



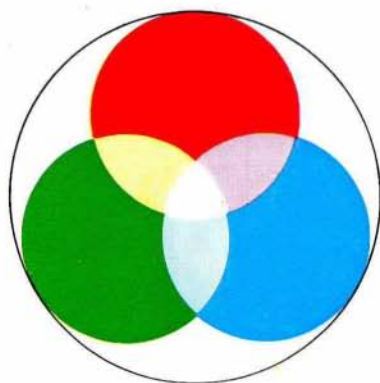
LIST ZA MLADE

MATEMATIKE

FIZIKE

ASTRONOME

IZDAJA DMFA SRS



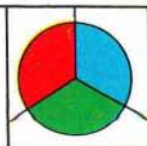
K A Z A L O

UVODNIK	129	Skulj T.: Mladi in ma, fi, as
MATEMATIKA	131	Oblak F.: Začetni pojmi geometrije. 6.
KROŽKI	134	Starič M.: Opazovanje prehoda Merkurja preko Sončeve ploskve
NALOGE-TEKMOVANJA	136	Kolenko B.: Republiško tekmovanje mladih matematikov, Koper 1973
	142	Kolenko B.: IV. zvezno tekmovanje mladih matematikov osemletnih šol
	143	Zajc P.: Za najmlajše bralce
	144	Pisanski T.: Oda kvadratni enačbi z baladnim priokusom
ASTRONOMIJA	146	Prosen M.: O severnici
BOLJ ZA ŠALO	150	Batagelj V.: Kriptaritmi
KOT ZARES		
RESITVE-NALOGE	152	Pleško J.: Zvezno tekmovanje učencev osemletnih šol
	156	Pisanski T.: Težke kocke
	158	Rakovec J.: Nekaj o mnogokotnikih
PISMA BRALCEV	159	Oblak F.: Dragi bralci!
PREMISLI IN REŠI	160	Dover J. in Pisanski T.: Dopolnilo k rezultatom prvega nagradnega razpisa ter objava nove nagraadne naloge "Premisli in reši!"

Slika na naslovni strani: Premikanje severnega nebesnega pola med zvezdami.

Na tretji strani ovitka: Filatelija

Na zadnji strani ovitka: Prekopicujmo kvadrat!



MLADI IN MA, FI, AS.

Na koncu prejšnjega leta je imelo Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije svoj 25. občni zbor. Bil je na Bledu, kjer je bilo društvo ustanovljeno leta 1949. Tam je bil rojen pred sto leti največji slovenski matematik, profesor Josip Plemelj. Poleg stoletnice njegovega rojstva smo obhajali še 20 letnikov društvene revije Obzornika za matematiko in fiziko in rojstvo Preseka.

Ena od najpomembnejših nalog, ki si jih je postavilo društvo že ob ustanovitvi, je širjenje zanimanja za matematiko, fiziko in astronomijo med mladimi. Do današnjega dne so se društvena prizadevanja v tej smeri močno razmahnila.

1957 je društvo prvič priredilo tečaj iz matematike za srednješolce in naslednje leto tekmovanje iz matematike. 1959 je priredilo prvi tečaj iz fizike. Od tega leta redno prireja republiška tekmovanja za mlade matematike in od 1964 tudi republiška tekmovanja za mlade fizike. Na lanskem tekmovanju mladih matematikov v Kopru je bilo 194 tekmovalcev, na tekmovanju mladih fizikov v Celju pa celo 200 tekmovalcev.

V zadnjih letih se je močno izboljšal uspeh slovenskih tekmovalcev na zveznih tekmovanjih iz matematike in fizike, ki jih prireja zveza republiških društev. Od 1971 so zvezna tekmovanja mladih fizikov v Sloveniji. Doslej so bila v Ljubljani, Novi Gorici in Velenju. Leta 1967 je bila naša domovina gostiteljica mednarodne matematične olimpijade. Na XV. olimpijadi v Moskvi je bilo kar 125 srednješolcev iz 16 držav.

Skoraj vsako leto poskrbi društvo tudi za predavanja iz matematike ali fizike za srednješolce. Petih predavanj leta 1972 se je udeležilo več sto mladih poslušalcev.

Mladi matematiki z osnovnih šol tekmujejo za Vegova prizna-

nja od 1970. Društvo prireja končna tekmovanja, na katerih se pomerijo najboljši osmošolci iz vse Slovenije za zlata Vegova priznanja. Lani je tekmovalo 268 tekmovalcev. Na šolskih tekmovanjih za bronasta Vegova priznanja pa je sodelovalo okoli sedem tisoč učencev in na občinskih tekmovanjih za srebrna Vegova priznanja dobrih tri tisoč učencev. Učenci sedmih in osmih razredov so se doslej že štirikrat pomerili tudi na zveznem tekmovanju.

