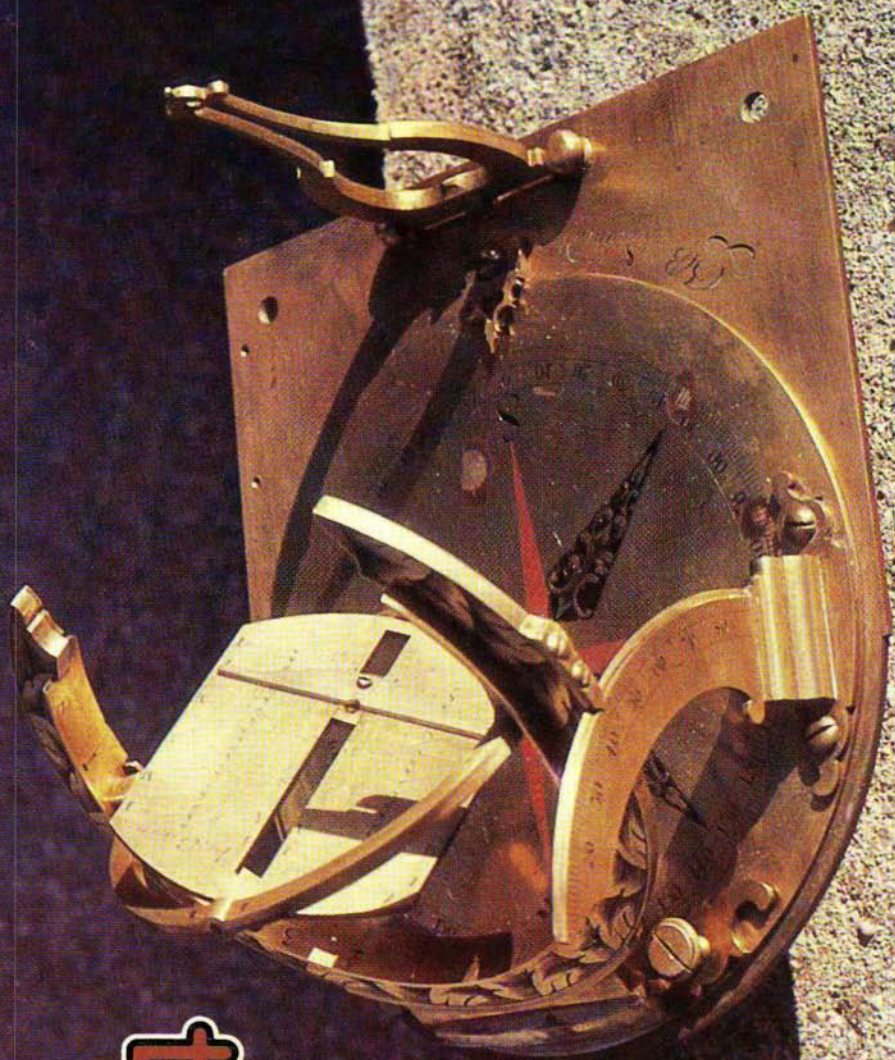
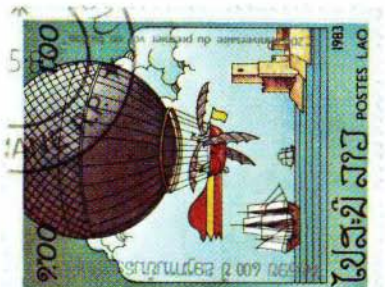
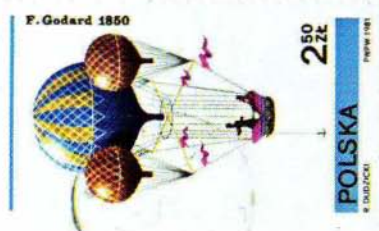
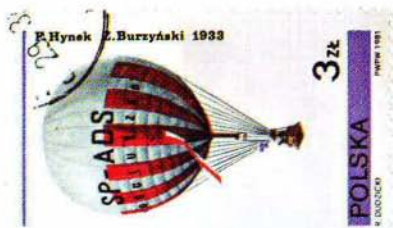




4

உருவகம்



VSEBINA

MATEMATIKA	Strategije (Janko Gravner)	194
TEKMOVANJA	Razpis 10. republiškega tekmovanja srednješolcev iz računalništva in srečanje mladih raziskovalcev računalništva (Boris Težak, Iztok Tvrdy)	207
	16. mednarodna fizikalna olimpiada (Bojan Golli)	209
FIZIKA	To in ono o balonih in ob njih (Janez Strnad)	II, III, 212
ASTRONOMIJA	Sončne ure (Andrej Čadež)	I, IV, 218
RAČUNALNIŠTVO	Hisoft pascal (Bojan Mohar)	227
	Presekovi računalniški programi (Sandi Klavžar, Matija Lokar)	239
	3. poletna šola računalništva (Andrej Brodnik) . .	240
REŠITVE NALOG	21. republiško tekmovanje osnovnošolcev iz matematike — rešitve nalog iz P—XIII/3, str. 165 (Aleksander Potočnik)	241
	16. zvezno tekmovanje osnovnošolcev iz matematike — Rešitve nalog iz P—XIII/3, str. 168 (Aleksander Potočnik)	244
	Slikovna križanka "Kratkočasne vžigalice" — Rešitev iz P—XIII/3, str. 160 (Pavle Gregorc) . . .	247
	5. republiško tekmovanje iz fizike za osnovnošolce — Rešitve nalog iz P—XIII/3, str. 120 (Mirko Cvahte, Zlatko Bradač)	248
NOVICE	Jubilej profesorice Marije Pilgram (Ciril Velkovrh) .	255
RAZVEDRILO	KRIŽANKA — Številski izrazi in enačbe (Franci Oblak)	224
	PREMISLI IN REŠI — Matiraj v dveh potezah — rešitev iz P—XIII/2. Katero praštevilo? (Peter Petek)	225
	BISTROVIDEC — Taksi št. 1729 (Vladimir Batagelj)	226
	BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES — Pascalov trikotnik in triki s kartami (Izidor Hafner)	204
	— Kočija — šolska tabla. Zračne tokovnice ob okroglem uporu. 1000 šilingov. Bog, Einstein. Neuspeh vsiljivcev. Igra na vodni gladini. (Izbrala Dušica Boben)	203, 208, 217, 240, 243, 254

STRATEGIJE

1. Osnovni pojmi

Bralci Preseka so gotovo že zdavnaj sami opazili, da lahko igre med dvema igralcema v grobem razdelimo v dve skupini: igre, pri katerih je treba "samo misliti", in take, kjer igra določeno vlogo tudi sreča. Tukaj se bomo ukvarjali s prvim tipom, bolj natančno, vse igre, ki jih bomo srečali, bodo

(a) *končne*, to je, igralec, ki je na potezi, ima vedno na izbiro le končno mnogo potez in igra se vedno konča,

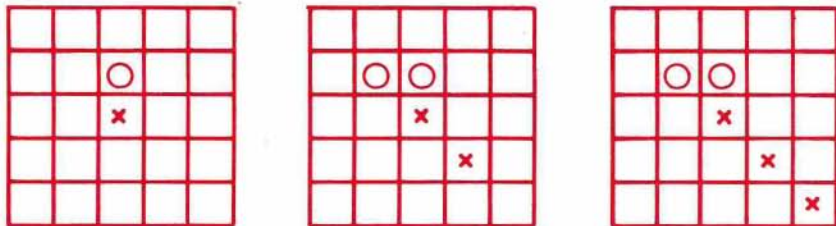
(b) *s popolno informacijo*, to pomeni, da igralec pred vsako svojo potezo pozna tako pozicijo kot tudi ves dotedanji potek partije in

(c) *med dvema igralcema*.

Končnim igram s popolno informacijo med dvema igralcema bomo odslej rekli kar na kratko igre, saj nas drugačne tu ne bodo zanimale.

Žal so resnično zanimive igre, kot so šah, go, dama, mlin in podobne, preveč zapletene, da bi nam tu služile kot primer, zato najprej opišimo nekaj takih iger (ali bolje igrice), ki imajo enostavnejša pravila, a so še vedno dovolj zanimive, da bodo marsikoga tako prevzele, da bo ob igranju s sošolcem preslišal marsikatero šolsko uro. Da poenostavimo izražanje, bomo imenovali igralca, ki je prvi na potezi, *beli*, njegovega nasprotnika pa *črni*.

1. Igra križci–krogci. V kvadratke pravokotne končne mreže (kot je na primer list z nizkim karom) beli vpisuje križce, črni pa krogce. Zmaga tisti, ki prvi uspe postaviti v neprekinjeno vodoravno ali navpično ali diagonalno vrsto n svojih znakov. Če igralca zapolnita mrežo, ne da bi komu uspelo zmagati, je igra neodločena. Običajno je $n = 5$, ker je za manjše n beli v tako očitni prednosti, da igra ni zanimiva, za višje n pa je zmagati na manjših mrežah že zelo težko. Za $n = 3$ lahko na primer beli zmaga že kar v treh potezih. Oglejmo si



Slika 1

primer na sliki 1, ki jasno pokaže, kako mora beli v tem primeru igrati, da bo zmagal (to seveda gre le v primeru, da je mreža dovolj velika).

Naloga 1. Kako velika mora biti mreža za $n = 3$, da beli lahko zмага? Na dovolj veliki mreži opiši pot belega do zmage v primeru $n = 4$.

Za $n = 5$ pa, kolikor je avtorju znano, še ni dokazano, da beli sploh lahko zмага, če seveda črni igra optimalno.

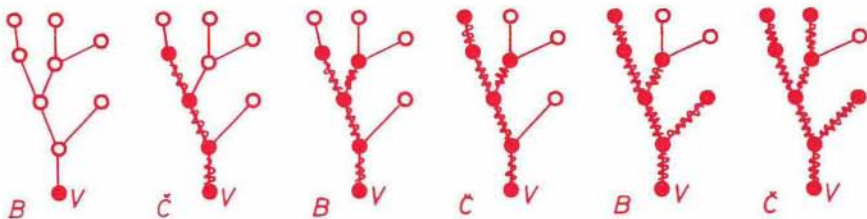
II. Razne variante igre nim

II.1. Nim 1. Na mizi je n dinarjev. Igralec, ki je na potezi, lahko vzame 1, 2 ali 3 dinarje. Tisti, ki pobere zadnji dinar, zмага in pospravi ves kupček.

Naloga 2. V katerem primeru beli lahko zмага in kako mora za to igrati? Kaj pa, če tisti, ki pobere zadnji dinar, izgubi? Kaj pa, če lahko igralec na potezi vzame poljubno število dinarjev med 1 in k ($k < n$)?

II.2. Nim 2. Na mizi je n kupčkov s $p_1, \dots, p_n$ dinarji. Igralec, ki je na potezi, lahko vzame poljubno število dinarjev iz enega izmed kupčkov (vendar mora vzeti vsaj en dinar). Tisti, ki pobere zadnji dinar, zмага. Na primer, če so trije kupčki z 1, 3 in 5 dinarji, lahko igra poteka tako: $B(1,3,5)$, $\check{C}(1,3,0)$, $B(1,1,0)$, $\check{C}(1,0,0)$ ($\check{C}(1,3,0)$ pomeni, da je črni na potezi in da ima pred sabo kupčke z 1, 3 in 0 dinarji) in črni zмага. Pozneje bomo videli, da v tej igri beli "skoraj vedno" lahko zмага.

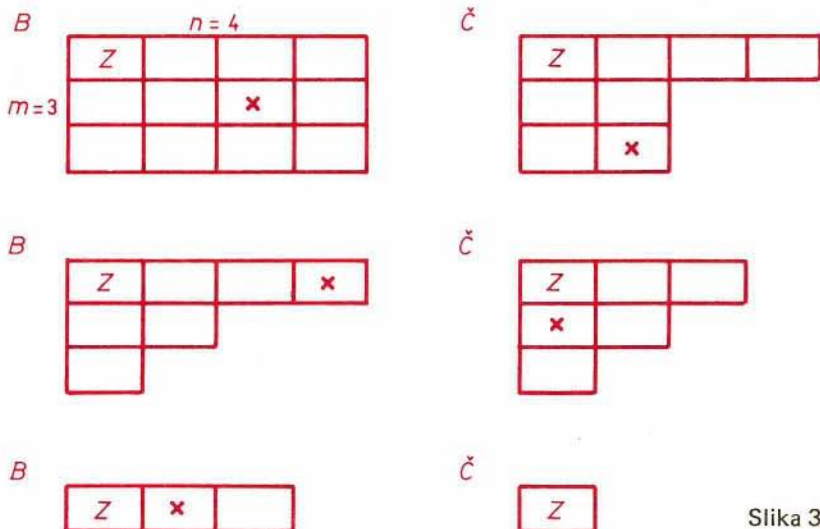
II.3. Drevesni nim. Kaj je graf in kakšne vrste grafi so drevesa, bralci Preseka že vedo (glej tudi sliko 2). Igralca imata na začetku pred sabo drevo z vrhom V , ki ima še to lastnost, da iz točke V vodi le ena povezava. Igrata tako, da izmenično počrnjujeta točke in povezave drevesa. Igralec, ki je na potezi, mora počrniti neko (povezano) pot med neko nepočrtnjeno in neko že počrtnjeno točko. Na začetku je edina črna točka vrh V . Pri počrnitvi poti pa se počrnijo tudi vse točke na njej. Zmagovalec je tisti, ki počrni zadnjo povezavo (ali, kar je isto, zadnjo točko). Igra lahko poteka na primer tako, kot je prikazano na sliki 2.



Slika 2

Tukaj je zmagal črni.

11.4. Zastrupljena čokolada. Igralca imata pred sabo tablico čokolade velikosti $m \times n$. Igralec, ki je na potezi, si izbere košček in ga odgrizne, hkrati z njim pa tudi vse, kar je desno in pod tem koščkom (torej ves desni spodnji vogal glede na izbrani košček). Košček levo zgoraj je zastrupljen, zato tisti, ki ga mora pojesti, izgubi. Oglejmo si primer na sliki 3 ($m = 3$, $n = 4$). S križcem je označen izbrani košček.

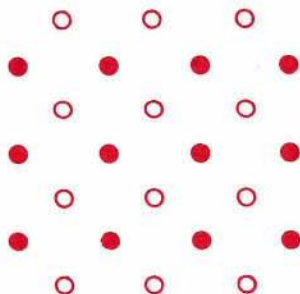


Slika 3

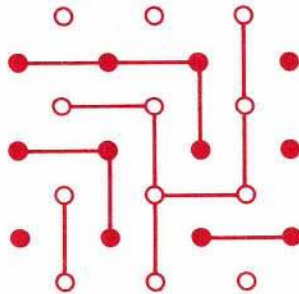
Pri tem beli seveda zmaga.

Naloga 3. Kako mora beli igrati v primeru $m = 2$ (ali $n = 2$), da bo gotovo zmagal?

III. Bridget. Igralca imata pred sabo kvadratno mrežo belih in črnih točk, z n točkami v vsaki od štirih stranic (v narisanim primeru na sliki 4 je $n = 3$, običajno je večji). Beli z rdečim svinčnikom povezuje bele točke, v vsaki potezi z



Slika 4

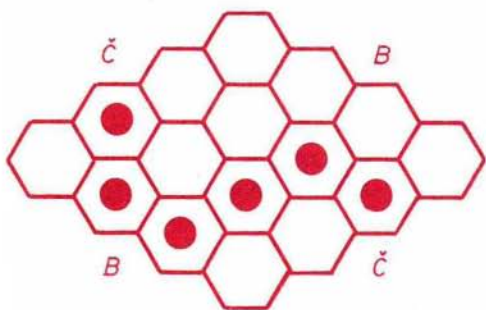


Slika 5

po en par točk, črni pa s črnim svinčnikom povega je povezati neko točko v spodnji vrsti z neko povezati neko točko v levem stolpcu z neko točko in črne črte ne smejo sekati. Zmagovalni položaj t na sliki 5.

Naloga 4. Pokaži, da se ta igra ne more končati drugače, kot da nekdo zmaga.

IV. Hex. To igro je treba igrati na mreži šestkotnikov. Mreža ima obliko romba velikosti $k \times k$. Običajno je $k = 11$, na sliki 6 pa je $k = 4$. Igralca izmenično postavljata kamenčke na ploščo. Beli skuša z belimi kamenčki povezati (to pomeni sestaviti povezano verigo) dve nasprotni strani, označeni z B , črni pa nasprotno, s črnimi kamenčki strani, označeni s $\check{C}$. Ena od zmagovalnih poti črnega je označena na sliki. Prav tako kot v prejšnjem primeru se da videti, da se igra mora končati z zmago nekoga.



Slika 6

Naloga 5. Ali beli v primeru $k = 4$ lahko zmaga? Kako mora za to igrati?

Gotovo marsikdo pozna še kakšen primer končne igre s popolno informacijo. Našteti zgledi bodo, upajmo, za ilustracijo zadoščali.

To, kar bo sedaj sledilo, bo matematična teorija v precej čistem pomenu te besede. Velikokrat bomo dokazali, da nekaj obstaja, niti najmanjšega namiga pa nam ti dokazi ne bodo dali, kako bi tisto tudi dobili. O vrednosti takih dokazov bi se seveda dalo razpravljati, obstajajo celo matematične šole ("intuicionisti"), ki jih a priori odklanjajo. Vsaj elegance pa jim večinoma ne gre oporekati, pa tudi določene uporabnosti, čeravno bolj abstraktne, ne čisto. Poglejmo si najprej preprost primer takega razmišljanja. Vemo, da imata dve družini skupaj sedem otrok. Kako bi dokazali, da ima vsaj ena družina vsaj štiri otroke? Preprosto, če bi vsaka družina imela največ tri, bi jih obe skupaj imeli največ šest, kar je v nasprotju s predpostavko. Takemu dokazu rečemo "reductio ad absurdum" (prevredba do protislovja) in je čisto nekonstruktiven, saj nam ne pove načina, s katerim bi ugotovili, katera od družin je tista z najmanj štirimi otroki. Jasno, saj imamo premalo podatkov za kaj takega.

Vrnimo se sedaj k našim igram. Definirajmo si najprej nekaj pojmov. Prvič, vsakemu možnemu izteku igre rečemo *izid*. Pri šahu so na primer trije izidi:

zmaga belega, zmaga črnega in remi. Imamo tudi igre, kjer je možnih več izidov, med našimi primeri pa takih ni. Seveda so zanimive samo igre, kjer sta vsaj dva možna izida.

Najvažnejši pojem pri igrah pa je *strategija*. To je natančen predpis, kako naj v vsaki potezi in v vsaki poziciji določeni igralec igra oziroma strategija je popoln (in vnaprej dan) opis, kako naj igralec odgovarja na poteze nasprotnika, in ne vključuje nobene bistrosti. Mislimo si lahko, da igro igra računalnik, ki mora v poljubni poziciji potegniti potezo, katero, pa določa program (seveda brez generatorja slučajnih števil). V igri nim 1 je ena od strategij belega taka: v vsaki potezi vzame en dinar. V igri nim 2 pa lahko igramo po tejle strategiji: vedno vzamemo vse dinarje z najmanjšega kupa. Pri čokoladi pa lahko črni igra po tejle strategiji: pogleda, kateri kos je odgriznil v svoji potezi beli, si izbere košček, ki se le z eno točko dotika tega kosa (ta je nujno en sam), ga odgrizne in z njim vse koščke desno in pod njim.

Seveda nobena od naštetih strategij ni kaj prida. Za vsako od njih bo nasprotnik, ko enkrat ve zanje, zlahka igral tako, da bo zmagal. Kakšne strategije pa sploh so dobre? Najbolj ugodne so gotovo take, ki omogočajo zmago ne glede na to, kaj igra nasprotnik. Takim strategijam rečemo *zmagovalne strategije*. Tako bi na primer nalogo 1 lahko povedali tudi tako: poišči zmagovalno strategijo za belega v igri *nim* 1.

Če v neki poziciji obstaja zmagovalna strategija na primer za belega, potem ji rečemo *zmagovalna pozicija* za belega. Igra torej postane nezanimiva, čim beli najde zase zmagovalno strategijo, saj jo lahko brez razmišljanja uporablja in črni je obsojen na poraz, pa če se še tako trudi.

Vzemimo, da sta v neki igri le dva možna izida: zmaga belega ali zmaga črnega. Videli bomo, da potem *obstaja bodisi zmagovalna strategija za belega bodisi za črnega*. To je najbrž bil prvi "resni" rezultat teorije iger, dokazal ga je leta 1921 nemški matematik Ernst Zermelo. Če sledimo njegovi ideji, predpostavimo najprej, da je naša trditev napačna. To pomeni, da — po kakršnikoli že strategiji beli igra — vedno lahko črni s primerno izbiro potez zmaga in narobe, za vsako strategijo črnega lahko beli igra tako, da bo zmagal. Iz tega sledita dve posledici.

(1) Katerokoli prvo potezo bo beli odigral, bo nastala pozicija, ki zanj ne bo zmagovalna. Seveda, saj če bi obstajala taka prva poteza belega, ki bi ga privedla v zmagovalno pozicijo, bi bila zanj že začetna pozicija zmagovalna.

