikšna je sprememba višine alkohola v cevki pri različnih spremembah temperature. Pri tem moramo vodo, ki je okrog stekleničke, ves čas mešati. Nato izračunamo spremembo prostornine $\Delta V = S \Delta h$ in narišemo diagram.

b) Iz diagrama razberemo, da se je etilnemu alkoholu s prostornino 135 cm^3 pri spremembi temperature za 30 K prostornina povečala za $4,2 \text{ cm}^3$. Pri spremembi temperature za 1 K se prostornina spremeni za $4,2 \text{ cm}^3 / 30 = 0,14 \text{ cm}^3$. Če bi imeli 1000 cm^3 alkohola, bi bila sprememba prostornine $1000 \text{ cm}^3 / 135 \text{ cm}^3 = 7,4$ -krat večja. Enemu litru etilnega alkohola se spremeni prostornina za $\Delta V = 0,14 \text{ cm}^3 \cdot 7,4 = 1 \text{ cm}^3$, če ga segrejemo za 1 K .



Slika 7. Odvisnost prostornine alkohola V od temperature T

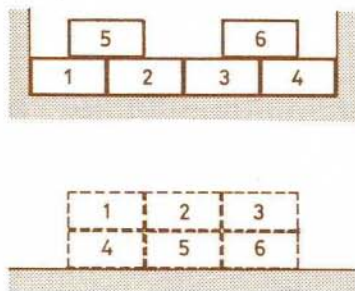
8. razred

1. a) Voziček se giblje enakomerno, če je vsota vseh sil, ki delujejo nanj, enaka 0: $F_M = F_B + F_t = F_M / 2 + F_t$. Sledi: $F_M = 2 F_t = 120 \text{ N}$.

b) Za voziček zapišemo Newtonov zakon: $F_M - F_B - F_t = ma$ oziroma $F_M - F_M / 2 - F_t = ma$. Sledi: $F_M = (ma + F_t) \cdot 2 = 144 \text{ N}$.

2.a) Delo je najmanjše takrat, kadar dvignemo opeke na najmanjšo možno višino. S štirimi opekami ravno zapolnimo polico, zadnji dve opeki pa položimo na prejšnje štiri, kot kaže slika 8.

b) Najprej dvignemo na polico zgornje tri opeke. Pri tem opravimo delo $A_1 = 3 \cdot F_g \cdot h_1 = 3 \cdot 30 \text{ N} \cdot 19 \text{ cm} = 17,1 \text{ J}$. Četrto opeko dvignemo s tal $A_2 = F_g \cdot h_2 = 30 \text{ N} \cdot 25 \text{ cm} = 7,5 \text{ J}$. Zadnji opeki dvignemo s tal



Slika 8. Opeke so zložene na polici tako, da je bilo pri dviganju opek opravljeno najmanjše delo.

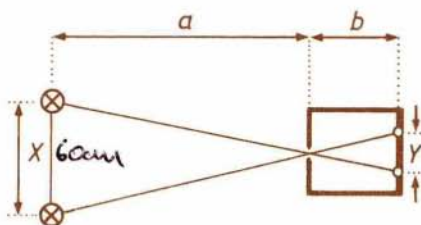
n postavimo na prejšnje štiri: $A_3 = 2 F_g \cdot h_3 = 2.30 \text{ N} \cdot 31 \text{ cm} = 18,6 \text{ J}$. Skupno opravljeno delo je torej $13,2 \text{ J}$.

3. Skupna moč vseh žarnic, ki so svetile, je bila $5,5 \text{ W} + 2 \cdot 40 \text{ W} = 105 \text{ W}$. Akumulator je poganjal tok $I = P/U = 105 \text{ W}/12 \text{ V} = 8,75 \text{ A}$. Akumulator se prazni na polovico, ko se skozenj pretoči naboj $36 \text{ Ah}/2 = 18 \text{ Ah}$. Če teče skozenj tok $8,75 \text{ A}$, se naboj 18 Ah pretoči v času $t = e/I = 18 \text{ Ah}/8,75 \text{ A} = 2,06 \text{ ure}$. Vrniti se morata približno v dveh urah ali prej.

4. a) Iz podobnosti trikotnikov sledi: $a/X = b/Y$. Izmeriti moramo dolžino kamere: $b = 140 \text{ mm}$ in razmik med slikama žarnic Y . Razdalja do žarnic je enaka: $a = b \cdot X/Y$. (Delovna mesta so bila različno oddaljena od žarnic) b) Sliki lučk sta lahko narazen za največ toliko, kot je notranji premer kamere: $Y_0 = 46 \text{ mm}$. Najmanjša razdalja do žarnic, ki jo še lahko izmerimo z dano kamero, je: $a_0 = b \cdot X/Y_0 = 140 \text{ mm} \cdot 0,6 \text{ m}/46 \text{ mm} = 1,8 \text{ m}$.