K širjenju zanimanja za matematiko, fiziko in astronomijo prispeva tudi knjižna zbirka Sigma. V njej izhajajo knjige, ki dajejo pregled čez nekatera območja matematike in fizike. Od 1959 je izšlo že 24 različnih knjig in 11 ponatisov.

Tomaž Skulj

P R E S E K - list za mlade matematike, fizike in astronome.

1. letnik, šolsko leto 1973/74, 3.št., marec 1974, str. 129-160.

Izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije.

Uredniški odbor: Vladimir Batagelj, Jože Dover, Tomaž Fortuna, Marjan Hribar (urednik za fiziko), Andrej Kmet, Jože Kotnik, Matilda Lenarčič, Biserka Mikoš, Franci Oblak (urednik za matematiko), Jože Pavlišič, Tomaž Pisanski, Marijan Prosen, Dušan Repovš, Tomaž Skulj (odgovorni urednik), Marijan Vagaja in Ciril Velkovich (tehn.urednik).

Rokopis sta natipkali Martina Fabjančič in Nuša Rode, jezikovno pa je pregledala Sandra Oblak. Slike so narisali Višnja Kovačič, Miha Štalec in Davorin Tomažič. Oprema Borut Delak in Višnja Kovačič.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk DMFA SRS - PRESEK, Jadranska c.19., pp 227, 61001 Ljubljana, tel.št. 61-564/53. Št. žiro računa 50101-678-48363. Naročnina za šolsko leto je za posamezna naročila 20.-din, za skupinska pa 18.-din, za inozemstvo 2 \$ = 34.-din. Posamezna številka stane 5.-din.

List sofinancirajo: Kulturna skupnost Slovenije, Izobraževalna skupnost Slovenije ter Temeljne izobraževalne skupnosti v Sloveniji.

Ofset tisk Časopisno in grafično podjetje "DELO", Ljubljana. List izhaja štirikrat letno v nakladi 14.000 izvodov.

Po sklepu Republiškega sekretariata za prosveto in kulturo, št. 421-1/73 z dne 12. 7. 1973, je list oproščen prometnega davka.



ZAČETNI POJMI GEOMETRIJE

Franci Oblak

6. AKSIOMI IN IZREKI

Seznani smo se z dokazovanjem izreka 1. Dokaz smo oprli na drugo in tretjo lastnost razdalje, ki smo ju sprejeli brez dokaza. Pri dokazovanju poljubnega geometrijskega izreka se moramo nasloniti na kakršne koli geometrijske izjave, ki so že bile dokazane ali pa smo jih sprejeli brez dokaza. Jasno, da dokazati v geometriji vseh izjav ne moremo: zato, da bi začeli dokazovati geometrijske izjave v obliki izrekov, moramo nekatere geometrijske izjave sprejeti brez dokaza.

Izjavo, ki jo sprejemamo brez dokaza, imenujemo aksiom. Izjavo, pravilnost katere dokazujemo, imenujemo izrek.

Mi bomo vzeli za aksiome lastnosti razdalje, ki smo jih napisali. S popolnim sistemom aksiomov se boste seznani kasneje*.

Navedimo še dva aksioma:

1. Skozi poljubni različni točki poteka natanko ena premica (aksiom premice).
2. Premica, ki poteka skozi poljubni različni točki ravnine, pripada ravnini (leži na ravnini).

Aksiom premice moremo povedati tudi tako: dve različni točki natanko določata premico, ki poteka skozi njiju ali na kateri ti točki ležita. Premico, ki poteka skozi točki A in B , se označuje (A, B) . Vemo že, da točka A določa na premici dva poltraka. Tisti poltrak z začetkom A , na katerem leži točka B , označujemo $(A; B)$. Iz aksiomov premice sledi izrek o številu skupnih točk dveh premic.

* Glej učbenik: Štalec, Pucelj: Geometrija I.

3. izrek:

Dve različni premici imata največ eno skupno točko.

Res! Če bi premici imeli skupni dve različni točki, bi sovpadali po aksiomu premice. To pa pomeni, da več kot eno skupno točko dve različni premici ne moreta imeti, kar je bilo treba dokazati.