(2) Obstaja vsaj ena začetna poteza belega, ki privede do pozicije, ki za črnega ni zmagovalna. V nasprotnem primeru bi bila namreč začetna pozicija zmagovalna za črnega.

Ko enkrat to vemo, smo skoraj opravili. Iz (1) in (2) sledi, da obstaja taka začetna poteza belega, da pozicija, ki nastane, ne bo zmagovalna za nobenega od obeh igralcev. Imenujmo to pozicijo Y_1 . S popolnoma istim sklepom lahko pokažemo, da obstaja taka poteza črnega v poziciji Y_1 , da bo nastala pozicija Y_2 , ki ne bo zmagovalna niti za belega niti za črnega. Potem lahko, spet na

enak način, dobimo pozicije $Y_3, Y_4, \dots$, ki niso zmagovalne za nikogar. Torej se taka igra ne bo nikoli končala, saj če bi se, bi bila končna pozicija zmagovalna za nekoga (predpostavili smo, da sta le dva mogoča izida). Dobili smo torej neskončno zaporedje potez, kar nasprotuje naši predpostavki o končnosti igre.

Naloga 6. Vzemimo, da imamo igro s tremi izidi: zmago belega, zmago črnega in remijem. Potem bodisi obstaja zmagovalna strategija za belega, bodisi taka strategija belega, s katero lahko beli iztrži vsaj remi, bodisi zmagovalna strategija za črnega.

Torej za šah lahko rečemo tole: bodisi obstaja zmagovalna strategija za belega, bodisi zmagovalna strategija za črnega, bodisi se ob pametni igri obeh igralcev vsaka partija mora izteči v remi. Opomba: nobena od teh strategij danes še ni znana (in tudi gotovo ne bo tako kmalu), ker je šah igra, ki ima ogromno število možnih pozicij.

Naloga 7. Predpostavi, da imaš na voljo računalnik z neskončnim spominom, ki dela zelo hitro. Premisli, kakšen bi bil program, ki bi ugotovil, katera od treh zgoraj navedenih možnosti pri šahu dejansko nastopi.

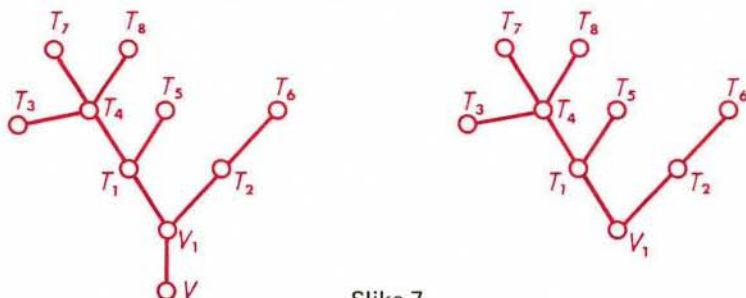
Vrnimo se sedaj k našim primerom. Dokažimo najprej tole. *Pri igri križci–krogci ne obstaja zmagovalna strategija za črnega* (torej obstaja taka strategija za belega, s katero lahko vsaj remizira). Pa predpostavimo nasprotno, da zmagovalna strategija za črnega obstaja. V tem primeru beli lahko igra takole. V svoji prvi potezi nekje naredi križec (kjerkoli). Nato počaka, da svojo potezo odigra črni. Potem se beli lahko brani tako, da igra zmagovalno strategijo črnega, dela se, da je črni z dodatnim križcem. Če zmagovalna strategija (za črnega) od njega zahteva, da igra tisto potezo, ki jo je že naredil, zariše križec na poljubnem praznem polju. Na ta način igra zmagovalno strategijo z dodatno potezo. Toda ta dodatna poteza ga pri zmagovalni strategiji ne moti, saj je dodatni križec vedno lahko le v korist in nikoli v škodo. Potemtakem beli na ta način lahko zmaga. Prišli smo torej v nasprotje s predpostavko, da črni lahko zmaga. S tem smo to trditev ovrgli. Morda se je pri tem dokazu komu zdelo čudno, da predpostavljamo, da beli ve za hipotetično zmagovalno strategijo črnega. To smo v resnici prisiljeni storiti, saj za zmagovalno strategijo zahtevamo, da vodi do zmage, kakorkoli že nasprotnik igra. Smo torej kar se da pesimistični, predpostavimo, da nasprotnik v vsaki potezi ve za svojo najboljšo potezo in jo brez usmiljenja igra.

Naloga 8. Pokaži, da pri igrah *bridget* in *hex* obstaja zmagovalna strategija za belega.

Naslednja je na vrsti igra zastrupljena čokolada. Uženemo jo s podobnim

razmislekom, kot je bil zgornji. Denimo, da je vsaj eno od števil m, n večje od 1 (če je $m = n = 1$, je beli, jasno, izgubljen). V tem primeru obstaja *zmagovalna strategija za belega*. Naj temu ne bo tako, naj torej obstaja *zmagovalna strategija za črnega*. Potem v prvi potezi beli odgrizne samo košček na poziciji (m, n) . Katerokoli potezo nato igra črni, prvo potezo belega zabriše in beli se brez težav lahko drži *zmagovalne strategije črnega in zmaga*. Predpostavka, da lahko zmaga črni, je torej ovržena in črni je tisti, ki je zapisan pogubi.

Tudi v igri *drevesni nim* obstaja *zmagovalna strategija za belega*. Da bralca ne bi utrujali z rigoroznostjo, bomo dokaz za to trditev razložili kar na primeru. Vzemimo tile dve drevesi s slike 7:



Slika 7

Drugo drevo dobimo iz prvega tako, da mu "odrežemo deblo" oziroma vrh premaknemo v točko V_1 . Tudi na tako dobljenem drevesu lahko igramo *drevesni nim* po istim pravilih. Recimo tej igri *nim**. V tej igri obstaja bodisi *zmagovalna strategija za belega* bodisi *zmagovalna strategija za črnega*. Če nastopi prvi primer in je prva poteza v *zmagovalni strategiji za belega* na primer počrnitev poti od T_8 do V_1 , potem v prvi potezi originalne igre beli počrni pot od T_8 do V , nato pa igra *zmagovalno strategijo belega* v igri *nim**. Če pa v igri *nim** obstaja *zmagovalna strategija za črnega*, beli v prvi potezi preprosto počrni povezavo od V do V_1 , nato pa spet brezskrbno igra *zmagovalno strategijo za črnega* v igri *nim** in seveda spet zmaga.

Vse doslej so bile *zmagovalne strategije "v oblakih"*. Vemo, da obstajajo, a jih ne poznamo. Za dve od naštetih iger bomo bolj konkretni in bomo *zmagovalni strategiji* opisali.

2. Zmagovalna strategija za igro nim 2

V tej *zmagovalni strategiji* je skrito kar precej matematike. Kdor želi uspešno igrati po njej, se mora najprej dobro naučiti pretvarjati dvojiški zapis števil v desetiškega in obratno. Pa preidimo k stvari. Najprej bomo naredili korak, ki je v matematiki precej pogost, namreč, definirali bomo nekaj, kar na prvi pogled ne bo imelo niti najmanjše zveze z našo igro. Vzemimo dve nene-

gativni celi števili a in b in izračunajmo "nekaj podobnega kot vsoto", $a \oplus b$, na tak način: zapišemo a in b v dvojiškem sistemu eno nad drugo, tako da so enice nad enicami itd. Nato posamezne številke seštevamo po modulu 2, pri čemer pa seštevke v nekem stolpcu nič ne vpliva na vsoto v naslednjem. Najbolj se to vidi na primeru:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 11 \oplus 23 = \underline{10111} = 28 \\ 11100 \end{array}$$

To torej ni običajna vsota števil. Ta operacija ima naslednje lastnosti, ki jih je zelo lahko preveriti, zato jih bomo le navedli.

$$\begin{array}{ll} a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c & \text{(asociativnost),} \\ a \oplus b = b \oplus a & \text{(komutativnost),} \\ a \oplus 0 = a & \text{in} \\ a \oplus a = 0 \end{array}$$

za poljubna cela števila $a, b, c \geq 0$. Bralca, ki obvlada algebrائيčne strukture, opozorimo, da je množica $(\mathbb{N} \cup \{0\}, \oplus)$ Abelova grupa (kar za običajno seštevanje ne velja).

Predpostavimo sedaj, da imamo pri igri *nim* 1 n kupčkov s $p_1, \dots, p_n$ dinarji. Najprej izračunamo tako imenovano vsoto pozicije $s = p_1 \oplus \dots \oplus p_n$. Za igro s štirimi kupčki s 3, 5, 7 in 11 dinarji je vsota na primer

$$\begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ 7 \\ 11 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 101 \\ 111 \\ 1011 \\ \hline 1010 \end{array}$$

enaka 10. Videli bomo, da igralec na potezi lahko zmaga vedno, ko je vsota različna od 0 (v nasprotnem primeru pa seveda lahko zmaga drugi igralec).

Igrati je treba tako, da bo po naši potezi vsota pozicije vedno enaka 0, če je to le mogoče (v zgornjem primeru je: v največjem kupu je treba pustiti le 1 dinar). Pa vzemimo, da je vsota začetne pozicije različna od 0, in pokažimo, da lahko beli odigra tako potezo, ki bo črnega postavila pred pozicijo z ničelno vsoto. Izračunajmo števila $s_1 = s \oplus p_1, \dots, s_n = s \oplus p_n$. Da se dokazati, da obstaja tak i , $1 \leq i \leq n$, da je $s_i < p_i$. Beli sedaj igra tako, da v i -tem kupčku pusti s_i kovancev. Kakšna je po tej potezi pozicija? Spremenil se je le i -ti kupček, vsota nove pozicije s' , je torej enaka:

$$\begin{aligned}
s' &= p_1 \oplus \dots \oplus p_{i-1} \oplus s_i \oplus p_{i+1} \oplus \dots \oplus p_n = \\
&= p_1 \oplus \dots \oplus p_{i-1} \oplus p_i \oplus s \oplus p_{i+1} \oplus \dots \oplus p_n = \\
&= (p_1 \oplus \dots \oplus p_n) \oplus s = s \oplus s = 0
\end{aligned}$$

Kaj pa zdaj lahko igra črni? Karkoli bo revež igral, bo vsaj v enem kupčku spremenil (v dvojiškem zapisu) vsaj eno številko, s čimer bo povzročil, da vsota pozicije ne bo več nič. S tem bo belemu omogočil potezo, ki spet vodi v pozicijo z ničelno vsoto. In tako dalje do konca igre, ki je seveda tak, da so vsi kupčki prazni. Vsota take pozicije je seveda enaka 0, kar pomeni, da je zadnjo potezo odigral beli.

Vse je torej odvisno od vsote začetne pozicije. Če je enaka 0, lahko zmagaja črni, v vseh ostalih primerih pa beli.

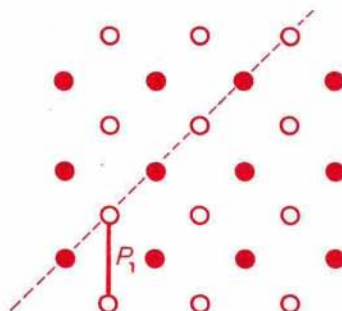
Naloga 9. Ali je poteza, ki jo beli v primeru, da je vsota pozicije različna od 0, mora igrati, do bo gotovo zmagal, vedno ena sama?

Naloga 10. Spremenimo pravila tako, da izgubi tisti, ki mora pobrati zadnji dinar. Kdaj v taki igri lahko beli zmagaja? Opiši tudi zmagovalno strategijo.

3. Zmagovalna strategija za igro bridget

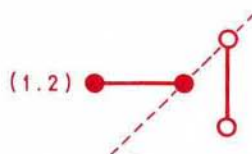
Najprej zmagovalno strategijo za belega opišimo, pozneje jo bomo utemeljili. Beli naj v mislih potegne diagonalo kot na sliki 8, nato pa igra potezo P_1 .

Slika 8



Nato naj igra po naslednjem algoritmu:

(1) Če črni poveže neko točko na diagonali s horizontalno črto, potem naj bo odgovor tak, kot na sliki 9.



Slika 9

(2) Če črni poveže točki s črto pod diagonalo kakorkoli drugače, potem naj odgovori tako, kot kaže slika 10.

(2.1)



(2.2)



Slika 10

(3) Če črni poveže točki nad diagonalo drugače kot v primeru (1), pa je treba odgovoriti tako, kot na sliki 11.

(3.1)



(3.2)



Slika 11

(4) Če beli na potezo črnega ne more odgovoriti s potrebnim odgovorom (1) – (3), ker je to črto že kdaj prej povlekel ali pa take črte ni (npr. (2.2) ni možno, če črni poveže dve točki na desnem robu), potem beli poveže poljubni dve točki, ki ju na slepo izbere.

Če bo bralec to strategijo nekajkrat poskušal igrati, mu bo skoraj očitno, da vodi do zmage.

Naloga 11. Napiši računalniška programa, ki igrata *nim* 1 in *bridget* po zmagovalnih strategijah.

Janko Gravner

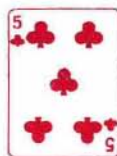
KOČIJA – ŠOLSKA TABLA

Francoski fizik **André Ampère** (1775 – 1836) je nekoč ves dan razmišljal o neki matematični nalogi. Rešitev se mu je porodila na ulici. Zadovoljen je izvlekel iz žepa košček krede in začel pisati rezultate na črno ploščo, podobno šolski tabli. Ko je napisal dolg obrazec, se je plošča odmaknila za tri korake. Ampere je stopil za njo, a plošča se je začela premikati vedno hitreje. Ampere je stekel za njo, kolikor so ga nesle noge. Nazadnje se je plošča ustavila. Ves preznojen in brez sape je obstal tudi Ampere. Plošča je bila namreč zadnji del kočije.

RAZVEDRILO

PASCALOV TRIKOTNIK IN TRIKI S KARTAMI

V knjigi M. Gardnerja *Mathematical Carnival* (Random House, New York, 1975) je na strani 194 opisan naslednji trik s kartami, ki ga boš brez težav preizkusil na sošolcih, ki ne berejo Preseka.



Vsak par števil na sosednjih kartah seštejemo, in če vsota preseže 9, odštejemo 9. Nad ta par kart položimo karto, katere številka je tako dobljena vsota. Na primer: zadnji dve karti v spodnji vrstici sta 5 in 8, vsota je 13, ko odštejemo 9, dobimo 4. Ko sošolec tako pride do vrha, odkrije vrhno karto in ugotovi, da je ravno prava.

- $P(0, 0) = 1$
- $P(n+1, 0) = P(n+1, n+1) = 1$
- $P(n+1, k) = P(n, k-1) + P(n, k) \quad (1 \leq k \leq n)$ za vsak $n = 0, 1, 2, \dots$

a) $P(0,0) = 1$

$$\text{b) } P(n+1, 0) = P(n+1, n+1) = 1$$

c) $P(n+1, k) = P(n, k-1) + P(n, k)$ ($1 \leq k \leq n$) za vsak $n = 0, 1, 2, \dots$

0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & a + 4b + 6c + 4\check{c} + d & & & & \\
 & & & & a + 3b + 3c + \check{c} & & b + 3c + 3\check{c} + d & & \\
 & & a + 2b + c & & b + 2c + \check{c} & & c + 2\check{c} + d & & \\
 & a + b & & b + c & & c + \check{c} & & \check{c} + d & \\
 a & & b & & c & & \check{c} & & d
 \end{array}$$

Vidimo, da je število na vrhu piramide vsota produktov števil $a, b, c, \check{c}$ in d s števili četrte vrstice Pascalovega trikotnika. Srednješolci bi temu rekli skalarni produkt vrstice $(a, b, c, \check{c}, d)$ z vrstico $(1, 4, 6, 4, 1)$.

Ker lahko hitro ugotovimo, da je isto, če odštevamo 9 sproti ali na koncu, je jasno, kako dobimo karto na vrhu piramide. Formula, ki smo jo dobili, na žalost za računanje na pamet ni najbolj primerna. Pogled na Pascalov trikotnik pa ti pove, da so naslednji triki enostavno izvedljivi.

Trik 1. Vzemimo samo karte od 1 do 5 (odštevamo 5), za osnovo piramide pa šest števil. Peta vrstica, to je vrstica s števili 1, 5, 10, 10, 5, 1, ti pove, da bo na vrhu piramide vsota prvega in zadnjega števila iz osnovne vrste ali pa ta vsota, zmanjšana za pet. Podobno velja za naslednja dva trika.

Trik 2. Piramido začnemo z osmimi kartami, odštevamo pa 7. Kakšna je formula za vrhno karto?

Trik 3. Piramido začnemo z desetimi kartami in odštevamo 5.

Trik 4. Če začnemo s sedmimi kartami in odštevamo 5 ali če začnemo z devetimi kartami in odštevamo 7, je končno število vsota prvih dveh in zadnjih dveh števil v vrstici, zmanjšana za primeren mnogokratnik števila 5 oziroma 7. Katere vrstice so primerne za odštevanje 9 ali 11?

Trik 5. Desetim sošolcem naročim, da zapišejo po deset števil (vsako je med 1 in 9), nato pa zgradijo piramido z odštevanjem 9. Medtem ko oni računajo, obiščeš vsakega in izračunaš njihove vsote. Ko vsi končajo, jim poveš rezultate. Presenečeni so, saj računaš desetkrat hitreje od njih. Formula je: vsota prvega in zadnjega ter trikratnega četrtega in trikratnega sedmega števila. Pri odštevanju devetice lahko uporabiš še tole:

$$ab - 9 = 10a + b - 9 = 9a + (a + b)$$

$$\text{npr. } 13 - 9 = 10 \cdot 1 + 3 - 9 = 9 + (1 + 3)$$

Trik 6. Vsak učenec v razredu naj si izmisli osem števil, pri tem naj vsi na prvo mesto zapišejo 1, na osmo mesto pa 8. Nato morajo vsote zmanjševati za mnogokratnike števila 7. Na koncu bodo vsi dobili 2.

Morda te bo teh nekaj primerov spodbudilo, da si še sam izmisliš kakšen trik.

TEKMOVANJA

RAZPIS 10. REPUBLIŠKEGA TEKMOVANJA SREDNJEŠOLCEV IZ RAČUNALNIŠTVA IN SREČANJE MLADIH RAZISKOVALCEV RAČUNALNIŠTVA

Pri organizaciji letošnjega tekmovanja in srečanja sodelujejo Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, Sekcija za računalništvo pri gibanju "Znanost mladini", Institut Jožef Stefan, Višja pomorska šola Piran in OK ZSMS Koper.

1. Raziskovalne naloge

Dijaki, ki želijo samostojno reševati **praktične naloge**, si temo svoje naloge izberejo s pomočjo mentorja. Število udeležencev iz posameznih šol ni omejeno, strokovna komisija pa si pridržuje pravico po pregledu nalog določiti tiste, ki jih bodo udeleženci ustno zagovarjali.

Naloge so lahko iz programske ali strojne opreme. Podrobnejša pojasnila o možnih temah za naloge in o navodilih za sestavo naloge lahko dobite pri Miranu Zrimcu, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, Ljubljana, telefon (061) 265-161. Srečanje raziskovalcev, predstavitev nalog in ustni zagovor izdelkov pred komisijo bo v petek, 23. maja 1986, v Portorožu. Udeleženci morajo poslati naloge do **1. maja 1986** Andreju Brodniku, Gibanje "Znanost mladini", Lepi pot 6, Ljubljana.

2. Tekmovanje iz znanja računalništva

Tekmovanje v reševanju nalog bo v soboto, 24. maja 1986, v Portorožu. Tekmovalci tekmujejo v treh težavnostnih skupinah.

- a) V prvi skupini tekmujejo dijaki po enem letu pouka računalništva, v drugi dijaki, ki se računalništva učijo dve leti, in v tretji dijaki, ki se računalništva učijo že več let.
- b) Tekmovalec, ki je že dobil nagrado v prvi skupini, sme letos tekmovati le v višji, torej v drugi ali tretji skupini.
- c) Tekmovalec, ki je že dobil nagrado v drugi skupini, sme letos tekmovati le v tretji skupini.
- č) V tretji skupini sme tekmovalec tekmovati poljubnokrat.
- d) Tekmovalec, ki ni prejel nagrade v svoji tekmovalni skupini, sme ostati tudi letos v isti, če se ne čuti dovolj sposobnega za tekmovanje v višji skupini. Spodobi pa se, da tekmovalci, ki so računalništvo poslušali že dve leti, tekmujejo le v drugi ali celo v tretji skupini.
- e) Posamezna šola lahko prijavi:
 - v prvi skupini največ pet tekmovalcev,
 - v drugi skupini največ pet tekmovalcev in
 - v tretji skupini poljubno mnogo tekmovalcev.