5. Vezje preskusimo tako, da izmerimo, kolikšen tok teče med posameznima priključkoma. Zaporedno vezujemo napetostni izvir in ampermeter ter ju priključimo med poljubna dva priključka vezja, po Ohmovem zakonu izračunamo, kolikšen tok teče skozi en upornik. Če smo izbrali napetost 10 V , je ta tok $I = U/R = 10 \text{ V}/330 \Omega = 30 \text{ mA}$. Sledi, da skozi dva vzporedno vezana upornika teče tok 60 mA , skozi dva zaporedno vezana pa 15 mA . Ker je tok med priključkoma 3 in 4 enak 0, vemo, da je upornik R_5 prekinjen. Med priključkoma 2 in 3 bi moral

Razmisli sam, kako bi opeke zložil na polico še na drug način s $43,2 \text{ J}$ opravljenega dela.



Slika 9. Preslikava dveh žarnic pri kameri z luknjico.

teči tok 15 mA , saj bi tekel skozi zaporedno vezana upornika R_3 in R_4 . Ker pa je izmerjen tok 30 mA , vemo, da je kratek stik ali v uporniku R_3 ali v R_4 . Zato izmerimo še tok med priključkoma 1–2 in 1–3. Ker med priključkoma 1–2 teče tok 60 mA , vemo, da teče tok skozi vzporedno vezana upornika R_1 in R_2 ter da je kratek stik v uporniku R_3 . Če v uporniku R_3 ne bi bil kratek stik, bi bil tok med priključkoma 1–2 manjši. Do rezultata lahko pridemo tudi z drugačnim sklepanjem.

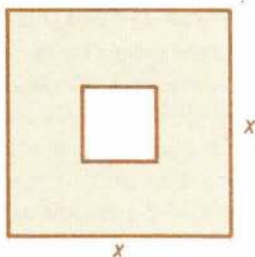
Zlatko Bradač, Mirko Cvahte

REŠITVE NALOG S ŠOLSKEGA TEKMOVANJA IZ MATEMATIKE

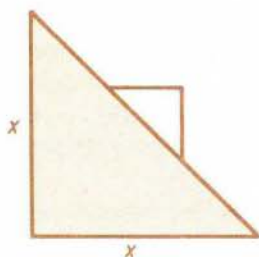
Teksti nalog so bili objavljeni v P–XIV/2, str. 81

1. letnik

1. Diferenčni količnik premice skozi A in B je 6. Zato je $(a + 2a^2 + 2)/(2 - 2a + 4) = 6$, od koder dobimo $2a^2 + 13a - 34 = 0$. Razstavimo in iz $(2a + 17)(a - 2) = 0$ preberemo rešitvi $-17/2$ ter 2.
2. Denimo, da dobi x učencev nagrade, vredne 500 din, y učencev nagrade po 5000 din in z učencev nagrade po 10000 din. Potem velja: $x + y + z = 100$ in $500x + 5000y + 10000z = 100000$. Iz prve enačbe izrazimo na primer $x = 100 - y - z$, vstavimo v drugo in uredimo: $9y + 19z = 100$, kar nam da edino rešitev $y = 9, z = 1$ in $x = 90$.
3. Zaradi $n^4 = 16p + 1$ je n lih ($n = 2k - 1$). Če v $n^4 - 1 = 16p$ razstavimo levo stran in upoštevamo, da je n lih, dobimo po kratkem računu $(k - 1) \cdot k \cdot (2(k - 1)k + 1) = 2p$. Ker imamo na levi 3 faktorje, na desni pa le dva (p je namreč praštevilo), je edina rešitev $k = 2$, od tod pa $p = 5$ in $n = 3$.
4. Če je stranica večjega kvadrata na tlorisu x , je stranica manjšega $x/3$ (to sklepamo iz ploščin). Iz slik a (ki predstavlja tloris in naris telesa) in b (stranski ris) razberemo, da je telo sestavljeno iz po ene polovice ustreznih kock in je prostornina zato enaka $x^3/2 + x^3/54 = 14x^3/27$.



skica a



skica b

2. letnik

1. Označimo z x število 1111111111 in predpostavimo, da je prvi ulomek večji: $(5x - 2)/(5x + 2) > (6x - 2)/(6x + 3)$. Prepričamo se, da neenačbi zadošča vsako število, ki je večje od 2. Število x izpolnjuje ta pogoj, zato je

ulomek 555555553/555555557 večji od 666666664/666666669.

2. Isto kot 2. naloga za prvi letnik.

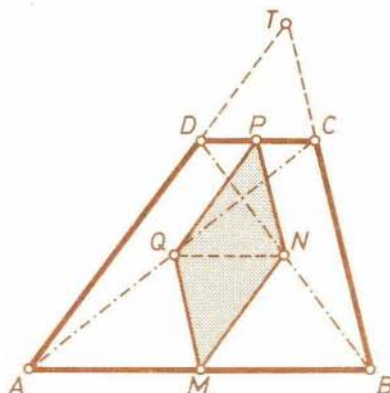
3. Najprej preverimo, da je skalarani produkt vektorjev AB in BC enak nič. Četrto oglišče D dobimo, če h koordinatam točke A prištejemo koordinate vektorja BC ($= AD$): $D(5, 1, 1)$. Točke, ki so enako oddaljene od vseh oglišč, ležijo na premici skozi središče pravokotnika, pravokotni na ravnino pravokotnika. Njena enačba je

$$\frac{x-5/2}{10} = \frac{y+2}{-11} = \frac{z-1/2}{16}$$

saj je $S(5/2, -2, 1/2)$ središče pravokotnika (presečišče diagonal) in $(10, -11, 16)$ vektorski produkt vektorjev AB in BC .