Lik imenujemo ravninski, če vse točke lika pripadajo isti ravnini. Nadalje bomo preučevali samo like, ki leže na (v) eni ravnini, to pomeni, ukvarjali se bomo s planimetrijo*. V bodoče lege ne bomo vsakič posebej poudarjali. Če pa bomo govorili o likih ki ne leže v isti ravnini, bomo to posebej povedali.

Vprašanja in naloge:

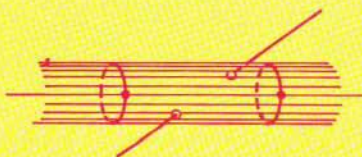
1. Kateri lik je unija $(A;B)$ in $(B;A)$? $((A;B) \cup (B;A))!$
2. Ali leže točke A, B in C na eni premici, če je:
 - a) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}, \overline{AC} = 4 \text{ cm}, \overline{BC} = 6 \text{ cm}$
 - b) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}, \overline{AC} = 3 \text{ cm}, \overline{BC} = 2 \text{ cm}$
 - c) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}, \overline{AC} = 7 \text{ cm}, \overline{BC} = 2 \text{ cm}$
 - d) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}, \overline{AC} = 2 \text{ cm}, \overline{BC} = 7 \text{ cm}?$
3. Kako so razporejene točke P, Q , in R medsebojno, če je:
 - a) $\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR}$
 - b) $\overline{PR} + \overline{RQ} = \overline{PQ}$
 - c) $\overline{RP} + \overline{PQ} = \overline{RQ}?$
4. Točka C leži med A in B , točka X leži med A in C . Ali leže točke A, B, C in na isti premici?

5. Na premici izberimo štiri točke: A, B, C in M tako, da je $\overline{AM} + \overline{MB} + \overline{BC} = \overline{AC}$.

Vemo, da točka M leži med A in C . Dokazite, da točka B leži med točkama A in C !

6. Ali moreta imeti daljici:
 - a) samo eno skupno točko,
 - b) samo dve skupni točki?
7. Dani sta daljici AC in BC , ki ležita na isti premici. Izračunajte razdaljo med središčema teh dveh daljic, če je $\overline{AB} = 2,4 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 0,8 \text{ cm}$.
8. Narišite premico in izberite na njej tri različne točke: P, Q in R . Koliko različnih daljic in različnih poltrakov določajo na premici te točke?
9. Koliko premic določajo tri dane točke, ki ne leže na isti premici? Od kod sledi vaša ugotovitev?
10. Koliko črt moremo potegniti skozi dve točki? Koliko premic poteka skozi taisti točki?
11. Koliko skupnih točk z ravnino ima premica, ki ne leži na ravnini? Od kod sledi vaša ugotovitev?

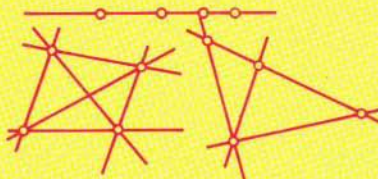
* planum (lat.) - ravnina



12. Ali morejo vse točke premice pripadati krivi ploskvi? (Slika 8).



13. Kako preveriti, če je ploskev ravna (pojasnilo na sliki 9)?



14. Na sliki 10 vidimo, da štiri točke določajo lahko eno premico, štiri premice ali šest premic. Pokažite s sliko, da pet točk lahko določa: 1, 5, 6, 8 ali 10 premic! (Drugih možnosti ni.)

MODROST STAREGA ŠEJKA

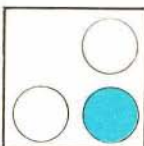
Nekoč je v oazi sredi puščave na velikem posestvu živel silno bogat šejk. Ko je zaradi visoke starosti oslabel, je k sebi poklical oba sinova. Dejal jima je: "Draga moja otroka, čutim, da me moči zapuščajo. Posestvo bom zapustil tistemu izmed vaju, ki je bolj bister. Osedlajta vajini kameli, odjezdita do najbližjega svetišča in mi od tam prinesita kak predmet, da bom vedel, da sta bila res tam. Tisti, čigar kamela bo zadnja prestopila prag moje hiše, bo postal novi gospodar. Pojdita, sinova moja in Alah naj bo vajin vsemogočni varuh!"

Sinova sta molče poslušala in se nato poslovila. Počasi sta se vlekla skozi puščavo do svetišča in nazaj. Na povratku sta srečala starega beduina. Potožila sta mu svoje skrbi, starec se je zamislil, potem pa jima je nekaj rekel. Oba sta takoj skočila na kameli in na vso moč oddirjala proti domu.