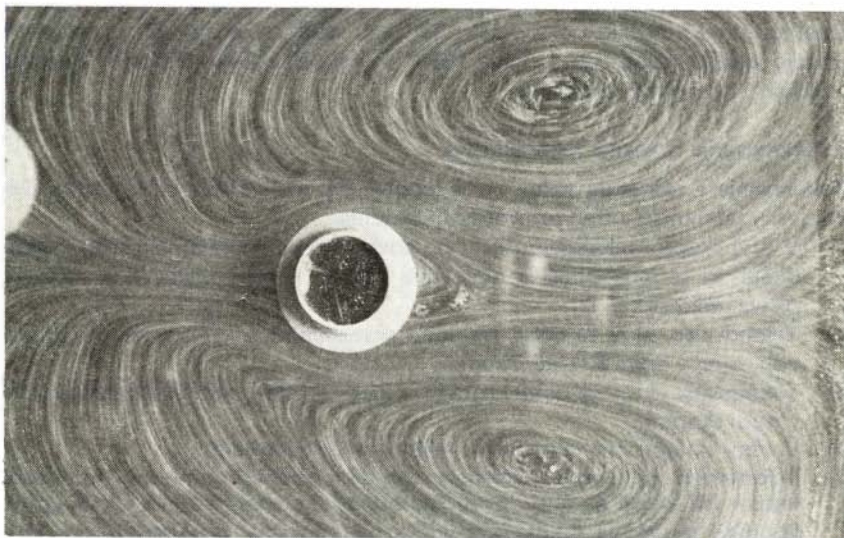
Način tekmovanja: uradni programski jeziki so pascal, fortran, basic in PL/1; tekmovalci smejo uporabljati poljubno literaturo; čas reševanja nalog je dve uri in pol.

Mentorji naj za tekmovanje pošljejo **uradno prijavo svoje šole s poimenskimi seznamom tekmovalcev do 23. aprila 1986** na naslov: Boris Težak, Institut Jožef Stefan, Jamova 39, 61111 Ljubljana.

V prijavi morajo mentorji navesti tudi številko rezervacij prenočišč za mlade raziskovalce, tekmovalce in spremljevalce (posebej za noč od četrтка na petek in posebej za noč od petka na soboto). Prenočevanje bo organizirano v bližnjem dijaškem domu, stroške prenočevanja krijejo šole.

Potrditev prijav in natančni razpored tekmovanja bodo šole dobile teden dni pred tekmovanjem. Prijave šol, ki ne bodo ustrezale pogojem sklepa o razvrščanje tekmovalcev, bomo zavrnili. Priporočamo, da za lažji izbor najboljših predstavnikov izvedete šolska predtekmovanja. Tekmovalci s šol, ki se ne bodo uradno prijavile na tekmovanje kot organizacije, se lahko sami prijavijo na isti naslov prav tako najkasneje do 23. aprila 1986. Podrobne informacije v zvezi s tekmovanjem dobite pri Borisu Težaku ali Iztoku Tvrdu, telefon (061) 214-399.

Boris Težak, Iztok Tvrdu

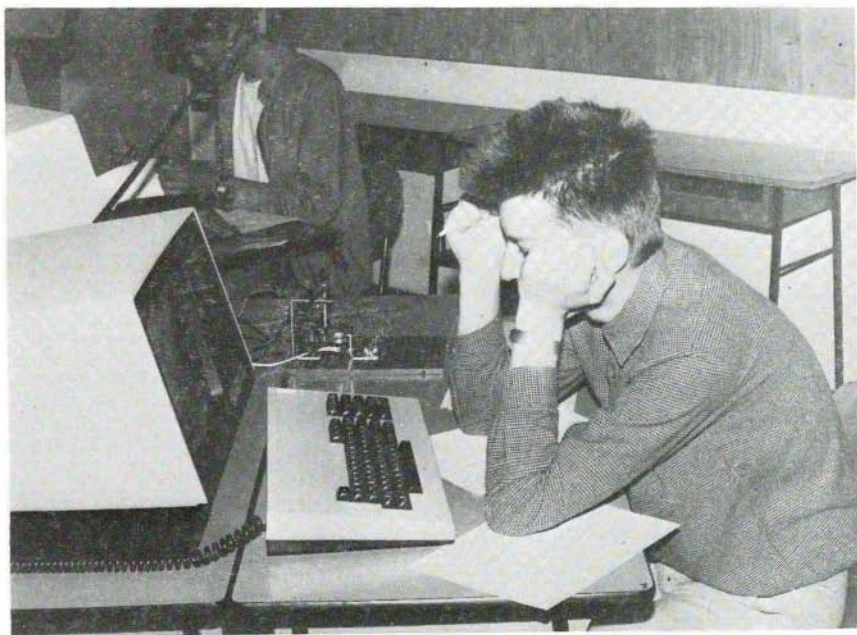


16. mednarodna fizikalna olimpiada: Zračne tokovnice ob okroglem uporu (Foto D. Černe)

16. MEDNARODNA FIZIKALNA OLIMPIADA

V Portorožu in Kopru je bila od 23. do 30. junija 1985 v organizaciji Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije 16. mednarodna fizikalna olimpiada. Udeležilo se je 20 delegacij iz Avstrije, Bolgarije, Kanade, Kube, Češkoslovaške, Zvezne republike Nemčije, Nemške demokratične republike, Finske, Velike Britanije, Madžarske, Islandije, Nizozemske, Norveške, Poljske, Romunije, Sovjetske zveze, Švedske, Turčije, Vietnama in Jugoslavije; skupaj 99 tekmovalcev in 40 spremljevalcev. Udeležba je bila rekordna po številu držav in po številu tekmovalcev. Olimpiada je vzbudila veliko zanimanje tudi v ZDA, ki se do sedaj olimpiad niso udeleževale; letos so v Portorož poslale dva opazovalca. Prišla sta tudi opazovalca iz Kitajske in Italije.

Naloge in eksperimentalno opremo so pripravili na Oddelku za fiziko Fakultete za naravoslovje in tehnologijo v Ljubljani ob pomoči sodelavcev Instituta za fiziko iz Zagreba, Srednje naravoslovne in pedagoške šole iz Kopra in



Slika 1. Pri prvem poskusu je bil prvič v zgodovini fizikalnih olimpiad uporabljen računalnik, Deltin Partner, pri merjenju pospeševanja in zaviranju elektromotorja..



Slika 3. Na koncu so se vsi udeleženci slikali v portoroškem Avditoriju. (spodaj)



Slika 2. Pri drugem poskusu so tekmovalci morali poiskati skrite magnete v stiropornem bloku, določiti njihovo orientacijo in izmeriti gostoto magnetnega polja na površini bloka. Na voljo so imeli merilnik, ki je meril spremembo gostote magnetnega polja. (levo)

ISKRE, ki je priskrbela večino zahtevne eksperimentalne opreme. Naloge je na predvečer tekmovanja pregledala in odobrila mednarodna komisija. V torek, 25. junija, so se tekmovalci pomerili v reševanju računskih nalog, v četrtek pa v eksperimentalnem delu. Obakrat so imeli na voljo 5 ur. Dan predaha v sredo so izkoristili za ogled Postojnske jame. V petek so se tekmovalci sprostili na pikniku v Lipici. Rezultati so bili razglašeni na svečanem zaključku v soboto. Podeljenih je bilo 5 prvih, 6 drugih in 17 tretjih nagrad ter 26 pohval. Najuspešnejši tekmovalec je bil Patrik Španel iz Češkoslovaške, ki je prejel posebno nagrado, Iskrin He-Ne šolski laser. Dva jugoslovanska učenca, Igor Djoković in Jane Kondev, sta prejela tretjo nagrado.

Rešitve olimpijskih nalog in podroben pregled rezultatov si lahko ogledate v prvi letošnji številki Obzornika za matematiko in fiziko.

Bojan Golli

PRESEK – LIST ZA MLADE MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOME

13. letnik, šolsko leto 1985/86, številka 4, strani 193-256

UREDNIŠKI ODBOR: Vladimir Batagelj (bistrovidec), Danijel Bezek, Dušica Boben (pisma bralcev, stavljenje teksta), Andrej Čadež (astronomija), Martin Čopič, Bojan Golli (tekmovanja – naloge iz fizike), Pavel Gregorc, Bojan Mohar (matematika), Andrej Kmet, Jože Kotnik, Edvard Kramar (odgovorni urednik), Sandi Klavžar in Matija Lokar (računalništvo), Gorazd Lešnjak (tekmovanja – naloge iz matematike), Andrej Likar (Presekova knjižnica – fizika), Franci Oblak, Peter Petek (glavni urednik, naloge bralcev, premisli in reši), Tomaž Pisanski, Tomaž Skulj, Ivanka Šircelj (jezikovni pregled), Miha Štalec (risbe), Zvonko Trontelj (fizika), Marjan Vagaja, Ciril Velkovrh (urednik, nove knjige, novice).

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS – Podružnica Ljubljana – Komisija za tisk, Presek, Jadranska c. 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64, tel. (061) 265-061/53, št. žiro računa 50101-678-47233. Naročnina za šolsko leto 1985/86 je za posamezna naročila 500.- din, za skupinska naročila pa 400.-, posamezna številka 125.- din/100.- din.

List sofinancirajo Izobraževalna, Kulturna in Raziskovalna skupnost Slovenije

Ofset tisk Časopisno in grafično podjetje DELO, Ljubljana

© 1986 Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS – 790

ISSN 0351-6652

TO IN ONO O BALONIH IN OB NJIH

Baloni na znamkah zbudijo našo radovednost, da se vprašamo, kdaj je človek z njimi prvič poletel. Baloni so se pojavili kot nasledek raziskav, ki so postavile temelj današnje kemije. Tedaj fizika in kemija še nista bili tako izrazito ločeni, kot sta dandanes. Nekatere od tedanjih raziskovalcev štejemo za fizike. Zanimivo je oboje: zgodovina prvih poletov z baloni in odkritja, ki so privedla do teh poletov.

Balon lebdi v zraku, ko so v ravnovesju vse sile, ki delujejo nanj. Zemlja deluje na stene balona, to je na ovojnico, z morebitnim tovorom in na plin v ovojnici s *težo* navpično navzdol. Enako velika sila mora delovati navpično navzgor. To je sila okolnega zraka na balon — *vzgon*. Po Arhimedovem zakonu je vzgon enak teži izpodrinjenega zraka. Potemtakem mora biti masa plina, ovojnice in tovara enaka masi izpodrinjenega zraka. Ovojnica in tovor zavzame ta zelo majhno prostornino. Vzeti smemo, da ima plin v balonu enako prostornino kot izpodrinjeni zrak. Iz enačbe

$$m_{\text{plin}} + m_{\text{ovojnica in tovor}} = m_{\text{zrak}}$$

izhaja, ko jo delimo s prostornino balona V ,

$$\rho_{\text{plin}} + m_{\text{ovojnica in tovor}} / V = \rho_{\text{zrak}}$$

Gostota je masa na prostorninsko enoto in enačba zahteva, da je gostota plina v balonu ρ_{plin} manjša od gostote zraka ρ_{zrak} . Tlak zraka in plina je enak.

Zahtevo lahko izpolnimo na dva načina. Zrak v balonu segrejemo na temperaturo, ki je višja od temperature okolnega zraka. Gostota plina je namreč tem manjša, čim višja je njegova temperatura. Pri *balonih na vroč zrak* je pač zrak v balonu bolj vroč kot zunaj. Vroč zrak se ohlaja, zato tak balon leti le kratek čas, če z grelcem sproti ne grejemo zraka v njem. V zadnjem času je zaživel športno balonarstvo z baloni, ki imajo v odprtini na dnu plinski gorilnik. Baloni se dvignejo v zrak in veter jih odnese na dokajšnje razdalje.

Namesto vročega zraka lahko uporabimo plin, ki ima pri dani temperaturi manjšo gostoto od zraka. Ni težko ugotoviti, kateri plini so uporabni. Gosto-

ta plina je namreč sorazmerna z maso kilomola, ki narašča z naraščajočim vrstnim številom. Če ne upoštevamo spojin (na primer metana CH_4 z maso kilomola 16 kg in nekaterih drugih) sta pripravna za polnjenje balonov le *vodik* in *helij*. Žlahtni plin helij so odkrili leta 1868 na Soncu in 1895 na Zemlji. V zadnjem času uporabljajo za polnjenje velikih balonov samo helij, ker za razliko od vodika ni vnetljiv. Zrakoplove, to je balone s trdnim ogrodjem in z motorji, gradijo zadnje čase bolj za prenašanje reklam kot za potovanja. Obstaja pa več načrtov, kako bi zrakoplove zopet uporabili za prevoz različnih tovorov na velike razdalje.

		vodik	helij	dušik	kisik
vrstno število elementa		1	2	7	8
masa kilomola atomov	v kg	1	4	14	16
število atomov v molekuli		2 (H_2)	1 (He)	2 (N_2)	2 (O_2)
masa kilomola molekul	v kg	2	4	28	32

Preglednica najlažjih elementov, ki so v navadnih okoliščinah v plinastem stanju. Zrak je mešanica 4/5 dušika in 1/5 kisika (in malenkosti žlahtnih plinov, vodne pare, ogljikovega dioksida ...) in masa povprečnega kilomola zraka meri 29 kg.

O velikih balonih sta prva razmišljala brata Joseph–Michel in Jacques–Etienne Montgolfier, tovarnarja papirja iz Annonaya blizu Lyona v Franciji. Pomislila sta, da bi se papirnata vreča, napolnjena z dimom, dvignila v zrak. Poskus poleti leta 1782 je uspel in naslednje poletje sta naredila v Annonayu poskus z večjo platneno ovojnico, prevlečeno s papirjem. Pod ovojnico s premerom 13 metrov z maso okoli 250 kilogramov sta sežigala otepe slame. Balon se je dvignil in v desetih minutah preletel več kot dva kilometra.

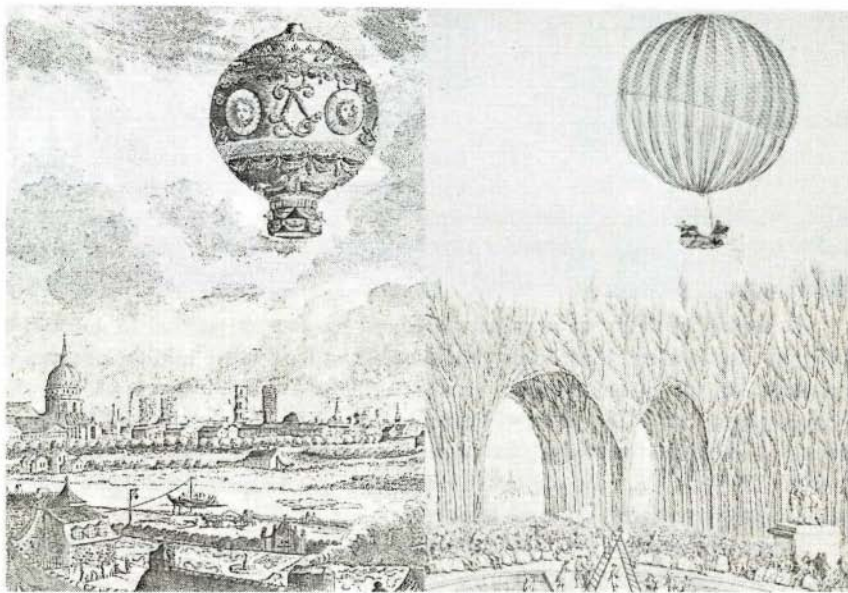
Brata Montgolfiera sta dobila tekmeča v fiziku Jacquesu Charlesu. Avgusta 1783 je na Marsovem polju v Parizu nadzoroval velikopotezni poskus s prvim vodikovim balonom. Ovojnico iz svile, prepojene z raztopino gumija, s premerom 4 metre so polnili z vodikom več dni. Porabili so 250 litrov žveplove kisline in 500 kilogramov železovih opilkov. Balon je ostal v zraku tri četrt ure in preletel 24 kilometrov. Vodik je pač uhajal skozi ovojnico in balon je čez nekaj časa pristal. Pri tem je tako prestrašil prebivalce bližnjega mesteca, da so ga strgali na kosce.

Brata Montgolfiera nista hotela zaostati. Samo tri tedne pozneje se je pred kraljevim dvorom in Ludvikom XVI. dvignil njun balon, ki sta ga napolnila z vročim dimom v borih desetih minutah. Lepo poslikana ovojnica je nosila klet-

ko z ovco, petelinom in raco. Po preletu kakih treh kilometrov je balon rahlo pristal z nepoškodovanimi živalmi. Te so odigrale vlogo psičke Lajke v sovjetskem sputniku.

Prvič se je dvignil človek v zrak z balonom na vrviči oktobra 1783. Ravnatelj znanstvenega muzeja je z Montgolfierovim balonom dosegel višino 30 metrov in ostal na njej več kot štiri minute. Že novembra pa je poletel skupaj s še enim potnikom v 25 minutah okoli 6 kilometrov daleč čez Pariz (slika 1). Ta polet štejejo za prvi polet balona s človeško posadko kakor štejejo Gagarinov polet za prvi polet umetnega satelita s človeško posadko.

Tudi Charles je pripravil polet s človeško posadko. Decembra je skupaj s še enim potnikom iz Pariza v dveh urah preletel razdaljo okoli 40 kilometrov (sli-



Slika 1. Prvi polet balona na vroč zrak bratov Montgolfierov s človeško posadko nad Parizom 21. novembra 1783. Z balonom sta letela ravnatelj znanstvenega muzeja Pilatre de Rozier in markiz d'Arlandes. Risba iz tedanjega časa kaže več kot 20 metrov visoki balon nad pariškimi strehami. (levo)

Slika 2. Prvi polet z vodikom polnjenega balona s človeško posadko nad Parizom 1. decembra 1783. Z balonom sta letela Jacques Charles in njegov asistent N.N. Robert. Risba iz tedanjega časa kaže vzlet balona v Tuilerijah. (desno)

Sliki sta vzeti iz članka: A.F. Scott, *The invention of the balloon and the birth of chemistry*, Scientific American 250 (1984) 102 (1).

ka 2). Nato je potnika izkrcal in v nadaljevanju poleta dosegel višino nad 3000 metrov. Januarja 1784 je Joseph Montgolfier s prvim "potniškim" balonom popeljal sedem potnikov na dobre četrte ure trajajoč izlet v višino 1000 metrov. Balon je meril v višino več kot 60 metrov. Naslednje leto so z baloni že preleteli Rokavski preliv. Tako je človek prvič osvojil ozračje.

Francozom so z oklevanjem sledili Angleži. Šele uporaba v vojaške namene je razširila zanimanje za balone po vsem svetu. Benjamin Franklin je tedaj zapisal: "Kot vidite, se zdi iznajdba balona zelo pomembna. Morda bo prepričala vladarje o nesmiselnosti vojn. Tudi najmočnejši izmed njih namreč ne bo mogel obraniti svojih ozemelj. Pet tisoč balonov, od katerih lahko vsak ponese dva moža, ne more stati več kot pet bojnih ladij. Kje je vladar, ki bi mogel po svoji deželi tako na gosto razmestiti vojaštvo, da deset tisoč mož izpod oblakov ne bi napravilo neomejene škode, preden bi mogel zbrati moč, ki bi jih zavrnila?" Podobno upanje so gojili ljudje vselej, ko so iznašli novo orožje. Žal se doslej še ni uresničilo.

Opisana balonska mrzlica je sledila pomembnim odkritjem, ki so postavila temelje sodobne kemije. Dandanes bi rekli, da so bili baloni plod uporabnih raziskav na osnovi temeljnih raziskav. O slednjih kaže na kratko poročati. V tem času se je kemija rešila alkimijske zablude, da sestavljajo snov štirje "elementi" — ogenj, zrak, voda, zemlja. Zablude je izvirala še od starogrških mislecev. Za vsako snov naj bi bili značilni deleži štirih elementov v njej. Ker naj bi se ti elementi lahko neomejeno spreminjali drug v drugega, bi bilo vsako snov mogoče spremeniti v vsako drugo, na primer svinec v zlato.

Tedaj so gorenje pojasnjevali s *flogistonom*. Na začetku 18. stoletja je nemški kemik in zdravnik Georg Stahl trdil, da gorljive snovi vsebujejo nevidni flogiston (grško gorljivi), ki ga ob gorenju oddajajo. Dandanes se zdi nauk o flogistonu nenavaden, vendar pa pri tem spregledamo, da je glede na meglene predstave o štirih elementih pomenil precejšen korak naprej k podrobnemu opisu kemijskih pojavov.

Prepričanje o štirih elementih se je prvič zamajalo že prej. Do začetka 17. stoletja so poznali od plinov samo zrak. Če je nastal kak plin, na primer pri alkoholnem vrenju, so ga imeli kratkomalo za zrak. Tedaj pa je Jan van Helmont pridobil pline, ki jih sicer ni podrobneje raziskal, a se je vsekakor prepričal, da so se razlikovali od zraka. Šele on je vpeljal pojem *plina*.

Sredi 18. stoletja je Anglež Joseph Black, znan po tem, da je prvi strogo ločil toploto od temperature, odkril "vezani zrak", po naše ogljikov dioksid. Dobil ga je, ko je učinkoval s kislinami na magnezijev karbonat. Z vodno raztopino apna se je prepričal, da nastane ta plin tudi pri gorenju in alkoholnem vrenju. Ugotovil je, da ugasi plamen in da v njem miš pogine.

Anglež Henri Cavendish, znan po tem, da je prvi izmeril gravitacijsko konstanto, je namesto magnezijevega karbonata uporabil železo. Nastali plin je lovil v živalske mehurje in ugotovil, da je mnogo lažji od zraka, medtem ko je "vezani zrak" težji. Ker je zmešan z zrakom eksplodiral, ga je imenoval "vnetljivi zrak".