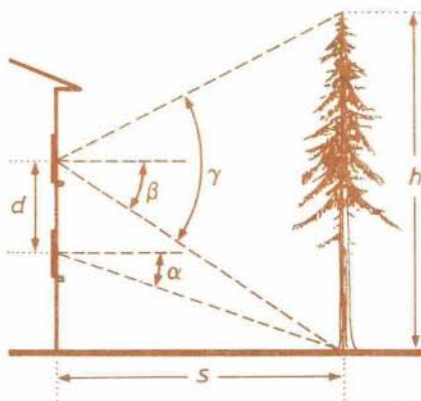
4. MN in PQ sta srednjici trikotnikov ABD in ACD , zato sta vzporedni in enako dolgi ($1/2 AD$). Analogno velja za NP in MQ . Res je torej $MNPQ$ paralelogram.

Denimo, da je CD krajša osnovnica trapeza. Če AD in BC podaljšamo, se sekata v točki T . Potem razdeli QN paralelogram v trikotnika, ki sta enaka trikotniku DCT . Zaradi danega razmerja razpade trikotnik ABT na 9 trikotnikov, skladnih trikotniku DCT , trapez torej na 8 takih trikotnikov in paralelogram res pokrije $1/4$ trapeza.



3. letnik

1. S črko s označimo oddaljenost drevesa od hiše. Višina prvega nadstropja je $s \cdot \tan \alpha + d = s \cdot \tan \beta$, kar nam da $s = d / (\tan \beta - \tan \alpha)$. Višina drevesa h pa je enaka $s \cdot \tan \beta + s \cdot \tan(\gamma - \beta)$. Ko se iz obeh zvez iznebimo s , dobimo $h = d(\tan \beta + \tan(\gamma - \beta)) / (\tan \beta - \tan \alpha)$.



2. Iz obeh enačb sledi $x(1-a) - (1-a) = 0$ oziroma $(x-1)(1-a) = 0$. Rešitev $a = 1$ ni dobra, ker sta v tem primeru dani enačbi identični. Izberemo torej $x = 1$, kar je edina skupna rešitev danih enačb pri $a = -2$.
3. Pišimo $\operatorname{ctg} x = 1/\operatorname{tg} x$ in preuredimo dano enačbo v $\operatorname{tg}^2 x - m \operatorname{tg} x + 1 = 0$. Pogoji $D \geq 0$ nam prinese rešitvi $m \leq -2$ in $m \geq 2$.
4. Iz dane zveze sledi $(a-b)/\sqrt{2} = \sqrt{ab}$ in odtod $4ab/(a^2 + b^2) = 1$. Ker je v pravokotnem trikotniku $\sin \alpha = a/\sqrt{a^2 + b^2}$ in $\cos \alpha = b/\sqrt{a^2 + b^2}$, je $\sin 2\alpha = 2ab/(a^2 + b^2)$. Upoštevajmo zgornje, pa dobimo $\sin 2\alpha = 1/2$. Potem je možno v trikotniku dvoje: $2\alpha = 30^\circ$ ali $2\alpha = 150^\circ$. Toda $a > b$, zato $\alpha = 75^\circ$ in $\beta = 15^\circ$ (v drugem primeru namreč $\log((a-b)/\sqrt{2})$ ni definiran).

4. letnik

1. Polinom $p(x) = x^n - a$, $a > 0$, ima čisto imaginarne ničle le, če je n deljiv s 4. Dani polinom takih ničel nima.
2. Denimo, da je $T(a, a^6)$ točka na krivulji. Tangenta skozi T je potem $y - a^6 = 6a^5(x - a)$ in seka abscisno os v $M(5a/6, 0)$, vzporednica z ordinatno osjo skozi T pa jo seka v $N(a, 0)$. Odtod vidimo, da je $OM = 5a/6$ in $MN = a/6$, zato $OM = 5MN$.
3. $1 - 2 + 2^2 - \dots + 2^{1986} = (-2^{1987} - 1)/(-2 - 1) = (2^{1987} + 1)/3$ in $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{1986} = (2^{1987} - 1)/1$ zmnožimo:

$$\frac{2^{1987} + 1}{3} \cdot \frac{2^{1987} - 1}{1} = \frac{4^{1987} - 1}{3}$$

Opazimo, da je dobljeni produkt enak vsoti $1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{1986}$ (vsota geometrijskega zaporedja).