Kaj jima je rekel stari beduin, da je povzročil tako spremembo? In zakaj neki je to povedal kar obema hkrati?

REŠITEV: Stari beduin jima je svetoval, naj zamenjata kameli. Njun oče je namreč rekel: "...Tisti, čigar kamela bo zadnja prestopila prag moje hiše, bo novi gospodar..." Od tod velikanska sprememba - sinova sta oddirjala kot neumna, vsak na bratovi kameli...

Dušan Repovš



KROŽKI

OPAZOVANJE PREHODA MERKURJA ČEZ SONČEVO PLOSKEV

Dne 10.11.1973 je planet Merkur navidezno prečkal Sončevo ploskev. Za opazovanje tega redkega pojava smo se dobro pripravili. Že nekaj dni poprej smo se sestali in se seznanili s potekom prehoda. Ker smo nameravali točno določiti vstop in izstop Merkurja iz Sončeve ploskve, smo več dni zapored zasledovali tek dveh ur in ju umerili na dve sekundi natančno po srednje evropskem času (RTV Ljubljana).

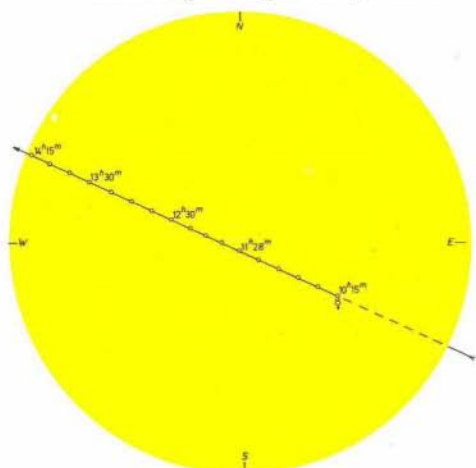


Sl. 1. Člani
astronomskega
krožka na
Šmarni gori

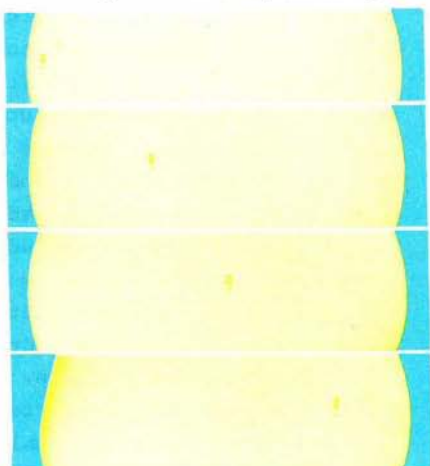
Omenjenega dne smo se zjutraj odpravili na Šmarno goro, ker je bila v Ljubljani megla. S seboj smo vzeli šolski refraktor z objektivom z goriščno razdaljo 1300 mm in premerom 80 mm, tranzistorski radioaparater, prek katerega smo lahko še med potekom pojava preverjali tek ur in fotoaparater. Sonce smo projecirali na zaslon, da je bil premer slike 192 mm. Vreme nam v začetku ni bilo naklonjeno, tako da smo prvič opazili Merkur šele ob 9.35,

ko je že opravil $1/7$ poti čez Sonce. Odtlej smo vsakih 15 minut zarisali trenutno lego Merkurja (sl.2). Opazovalni pogoji so se izboljšali, Sončev rob je bil dokaj oster, le okoli poldneva smo opazili rahlo migljanje kot posledico vetra v višjih plasteh ozračja. Sonce je bilo brez peg (Wolfosko relativno število je bilo 0). Prehod smo tudi fotografirali (sl.3). Uporabili smo film ORWO NP15 z občutljivostjo 15 DIN. Ob fotografiranju smo na objektiv teleskopa nataknil zaslonko s premerom 40 mm, čas osvetlitve pa smo naravnali na tisočinko sekunde. Slika Sonca na filmu je merila 24 mm v premeru. Film smo razvili v pozitivnem razvijalcu FR4, da smo dobili čim večje kontraste.

Prehod je trajal do približno 14.15. Ugotovili smo, da se je



Sl.2 Prehod Merkurja. Prvič smo narisali lego Merkurja ob 10.15, zadnjič, tik preden se je planet dotaknil zahodnega roba Sonca pa ob 14.15.