Anglež Joseph Priestley je z lečo zbral sončno svetlobo na rdečem precipitatu, ki je nastal ob "gorenju" (danes bi rekli oksidaciji) živega srebra in ki so ga alkimisti dobro poznali. Nastali plin je spodbujal gorenje in miš je živela v njem dvakrat dlje kot v enaki količini zraka. Kot zagovornik nauka o flogistonu si je predstavljal, da je živo srebro ob gorenju oddalo flogiston zraku in ga je precipitat ob spremembi v živo srebro dobil nazaj od zraka. Nastali plin je zato imenoval "deflogistonirani zrak". Priestley je tudi raztopil "vezani zrak" v vodi in tako dobil sodavico, ki se je hitro razširila po vsem svetu.

Zdaj moramo omeniti še Francoza Antoina Laurenta Lavoisiera, čeprav njegova odkritja nimajo neposredne zveze s prvimi baloni. Leta 1772 je podvomil o nauku o flogistonu. Ugotovil je namreč, da se fosfor in žveplo pri gorenju spremenita v snovi z večjo maso. Sklepal je, da je tako tudi pri gorenju kovin. Gorenje je pojasnil kot spajanje s kisikom, kakor je imenoval "deflogistonirani zrak". Velika Lavoisierova zasluga je bila v tem, da je v kemijo uvedel natančno tehtanje. Tako je prišel do zakona o ohranitvi mase, ki pravi, da mase ne moremo ne ustvariti ne uničiti.

Cavendish je pošiljal električno iskro skozi mešanico "deflogistoniranega" in "gorljivega zraka". Pri tem je nastalo malo "rose". Misli je, da je flogiston pri tem prešel iz "vnetljivega zraka" v "deflogistoniranega". Toda Lavoisier je pokazal, da je "rosa" voda. Naredil je vrsto prepričljivih poskusov. Z rdeče razžarjenim železom je dobil iz vode vodik. Odločilni poskus se mu je posrečil leta 1783, ko je v bakreni posodi segreval kose železa in določeno maso vode (razžarjeni baker ne reagira z vodno paro kot železo). S tehtanjem se je prepričal, da vodo zares sestavljata vodik in kisik. Poskus je pokopal nauk o flogistonu.

Čeprav je Cavendish prvi pridobil vodik, je Black prvi z njim napolnil mehurje in jih pustil, da so se dvignili pod strop. Brata Montgolfiera sta slišala za Blackov poskus in sta ga želela ponoviti v velikem merilu. Kot papirničarja sta pač za začetek uporabila papirnato vrečo. Pri tem sta izhajala iz zmotnega prepričanja, da pri gorenju slame nastane vodik ali kak podoben plin. Šele pozneje se je pokazalo, da se je njun balon dvignil samo zaradi višje temperature zraka v balonu. Oglikov dioksid, ki je nastal pri gorenju, je s svojo večjo gostoto (masa kilomola 44 kilogramov) samo motil. Kot se pogosto primeri, je napačno izhodišče privedlo do uspeha.

Da se zrak razteza, ko ga segrejemo, je vedel že Galileo Galilei. To lastnost je uporabil pri svojem termoskopu, začetni razvojni stopnji termometra (*O merjenju temperature in termometrih: iz zgodovine fizike*, Presek XI, str. 34). Vendar to spoznanje ni privedlo do balonov na vroč zrak. Zanimivo je, da so zakon o tem, kako se raztezajo plini, odkrili večkrat. Guillaume Amontons je objavil svoje ugotovitve leta 1664, vendar so ostale celo stoletje brez odziva. Jacques Charles, ki je prvi poletel z vodikovim balonom, je leta 1787 neodvisno od Amontonsa spoznal, da se pri segrevanju raztezajo vsi plini enako. Do tega spoznanja sta prišla John Dalton leta 1801 in Joseph Louis Gay–Lussac leta 1802. Po slednjem imenujemo zakon, da je pri konstantnem tlaku sprememba prostornine plina sorazmerna s spremembo temperature. Gay–Lussac se je leta 1804 dvakrat dvignil z balonom, prvič v družbi s fizikom Jeanom Baptistom Biotom, drugič sam, in to na 7000 metrov. Poleti z baloni so fiziki tudi pripomogli do pomembnega odkritja vesoljskih delcev. Toda to je že druga zgodba.

Janez Strnad

1000 ŠILINGOV

Se vam zdi Presek drag? Današnji je še dražji, saj je v njem 1000 šilingov. Drag pa nam je tudi zato, ker je na bankovcu portret velikega fizika E. Schrödingerja (1887 – 1961). Pišite nam o njegovem življenju in na katerem področju teoretične fizike je prišel do najvidnejših dosežkov!

Dušica Boben

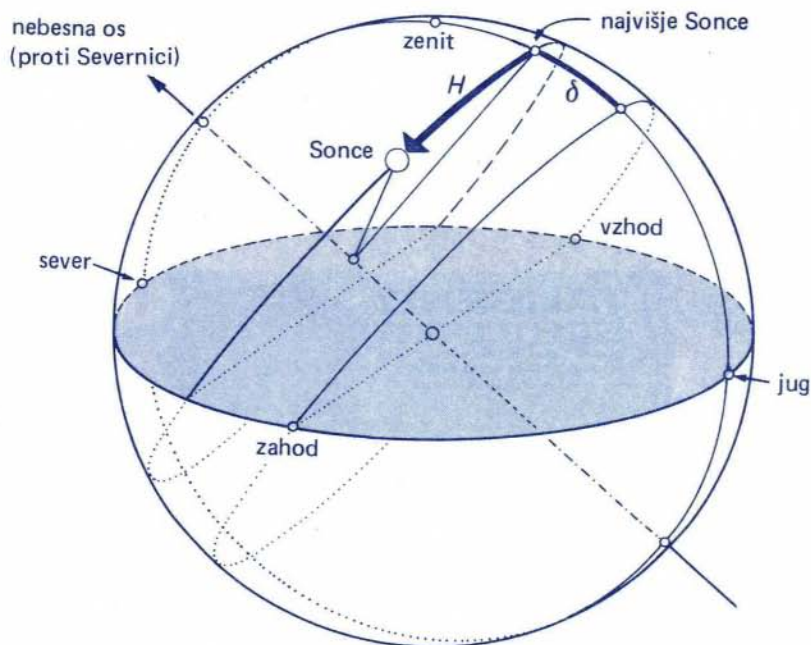


ASTRONOMIJA

SONČNE URE

Kaže, da je senca res zanimiva, saj bo tole na željo naše bralke Jasne Gregorič že tretji prispevek v Preseku, ki se z njo ukvarja. Sončna ura je instrument, ki izkorišča spreminjanje sence za določanje časa. Še pred dvesto leti je bila sončna ura edina ura, po kateri so se ljudje vsak dan ravnali. Današnje dobre ure so nadomestile sončne ure šele takrat, ko so postale dovolj poceni in z razvojem radiofonije, ko je nastala možnost enotnega naravnavanja ur. Sončne ure zato danes niso več pomembni instrumenti, še vedno pa lahko občudujemo njihovo umetniško izdelavo in so lep okras v parkih ali na javnih stavbah.

Na sliki 1 si oglejmo navidezno potovanje Sonca po nebu od jutra do večera. Zdi se, da se nebo in z njim Sonce enakomerno vrti okrog nebesne osi od vzhoda proti zahodu. Kot zasuka ali časovni kot, ki je na sliki označen s H , je prav dobro merilo za čas, saj naredi Sonce ravno en obrat v dnevu in je vsak

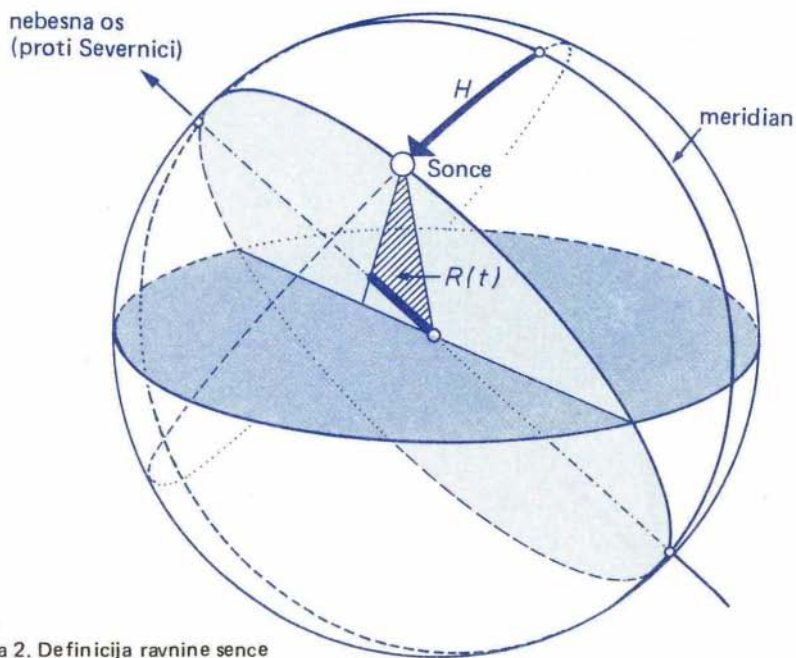


Slika 1. Nebesna krogla in dnevno gibanje Sonca.

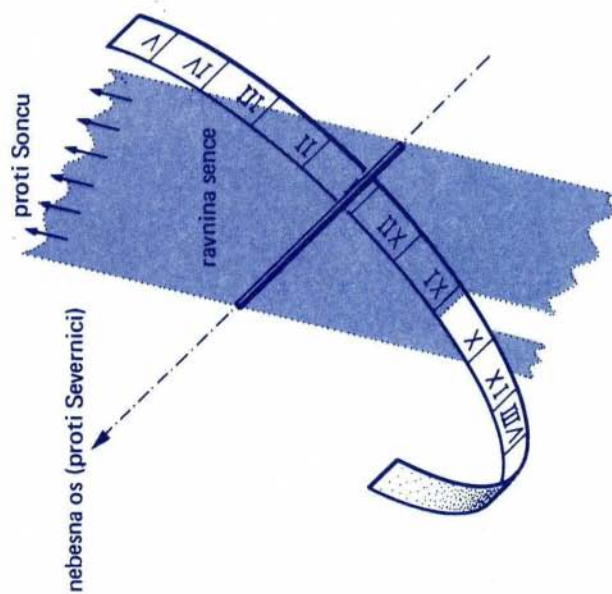
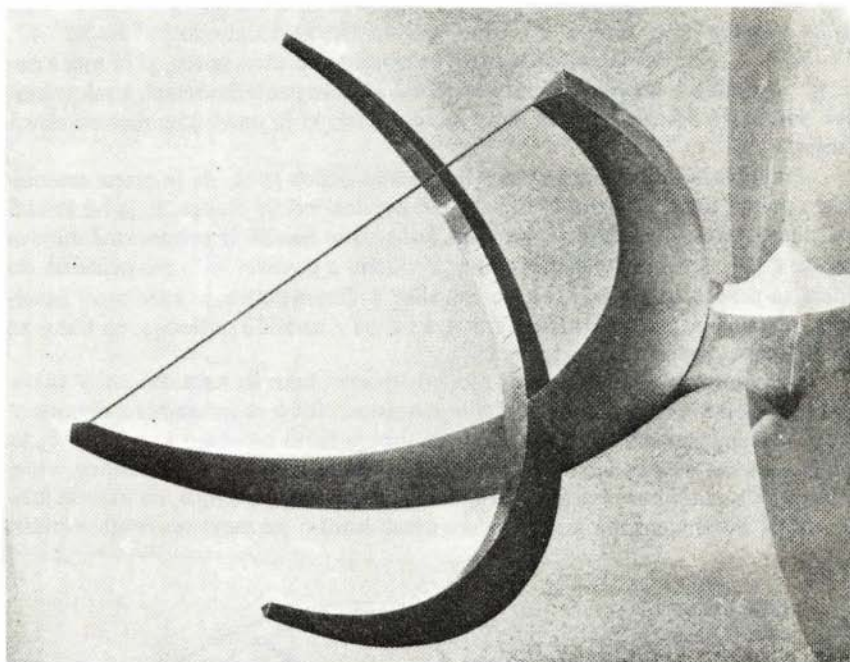
dan opoldne Sonce najvišje na nebu. Kot H je opoldne 0° , do 13 h se poveča za $1/24$ polnega kota, torej je 15° , ob 14 h naraste za nadaljnjih 15° na 30° itd. Kot H in z njim čas je najlažje meriti, če opazujemo smer sence, ki jo meče palica, vzporedna z nebesno osjo, to je palica, ki kaže proti Severnici. Vsak trenutek definirata Sonce in palica neko ravnino $R(t)$, ki jo imenujmo ravnina sence (slika 2).

Prednost ravnine sence s tako usmerjeno palico je ta, da je njena orientacija odvisna samo od kota H in prav nič od deklinacije Sonca, to je od kota δ na sliki 1, ki se med letom spreminja, kot smo se naučili iz prispevka Zanimiva senca v prvi letošnji številki Preseka. V skladu s povedanim hitro pridemo do ideje za preprosto sončno uro kot na sliki 3. Senco palice, ki kaže proti Severnici, opazujemo na polkrožnem traku, s palico v središču polkroga, na traku pa so značke za polne ure na vsakih 15° .

Našo sončno uro lahko tudi moderniziramo, tako da kaže datum. V ta namen se spomnimo že omenjene Zanimive sence. Kot δ se spreminja z datumom in to moramo izkoristiti. Naša palica in sončni žarki oklepajo kot $90^\circ + \delta$, to pa je tudi kot med palico in daljico, ki povezuje vrh palice z vrhom sence – glej sliko 4. Na sončni uri moramo torej dodatno označiti polkroge, na katerih ležijo točke s konstantnim kotom δ , vsakemu kotu δ pa moramo znati pripisati



Slika 2. Definicija ravnine sence



Slika 3a. Ideja za preprosto sončno uro. (zgoraj)

Slika 3b. Sončna ura Heryja Moora na Timesovem trgu v Londonu. (desno)

datum. Velikost kota δ za različne datume lahko izračunamo po naslednji formuli:

$$\sin \delta = \sin \epsilon \cdot \sin \lambda$$

Tukaj je ϵ ($= 23,5^\circ$) kot med ravnino ekvatorja in ravnino ekliptike, λ pa je kot, ki ga oklepa trenutna smer Zemlja – Sonce s smerjo Zemlja – Sonce na prvi pomladni dan. Ta kot je odvisen od datuma in se približno izraža takole:

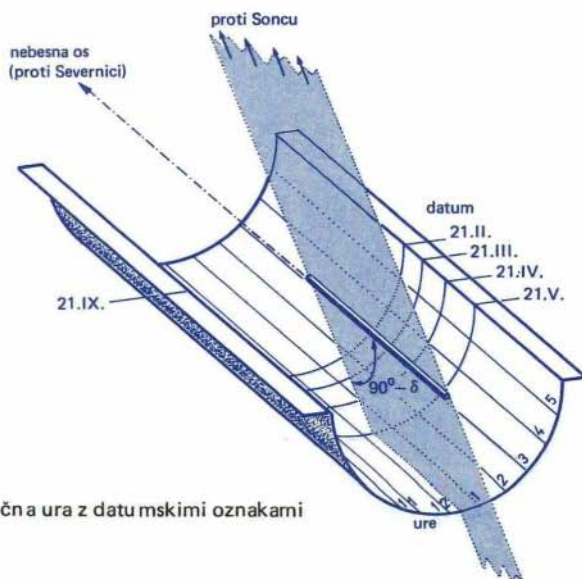
$$\lambda = 360^\circ \cdot (t - t_0) / T_0$$

Pri tem je t zaporedna številka dneva v letu, t_0 zaporedna številka prvega pomladnega dne ($t_0 = 80$), T_0 pa število dni v letu – $T_0 = 365$.

Sončna ura, ki smo jo pravkar opisali, ni najbolj pogosto v rabi, ker je izdelava in nastavitev polvalja ali polkrogle, na katerega meče palica senca, kar zahtevna. Zelo priljubljene in pogosto lepo izdelane so sončne ure na južnih stenah stavb. Palica, ki meče senco, je zopet usmerjena proti Severnici, zato da je ravnina sence odvisna samo od časovnega kota (H) in ne od datuma. Senca leži na presečišču ravnine sence z ravnino stene. Izraz za tangens kota med senco in navpičnico pa lahko zapišemo takole:

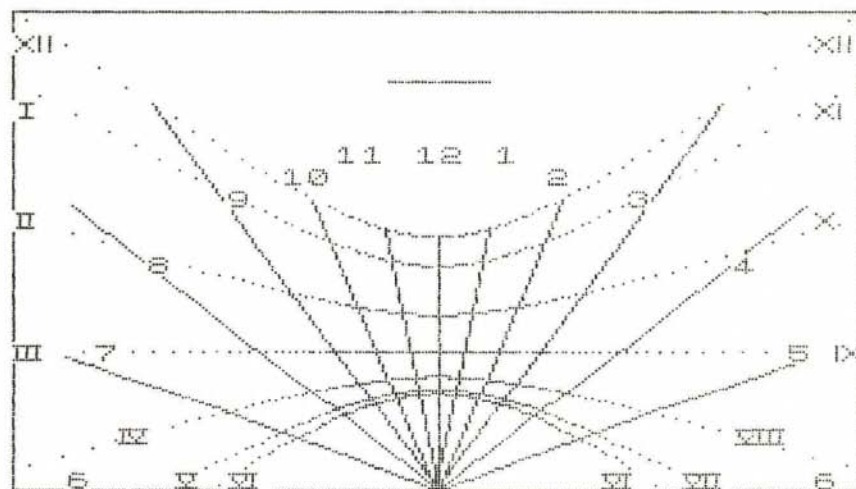
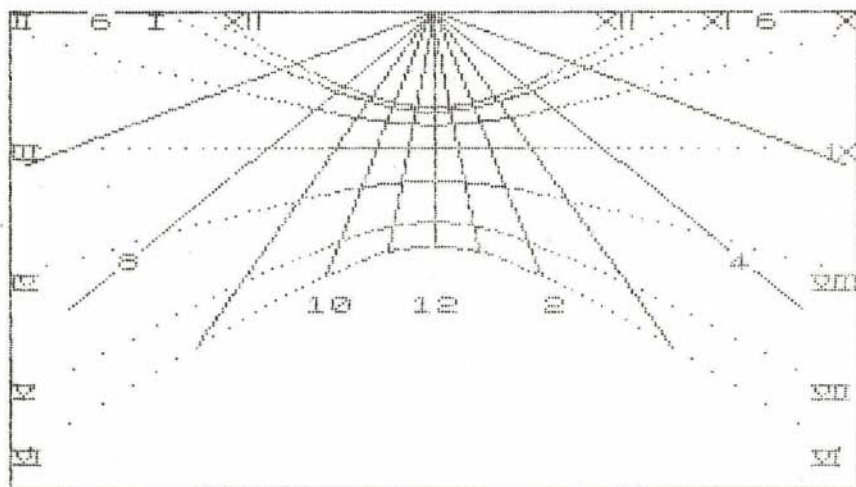
$$\operatorname{tg}(C) = \cos(\varphi) \cdot \operatorname{tg}(H)$$

Tu je (φ) geografska širina kraja, kjer stoji sončna ura oziroma kot med smerjo



Slika 4a. Sončna ura z datumskimi oznakami

Slika 5a. Sončna ura na južni steni za Ljubljano ($\varphi = 46^\circ$). Z arabskimi številkami so označene ure, z rimskimi pa črte po katerih se giblje senca približno 21. v označenem mesecu. (Enaindvajseti je bil izbran zato, ker je na ta datum enakonočje.) Dolžina police je označena z vodoravno daljico na sliki 6. Palica je zapičena v sečišče urnih premic in oklepa s premico za dvanajsto uro kot 44° .



Slika 6. Navpična sončna ura za Ljubljano. Oznake so podobne kot na sliki 5.

proti nebesnemu polu in vodoravno ravnino. Za Ljubljano je φ približno 46° . Dolžina sence pa je pri tej sončni uri odvisna tako od deklinacije Sonca — to je od datuma — kot od časovnega kota. Tudi izraz za dolžino sence (l_s) navedimo brez dokaza:

$$l_s = l_{palice} \cdot \sqrt{[1 + \cos^2(H) \cdot \operatorname{tg}^2(\varphi)]} / [\operatorname{tg}(\varphi) \cdot \cos(H) - \operatorname{tg}(\delta)]$$

(Tisti med vami, ki so se kdaj ukvarjali s stožnicami, bodo ugotovili, da opiše konec sence vsak dan ravno stožnico — če je produkt $\operatorname{tg}(\varphi) \cdot \operatorname{ctg}(\delta)$ za ta dan po absolutni vrednosti manjši od 1, je to elipsa, drugače pa hiperbola. Na prvi pomladni dan, ko je $\delta = 0$, se krivulje izrodijo v premico.) Na sliki 5 je narisana sončna ura na južni steni, ki smo jo izračunali po gornjih formulah.