4. Če imamo na ravnini 99 vzporednih premic, razdelijo ravnino na 100 delov. Če eno od premic zasučemo, seka ostale, tako da imamo ravnino razdeljeno na 198 delov. (Isti rezultat dobimo, če se vseh 99 premic seka v isti točki.) Ostali primeri prinesejo več delov, zato sta 100 in 198 edini rešitvi.

Darjo Felda

1987 KVADRATOV

Ali je mogoče dani kvadrat razdeliti na 1987 kvadratov?

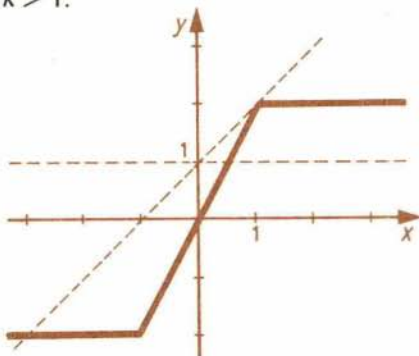
REŠITVE NALOG IZBIRNEGA TEKMOVANJA IZ MATEMATIKE

Teksti nalog so bili objavljeni v P–XIV/2, str. 83

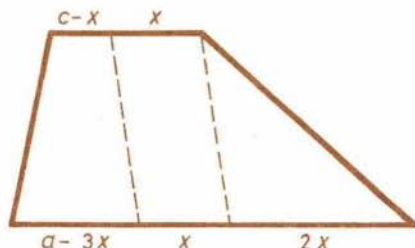
1. letnik

1. Dano enačbo preuredimo v $2x^2 = 215y^2 + 1$, od koder sklepamo, da je y lih ($y = 2k - 1$). Če to upoštevamo v enačbi, dobimo $x^2 = 430k^2 - 430k + 108$, kar bi pomenilo, da se x^2 konča s cifro 8, to pa ni mogoče (kvadrat celega števila se nikoli ne konča s cifro 8). Enačba torej nima celih rešitev.

2. Pomagajmo si z grafom. Če naj premica $y = kx + 1$ samo enkrat seka graf funkcije $y = |x + 1| - |x - 1|$, potem moramo izbrati $k \leq 0$ oziroma $k > 1$.



3. a) Ker razpade trapez na tri plosčinsko enake dele, velja $xv = (a + c)v/6$, zato $x = (a + c)/6$. Odtod dobimo $c - x = (5c - a)/6$ in zaradi $c - x \geq 0$ še $a \leq 5c$. Zaradi predpostavke iz naloge, da je $a > c$, bo torej $1 < (a/c) \leq 5$.

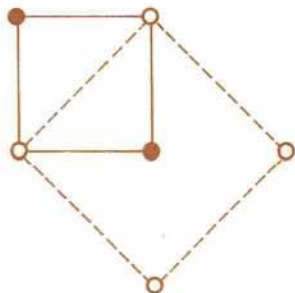
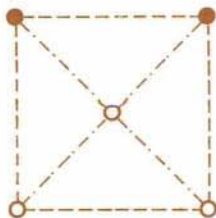


b) Novi trapez ima osnovnici $u = a - x = (5a - c)/6$ in $v = c - x = (5c - a)/6$. Če lahko tudi v tem trapezu potegnemo taki daljici, velja $1 < (u/v) \leq 5$ oziroma $1 < (a/c) \leq (13/5)$.

4. Vzemimo oglišča kvadrata. Vsako oglišče je belo ali črno. Če so (vsaj) tri oglišča iste barve, je naloga rešena. Denimo torej, da sta po dve oglišči enakih barv. Ločimo dve možnosti:

a) Če sta sosednji oglišči enako pobarvani, pogledamo, kakšne barve je središče kvadrata. Ker je tudi to lahko le belo ali črno, tvori z ustreznima ogliščema iskani enakokrak pravokotni trikotnik.

b) Če sta diagonalni oglišči enako pobarvani, si ogledamo kvadrat, ki ima ti dve oglišči kot sosednji. Če je vsaj eno od novih oglišč enake barve kot prvotni diagonalni oglišči, je naloga rešena, sicer pa smo pri možnosti a).

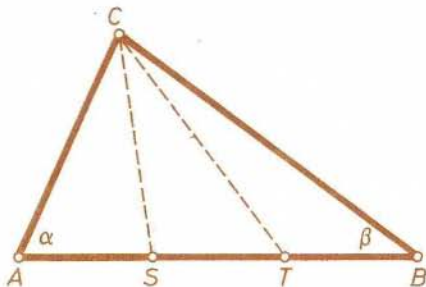


2. letnik

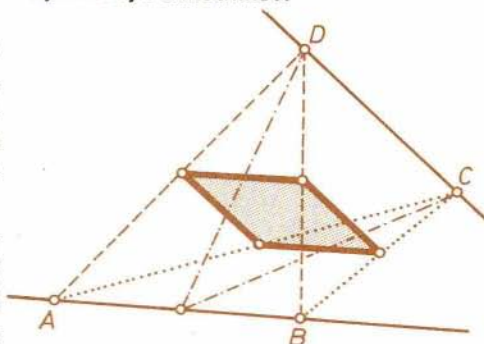
1.a) Po kratkem premisleku ugotovimo, da sta edina mogoča podobna trikotnika krajna dva. Ker so nastali trikotniki ploščinsko enaki, krajna dva pa sta še podobna, sta skladna.