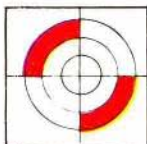


Sl.3 Fotografije Merkurjevega prehoda.*
(a) ob 9.55
(b) ob 11.25
(c) ob 12.36
(d) ob 14.06

Merkur dotaknil notranjega roba Sonca ob $14^h 15^m 22^s$. Tedaj se je med Merkurjevo ploščico in Sončevim robom izoblikoval nekakšen mostiček. Zadnji stik smo opazili ob $14^h 16^m 51^s$.

* Slika Merkurja je retuširana.

Za astronomski krožek
I.gimn. v Ljubljani
Marko Starič



NALOGE-TEKMOVANJA

TEKMOVANJE SLOVENSКИH SREDNJEŠOLCEV

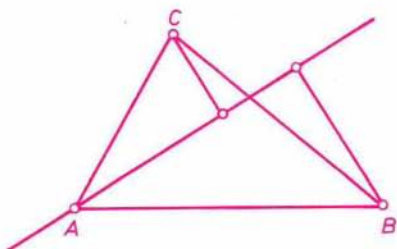
V KOPRU 7.4.1973

Kot vsako leto, je tudi letos Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije organiziralo republiško tekmovanje srednješolcev v matematiki, tokrat na koprski gimnaziji. Zato smo naprosili njenega direktorja tov. Marušiča za sodelovanje, za pokroviteljstvo pa inštitut Tomos. Direktor ing. Štokin je pravilno razumel našo prošnjo in nam obljubil vso pomoč. Vsak od udeležencev je dobil od inštituta v spomin knjigo O. Sajovic: *Normalna aksonometrija* s posvetilom. Vsi so bili po tekmovanju povabljeni na kosilo, tisti udeleženci pa, ki so prespali v Kopru, so si pred tekmovanjem pod vodstvom tovarniških sodelavcev ogledali tovarno. Inštitut je sodeloval tudi pri nagradah in je trem prvonagrajencem (drugošolcu, tretješolcu in četrtošolcu) poklonil ure v spomin. Ob otvoritvi tekmovanja so se zbrali v avli gimnazije vsi tekmovalci, člani komisije s predsednikom dr. I. Vidavom, spremljevalci dijakov in zastopniki tiska, radia in televizije. Navzoče je na kratko pozdravil direktor gimnazije, nato pa še zastopnik inštituta Tomos ing. Pečarič. Oba sta zaželela mladim tekmovalcem čim več uspeha pri delu. Tekmovalci so nato odšli v razrede, kjer so jim člani komisije razdelili razmnožene naloge, ki so jih prejšnji dan na seji izbrali za posamezne razrede. Vsak tekmovalec je moral rešiti 5 nalog, od katerih je vsaka rešena veljala 5 točk. Za posamezne razrede so bile naslednje naloge:

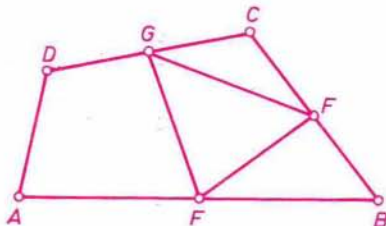
V desetlitrski posodi je deset litrov mleka. Imamo še dve prazni posodi - eno za sedem litrov, drugo pa za tri litre. Kako je treba pretakati mleko, da bomo dobili v desetlitrski in sedemlitrski posodi po pet litrov mleka?

1. razred

- 1) Imamo 100 kock, od katerih jih ima 80 vsaj eno rumeno mejno ploskev, 75 vsaj eno rdečo in 85 vsaj eno zeleno. Koliko je najmanjše število kock, ki imajo hkrati mejne ploskve vseh treh barv?
- 2) Poišči vsa naravna števila x, y, z , za katere je izraz $n = 1/x + 1/y + 1/z$ naravno število?
- 3) Janez je 7. aprila 1973 star toliko let, kolikor je vsota cifer v letnici njegovega rojstva. Koliko je star?
- 4) Če narišeš v poljubnem trikotniku ABC premico skozi oglišče in razpolovišče nasprotnih stranic, sta pravokotnici iz drugih dveh oglišč trikotnika na to premico enako dolgi. Dokaži!



- 5) Razpolovišča E, F, G stranic AB, BC in CD konveksnega četrverokotnika $ABCD$ določajo trikotnik s ploščino p . Kolika je ploščina četrverokotnika $ABCD$?