V kakšnem parku pa bi bilo lepo postaviti pokončno sončno uro. Palica, ki naj bo tudi tu usmerjena proti nebesnemu tečaju (proti Severnici), meče senco na vodoravno ravnino. Opoldne bo kazala senca proti severu, zjutraj proti zahodu in zvečer proti vzhodu. Kot med senco in smerjo proti severu (S) v tem primeru izrazimo takole:

$$\operatorname{tg}(S) = \cos(\varphi) \cdot \operatorname{tg}(H)$$

Dolžina sence, ki je odvisna od datuma in ure, pa se izraža takole:

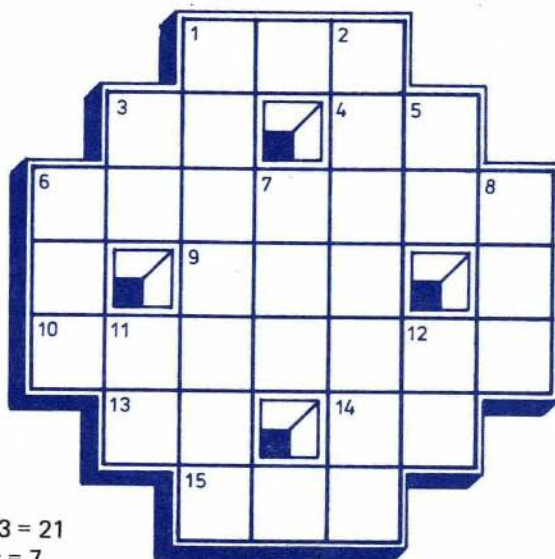
$$l_s = l_{palice} \cdot \sqrt{1 + \cos^2(H) \cdot \operatorname{tg}^2(\varphi)} / [\operatorname{ctg}(\varphi) \cdot \cos(H) + \operatorname{tg} \delta]$$

Pokončna sončna ura za Ljubljano je na sliki 6.

Za konec pa še opozorilo. Sončne ure, kot smo jih opisali, kažejo teko-imenovani *pravi sončni čas*, ki pa se ne ujema povsem z našo uro. Glavni vzrok za neskladje tiči v tem, da je zemeljska os nagnjena glede na ravnino gibanja Zemlje okrog Sonca. To se odraža na navideznem gibanju Sonca med zvezdami. Če bi mogli videti zvezde podnevi, bi opazili, da opiše Sonce med njimi v enem letu krog, ki oklepa kot $23,5^\circ$ z ekvatorjem. Ker je hitrost navideznega gibanja po tem krogu približno konstantna, se komponenta hitrosti Sonca vzdolž ekvatorja spreminja. Spomladi in jeseni, ko navidezna pot Sonca seka ekvator pod kotom $23,5^\circ$, je hitrost Sonca vzdolž ekvatorja nekaj manjša kot poleti in pozimi, ko je gibanje Sonca vzporedno z ekvatorjem. Zato so sončni dnevi poleti in pozimi za nekaj sekund daljši kot spomladi in jeseni. Ker tečejo današnje ure enakomerno, so Francozi pred dvesto leti hkrati z reformo mer uvedli reformo časa. *Povprečni sončni čas*, ki je sedaj v rabi, teče enakomerno in sicer tako, da je število povprečnih sončnih ur v enem letu natanko enako številu pravih sončnih ur v letu. Razlika med pravim in povprečnim sončnim časom lahko znese do 20 minut. To razliko imenujemo *časovna enačba* in jo najdemo tabelirano npr. v Presekovih efemeridah Naše nebo.

RAZVEDRILO

Številka križanka – Številski izrazi in enačbe



Vodoravno

1. $19^2 - 2^5$
3. Rešitev enačbe: $2x - 3 = 21$
4. Rešitev enačbe: $91 : x = 7$
6. $(2219 + 1237) \cdot (5923 - 3457)$
9. $2 \cdot ((3.4 + 5) \cdot 6 - 19.2)$
10. $(5797 - 3421) \cdot (10995 - 7513) - 36 \cdot 111973$
13. Rešitev enačbe: $2(x + 5) = 80$
14. $3 \cdot (17 - 7.2) + 2 \cdot (19 - 3.3) + 61$
15. Rešitev enačbe: $3x + 33 = 109 \cdot 18$

Navpično

1. $1234 \cdot 5678 - 4321 \cdot 876$
2. $(8457 - 5748) \cdot 3377$
3. Rešitev enačbe: $3x + 7 = 52$
5. Rešitev enačbe: $10 = 6 + 156 : x$
6. $(7 \cdot 8 - 4.5) \cdot (9 \cdot 8 - 16 \cdot 3)$
7. $7^3 - 11^2$
8. $(153 : 3 - 75 : 5) \cdot (168 : 6 - 63 : 7)$
11. $31 - 8 \cdot (7 - 6 \cdot (5 - 4))$
12. Enaki cifri

Franci Oblak

PREMISLI IN REŠI

MATIRAJ V DVEH POTEZAH – REŠITEV IZ P–XIII/2

Tokrat smo dobili rekordno število odgovorov, kar 111 jih je prišlo na naš naslov, a žal le 78 pravih, 33 je bilo napačnih. Pri tem smo šteli za pravilne tudi odgovore, ki so navajali napačno notacijo, a je bilo iz zapisa jasno, da je bralec našel pravo rešitev. Razen težav z notacijo smo opazili, da nekateri bralci ne poznajo dobro pomena zahteve "mat v dveh potezah". Zato bomo pisali o notaciji in šahovskih problemih v eni prihodnjih številkih.

Pravilne rešitve so nam poslali: Avsec Matija, Azinovič Igor, Ban Vladimir, Bence Gorazd, Bobnar Vid, Bokal Drago, Borštnar Blanka, Borštnar Melita, Brenčič Miha, Cafuta Danilo, Cebek Miran, Čebular Anja, Čede Jani, Černigoj Aleš, Dekleva Vanja, Drev Iztok, Drole Edvard, Erman Aljoša, Giacomelli Matej, Gole Boris, Gorše Damjan, Goričan Armando, Guštin Andrej, Hojnik Tomaž, Hribnik Sašo, Janžekovič Janez, Jazbinšek Mojca, Ječmen Ivan, Jelen Igor, Jerič Miran, Karahodžič Matej, Kompara Simon, Kos Miran, Košir Roman, Kovač Jože, Kovačević Milan, Kovič Jernej, Krajnc Marjan, Krajnik Damjan, Krištof Mirko, Kukanja Peter, Leban Tomaž, Ličar Dušan, Loriger Uroš, Magdič Mitja, Majcen Danijel, Medle Marko, Meolic Robert, Mencinger Branko, Mencinger Marina, Mlakar Rok, Nikl Roman, Pal Domen, Pavlič Boštjan, Perme Matjaž, Pirc Dušan, Pleško Roman, Podlipnik Gregor, Podlunšek Matej, Pogačnik Olga, Poš Edvard, Potočnik Božidar, Pungertnik Danilo, Ranzinger Igor, Sadar Jože, Skumavc Zlatko, Smiljanič Vlado, Šink Mimi, Škafar Damjan, Škrjanc Andreja, Uranič Zlatko, Vesel Lojze, Vesel Miran, Vežnaver Renata, Volf Rudi, Vovk Irena, Zabukovec Rafael, Zidanšek Aleksander.

S pomočjo računalnika smo izžrebali Matija Abseca iz Črnomlja, Miha Brenčiča iz Tomišlja in Jožeta Kovača iz Idrije. Poslali smo jim knjigo *Alice v deželi ugank* Raymonda Smullyana.

Rešitev zastavljene naloge je seveda 1. Sa5 – b3, nakar črni nima drugega kot 1.... Ka4 x b3 in beli mat 2. Se6 – c5.

Tokrat morate poiskati praštevilo:

KATERO PRAŠTEVILO ?

O praštevilu p vemo tole: tudi $2p^2 + 1$ je praštevilo. Ali lahko določiš praštevilo p ?

Praštevilo nam pošljite do 30. junija 1986.

Peter Petek



BISTROVIDEC

TAKSI ŠT. 1729

Srinavasa Ramanujan (1887 – 1920) je bil doma iz Tamilnaduja, skrajnega juga Indije. V bistvu samouk je, ko mu je bilo triindvajset let, poslal svoje najboljše dosežke G.H. Hardyju v Anglijo. Ta je bil nad njimi navdušen in na njegovo povabilo je Ramanujan prišel leta 1913 v Anglijo, kjer je postal Hardyev sodelavec. Umrl je za jetiko, star komaj triintrideset let.

Hardy meni, da bi Ramanujan ustvaril več in še pomembnejših del, če bi zrasel v Evropi – bila pa bi prav gotovo manj izvirna.

V svojih spominih na Ramanujana je zapisal Hardy tudi naslednji dogodek:

”Spominjam se, da sem ga nekoč šel obiskat v Putney, kjer je ležal bolan. Peljal sem se s taksijem št. 1729. Število se mi je zdelo brez pomena in upal sem, da to ni slabo znamenje. ”Ne”, je odgovoril, ”je zelo zanimivo število; je najmanjše število, ki ga lahko zapišemo kot vsoto dveh kubov na dva različna načina”. Seveda sem ga takoj vprašal, če pozna odgovor na ustrezeni problem za četrte potence. Po krajšem premisleku je odvrnil, da ne vidi nobene očitne rešitve in da mora biti prvo tako število zelo veliko.”

Izkazalo se je, da je imel prav: Najmanjše število, ki ga je mogoče zapisati kot vsoto dveh četrtih potenc na dva različna načina je devetmestno (v desetiškem sestavu).

Katero število je to?

Do odgovora lahko poskusite priti tudi z računalnikom. Toda pozor, preden začnete pisati program ocenite, koliko časa zahteva vaš postopek.

Saj res! Vsoti katerih po dveh kubov dasta število 1729? Ali v primeru kubov obstajajo tudi druge (osnovne – števila, katerih kube seštevamo, nimajo skupnega faktorja) rešitve?

Ali je mogoče kako število na vsaj tri različne načine zapisati kot vsoto dveh kvadratov?

Vladimir Batagelj

HISOFT PASCAL

V prejšnji številki Preseka smo objavili kratka navodila za uporabo pascala na računalniku COMMODORE 64, za to številko pa smo vam pripravili navodila za uporabo prevajalnika na računalnikih ZX SPECTRUM, SHARP in AMSTRAD.

Prevajalnik za pascal, ki so ga napisali v softverski hiši Hisoft in nosi oznako HP4TM, je trenutno najboljši tovrstni izdelek za računalnike tipa ZX Spectrum (48 K). Razen na Sinclairjevih računalnikih deluje isti prevajalnik vsaj še na dveh tipih, ki sta precej razširjena tudi pri nas. To so računalniki Sharp serije MZ in računalniki znamke Amstrad (Schneider). Izvedbe na posameznih računalnikih se razlikujejo le v nekaterih nebistvenih malenkostih, zato bo na tem mestu opisana verzija za ZX Spectrum ravno tako dobro služila lastnikom Sharpov in Amstradov.

1. Uporaba sistema

K prevajalniku seveda sodi še celoten operacijski sistem. Z njegovo pomočjo pišemo in spreminjamo programe, pišemo na kaseto in beremo z nje, program prevedemo, izvedemo itd. Prevajalnik z dodatki zasede okrog 22 K pomnilniškega prostora, ostalo pa imamo na razpolago za izvorni in prevedeni program.

Prevajalnik dobimo na kaseti preveden v strojni jezik (CODE). Zato je na začetku dodan poseben baziški program za nalaganje, ki ga naložimo v pomnilnik z ukazom

```
LOAD " "
```

Ta program v bistvu sestavlja vrstica

```
LOAD " " CODE : RANDOMIZE USR 24598
```

Ko je prevajalnik naložen, nam najprej zastavi tri vprašanja:

Top of RAM?

Top of RAM for 'T'?

Table size?

Najbolje je, da vsakič pritisnemo ENTER. V tem primeru sistem sam določi vrednosti, po katerih nas je spraševal. Te vrednosti zadostujejo normalnim potrebam.

Po naših odgovorih sistem zapiše znak '>', kar pomeni, da čaka na naše ukaze. Le-te vpisujemo znak po znak. Pri vnašanju si lahko pomagamo z naslednjimi posebnimi tipkami:

ENTER	zaključí vrsto
^C	(= tipka CAPS SHIFT in 1) nas vrne v urejevalnik
^H	(= tipka DELETE) zbríše zadnji znak
^I	(= tipka CAPS SHIFT in 8) pomik na naslednji tabulator
^P	(= tipka CAPS SHIFT in 3) omogočí izpis na tiskalniku
^X	(= tipka CAPS SHIFT in 5) zbríše vneseni tekst v tekočí vrsti
^S	(= tipka CAPS SHIFT in presledek) ustavlja izpis

Za vsako od posebnih tipk je najprej navedena oznaka, ki jo bomo uporabljali v nadaljevanju, v oklepaju pa smo zapisali, katero kombinacijo znakov moramo pritisniti na tipkovnici ZX Spectruma. V začetku se nahajamo v načinu pisanja z velikimi črkami. Če želimo preiti na malo abecedo, pritisnemo

CAPS SHIFT in 2

Male črke navadno uporabljamo le v nizih, ker prevajalnik razlikuje male in velike črke v imenih. Tako na primer imeni A in a predstavljata različni imeni, beseda *while* pa ni isto kot rezervirana beseda **WHILE**. Kako program vnašamo in popravljamo, si bomo ogledali v naslednjem razdelku. Zaenkrat si mislimo, da imamo program že vnesen. Omeniti moramo, da so vrstice programa oštevilčene, tako kot pri basicu. Takoj na začetku povejmo, da vse besede pišemo znak po znak (npr. FOR). Isto velja tudi za kombinacije znakov, ki so v basicu dosegljive z eno tipko (>=, <=, <>).

Uporabljamo lahko naslednje ukaze:

Ukaz L (list): služi za izpis programa na zaslon. Če je program daljši od enega zaslona, se po izpisnem polnem ekranu izpisovanje ustavi. Če sedaj pritisnemo ^C, se vrnemo v sistem, ob pritisku na katerokoli drugo tipko pa se izpis nadaljuje. Ukaz L je oblike:

L n, m

kjer sta n in m celi števili. Pomeni, da se izpišejo vse vrstice s številkami med n

in m. Če prvi parameter n izpustimo, pomeni isto kot n = 1, izpuščeni drugi parameter m pa pomeni izpis do konca programa. Če napišemo le 'L', se izpiše cel program.

Ukaz P (put): z njim shranimo program na kaseto. Tam bo zapisan v posebnem HP4T formatu in ga bomo lahko prebrali le z ukazom G (glej dalje). Določimo lahko še začetno (n) in končno (m) številko vrstice, ki naj se shrani. Ukaz je oblike:

P n, m, ime

kjer je zadnji parameter zaporedje znakov, ki določijo ime programa na traku. Navednice v imenu niso potrebne. Primer:

P 1, 100, PROG2

Ukaz G (get): z njim beremo programe, zapisane v obliki HP4T. Ukaz je oblike:

G „ ime ali le G

Pri prvi obliki sta vejici obvezni. Ime napišemo brez navednic. V drugem primeru se prebere prvi najdeni program v ustreznem formatu.

Tako med shranjevanjem (ukaz P) kot pri branju se med tem, ko računalnik piše oziroma bere, pojavi napis 'Busy..'. Ukaza P in G sta v pascalovem sistemu enakovredna ukazoma SAVE in LOAD basicovega operacijskega sistema. Če že imamo napisan del programa, se bo program, prebran z ukazom G, dodal na koncu in prejšnjega programa ne bomo izgubili.

Med tem, ko ukaz G išče začetek programa, lahko nalaganje prekinemo, če odtipkamo ^C (opomba: spomnimo se, da je to oznaka za CAPS SHIFT in 1).

Pri ukazih P in G lahko uporabljamo tudi imena oblike m:ime, kjer je m številka (mikro)tračnika. Tako na primer ukaz

P „ 2: TEST

shrani na tračnik številka 2 program pod imenom TEST.

Ukaz C (compile): S tem ukazom prevedemo program. Parametri niso potrebni. Prevajalnik ob prevajanju izpisuje program na zaslon. Izpis lahko zaustavimo, če pritisnemo ^S. Zatem se lahko s ^C vrnemo v urejevalnik, če pa pritisnemo katerokoli drugo tipko, se prevajanje in izpisovanje nadaljujeta.

Če prevajalnik pri prevajanju odkrije napako v programu, se zaustavi in pod vrstico izpiše znak '↑' na mestu, kjer je odkril napako. Zatem izpiše še številko napake. (Na koncu poglavja je seznam napak z opisom.) Če sedaj pritisnemo tipko 'E', se prevajanje konča, sistem pa skoči v urejevalnik in že lahko popravljamo vrstico z napako. S pritiskom na 'P' preidemo v popravljanje vrstice, ki se nahaja neposredno pred vrstico, kjer je bila odkrita napaka, vse ostale tipke pa pomenijo nadaljevanje prevajanja.

Če je bilo prevajanje uspešno, se pojavi vprašanje

RUN ?

Če odgovorimo z 'Y', se prevedeni program takoj izvede. Ostali odgovori, tudi 'y', pa nas vrnejo v sistem.

Ukaz R (run): prevedeni program izvedemo.

Ukaz T (translate): Program se najprej prevede. Če je bilo prevajanje uspešno, se pojavi vprašanje 'OK?'. Odgovor 'Y' pomeni, naj se delo nadaljuje. Prevedeni program se najprej zapiše na tisto mesto v pomnilniku, kjer je bil doslej HP4T prevajalnik, zatem pa se skupaj s potrebnimi pascalovimi rutinami zapiše na trak. Pri tem vzame za ime na traku kar ime, ki smo ga nazadnje uporabili v ukazu 'F' (glej razdelek o urejevalniku). Ta program lahko kasneje naložimo in poženemo z

LOAD " " CODE : RANDOMIZE USR 24608

Ukaz 'T' uporabimo, ko je program popolnoma končan. Ker se pri tem prevajalnik v pomnilniku izgubi, ga moramo ponovno naložiti s kasete, če želimo nadaljevati z delom v pascalu.

Ukaz B (basic): nas vrne v basicov sistem. Če želimo od tod nazaj v pascal, odtipkamo

RANDOMIZE USR 24598

za vrnitev, pri kateri se naš program v pascalu izgubi, ali

RANDOMIZE USR 24603

če želimo ohraniti svoj program.

2. Vgrajeni urejevalnik

Program ima oštevilčene vrstice, tako kot programi v basicu. Vrstico lahko vnesemo na primer tako, da najprej napišemo njeno številko, zatem presledek, nazadnje pa vrstico pascalovega programa. Če smo imeli že prej vrstico z isto številko, obvelja nova. Če takoj za številko pritisnemo ENTER, se bo ustrezna vrstica izbrisala iz programa. Pri pisanju in spreminjanju obstoječega programa pa smemo uporabiti več ukazov, ki nam lahko precej olajšajo delo.

Ukaz I (insert): je oblike

I n, m

kjer sta n in m celi števili. Pomeni, da želimo vnašati vrstice začenši s številko n, vsaka naslednja pa ima za m večjo vrednost. Sistem poskrbi, da se na zaslon avtomatično zapišejo številke vrstic, ki so na vrsti za vnašanje. Vrste vpisujemo, dokler želimo, končamo pa z uporabo kontrolne funkcije ^C (= CAPS SHIFT in 1).

Ukaz D (delete): služi za brisanje vrstice. Z

D n, m

zbrišemo vse vrstice od n—te do vključno vrstice s številko m. Za brisanje ene same vrstice mora biti $m = n$.

Ukaz M (move): je oblike 'M n, m'. Pomeni, naj se vrstica n prepíše v vrstico m.

Ukaz N (renumber): ima tudi dva parametra:

N n, m

Povzroči, da se vrstice od n dalje ponovno oštevilčijo. Razlika med dvema zaporednima vrstama bo m.

Ukaz F (find): ima štiri parametre:

F n, m, f, s

Prva dva sta števili, ki določata območje vrstic, kjer bo ukaz deloval, zadnja dva

pa sta niza. Pomen: v vrsticah, določenih z n in m, iščemo niz f. Če ga najdemo, preidemo v popravljanje ustrezne vrstice in tedaj lahko niz f nadomestimo z nizom s (glej ukaza F in S za popravljanje vrstice).

Ukaz E (edit): je oblike

E n

in nas postavi v popravljanje vrstice s številko n. Vrstica se pojavi na ekranu in lahko jo spreminjamo. Pri tem imamo na voljo več podukazov. Najpomembnejši so naslednji:

- presledek:** pomik kazalčka za eno mesto naprej.
- DELETE:** zbriše znak levo od kazalčka.
- ENTER :** končaj s popravljanjem vrste.
- Q :** (quit) končaj s popravljanjem vrste, vendar ne upoštevaj popravkov.
- K :** zbriši znak pod kazalčkom.
- Z :** zbriši vse znake od kazalčka (vključno) do konca vrste.
- F :** poišči niz f iz zadnjega F ukaza.
- S :** nadomesti niz f z nizom s (glej ukaz F).
- I :** odslej vrivaj vtipkane znake na mestu kazalčka. Šele ko pritisneš ENTER, bodo črke spet dobile pomen podukazov.
- X :** pomakne kazalček na konec vrste in avtomatično vključi vrivanje znakov (glej podukaz I zgoraj).
- C :** odslej (do pritiska na ENTER) naj se vtipkani znaki vpisujejo v vrstico, ki jo popravljamo, vendar tako, da pišemo preko obstoječega besedila.