Nasproti skladnih kotov pa ležijo potem skladne stranice in obratno, zato je $a = \beta$. Trikotnik ABC je enakokrak, poleg tega pa še $ST = SC = TC$ in $2a = 2\beta = 60^\circ$. Zato $a = \beta = 30^\circ$ in $\gamma = 120^\circ$.

b) Če potegnemo višino v trikotniku ABC , dobimo dve polovici enakostraničnega trikotnika, od tod $AB = AC \sqrt{3}$ ($= BC\sqrt{3}$), zato stranice ne morejo biti v celoštevilskem razmerju.



2. Iz danih enačb dobimo $(x - y) \cdot (1 - z) = 0$, $(y - z) \cdot (1 - x) = 0$ in $(x - z) \cdot (1 - y) = 0$ ter od tod samo dve rešitvi: $(1, 1, 1)$ in $(-2, -2, -2)$.
3. Geometrijsko mesto središč je paralelogram, kar dobimo s pomočjo srednjic trikotnikov.



4.a) Koordinati temena parabole iz dane družine sta $p = m/2$ in $q = (m + 2)^2/4$. Z eliminacijo m dobimo zvezo $q = (2p + 2)^2/4 = (p + 1)^2$, kar pove, da temena ležijo na paraboli $y = (x + 1)^2$.

b) Izberimo različni paraboli iz družine in iščimo presečišče: $-x^2 + mx + m + 1 = -x^2 + nx + n + 1$, ($m \neq n$). Enačbo preuredimo v $(m - n)(x + 1) = 0$, od koder preberemo $x = -1$. Skupna točka vseh parabol je zato $T(-1, 0)$.

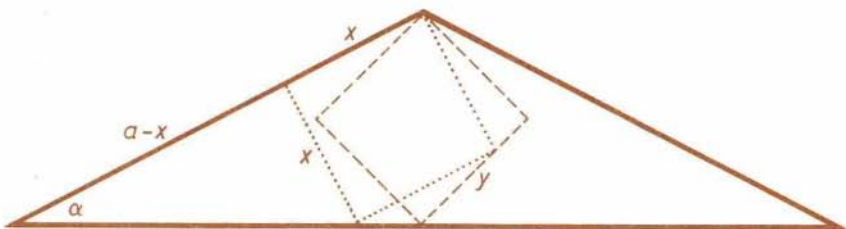
3. letnik

1. Po Vietovem pravilu je $x_1 + x_2 = a + d$ in $x_1 x_2 = ad - bc$. Preverimo $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) = a^3 + d^3 + 3abc + 3bcd$ in $x_1^3 x_2^3 = (ad - bc)^3$, pa je dokaz končan.

2. Iz pogoja v nalogi sledi $((1+z)/z)^n = -1$. Če označimo $(1+z)/z = a$, ugotovimo $|a| = 1$. Izrazimo $z = 1/(a-1)$ in $\bar{z} = 1/(\bar{a}-1)$. Potem je $2\operatorname{Re}(z) = z + \bar{z} = (\bar{a}-1+a-1)/((\bar{a}-1)(a-1)) = (2\operatorname{Re}(a)-2)/(2-2\operatorname{Re}(a)) = -1$ in odtod $\operatorname{Re}(z) = -1/2$.

3. Dano enačbo preuredimo v $2 \sin(2x) \cos x = (\sqrt{3}/2) \cos x + (1/2) \sin x$, nato $\sin(3x) + \sin x = \sin(\pi/3 + x)$, odtod $\sin(3x) = \cos(x + \pi/6)$, pa $\sin(3x) - \sin(\pi/3 - x) = 0$ in končno $2 \cos(x + \pi/6) \sin(2x - \pi/6) = 0$, kar nam da rešitvi $x_1 = \pi/3 + k\pi$ in $x_2 = \pi/12 + k\pi/2$.

4. Naloga nima smisla, če je kot ob vrhu enakokrakega trikotnika manjši od 90° , zato privzamemo, da je ta vsaj enak 90° .



Stranico x največjega včrtanega kvadrata dobimo iz $\operatorname{tga} = x/(a-x)$; od tod je namreč $x = a \operatorname{tga}/(1 + \operatorname{tga}) = a \sin \alpha / (\sin \alpha + \cos \alpha)$. Diagonala najmanjšega včrtanega kvadrata s stranico y je višina danega trikotnika, zato $y = a \sin \alpha / \sqrt{2}$. Potem je $y^2/x^2 = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2/2$. Toda v danem trikotniku je $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha > 1$, saj je α ostri kot. Če to upoštevamo, dobimo $y^2/x^2 > 1/2$, kar je bilo treba pokazati.