2. razred

- 1) Produkt treh zaporednih naravnih števil povečamo za srednje in dobimo število med 3000 in 4000. Katera so ta števila?
- 2) Kolikšno je razmerje med vsoto kvadratov stranic trikotnika in vsoto kvadratov njegovih težiščnic? Izvedi formulo za dolžino težiščnice!
- 3) Opazovalec se giblje enakomerno po premici s hitrostjo v mimo točke C . V trenutku t_1 izmeri kot α_1 med smerjo gibanja in smerjo proti točki C . V trenutku t_2 ponovi meritev ter izmeri kot α_2 . Kdaj se opazovalec najbolj približa točki C in koliko je tedaj od nje oddaljen?
- 4) Poišči vse celoštevilčne rešitve enačbe $x^2 + 73 = y^2$
- 5) Načrtaj trikotnik s podatki: c, γ, t_a !

- 1) Dokaži neenakost: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b+c+d+e)$, pri čemer so a, b, c, d, e poljubna realna števila!

- 2) Izrazi kot produkt naslednji izraz:

$$a) S = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma - \sin(\alpha + \beta + \gamma)$$

- b) Iz dobljenega izraza pokaži, da velja:

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cdot \cos(A/2) \cdot \cos(B/2) \cdot$$

$$\cos(C/2), \text{ če so } A, B, C \text{ koti trikotnika!}$$

- c) Pokaži, da je v trikotniku, za katerega velja

$$\sin(3A) + \sin(3B) + \sin(3C) = 0$$

$$\text{vsaj en kot enak } 60^\circ!$$

3) Izračunaj brez tabel:
 $(2 \cdot \cos 40^\circ - \cos 20^\circ) / (\sin 20^\circ)$

4) Določi a , tako da bo polinom
 $p(x) = x^n - ax^{n-1} + ax - 1$
 deljiv s polinomom
 $q(x) = (x-1)^2$!

5) Naj bodo x_1, x_2, x_3, x_4 ta-
 ka števila, da velja:

a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$,

b) $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = 0$.

Pokaži, da sta med njimi
 vsaj dve števili z vsoto 0 !

4. razred

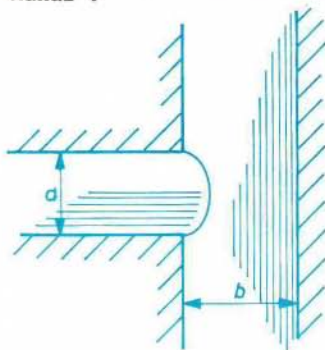
1) Naj bo zaporedje $P = \{a_n\}$
 oblikovano tako, da je $a_1 = 0$
 in $a_{n+1} = (a_n^2 + b)/2$, kjer je
 $0 < b \leq 1$. Dokaži, da je to
 zaporedje konvergentno in i-
 zračunaj njegovo limito !

2) Izračunaj vsoto $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(kx)$!
 (Navodilo: Uporabi Moivreov
 izrek in binomsko formulo!)

3) Stranice kvadrata razdelimo
 na $2n$ enakih delov (vsako
 stranico posebej). Tako dob-
 ljene točke, oglišča in sre-
 dišče kvadrata določajo mno-
 žico M ($8n+1$ točk). Koliko
 premic določajo točke iz M ?

4) Naj bo $x^3 - px^2 + qx - r = 0$.
 Dokaži, da oblikujejo kore-
 ni enačbe geometrijsko zapo-
 redje natanko tedaj, ko je
 $q^3 = p^3 r$!

5) Vodni kanal širine a se ste-
 ka pravokotno v kanal širine
 b . Kako dolga palica lahko
 še priplava iz enega v drugi
 kanal ?



Po dveh urah in pol so morali tekmovalci oddati svoje izdel-
 ke. Na hodniku jih je čakala malica, dar gostitelja. Člani ko-
 misije in njihovi pomočniki (študentje matematike in nekateri
 spremljevalci - profesorji) so se nato lotili popraviljanja na-
 log. To zahtevno delo so dokaj hitro opravili, medtem pa so do-
 mači dijaki, člani tehničnega krožka, napisali še diplome. Z
 majhno zamudo smo se ob 17. uri spet zbrali v avli, kjer je dr.
 I. Vidav spregovoril zbranim tekmovalcem in razglasil rezulta-
 te. Nekaj prisrčnih in vzpodbudnih besed je našel tudi za ti-
 ste, ki jim tokrat ni uspelo tako, kot so pričakovali. Potem
 je nagrajencem razdelil nagrade in nekaterim pohvale.