3. Razlike s standardnim pascalom

HP4T se v glavnem drži standardov. Pomembnejša odstopanja so naslednja:

- datoteke niso implementirane. Ravno tako ni podprogramov PUT in GET. Seveda pa imamo datoteki INPUT in OUTPUT, ki pomenita tipkovnico oziroma ekran,
- ni zapisov z inaicami,
- podprogramov ne moremo prenašati kot parametre,
- tip ALFA ni definiran,
- standardnih programov PACK, UNPACK, DISPOSE ni. Namesto zadnjega lahko uporabimo MARK in RELEASE.

4. Združljivost tipov

Recimo, da imamo v programu naslednjo deklaracijo:

```
VAR  A, B   :   ARRAY [ 1..10 ] OF REAL;  
      C     :   ARRAY [ 1..10 ] OF REAL;
```

Potem sta A in B istega tipa, A in C pa ne (v strogem smislu, ki ga podpira tudi HP4T). Večina prevajalnikov za pascal gornjega primera ne bi razumela tako strogo kot Hisoftov pascal.

V enakem, strogem smislu je razumljena združljivost vseh tipov, ki v svoji definiciji vsebujejo **ARRAY** ali **RECORD**.

5. Nekateri dodatni podprogrami

Sestavljalci Hisoft pascala so se potrudili in standardnim podprogramom dodali še več novih. Nekatere, na primer funkcijo za računanje tangensa kota, lahko enostavno izrazimo s standardnimi podprogrami, mnogi pa so taki, da jih začetniki gotovo ne bodo potrebovali. Teh podprogramov tu ne bomo opisovali. Omenili bomo le najpomembnejše.

Funkcija **INCH** vrne znak, ki je bil pritisnjen na tipkovnici. Če nismo pritisnili nobene tipke, vrne **CHR(0)**. Na primer:

```
REPEAT CH := INCH UNTIL CH <> CHR(0);
```

čaka, da pritisnemo katerokoli tipko. Po pritisku je ustrezní znak shranjen v spremenljivki CH.

Funkcija **FRAC(X)** vrne neceli del realnega števila X.

Za generiranje slučajnih števil imamo na voljo funkcijo **RANDOM**, ki je brez parametrov. Njen rezultat je naključno celo število med 0 in 255. Omeniti moramo, da ta generator slučajnih števil ni ravno najboljši za profesionalne programe, bo pa dovolj dober za učenje ali za pisanje igrice.

Za delo s kazalci služita prava podprograma **MARK(P)** in **RELEASE(P)**. Prvi shrani naslov vrha sklada v kazalec P. Sklad se širi pri dinamični uporabi pomnilnika s pomočjo podprograma **NEW**. Če kasneje napravimo **RELEASE(P)** z istim in medtem nespremenjenim kazalcem P, se sklad zmanjša do nivoja ob času, ko je bil napravljen **MARK(P)**.

Omenimo še nekaj podprogramov, ki bodo uporabni le pri vtikanju v raču-

nalnikov sistem. Podprogram POKE (naslov, vrednost) in funkcija PEEK (naslov, tip) sta podobna kot v basicu. Pri PEEK moramo dodati ime tipa, odvisno od tega, kakšen rezultat želimo. Če ima tip v svoji predstavitvi več kot en zlog, se vzamejo še vrednosti v zaporednih celicah od danega naslova dalje.

Podprogram INLINE ($c_1, c_2, \dots$) ima poljubno mnogo parametrov, ki pomenijo celoštevilске vrednosti ukazov v strojnem jeziku, ki naj se na tem mestu vstavijo v prevedeni program.

Podprogram OUT (vrata, znak) izpiše znak na izhodna vrata z dano številko.

Datoteke nam delno nadomeščata ukaza

TOUT (ime datoteke, začetek, velikost)

za izpis na trak in

TIN (ime datoteke, začetek)

za branje zapisa, predhodno napravljenega s TOUT. Ime datoteke je tipa **ARRAY [1..8] OF CHAR**, začetek pa je celo število, ki pomeni naslov v pomnilniku, od koder se pričnejo jemati zlogi, ki se s TOUT izpisujejo na trak. Pri tem nam prideta zelo prav funkciji ADDR(v) in SIZE(v), ki nam vrne ta začetni naslov in velikost prostora v pomnilniku, ki pripada spremenljivki v. Pri TIN pa se vrednosti s traku začnejo vpisovati v pomnilnik na naslovu začetek. Tretji parameter pri TOUT pove, koliko zaporednih zlogov naj se zapiše na trak.

6. Dodatek — želvina grafika

Skupaj s prevajalnikom lahko dobimo še paket podprogramov, ki omogoča delo v grafiki visoke ločljivosti. Sistem risanja je t.i. želvina grafika, kot jo poznamo iz jezika LOGO.

Če so podprogrami zapisani na kaseti takoj za HP prevajalnikom, napravi mo naslednje. Po nalaganju prevajalnika ustavimo kaseto, zatem pa zahtevamo, da sistem naloži podprograme:

G , , TURTLE ali samo G

Naloženi del programa navadno zasede vrstice s številkami od 10 do 1350, odvisno od verzije, ki jo imamo. Če ga želimo izvajati, ga moramo najprej dopol-

niti do popolnega programa. V vrsticah 1 — 9 vpišemo glavo programa, deklaracije konstant, tipov in spremenljivk. Tudi če naš program nima svojih spremenljivk, moramo napisati vsaj simbol **VAR**, ker so v vrstici 10 paketa **TURTLE** deklarirane nekatere globalne spremenljivke, ki sodijo v deklaracije spremenljivk. Na koncu, v vrsticah od 1360 dalje, pa dodamo še svoje podprograme in seveda glavni program. Ob zaključku tega razdelka, ko bomo sestavili dva zglede, bomo zapisali le dodatne vrstice, ki jih moramo sami vnesti.

Pri grafiki visoke ločljivosti je zaslon razdeljen na 256×176 točk. Vsaka točka ima koordinati (x, y) , kjer x pomeni oddaljenost od levega, y pa razdaljo od zgornjega roba. Gornji levi vogal ima koordinati $(0,0)$, sredina ekrana pa $(127, 87)$. Pri želvini grafiki si lahko predstavljamo, da je na takem ekranu v neki točki majhna želva, ki se lahko premika sem ter tja. Pri vsakem pomiku ta želva za seboj pusti sled — narisano črto. S pomikanjem v različnih smereh lahko taka živalca nariše vse mogoče slike.

Podprogrami dodatka **TURTLE** opisujejo želvo s štirimi parametri. To so štiri globalne spremenljivke, ki so deklarirane povsem na začetku paketa:

XCOR in **YCOR**: v teh spremenljivkah sta shranjeni koordinati mesta, kjer se nahaja želva. Tako lahko z:

```
XCOR := 0; YCOR := 0
```

postavimo želvo v zgornji levi kot.

HEADING: je realna vrednost, ki določa smer (v kotnih stopinjah), kamor je obrnjena želva. Vrednost 0 pomeni vzhod (to je smer od leve proti desni), vrednost 90 pa sever (navzgor).

PENSTATUS: določa stanje 'peresa'. Če ima ta spremenljivka vrednost 0, je pero spuščeno in pri premikanju bo želva risala črto. Če pa je 1, je pero dvignjeno in želva za seboj ne pušča sledi.

Pri programiranju nam ni treba skrbeti za vrednosti zgornjih količin. Za njihovo spreminjanje imamo na voljo podprograme. Oglejmo si jih.

TURTLE: postavi želvo na sredino ekrana in ji da smer od leve proti desni. Pero je spuščeno, ekran moder, črte pa bodo rumene. Navadno ta podprogram pokličemo na začetku programa.

SETXY (x, y : **REAL**): postavi želvo na točko (x, y) .

SETHD (a : **REAL**): definira smer želve (**HEADING**).

PENUP: dvigne pero.

PENDOWN (c : **INTEGER**): spusti pero in določi barvo črt (c).

INK (c : **INTEGER**): določi barvo peresa.

PAPER (c : **INTEGER**): določi barvo ozadja.

FWD (d: REAL): ta podprogram pomakne želvo za d enot v smeri, kamor želva trenutno gleda. Če je pero spuščeno, se pri tem nariše črta.

BACK (d: REAL): pomik nazaj za d enot. Smer želve se pri tem ne spreмени.

TURN (a: REAL): zasuk želve za a stopinj v levo.

LEFT (a: REAL): isto kot TURN(a).

RIGHT (a: REAL): isto kot LEFT (-a).

VECTOR (a, d: REAL): najprej postavi želvo v smeri a, zatem pa jo pomakne za d enot. Ekvivalentno z SETHD (a); FWD (d).

ARCR (r: REAL; a: INTEGER): želva se s tem ukazom pomakne po loku (in ne po ravni črti) kroga velikosti r ($r = \pi = 3.14159...$ pomeni, da je polmer kroga enak 180 enot). Dolžina loka, ki ga pri tem opiše želva, je enaka a, merjeno v stopinjah kota, ki ga določa lok s središčem kroga. Lok se začne risati v smeri, kamor trenutno gleda želva, in v smeri, nasprotni smeri urinega kazalca. Primer: če želimo narisati krog polmera R s središčem v točki (X, Y), lahko napravimo naslednje:

```
SETXY (X, Y + R);      {postavimo želvo na krožnico }
SETHD (90);             {želvo obrnemo v smeri tangente }
ARCR (R* 3.14159 / 180, 360)
```

Na koncu je želva obrnjena navzgor.

COPY: prenese sliko z ekrana na ZX tiskalnik.

Obstajajo še podprogrami PLOT, LINE, SPOUT, ki so podobni ustreznim basicovim ukazom in jih ne bomo opisovali.

Za konec si oglejmo še dva zgleda. Prvi program sestavi zanimiv lik iz kvadratov. Pri $N = 4$ je ta lik videti kot okno, pri večjih vrednostih pa kot nekakšna rozeta.

```
1 PROGRAM zasukanikvadrati;
2 {nariši N kvadratov s skupno točko}
3 VAR N, I: INTEGER;
4 ALFA: REAL;
10 .....
20
.
. vrstice paketa TURTLE
.
1350 .....
1400 PROCEDURE KVADRAT (A: REAL);
```

```

1410 { želva prehodi kvadrat s stranico A }
1420 BEGIN FWD(A); TURN (90); FWD(A); TURN (90);
1430     FWD(A); TURN (90); FWD(A); TURN (90);
1440 END;
1500 BEGIN {glavni program }
1510     WRITE ('Vnesi stevilo kvadratov: ');
1520     READ(N);
1530     ALFA := 360/N;
1540     TURTLE ; {postavi želvo na sredino}
1550     FOR I:= 1 TO N DO BEGIN
1560         KVADRAT (50); TURN (ALFA)
1570     END
1580 END.

```

Drugi program pa nam bo pokazal, kako narišemo kvadratno "spiralo". Zaradi enostavnosti je zgled sestavljen tako, da program riše, dokler se ne ustavi, ker črte padejo iz zaslona.

```

1 PROGRAM spirala;
2 {risanje kvadratne spirale}
3 VAR D: INTEGER;
...
1400 BEGIN { glavni program }
1410     D := 0;
1420     TURTLE;
1430     WHILE TRUE DO BEGIN
1440         D := D + 5;
1450         FWD (D);
1460         TURN (90)
1470     END
1480 END.

```

Na naslednji strani je v razdelku

7. Seznam napak pri prevajanju

1. Preveliko število
2. Manjka podpičje
3. Nedeklarirana spremenljivka
4. Tu mora biti ime
5. Uporabi '=' namesto ':=' v deklaraciji konstant
6. Manjka '='
7. To ime ne sme stati na začetku stavka
8. Manjka ':='
9. Manjka ')'
10. Napačen tip
11. Manjka '.'
12. Moral bi biti faktor
13. Morala bi biti konstanta
14. To ime ni konstanta
15. Manjka 'THEN'
16. Manjka 'DO'
17. Manjka 'TO' ali 'DOWNT0'
18. Manjka '('
19. Izraza tega tipa se ne da izpisati
20. Manjka 'OF'
21. Manjka ','
22. Manjka ':'
23. Manjka 'PROGRAM'
24. Tu mora biti spremenljivka, ker je var parameter
25. Manjka 'BEGIN'
26. Pri READ mora biti spremenljivka
27. Izrazov tega tipa ne moremo primerjati
28. Mora biti tip INTEGER ali REAL
29. Spremenljivke tega tipa se ne da prebrati.
30. To ime ni tip
31. Pričakovan eksponent v realnem številu
32. Pričakovan skalarni in ne številski izraz
33. Prazen niz ni dovoljen (uporabi CHR(0))
34. Manjka '['
35. Manjka ']'
36. Indeksi morajo biti skalarnega tipa
37. Manjka '..'
38. Pri deklaraciji tabele manjka ']' ali ','
39. Spodnja meja je večja od zgornje
40. Prevelike množice (več kot 256 elem.)
41. Tip funkcije mora biti definiran z imenom tipa
42. V množici manjka ', ' ali ']'
43. V množici manjka '..' ali ', ' ali ']'
44. Tip parametra mora biti definiran z imenom tipa
45. Prazna množica ne sme biti prvi faktor v tem izrazu
46. Manjka skalarna vrednost (lahko tudi REAL)
47. Manjka ordinalna vrednost (brez REAL)
48. Teh množic ne moremo primerjati
49. Z znakoma '<' in '>' ne moremo primerjati množic
50. Manjka 'FORWARD', 'LABEL', 'CONST', 'VAR', 'TYPE' ali 'BEGIN'
51. Tu mora biti šestnajstiško število
52. Množice ne moremo vpisati v spomin z ukazom POKE
53. Tabela prevelika (večja kot 64K)
54. V deklaraciji zapisa manjka 'END' ali ','
55. Tu bi moralo biti ime polja v zapisu
56. Za WITH mora biti spremenljivka
57. Spremenljivka v stavku WITH mora biti zapis
58. Ime polja ni v stavku WITH
59. Za simbolom 'LABEL' mora biti nepredznačeno celo število
60. Za 'GOTO' mora biti nepredznačeno celo število
61. Oznaka je na napačnem nivoju
62. Nedeklarirana oznaka
63. Parameter podprograma SIZE mora biti spremenljivka
64. Kazalca lahko primerjamo le z '=' ali '<>'
67. Format za izpis celega števila je e:n ali e:n:H
68. V nizu ne sme biti znak za konec vrste
69. Parameter pri NEW, MARK in RELEASE mora biti kazalec
70. Parameter podprograma ADDR mora biti spremenljivka

8. Seznam napak pri izvajanju

Če pri izvajanju programa pride do napake, pascal izpiše eno od dolnjih sporočil, zatem pa doda še "at PC=xxxx". V xxxx je zapisan naslov v pomnilniku, kjer je napaka. Če želimo ugotoviti, v katerem delu programa je ta napaka, poiščemo naslov xxxx v izpisu programa, ki je bil narejen pri prevajanju.

- | | |
|--|--|
| 1. Stop | 7. Napaka pri klicu matematične funkcije |
| 2. Preveliko število | 8. Preveliko število |
| 3. Premajhen pomnilnik | 9. Moralo bi biti število |
| 4. Deljenje z nič (lahko tudi pri DIV ali MOD) | 10. Predolga vrsta |
| 5. Premajhen indeks | 11. Manjka eksponent |
| 6. Prevelik indeks | |

Bojan Mohar

PRESEKOVI RAČUNALNIŠKI PROGRAMI

V uredništvu Preseka smo že nekaj časa opozarjali na precejšnje število računalniških programov, ki nastajajo in se uporabljajo v osnovnih ali srednjih šolah. Po drugi strani pa vsi vemo, da primanjkuje dobrih izobraževalnih programov.

Zato Presek razpisuje stalni natečaj za računalniške programe, ki so namenjeni uporabi pri pouku in učenju v osnovnih in srednjih šolah. To so programi za preverjanje in utrjevanje znanja, simulacijo poskusov in nasploh vse, za kar računalnik lahko koristno uporabimo. Razpis velja tudi za vse ostale programe.

V Preseku bomo na kratko predstavili prispele programe in jih tudi nagradili s knjižnimi nagradami. Pri vsakem programu bomo navedli naslov avtorja, tako da bomo omogočili njihovo razširjanje. Najboljše med njimi bomo odkupili in jih izdali na kaseti (upamo, da ne na eni sami).

Posebej vabimo k sodelovanju učitelje in mentorje računalniških krožkov.

Programe pošiljajte na kasetah (disketah) posnete vsaj dvakrat, po možnosti pa priložite tudi izpis programa. Programi naj bodo čim natančneje dokumentirani, obvezno pa priložite navodilo za uporabo programa in navedite za kateri računalnik je pisan program (Spectrum, Commodore, Amstrad, Oric, Partner, IBM PC, ...).

Programe pošiljajte na uredništvo Preseka z oznako "Računalniški program".

Sandi Klavžar, Matija Lokar

3. POLETNA ŠOLA RAČUNALNIŠTVA

Končno se nam je uresničila velika želja, da smo odprli vrata naše šole tudi v svet. Sekcija za računalništvo pri gibanju Znanost mladini je gostila petnajst mladih iz Poljske, Italije in ZRN. Uspeh pa ni enostranski, saj nam je uspelo za poletje 1986 najti nekaj izmenjalnih praks za naše srednješolce v tujini.

Toda to je prihodnost, o kateri kaj več v kakšni od prihodnjih številčk, saj vam nismo še niti opisali, kako je bilo letos. Zbralo se nas je preko petdeset, in to že v soboto, 29. junija. V nedeljo smo si ogledali Postojnsko jamo, v ponedeljek pa pričeli z resnim delom.

Delo je potekalo v sedmih skupinah, od katerih so imeli tri predavanja v angleščini. Urnik se glede na prejšnja leta ni prav nič spremenil, kar pomeni, da je delo zopet potekalo dopoldne in popoldne po štiri ure. Večerni prosti čas je bil namenjen obisku kakšne prireditve, partiji taroka ali podobnemu.

Novost pri delu je pomenilo povečanje delovnih dni na šest. Tako so vse skupine uspešno zaključile delo in predstavile svoje rezultate na uradni predstavitvi v soboto popoldne pred že dobro poznanim večernim piknikom.

Delo posameznih skupin lahko razdelimo na dva tipa: prvi je učenje, drugi pa izdelava praktičnega izdelka. Tako so se udeleženci po posameznih skupinah učili prolog, jezik C in makro zbirnik. Vendar se niso učili samo programskih jezikov, ampak tudi na primer uporabe grafike oziroma knjižnice GKS. Ena skupina z uporabnimi rezultati je napisala in proučila načine sortiranja, naslednja je izdelala svetlobno pero za Dialog-20, zadnja pa je povezala v mrežo računalnike IBM-PC z računalnikom System-1.

Naj na tem mestu zapišem še iskreno zahvalo vsem, ki so bodisi z delom bodisi denarno pripomogli k uspešni izvedbi šole. Brez njihove pomoči šole, vsaj v taki kakovostni obliki, ne bi bilo.

Andrej Brodnik

BOG, EINSTEIN, ...

Veliki nemški fizik, utemeljitelj relativnostne teorije **Albert Einstein** (1879 – 1955) je imel na Sorboni vrsto predavanj, na katera je – že iz puhloglavosti – prihajalo mnogo poslušalcev. Einsteinova izvajanja pa so bila tako suhoparna, da je o njih neki fizik dejal:

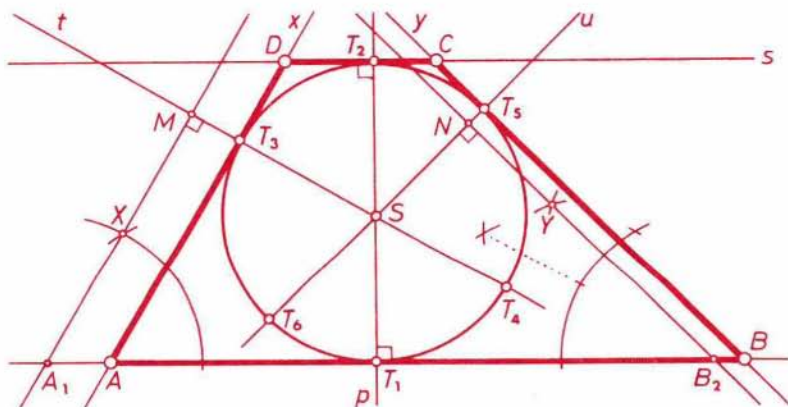
”Prvo predavanje je docela razumljivo. Drugega razumeta samo bog in on. Tretjega samo še bog.”

21. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE OSNOVNOŠOLCEV IZ MATEMATIKE

– Rešitve nalog iz P–XIII/3, str. 105

7. RAZRED

- $\frac{16}{4x+5} \in \mathbb{N} \Rightarrow (4x+5) \in \{1, 2, 4, 8, 16\}$ Ko rešimo vseh pet možnih enačb, vidimo, da velja $x \in \{-1, -3/4, -1/4, 3/4, 11/4\}$.
- $x \cdot 408 - x \cdot 48 = 1305000$
 $x = 3625$
 Množil je število 3625.
- Danemu krogu s polmerom 2 cm narišemo premer in v njegovih krajiščih tangenti, ki bosta nosilki osnovnic. Ob eni izmed tangent konstruiramo kota 60° in 45° . Ker morata biti tudi kraka trapeza na tangentah kroga, narišemo pravokotnici skozi središče na prosta kraka obeh kotov in v presečiščih pravokotnic in krožnice konstruiramo tangenti na krog. Presečišča vseh štirih tangent kroga so oglišča trapeza.