4. letnik

1. Deljivost z 11 je očitna iz zapisa $2^{55} + 1 = 32^{11} + 1^{11} = (32 + 1) \cdot (32^{10} - 32^9 + 32^8 - \dots + 1)$, saj je z 11 deljiv faktor 33.

2. Enačba $x^2 - (q+1)x + q = 0$ ima rešitvi $x_1 = 1$ in $x_2 = q$. Ti števili sta tudi rešitvi enačbe $p(x) = 0$, kar zlahka preverimo: $p(1) = n - (1 + nq) + (q-1)(n-1) + q = 0$ in $p(q) = nq^{n+1} - (1+nq)q^n + (q-1)(q^{n-1} - 1)/(q-1) + q = 0$. Če je $q \neq 1$, je s tem trditev dokazana. Če je $q = 1$, pa preverimo, da je 1 tudi ničla odvoda: $p'(x) = n(n+1)(x-1)x^{n-1}$.

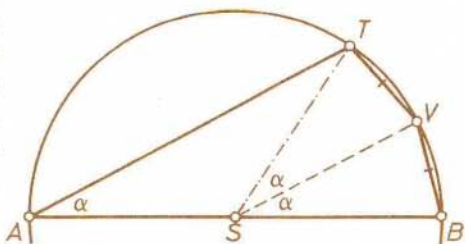
3. Z logaritmiranjem prevedemo enačbo v $x \log x = x - x^2$ oziroma $\log x = 1 - x$. Edina rešitev je $x = 1$,

4. a) Naj bo $AB = 2R$. Iz trikotnika ABT je $AT = 2R \cos \alpha$, iz trikotnika ABV pa $BV = 2R \sin(\alpha/2)$. Seveda je $BV = VT$. Izrazimo obseg štirikotnika $ob = 2R(1 + 2\sin(\alpha/2) + \cos \alpha)$. Zaradi $ob' = 0$ je $\cos(\alpha/2) - \sin \alpha = 0$ ali $\cos(\alpha/2)(1 - 2\sin(\alpha/2)) = 0$. Edina smiselna rešitev je $\alpha = \pi/3$ (ko dobimo $ob = 5R$ in je štirikotnik enakokraki trapez).

b) Ploščino dobimo, če seštejemo ploščino enakokrakega trikotnika ATS ($= R^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$) in ploščini enakokrakih trikotnikov BVS in VTS ($= 2R^2 \sin \alpha/2$). Če $S = R^2 \sin \alpha(1 + \cos \alpha)$ odvajamo, izenačimo z 0 in uredimo, dobimo $2\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 = 0$, kar prinese isto (smiselno) rešitev $\alpha = \pi/3$. Pri največjem obsegu je torej ploščina največja.

c) Diagonali se ne moreta sekati pravokotno pri nobenem kotu $0 < \alpha < \pi/2$. Diagonala AV je vedno pravokotna na VB , diagonala BT pa na AT .

saj sta pri $x < 1$ in $x > 1$ leva in desna stran enačbe različnih predznakov.