Tekmovanja se je od 180 prijavljenih dijakov udeležilo 167 dijakov s 25 srednjih šol (od 54-ih, ki smo jih imeli na spisku povabljenih). Torej je več kot polovica srednješolskih zavodov, kjer se za tekmovanje ni prijavil niti en dijak. Kje so vzroki za to? Prav gotovo je eden izmed njih nestrokovna zasedenost pouka matematike, torej splošno pomanjkanje učnega kadra. Na mnogih srednjih šolah uče matematiko honorarni predavatelji, ki se že na svoji matični šoli toliko utrudijo, da ne morejo posvetiti več časa in dela posameznim matematičnim talentom na teh šolah. Prav zato pa smo z uspešnim delom mnogih tekmovalcev lahko še posebej zadovoljni.

Nenavadno dobro so se letos odrezali prvošolci. Naloge so bile primerno težke. Najboljši *Aleksander Camlek*, dijak ravske gimnazije, je dosegel 23 točk. Tekmovalo je 51 prvošolcev, ki so dosegli naslednji uspeh:

I. razred:

prva nagrada: *Aleksander Camlek*, gimn. Ravne na Koroškem;

druga nagrada: *Vasja Vehovar*, gimn. Ajdovščina; *Zdenko Bučinel*, gimn. Novo mesto;

tretja nagrada: *Milan Kranjc*, gimn. Škofja Loka; *Marko Oblak*, II.gimn. Ljubljana; *Tamar Čefarin*, gimn. Novo mesto; *Irena Hočev*, gimn. Poljane, Ljubljana; *Peter Križan*, gimn. M.Zidanška, Maribor,

pohvala: *Majda Dremelj*, gimn. Škofja Loka; *Edi Kuklec*, I.gimn. Ljubljana; *Zdenka Pišek*, gimn. Ptuj; *Meta Suhač*, I.gimn. Ljubljana; *Janez Dolenc*, gimn. Škofja Loka; *Nada Širca*, gimn. Koper; *Majda Bernik*, gimn. Škofja Loka; *Mirko Brejce*, gimn. Škofja Loka; *Erika Merše*, gimn. Postojna; *Bojan Vidic*, gimn. Ajdovščina; *Zvonka Pangerc*, I.gimn. Maribor; *Jordan Hrepevnik*, gimn. Ajdovščina; *Darinka Križ*, gimn. Novo mesto; *Barbara Mayer*, I.gimn. Ljubljana; *Andrej Šubašič*, gimn. Murska Sobota; *Bojan Rožman*, gimn. Murska Sobota.

Za drugi razred je dobil prvo nagrado *Matjaž Zor* iz I.gimn. v Ljubljani, ki je pravilno rešil vse naloge (25 točk). Tekmovalo je 33 drugošolcev, dosegli pa so naslednje uspehe:

II. razred:

prva nagrada: *Matjaž Zor*, I.gimn. Ljubljana;
druga nagrada: *Marko Šega*, I.gimn. Ljubljana;
tretja nagrada: *Bogdan Vuk*, gimn. Nova Gorica; *Ivan Bizjak*,
gimn. Velenje;

pohvala: *Igor Mozetič*, I.gimn. Ljubljana; *Marjan Perčič*,
gimn. Postojna; *Igor Ozimek*, I.gimn. Ljubljana; *Damjana Žolnir*,
gimn. Celje; *Martin Simonič*, II.gimn. Ljubljana;

Za tretji razred je dosegel 25 možnih točk in prvo nagrado
Andrej Vitek iz I.gimn. v Ljubljani. Tekmovalo je 48 tretješol-
cev, ki so dosegli naslednje uspehe:

prva nagrada: *Andrej Vitek*, I.gimn. Ljubljana;
tretja nagrada: *Andrej Razdrtič*, I.gimn. Ljubljana;
pohvala: *Marjan Tomšič*, I.gimn. Ljubljana; *Miran Kralj*, I.
gimn. Ljubljana; *Uroš Mikoš*, I.gimn. Ljubljana.

V četrtem razredu je bil najboljši *Boris Lavrič* z gimnazije
v Kranju, ki je že star tekmovalni as (25 točk). Tekmovalo je
35 četrtošolcev, ki so dosegli naslednje uspehe:

prva nagrada: *Boris Lavrič*, gimn. Kranj;
tretja nagrada: *Zlatan Magajna*, gimn. Koper; *Milan Miklavčič*,
TSŠ KMRLP Ljubljana;

pohvala: *Boštjan Hostnik*, I.gimn. Ljubljana; *Aleksander Mal-
nič*, gimn. Nova Gorica; *Ivan Koderman*, I.gimn. Ljubljana; *Dušan
Repovš*, I.gimn. Ljubljana; *Anton Jagrič*, gimn. Celje; *Mojca Kobe*,
I.gimn. Ljubljana; *Bojan Magajna*, gimn. Postojna.