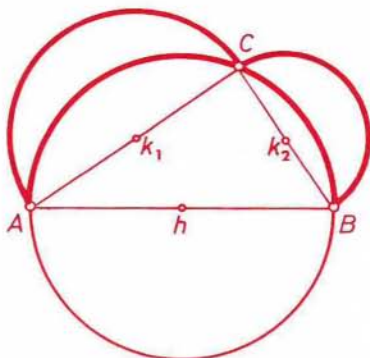


$$4. \quad o_1 + o_2 = \frac{\pi k_1}{2} + \frac{\pi k_2}{2} + \frac{\pi h}{2}$$

$$o_1 + o_2 = 12\pi \text{ cm}$$

$$p_1 + p_2 = \frac{\pi k_1^2}{8} + \frac{\pi k_2^2}{8} + \frac{k_1 k_2}{2} - \frac{\pi h^2}{8}$$

$$p_1 + p_2 = 24 \text{ cm}^2$$



5. I. kvader

a

b

c

V

$$V_1 > V$$

$$V_1 - V = 1.5 abc - abc = 0.5 abc$$

Prostornina kvadra se poveča za 50%.

II. kvader

$$a_1 = a + 25\% a = 5a/4$$

$$b_1 = b + b/3 = 4b/3$$

$$c_1 = c - 10\% c = 9c/10$$

$$V_1 = a_1 b_1 c_1$$

$$V_1 = \frac{5}{4} a \cdot \frac{4}{3} b \cdot \frac{9}{10} c = 1.5 abc$$

8. RAZRED

1. faktorja

nova faktorja

x

$x + 7$

$x + 5$

$x + 5 + 7$

$$(x + 7)(x + 12) = x(x + 5) + 364$$

$$x = 20$$

$$x + 5 = 25$$

Faktorja sta 20 in 25.

2. števila

xyz

xzy

yxz

yzx

zxy

zyx

$$S = 100x + 10y + z + 100x + 10z + y + 100y + 10x + z + 100y + 10z + x + 100z + 10x + y + 100z + 10y + x$$

$$S = 222x + 222y + 222z$$

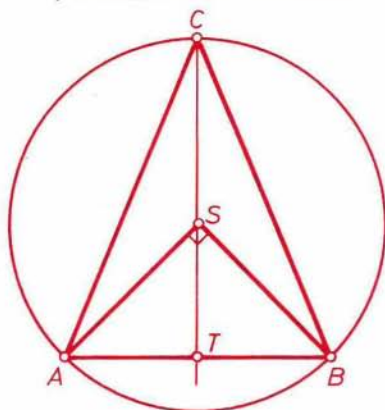
$$S = 222(x + y + z)$$

$$S = 6.37 (x + y + z)$$

3. Pri $a = 0$ prvi in tretji ulomek nimata pomena, pri $a = 2$ pa drugi in tretji ulomek nimata pomena.

Če ulomke razširimo na skupni imenovalc, jih seštejemo in vsoto okrajšamo, dobimo 2. Torej če $a \neq 0$ in $a \neq 2$, vrednost izraza ni odvisna od vrednosti spremenljivke a .

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \sphericalangle ASB = 90^\circ \\
 & \overline{ST} = 1/2 \overline{AB}, \quad \overline{AB} = r\sqrt{2} \\
 & \overline{CT} = r + (r\sqrt{2})/2 \\
 & V = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CT}}{2} \cdot 2r \\
 & V = r^3 (\sqrt{2} + 1)
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 5. \quad & \text{romb} \\
 & e = 8 \text{ cm} \\
 & f = 6 \text{ cm} \\
 & p' = 192 a = 192\,000\,000 \text{ cm}^2 \\
 & \text{-----}
 \end{aligned}$$

Po Pitagorovem izreku dobimo $a = 5 \text{ cm}$.
 $p = 24 \text{ cm}^2$ in $o = 20 \text{ cm}$. Ker je $p : p' = 1 : k^2$, dobimo $k = 2000 \sqrt{2}$. Iz
 $o : o' = 1 : k$ pa sledi $o' = 40000 \sqrt{2}$.
 Obseg zemljišča meri $400 \sqrt{2} \text{ m}$.

Aleksander Potočnik

Anekdote

NEUSPEH VSILJIVCA

Grški filozof in matematik **Tales** (624 — 546 pr.n.š.) je bil eden izmed sedmih grških modrijanov. Sofist je hotel Talesa spreviti v zadrego in ga vprašal:

"Katera stvar je po tvojem najtrajnejša?"

"Upanje," je odgovoril Tales, "ker nas zadnje zapusti."

"In kaj je na svetu najlažje?" je silil sofist.

"Dajati nasvete," je odgovoril modrijan.

Izbrala *Duška Boben*

Superanekdote, Zbirka najboljših anekdot in
 domislic iz zakladnice človeške duhovitosti,
 izbral in uredil Slavko Krušnik,
 Samozaložba, Ljubljana 1971

16. ZVEZNO TEKMOVANJE OSNOVNOŠOLCEV IZ MATEMATIKE – Rešitve nalog iz P–XIII/3, str. 168

7. RAZRED

1. Praštevilo n je večje od 3, torej liho. Tedaj sta $n - 1$ in $n + 1$ zaporedni sodi števili, eno od obeh torej deljivo tudi vsaj s 4. Med tremi zaporednimi naravnimi števili je eno vedno deljivo s 3. Število n ni takšno, zato je s 3 deljivo ali $n - 1$ ali pa $n + 1$. Produkt $(n - 1)(n + 1)$ je potem deljiv s $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$.

2. Janez je rojen leta $19xy$.

Leta 1986 bo Janez star $1 + 9 + x + y$

$$1986 - (1900 + 10x + y) = 1 + 9 + x + y$$

$$76 = 11x + 2y$$

Ker mora biti $x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ in $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, je edina možnost: $x = 6, y = 5$.

Janez je rojen 1965. leta in bo leta 1986 star 21 let.

3.



I. potnik $1/4$ od $a/4$

II. potnik $1/3$ od $a/2$

III. potnik $1/2$ od $3a/4$

IV. potnik $1/2$ od a

$$\frac{1}{16}a + \frac{1}{6}a + \frac{3}{8}a + \frac{1}{2}a = \frac{3 + 8 + 18 + 24}{48}a = \frac{53}{48}a = 1\frac{5}{48}a$$

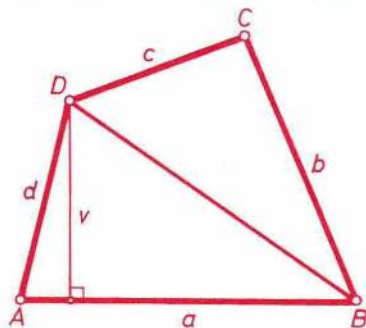
Taksist je zaslužil $5/48$ vsote več, kot če bi vozil enega potnika na celotni poti.

4. Če je $\sphericalangle A = 90^\circ$, potem velja $d = v$, sicer pa $d > v$. Torej $p_{ABD} \leq ad/2$. Podobno dobimo $p_{BCD} \leq bc/2$.

$$p_{ABCD} = p_{ABD} + p_{BCD}$$

$$p_{ABCD} \leq \frac{ad}{2} + \frac{bc}{2} \text{ in}$$

$$244 \quad p_{ABCD} \leq \frac{ad + bc}{2}$$

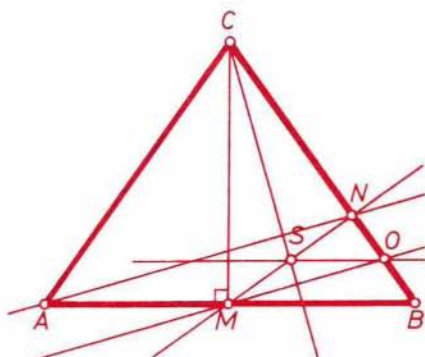


5. Konstruirajmo še
 $p; M \in p \wedge p \parallel (A, N)$
 $O; p \cap BC = O$
in vidimo

$$AM \cong MB \Rightarrow ON \cong OB$$

$$ON \cong OB \wedge MS \cong NS \Rightarrow (O, S) \parallel (A, B)$$

in zato $(O, S) \perp (C, M)$. Zdaj pogledimo trikotnik MOC : $MN \perp OC$ in $(O, S) \perp CM$. MN in (O, S) se sekata v točki S in obe sta višini trikotnika MOC , zato je S višinska točka tega trikotnika. Ker premica (C, S) tudi poteka skozi točko S , je nosilka tretje višine trikotnika in zato pravokotna na premico (M, O) , le-ta je



vzporedna premici (A, N) . Zato sledi $(C, S) \perp (A, N)$.

8. RAZRED

1. Z: 574698

D: 786945

N: 456789

Zoran in Dušan nimata nobene cifre na istem mestu. Ker je Nikola uganil le eno cifro in ima tudi Dušan 6 na istem mestu, je ta na pravem mestu. Zoran ima na tretjem mestu 4, kar ni prav, ker je tam 6, torej je mesto 4 uganil Dušan (peto mesto), tam pa ima Zoran 9, kar tudi ne more biti. 9 torej stoji na četrtem mestu, kamor jo je postavil Dušan. Ostanejo še cifre 5, 7 in 8, in ker Zoranovih pravih mest še nismo uporabili, morejo te cifre stati tako, kot jih je postavil Zoran, to je na prvo, drugo in šesto mesto.

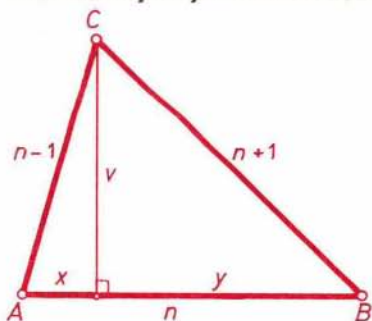
Šestmestno število je 576948.

$$2. \quad 2x^2 + 4y^2 - 4x - 12y + 2035 = 2(x^2 - 2x + 1) + (4y^2 - 12y + 9) + 2024 = 2(x - 1)^2 + (2y - 3)^2 + 2024$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$2y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3/2$$

Izraz ima najmanjšo vrednost 2024 pri $x = 1, y = 3/2$.



$$\begin{aligned} 3. \quad x^2 &= (n-1)^2 - v^2 \\ y^2 &= (n+1)^2 - v^2 \\ y^2 - x^2 &= (n+1)^2 - v^2 - ((n-1)^2 - v^2) \\ y^2 - x^2 &= (n+1)^2 - (n-1)^2 \\ y^2 - x^2 &= 4n \\ (y-x)(y+x) &= 4n \\ (y-x) \cdot n &= 4n \\ y-x &= 4 \end{aligned}$$

4.

$$\overline{CC'} = x$$

$$\overline{AC'} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - x\right)^2}$$

$$\overline{BC'} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + x\right)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

a) Trikotnik ABC' je pravokoten, če je

$$\overline{AC'}^2 + \overline{BC'}^2 = \overline{AB}^2$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + x\right)^2 = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$1/4 - x + x^2 + 4/9 + 1/4 + x + x^2 = 1$$

$$1/2 + 2x^2 = 1 - 4/9$$

$$2x^2 = 1/18$$

$$x^2 = 1/36 \quad x \in \{-1/6, 1/6\}$$

Točko C moramo premakniti za $1/6$ v desno ali v levo.b) Obstaja tudi možnost, da je BC' hipotenuza:

$$\overline{AC'}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC'}^2$$

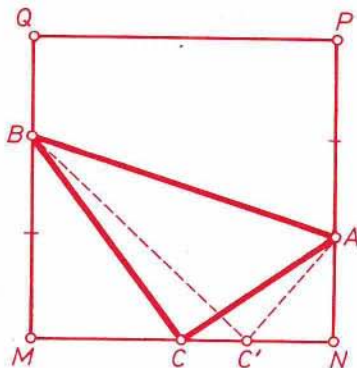
$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 + 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + x\right)^2$$

$$1/9 + 1/4 - x + x^2 + 1 + 1/9 = 4/9 + 1/4 + x + x^2$$

$$1 + 2/9 - 4/9 = 2x$$

$$7/9 = 2x$$

$$x = 7/18$$

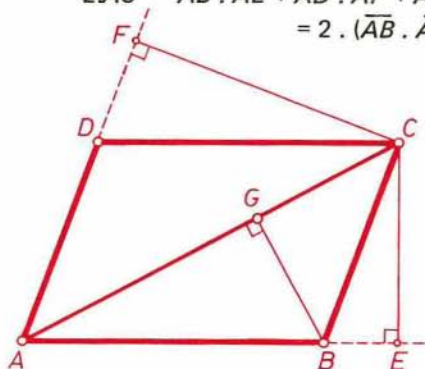
Točko C moramo premakniti za $7/18$ v desno.c) Če poskusimo še tako, da bi bila AC' hipotenuza, dobimo $x = -13/18$, kar pomeni, da bi morali točko C premakniti za več kot $1/2$ v levo in tedaj ne bi več ležala na stranici kvadrata.

5. Po Pitagorovem izreku je

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 = (\overline{AB} + \overline{BE}) \overline{AE} + (\overline{BC}^2 - \overline{BE}^2) = \\ &= \overline{AB} \cdot \overline{AE} + \overline{BE} (\overline{AE} - \overline{BE}) + \overline{AD}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AE} + \overline{BE} \cdot \overline{AB} + \overline{AD}^2\end{aligned}$$

Podobno velja: $\overline{AC}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{AF} + \overline{DF} \cdot \overline{AD} + \overline{AB}^2$. Obe zvezi še seštejemo:

$$\begin{aligned}2\overline{AC}^2 &= \overline{AB} \cdot \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \overline{AF} + \overline{AB} \cdot (\overline{AB} + \overline{BE}) + \overline{AD} \cdot (\overline{AD} + \overline{DF}) = \\ &= 2 \cdot (\overline{AB} \cdot \overline{AE} + \overline{AD} \cdot \overline{AF})\end{aligned}$$



Aleksander Potočnik

SLIKOVNA KRIŽANKA "KRATKOČASNE VŽIGALICE"

Rešitev iz P-XIII/3, str. 160

VII + II = V										K V A D R A T U R A										XXII = II (pi)									
L I K V I D A T O R																													
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
30	S	M	E	R	O	K	A	Z		E	P	O	L	E	T	A				P	R	A	D	A	C				
29	T	E	L	O	V	A	D	E	C	+		J	K						B	R	A	D	A	C					
28	O	T	S	I	V	I	V	I	L	A									S	K	O	D	E	L	A				
27	P	R	E	S	T	A	V	I	N	I	V	Z	I	Q	A	L	I	C	O										
26	N	O	V	E	L	O	R	N		S	T	I	L					A	Ž	I	J	A							
25	I	N	A	K	I	O	K	O		O	G	O	R	I	N	A		Ž	L										
24	C	O	L	A	R	E	N			S	H						J	A	D		T	I	P						
23	A	M	D	E	N					M	I						A	N	O										
22																													
21																													
20																													
19																													
18																													
17																													
16																													
15																													
14																													
13																													
12																													
11																													
10																													
9																													
8																													
7																													
6																													
5																													
4																													
3																													
2																													
1																													
I = 1										P R I J A Z N O S T										VI + IV = X									
										A L A B A S T E R										VI + IV = IX									
										= J E A K A M I																			

5. REPUBLIŠKO TEKMOVANJE IZ FIZIKE ZA OSNOVNOŠOLCE

– Rešitve nalog iz P–XIII/3, str. 120

Rešitve nalog s predtekmovanja

7. razred

1a) Začetni volumen testa je 4 dm^3 začetna masa pa $3,43 \text{ kg}$. Med vzhajanjem se volumen poveča na 8 dm^3 , tako da je pred peko gostota enaka: $\rho = 3,43 \text{ kg} / 8 \text{ dm}^3 = 0,429 \text{ kg/dm}^3$.

b) Med peko se volumen poveča za 8 dm^3 . $0,25 = 2 \text{ dm}^3$. Končni volumen je 10 dm^3 . Zaradi izparevanja vode se masa zmanjša za 1 kg . $2/3 = 0,67 \text{ kg}$. Končna masa je $3,43 \text{ kg} - 0,67 \text{ kg} = 2,76 \text{ kg}$, gostota pečenega kruha pa $\rho = 2,76 \text{ kg} / 10 \text{ dm}^3 = 0,276 \text{ kg/dm}^3$.

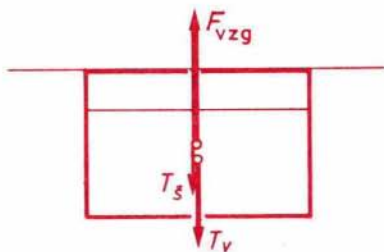
2. Spodnji silomer pokaže težo spodnje uteži: $F_{sp} = 2 \text{ N}$. Na zgornji silomer sta obešeni obe uteži in še spodnji silomer. Zgornji silomer zato pokaže silo $F_{zg} = 2 \text{ N} + 3 \text{ N} + 1,5 \text{ N} = 6,5 \text{ N}$.

3. Ker smo nalili kapljevini eno na drugo, je tlak zaradi teže obeh kapljevini $p = \sigma_v h_v + \sigma_0 h_0$. Volumen spodnjega dela posode je 1 dm^3 . Po nalitju $0,75 \text{ dm}^3$ vode, je višina vode $h_v = 0,75 \text{ dm}$. V tem delu posode ostane še $0,25 \text{ dm}^3$ prostora za olje. Olje napolni še ves srednji del posode z volumnom $0,4 \text{ dm}^3$ in še $0,1 \text{ dm}^3$ volumna zgornjega dela posode. Višina olja v zgornjem delu je $0,1 \text{ dm}^3 / 0,2 \text{ dm}^2 = 0,5 \text{ dm}$, skupna višina olja pa $h_0 = 0,25 \text{ dm} + 1 \text{ dm} + 0,5 \text{ dm} = 1,75 \text{ dm}$. Tlak ob dnu posode zaradi vode in olja je

$$p = 10 \text{ N/dm}^3 \cdot 0,75 \text{ dm} + 8 \text{ N/dm}^3 \cdot 1,75 \text{ dm} = 21,5 \text{ N/dm}^2$$

4. Na sliki 1 je narisana škatla, tik preden se potopi. Na škatlo delujejo tri sile: teža škatle $T_S = 6 \text{ N}$, teža vode v škatli T_V in vzgon $F_{vzg} = V_S \cdot \sigma_V = 3 \text{ dm}^3 \cdot 10 \text{ N/dm}^3 = 30 \text{ N}$. Za sile velja enačba $T_V + T_S = F_{vzg}$, iz katere izračunamo težo vode v škatli: $T_V = F_{vzg} - T_S = 30 \text{ N} - 6 \text{ N} = 24 \text{ N}$. Volumen vode v škatli je torej $2,4 \text{ dm}^3$. Če priteče v škatlo $1,6 \text{ dm}^3$ vode v eni uri, priteče $2,4 \text{ dm}^3$ v $2,4 / 1,6$ ure = $1,5$ ure. Škatla potone po $1,5$ ure.

Slika 1. Sile, ki delujejo na škatlo, tik preden se potopi: vzgon (F_{vzg}), teža škatle (T_s) in teža vode v škatli (T_v).

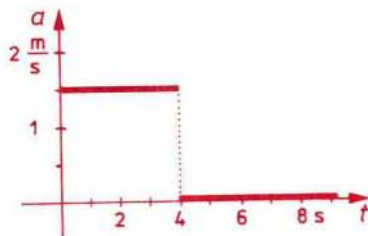


5a) Zračnico lahko napihujemo, če je tlak v ustih večji od tlaka v zračnici. Ker ventil preprečuje uhajanje zraka, je končni tlak enak največjemu tlaku, torej 15 kPa. Vrstni red ni pomemben.

b) Med pihanjem gre zrak bodisi iz ust v zračnico, bodisi iz zračnice v usta. Končni tlak je enak tlaku, s katerim je pihal zadnji učenec. Vrstni red je pomemben.

8. razred

1a) V prvih 4 sekundah se je hitrost spremenila za 6 m/s in je pospešek $a = 6 \text{ m/s} / 4 \text{ s} = 1,5 \text{ m/s}^2$, nato se hitrost ni več spreminjala in je pospešek enak 0.



b) Pot je sestavljena iz dveh delov: med pospeševanjem je kolesar prevozil pot $s_1 = at_1^2 / 2 = 1,5 \text{ m/s}^2 \cdot 16 \text{ s}^2 = 12 \text{ m}$, med enakomernim gibanjem pa $s_2 = vt_2 = 6 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} = 24 \text{ m}$. V prvih osmih sekundah je kolesar prevozil $12 \text{ m} + 24 \text{ m} = 36 \text{ m}$.