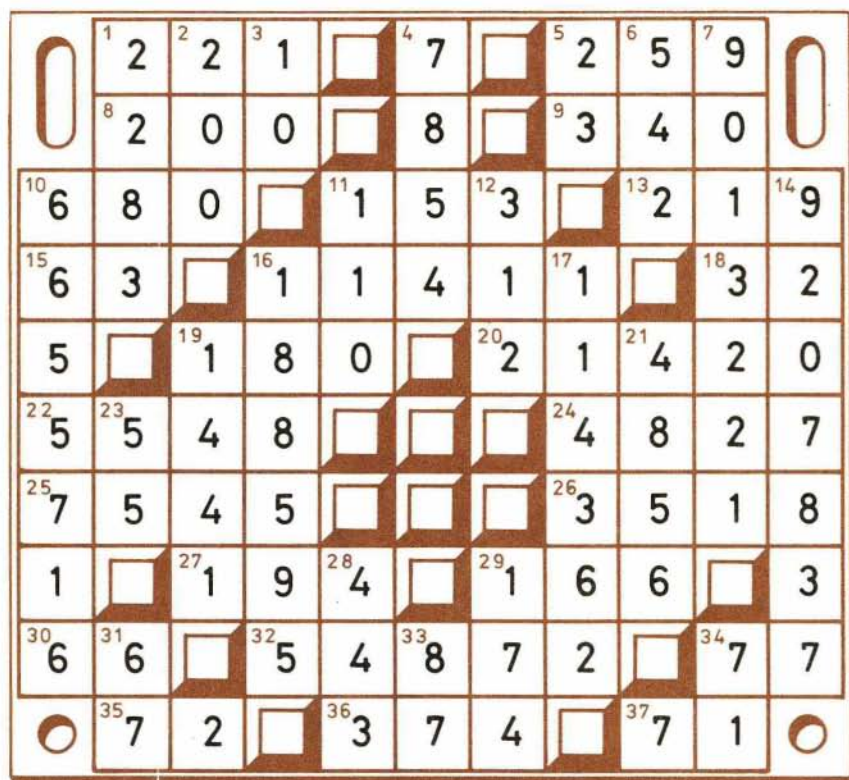


Darjo Felda

PRESEKOV KOLEDAR II

Pred nekaj leti je Presek že izdal svoj koledar. Danes objavljamo RAZPIS za vsebino (tekst in slike) za 2. PRESEKOV KOLEDAR, katerega bomo izdali v enem od prihodnjih let. Zanj potrebujemo po 12 slik in ustrezeni tekst. Vsebina mora biti povezana z aktualnimi ali zgodovinskimi dogodki iz naših strok: matematika, fizika, astronomija, računalništvo. Slike morajo biti praviloma v štirih barvah (izjeme so dovoljene). Teksta pa naj bo do ene tipkane strani. Velikost slik in dolžina teksta lahko varirata. Vabimo člane društva in naročnike Preseka, da sodelujejo pri natečaju. Praviloma sprejemamo predloge za vsak mesec posebej. Koledar bo izšel, ko bomo dobili dovolj predlogov za celoten koledar. Objavljene predloge bomo honorirali, druge dobre pa nagradili s knjižnimi nagradami.

Ciril Velkovrh



1987 KVADRATOV — rešitev s str. 248

Če kvadrat razdelimo na 4 manjše kvadrate, se število kvadratov poveča za tri. Po večkratnem deljenju vsakega kvadrata se število kvadratov poveča za mnogokratnik trojke. Ker je $1987 = 1 + 3 \cdot 662$, sklepamo, da je dani kvadrat res mogoče razdeliti na 1987 manjših kvadratov.

*Dragoljub M. Milošević
(prev. Peter Petek)*

Ivan Vidav,
JOSIP PLEMELJ —
Ob dvajsetletnici smrti



Profesor dr. Josip Plemelj (* 1873, + 1967) je najpomembnejši slovenski matematik. Ob stoti obletnici rojstva je bilo na Bledu več slovenskih prireditev, izšla pa je tudi brošura, ki govori o življenju in delu Josipa Plemlja. Z njeno vsebino smo občasno seznanjali tudi bralce Preseka. Ob dvajsetletnici smrti pa je avtor brošure, najboljši Plemljev učenec, prof. dr. Ivan Vidav, priredil prvotni tekst. Izpustil je nekaj težke strokovne vsebine in dodal več dostopne matematike za objavo v Preseku. Tako bo naslednja — peta — številka popolnoma posvečena temu dogodku. Čeprav le na 32 straneh, bo knjižica lepo vodilo učiteljem matematike pri pripravi posebne ure. Priporočamo jim, da v maju mesecu posvetijo uro pouka starosti slovenskih matematikov.

Naziv šole

Naslov

Kraj, dne 30.3. 1987 Žig in podpis

KNJIŽNICA SIGMA

V zadnjem času je pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije izšlo nekaj novih knjig. To priliko bomo izkoristili in poslali vsaki slovenski osnovni in srednji šoli na ogled paket naslednjih novitet:

- 38. Grasselli J., **Diofantske enačbe**
- 40. Polya G., **Kako rašujemo matematične probleme**
- 41. Mohar B., Zakrajšek E., **Programski jezik pascal**
- 42. Ševarlić B.M., **Kratka zgodovina astronomije, 2. del**
- 27. Kozak J., **Podatkovne strukture in algoritmi**

Prve štiri knjige so iz Knjižnice SIGMA. Zbirka je namenjena boljšim učencem, ki se zanimajo za matematiko, fiziko, astronomijo in računalništvo. Vaše učitelje bomo prosili, da vam knjige pokažejo in priporočijo. Tako kot za Presek naj bi tudi za te knjige zbrali vaše želje in nam poslali skupinsko naročilo, vas pa prosimo, da jim pri tem pomagate, vsaj pri zbiranju denarja. Čeprav knjige niso predrage, vam v tej akciji dajemo 20% društveni popust.

Enako velja tudi za peto knjigo J. Kozaka, Podatkovne strukture in algoritmi, ki pa je mnogo bolj zahtevna, saj jo kot univerzitetni učbenik za računalništvo priporočamo le najboljšim dijakom. Vaša naročila pričakujemo do 30. marca 1987.

Ciril Velkovrh

NAROČILNICA

	cena	izvodov
Prosimo, da nam pošljete naslednje knjige:		
1. Vidav I.: Rešeni in nerešeni problemi matematike (KT)	800.—	.
2. Vadnal A.: Elementarni uvod v verjetnostni račun	300.—	.
8. Bohte Z.: Numerično reševanje enačb (KT)	1000.—	.
9. Prijatelj N.: Matematične strukture — 1. del (PK)	240.—	.
10. Jamnik R.: Elementi teorije informacij	80.—	.
11. Vidav I.: Števila in matematične teorije (KT)	800.—	.
12. Vadnal A.: Funkcije — 1. del	384.—	.
13. Jamnik R.: Teorija iger (KT)	1000.—	.
14. Grasselli J.: Osnove teorije števil	128.—	.
15. Prijatelj N.: Matematične strukture — 2. del	3400.—	.
16. Strnad J.: Kvantna fizika	240.—	.
19. Lebedinec F., Vadnal A.: Funkcije — 2. del (MK)	244.—	.
20. Uršič S.: Štirimestni logaritmi in druge tabele (KT)	600.—	.
21. Hribar M.: Rešene naloge iz fizike z republiških tekmovanj, 1. del, 1951—1970	240.—	.
22. Vadnal A.: Rešeni problemi linearnega programiranja (KT)	1000.—	.
23. Prijatelj N.: Matematične strukture — 3. del	2816.—	.
24. Batagelj V., Pisanski T.: Rešene naloge iz matematike z republiških tekmovanj — 1. del (1950—1966)	1000.—	.
25. Batagelj V., Pisanski T.: Rešene naloge iz matematike z republiških tekmovanj — 2. del (1967—1975) (KT)	1000.—	.
26. Vadnal A.: Diskretno dinamično programiranje	576.—	.
27. Struik D.J.: Kratka zgodovina matematike (KT)	1600.—	.
28. Strnad J.: Posebna teorija relativnosti (ZOTKS)	1600.—	.
30. Vadnal A.: Osnove diferenčnega računa	576.—	.
31. Rakovec J.: Osnovni pojmi topologije	576.—	.
32. Weinberg S.: Prve tri minute (KT)	1000.—	.
33. Prijatelj N.: Osnove matematične logike — 1. del	1000.—	.
34. Laue M. von : Kratka zgodovina fizike	1000.—	.
35. Milanković M.: Kratka zgodovina astronomije — 1. del	1000.—	.
36. Devide V.: Matematika skozi kulture in epohe	1000.—	.
37. Golli B., Žitnik J.: Rešene naloge iz fizike z republiških tekmovanj — 2. del	500.—	.
38. Grasselli J.: Diofantske enačbe	1000.—	.
39. Rakovec J.: Matematične strukture — primeri in rešene naloge	500.—	.
40. Polya G.: Kako rešujemo matematične probleme	1000.—	.
41. Mohar B., Zakrajšek E.: Programski jezik pascal	1400.—	.
42. Ševarlić B.M.: Kratka zgodovina astronomije, 2. del, Od Newtona do današnjih dni	1000.—	.

Janez Rakovec

OSNOVNI
POJMI
TOPOLOGIJE



JOŽE GRASSELLI



OSNOVE
TEORIJE
ŠTEVIL

DR. IVAN VIDAV

REŠENI IN NEREŠENI
PROBLEMI MATEMATIKE

NIKO PRIJATELJ

MATEMATIČNE
STRUKTURE I

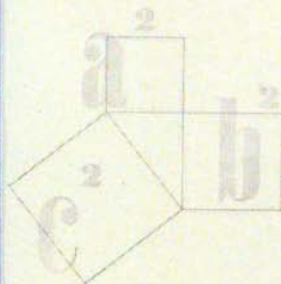


Rajko Jamnik

elementi
teorije
informacije

IVAN VIDAV

ŠTEVILA IN MATEMATIČNE TEORIJE

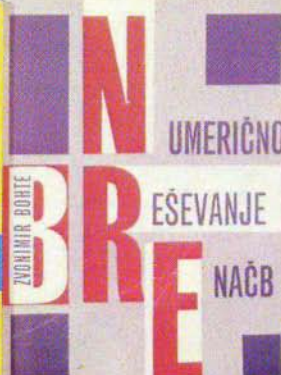


NIKO PRIJATELJ

MATEMATIČNE
STRUKTURE II



RAJKO JAMNIK
TEORIJA IGER



Jože Grasselli
DIOFANTSKE ENAČBE

Bojan Mohar, Egon Zakrjalčič
PROGRAMSKI JEZIK
PASCAL



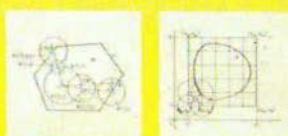
Max von Laue



George Polya

**KAKO
REŠUJEMO
MATEMATIČNE
PROBLEME**

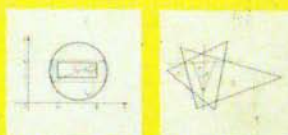
Niko Prijatelj
**OSNOVE
MATEMATIČNE
LOGIKE**
1.del



JANEŽ RAKOVEC

MATEMATIČNE STRUKTURE

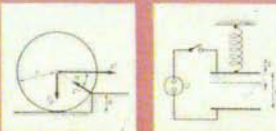
Primeri iz regionalne matematike



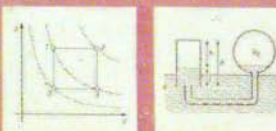
**Prve
tri minute**

Sodobni pristop k astronomski znanosti

Steven Weinberg



BOJAN GOLLI IN JANEŽ ŽITNIK
REŠENE NALOGE IZ FIZIKE
Z REPUBLIŠKIH TEKMOVANJ
2. del



MATEMATIKA

Šolska matematika in fizika

Vladimir
Besic