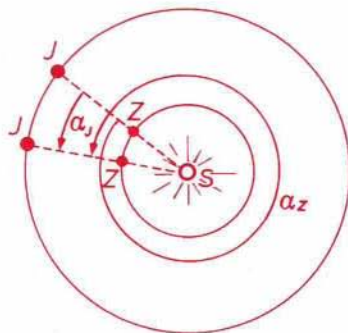
Slika 2. Odvisnost pospeška a od časa t pri gibanju kolesarja.

c) V prvih treh sekundah kolesar prevozi pot $s_3 = at_3^2 / 2 = 1,5 \text{ m/s}^2 \cdot 9 \text{ s}^2 / 2 = 6,75 \text{ m}$, v prvih dveh sekundah pa $s_4 = at_4^2 / 2 = 1,5 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s}^2 / 2 = 3 \text{ m}$. Pot, ki jo prevozi samo v tretji sekundi, je: $s = s_3 - s_4 = 6,75 \text{ m} - 3 \text{ m} = 3,75 \text{ m}$.

2. Toplota, ki jo dobimo iz 1 kg snovi, ko upoštevamo izkoristek	Za 1 MJ koristne toplote potrebujemo	Cena za 1 MJ toplote
PREMOG 11900 kJ	0,084 kg	0,84 din
KUR.OLJE 29400 kJ	0,034 kg kar ustreza 0,0378 l	2,65 din
ELEKTRIKA	1 MJ = 0,28 kWh	1,55 din

Najcenejše je ogrevanje s premogom, najdražje pa s kurilnim oljem.

3a) Iz slike 3 razberemo, da do naslednje opozicije Jupitra zveznica Sonce – Zemlja (SZ) opiše kot, ki je za poln kot večji od kota, ki ga opiše zveznica Sonce – Jupiter (SJ), oziroma $\alpha_Z = 360^\circ + \alpha_J$. V času t opiše zveznica SZ kot $\alpha_Z = 360^\circ / \text{leto} \cdot t$. V učbeniku najdemo podatke, da je obhodni čas Jupitra 12 let, torej zveznica SJ v času t opiše kot $\alpha_J = 360^\circ / 12 \text{ let} \cdot t = 30^\circ / \text{leto} \cdot t$. Ko vstavimo ti vrednosti v enačbo s koti, lahko izračunamo čas med dvema zaporednima opozicijama: $360^\circ / \text{leto} \cdot t = 360^\circ + 30^\circ / \text{leto} \cdot t$. Sledi: $t = 360^\circ / 330^\circ \cdot \text{leto} = 1,09 \text{ leta} = 1 \text{ leto } 33 \text{ dni}$. Jupiter bo v letu 1985 v opoziciji približno 1. avgusta.



Slika 3. Tir Zemlje (Z) in Jupitra (J) okoli Sonca (S).

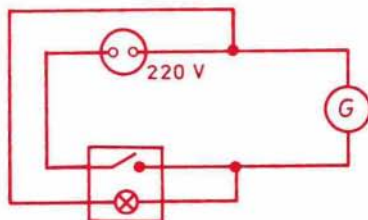
b) Planeta sta si najbližje, ko je Zemlja med Soncem in Jupiterom. Iz slike sledi: $r_{ZJ} = r_{SJ} - r_{SZ}$. V učbeniku najdemo podatek: $r_{SJ} = 5 r_{SZ}$, torej je razdalja Zemlja – Jupiter enaka $r_{ZJ} = 5 r_{SZ} - r_{SZ} = 4 r_{SZ} = 4.150 \text{ milijonov km} = 600 \text{ milijonov km}$.

4a) Upornik sprejema delo le takrat, ko je napetost različna od 0. Iz diagrama sledi, da je ta čas enak 3 s. V tem času teče skozi upornik tok $I = U/R = 20 \text{ V} / 10 \Omega = 2 \text{ A}$. Delo izračunamo iz enačbe $A = UIt = 20 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} \cdot 3 \text{ s} = 120 \text{ J}$.

b) Recimo, da napravimo račun za 1 uro. Ker je v treh sekundah na uporniku napetost samo eno sekundo, je v 3600 s na uporniku napetost 1200 s. V eni uri sprejme upornik delo $A = UIt = 20 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} \cdot 1200 \text{ s} = 48000 \text{ J}$. Zanima nas, kolikšna naj bo stalna napetost U_1 , da bo upornik v eni uri sprejel enako delo. Delo lahko izračunamo tudi po enačbi: $A = UIt = U \cdot (U/R) \cdot t = U^2 t / R$. Od tod sledi: $U = \sqrt{AR/t}$. V našem primeru je stalna napetost U_1 enaka: $U_1 = \sqrt{AR/t} = \sqrt{48000 \text{ J} \cdot 10 \Omega / 3600 \text{ s}} = 11,5 \text{ V}$.

5a)

Slika 4. Načrt za priključitev grelnika vode v kopalnici.



b) Če želimo uporabiti signalno lučko s podatki 2 V, 10 mA, ji moramo zaporedno vezati upornik, na katerem pade napetost za 218 V. Upor upornika je: $R = 218 \text{ V} / 10 \text{ mA} = 22 \text{ k}\Omega$. Pri drugem vezju ostane vse enako kot pri prvem, le lučki zaporedno priključimo upornik $22 \text{ k}\Omega$.

Rešitve nalog z republiškega tekmovanja

7. razred

1a) Tlak na dnu bazena je vsota tlaka zaradi teže vode in zračnega tlaka: $p = \sigma_v h + p_0$. Višino vode izračunamo iz volumna in ploščine tal bazena: $h = V/ab = 500 \text{ m}^3 / 25 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 2 \text{ m}$. Sledi: $p = 10 \text{ kN/m}^3 \cdot 2 \text{ m} + 100 \text{ kN/m}^3 = 20 \text{ kPa} + 100 \text{ kPa} = 120 \text{ kPa}$.

b) Kopalci izpodrinejo volumen $\Delta V = 250,07 \text{ m}^3 = 17,5 \text{ m}^3$. Gladina vode v bazenu se zato dvigne za $\Delta h = \Delta V/ab = 17,5 \text{ m}^3 / 25 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 0,07 \text{ m}$. Tlak ob dnu bazena se poveča za $\Delta p = \sigma_v \cdot \Delta h = 10 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,07 \text{ m} = 0,7 \text{ kPa}$.

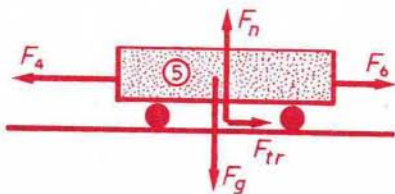
2a) Aluminij in železo imata različna volumna. Ko uteži potopimo, se ravnovesje poruši zaradi različnih vzgonov na levi oziroma desni strani. Uteži dodamo na tisti strani, kjer je večji vzgon oziroma večji volumen izpodrinjene tekočine. Izračunamo volumna obeh teles: $V_{Al} = mg / \sigma_{Al} = 10 \text{ N} / 27 \text{ kN/m}^3 = 0,37 \text{ dm}^3$, $V_{Fe} = mg / \sigma_{Fe} = 10 \text{ N} / 78 \text{ kN/m}^3 = 0,13 \text{ dm}^3$. Večji vzgon je na levi strani, kjer je aluminij. Zato je potrebno dodati uteži na levi strani.

b) Razlika vzgonov na levi in desni strani je $\Delta F_v = \sigma_v V_{Al} - \sigma_v V_{Fe} = 3,7 \text{ N} - 1,3 \text{ N} = 2,4 \text{ N}$. Z dodatnimi utežmi uravnovesimo razliko vzgonov. Maso dodatnih uteži določimo s sklepanjem: $7,8 \text{ kg Fe}$ ima volumen 1 dm^3 in tehta v vodi $78 \text{ N} - 10 \text{ N} = 68 \text{ N}$, masa m uteži, ki v vodi tehta $2,4 \text{ N}$, pa je: $m = 2,4 \text{ N} \cdot 7,8 \text{ kg} / 68 \text{ N} = 0,28 \text{ kg}$.

c) Ker je gostota zraka mnogo manjša od gostote večine teles.

3a)

Slika 5. Sile, ki delujejo na 5. vagon: teža (F_g), navpična sila podlage (F_n), sila trenja (F_{tr}), sila 4. vagona (F_4) in sila 6. vagona (F_6).



b) Če opazujemo vseh 6 vagonov hkrati, deluje na njih v smeri naprej lokomotiva s silo 90 kN. To silo uravnovesi sila trenja vseh vagonov. Torej deluje na vsak vagon sila trenja $F_{tr} = F_{v\bar{e}}/6 = 15$ kN.

Če opazujemo samo 6. vagon, vidimo, da kljuka med 5. in 6. vagonom prenaša silo, ki uravnovesi silo trenja na 6. vagon. Sledi: $F_6 = 15$ kN. Z enakim sklepanjem ugotovimo, da je sila 4. vagona $F_4 = 30$ kN. Ker je masa vagona 30 ton, deluje nanj teža $F_g = 300$ kN, enako velika pa je tudi navpična sila podlage F_n .

4a) Masa učbenika je 200 g, učbenik ima 65 listov, dimenzije lista so 23 cm in 16,5 cm. Ploščina papirja je $23 \text{ cm} \cdot 16,5 \text{ cm} \cdot 65 = 24700 \text{ cm}^2$. Ker je ploščina enega lista A4 enaka 624 cm^2 , je potrebno za učbenik $24700 \text{ cm}^2 / 624 \text{ cm}^2 = 40$ listov papirja A4. Cena papirja za učbenik je potem $40 \cdot 3 \text{ din} = 120 \text{ din}$.

b) Iz 1 kg papirja naredimo 5 učbenikov. Kilogram papirja stane 120 din $\cdot 5 = 600$ din.

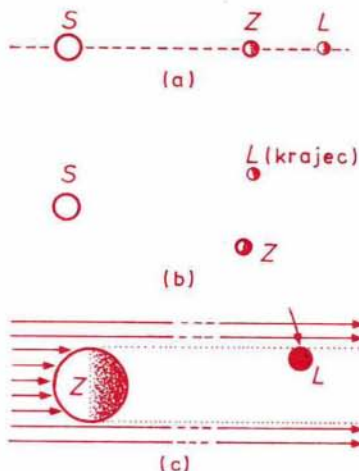
c) Število strani s tekstom = $60\% \cdot 125 = 76$. Na eni strani je 48 vrstic $\cdot 65$ znakov/vrstico = 3100 znakov. Število znakov v učbeniku je $3100 \cdot 76 = 240000$.

5. Ena od možnih rešitev: Pripravimo 200 ml vode, masa vode je 0,2 kg in 200 ml alkohola, masa alkohola je 0,16 kg. Najprej segrevamo vodo 7 minut, temperatura se zviša za 9 K. Nato segrevamo enak čas alkohol in temperatura se zviša za 17 K. Isti grelnik in enak čas segrevanja pomeni, da sta voda in alkohol sprejela enako toploto: $Q_v = Q_a$. Sledi $m_v \cdot c_v \cdot \Delta T_v = m_a \cdot c_a \cdot \Delta T_a$, $c_a = (0,2 \text{ kg} \cdot 4200 \text{ J/kgK} \cdot 9 \text{ K}) / (0,16 \text{ kg} \cdot 17 \text{ K}) = 2800 \text{ J/kgK}$. Če pa izberemo enaki masi in enaka časa segrevanja, je razmerje specifičnih toplot kar enako obratnemu razmerju temperaturnih razlik: $c_a/c_v = \Delta T_v / \Delta T_a$.

8. razred

1. "Rdeči" vlak vozi od Ljubljane do postaje B 3 ure, do postaje A pa 4 ure. Možni odhodi "rdečega" vlaka so: 3 ure pred postankom "zelenega" vlaka na postaji B oziroma od 9^{00} do 10^{00} , 4 ure pred postankom "zelenega" vlaka na postaji A oziroma od 6^{00} do 7^{00} , pred 2. uro in po 16. uri.

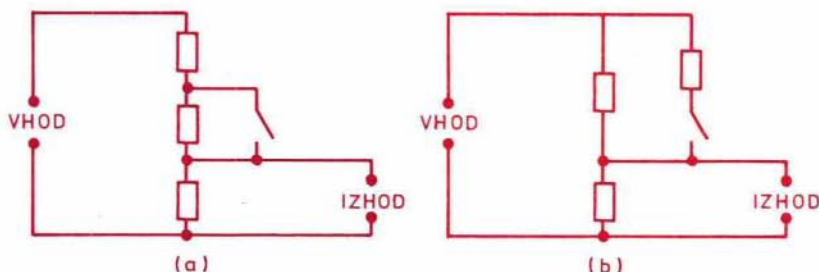
2. Slika 6. Lega Sonca (S), Zemlje (Z) in Lune (L) ob mrku (a). Mrk nastopi le takrat, ko so Sonce, Zemlja in Luna na isti premici. Ko vidimo krajec, Sonce, Zemlja in Luna niso na isti premici (b). Lega Zemlje in Lune ob začetku popolnega mrka (c).



3. Ker je poleti temperaturna razlika med vodo v akvariju in zrakom trikrat manjša, dela takrat grelnik s trikrat manjšo močjo:

$P_1 = 30 \text{ W} / 3 = 10 \text{ W}$. Zato sta poleti napetost na grelniku in tok skozenj manjša. Enačbo za moč preuredimo: $P = UI = U \cdot (U/R_g) = U^2 / R_g$, R_g je upor grelnika. Pri napetosti 220 V je moč grelnika 30 W. Njegov upor je torej: $R_g = U^2 / P = 220^2 \text{ V}^2 / 30 \text{ W} = 1610 \Omega$. Iz preurejene enačbe izračunamo napetost U_1 poleti: $U_1^2 = P_1 \cdot R_g = 10 \text{ W} \cdot 1610 \Omega = 16100 \text{ V}^2$. Sledi: $U_1 = 127 \text{ V}$. Pri tej napetosti teče skozi grelnik tok $I_1 = U_1 / R_g = 127 \text{ V} / 1610 \Omega = 0,079 \text{ A}$. Isti tok teče tudi skozi zaporedno vezani upornik, pri čemer je na njem napetost $U_2 = 220 \text{ V} - 127 \text{ V} = 93 \text{ V}$. Upor upornika je $R = U_2 / I_1 = 93 \text{ V} / 0,079 \text{ A} = 1180 \Omega$.

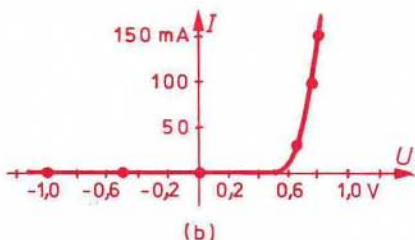
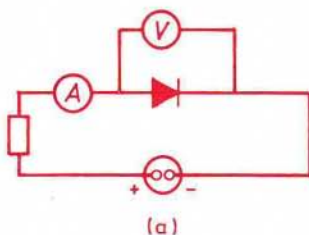
4. 1. škatla. Pri izključenem stikalu je izhodna napetost tretjina vhodne. Uporniki so torej vezani zaporedno, izhod je priključen na en upornik. Ko vključimo stikalo, je izhodna napetost polovico vhodne. Takšna delitev je možna le z dvema upornikoma od treh. Stikalo naredi kratek stik na enem od upornikov, ki ni vezan med izhodna priključka.



Slika 7. Možni vezji v prvi (a) in drugi škatli (b).

2. škatla. Pri izključenem stikalu je izhodna napetost polovica vhodne. Na vhod sta zato priključena dva zaporedno vezana upornika. Ko vključimo stikalo, je izhodna napetost dve tretjini vhodne. Upor med vhomom in izhodom je sedaj manjši. Stikalo priključi tretji upornik vzporedno k uporniku, ki ni vezan med izhodna priključka (glej sliko 7).

5. Tekmovalci so sestavili vezje (glej sliko 8), merili tok v odvisnosti od napetosti in narisali diagram.



Slika 8. Vezje, ki so ga sestavili učenci (a) in odvisnost toka I od napetosti U na diodi (b).

Mirko Cvahte, Zlatko Bradač

16. mednarodna fizikalna olimpiada: Igra na vodni gladini (Foto D. Černe)



Jubilej profesorice Marije Pilgram

Profesorica Marija Pilgram, ki je lani praznovala visok jubilej, je bila rojena 25. maja 1910 v slovenski družini na Dunaju. Na ljubljanski univerzi je študirala matematiko in fiziko ter diplomirala leta 1933 pri profesorju dr. Josipu Plemlju. Od diplome do upokojitve je poučevala matematiko in fiziko na srednji šoli v Kranju, od leta 1939 pa na viški gimnaziji v Ljubljani. Bila je med najboljšimi učitelji matematike in pedagogi srednjih šol v Sloveniji. Njeno podajanje matematične snovi je bilo izredno razumljivo in dostopno večini dijakov. Zelo je bila priljubljena med dijaki v razredu in med kolegi v profesorski zbornici. Pri spraševanju in ocenjevanju je bila pravična, toda zahtevna in stroga, saj je ob kvalitetnem pouku táka tudi smela biti. Spoštovali so jo boljši dijaki, ki so imeli iz matematike in fizike dobre ocene, kot tudi tisti, ki so učenju matemati-



Viški maturanti leta 1954 in ves razredni profesorski zbor (profesorica Marija Pilgram sedi v prvi vrsti, peta z leve)

ke namenjali premalo časa. Naj ob tem omenim dva dogodka.

Moj sosed v šolski klopi v tretjem (takratnem sedmem) razredu gimnazije, ki je sicer osvojil tretje mesto na državnem članskem prvenstvu v alpski kombinaciji leta 1953, je imel popravni izpit iz matematike. Takrat si je neupravičeno privoščil nekaj kletvic. Ko pa je v jeseni, po mesecu dni rednega dela, ob pomoči sošolcev opravil popravni izpit z odlično oceno, ni mogel prehvaliti dobrih lastnosti Marije Pilgram kot pedagoga in človeka. Spoznal je, da je bil ta izpit zanj in za njegovo nadaljnje šolanje ter za študij na ekonomski fakulteti nadvse koristen. Spominjam se, da v zadnjem razredu gimnazije ni imel nobenih težav, nekaj šolskih nalog je pisal celo tako dobro kot najboljši matematiki v razredu. V šali se jim je ponujal, da jih občasno lahko tudi inštruira.

Tudi v učiteljskem kolektivu se je Marija Pilgram vedno in odločno zavzemala za pravično sodbo o dijakih in pravično reševanje problemov, ki so jih imeli njeni kolegi. Kot redko lastnost pedagoških delavcev naj omenim, da se je bila naša profesorica matematike pripravljena razredu opravičiti, če je sama naredila napako. Tako je bilo tudi nekega dne, ko smo v razredu bili nemirni in smo zato dobili namesto treh kar pet domačih nalog. Naslednji dan pa je na vprašanje, kdo ima napisano domačo nalogo, dvignil roko en sam dijak. Profesorica se je razhudila in premišljevala, kako naj kaznuje dijake, ker pač celemu razredu le ni mogla dati v isti uri nezadostne ocene. Ko pa je ugotovila, da je imela peta naloga podvprašanja od a) do k), se nam je prijazno opravičila, nezadostne ocene pa ni dobil nihče. Tisto uro ni spraševala niti razlagala, pač pa smo ponavljali zadnjo snov. S tem se je dijakom izredno priljubila.

Profesorica Marija Pilgram je bila v vsakdanjem življenju neopazna in skromna. Ob delu doma, za družino, in pri vzornem delu v šoli je skupaj s soprogom Vladimirjem Pilgramom, tudi profesorjem matematike na ljubljanskih srednjih šolah, pripravila več učbenikov in pomožnih učbenikov z zbirkami rešenih vaj, pri katerih pa se je le enkrat podpisala kot soavtorica.

Kolegi, danes že tudi v svetu priznani matematiki, so mi pred leti pripovedovali, da se je na šoli veliko ukvarjala v posebej določenem času z boljšimi dijaki, ki jih je matematika zanimala že v srednji šoli. Po pouku ali pogosteje še pred poukom se je z njimi dogovorila za dodatne ure. Kolegi trdijo, da je redno prihajala v šolo že pred dogovorjenim časom, čeprav so posamezniki zelo radi zaspali. Matematični krožek je imela tudi samo z enim dijakom, če je bil ta le voljan delati. Več njenih dijakov je doseglo prav lepe uspehe na republiških in državnih prvenstvih, nekateri pa so se uvrstili celo v državno olimpijsko ekipo. Zato je že leta 1967 dobila med prvimi štirimi pedagogi društveno priznanje za večletno in požrtvovalno delo z mladimi.

Ciril Velkovrh



Slika 4b

SONČNE URE — glej članek str. 218

Slika 3c. Stara sončna ura za natančno določanje pravega sončnega časa; Sončni žarki, ki gredo skozi luknjico v ploščici z datumi osvetlijo časovno skalo, če postavimo luknjico na pravi datum. (Iz zbirke starih instrumentov na observatoriju na Golovcu, ki jo je ustvaril prof. Dominko.) (glej 1. stran ovitka)

Slika 4b. Sončna ura za domačo rabo iz 1861. (Iz zbirke starih instrumentov na observatoriju na Golovcu.)

Slika 5b. Sončna ura na južni steni ljubljanske stolnice — nima datumskih oznak.

Slika 5c. Sončna ura na zapadni steni grada Bistra, v katerem je sedaj Tehniški muzej. Kako se čita ta ura puščamo v premislek bistremu bralcu.

Slika 5c

Slika 5b