Skupno smo torej razdelili 17 nagrad (4 prve, 3 druge in 10
tretjih) in 31 pohval. Od 167 udeležencev je torej skoraj 29 %
rešilo nad 50 % nalog, kar je za republiško tekmovanje zadovo-
ljiivo, če upoštevamo, da so bile to precej težke ali vsaj ne-
stereotipne naloge iz predelane snovi.

Člani komisije so takoj določili tudi ekipo, ki je zastopala
našo republiko na zveznem tekmoivanju. Letos smo prvič poslali
na to tekmoivanje tudi prvošolce in sicer: *Aleksandra Camlek* iz
Raven na Koroškem, *Vasjo Vehovar* iz Ajdovščine in *Zdenka Buči-
nel* iz Novega mesta.

Drugi razred so zastopali: *Matjaž Zor* in *Marko Šega* s I.gim-

nazije v Ljubljani, *Bogdan Vuk* iz Nove Gorice in *Ivan Bizjak* iz Velenja.

Tretji razred je zastopala celotna ekipa iz I.gimnazije v Ljubljani: *Andrej Vitek*, *Andrej Razdrtič*, *Marjan Tomšič* in *Miran Kralj*.

Za četrti razred pa so bili določeni: *Boris Lavrič* iz Kranja, *Zlatan Magajna* iz Kopra, *Milan Miklavžič* s TSŠ v Ljubljani, *Boštjan Hostnik* s I.gimnazije v Ljubljani in *Aleksander Malnič* iz Nove Gorice.

Bogomila Kolenko



Nekaj posnetkov s tekmovanja mladih matematikov v Kopru

IV. ZVEZNO TEKMOVANJE MLADIH MATEMATIKOV OSNOVNIH ŠOL
JE BILO 17. JUNIJA 1973 V BEOGRADU

Ob 8.50 so v učilnico Prirodoslovno-matematične fakultete v Beogradu vstopili učenci-tekmovalci in njihovi spremljevalci. Točno ob 9. uri je navzoče pozdravil tov. prof. Bogoljub Marinković v imenu DMFA Jugoslavije in jim zaželel mnogo uspeha pri delu. Vsak tekmovalec je dobil na svojem prostoru v zaprti kuverti naloge, napisane v materinem jeziku, in listek za šifro, pod katero bo izdelek oddal.

Komisija, sestavljena iz članov DMFA posameznih republik (razen Makedonije), je dan pred tekmovanjem izbrala izmed nalog, ki jih je pripravil gostitelj - DMF - Srbije prof. B. Marinković, 5 nalog, upoštevajoč pri tem seveda že predelane naloge na republiških tekmovanjih. Člani komisije so bili z organizacijo zelo zadovoljni, saj so letos imeli tekmovalci rezervirane penzije za tri dni. Po tekmovanju, medtem ko je komisija ocenjevala, so se tekmovalci s svojimi spremljevalci odpeljali na izlet po Beogradu.

Tudi letos je dobil prvo nagrado Slovenec Matjaž Vidmar iz osnovne šole Milojke Štrukelj - Nova Gorica, ki je edini dosegel vseh 25 možnih točk. Prav tako je dobil 1. nagrado za 24 točk tekmovalec iz Majdanpeke - Zakošek Zlatko. Drugo nagrado (23 t.-22 t.) sta poleg 3 tekmovalcev iz Srbije in enega iz BiH spet dobila dva Slovenca in sicer: Jenčič Igor (22 t.) iz osn. šole Prežihov Voranc in Pleško Janez (22 t.) iz osn. šole Majde Vrhovnik, oba iz Ljubljane. Podeljeni sta bili še dve tretji nagradi, eno je dobil Lavtižar Boris (21 t.), učenec osn. šole Prežihov Voranc iz Ljubljane, eno pa je dobil učenec madžarske narodnosti iz N. Sada. Učenci, ki so dosegli 16 t. - 18 t., so bili pohvaljeni (6). Če bi tekmovalec Žlajpah Leon (15 t.) iz Celja ne bil preveč površen v pisavi, bi imeli lahko še enega nagrajenca več. Od sedmih naših tekmovalcev so se štirje kar dobro odrezali. Vsi tekmovalci so dobili spominsko knjižno nagrado.

Z uspehom naših tekmovalcev smo lahko kar zadovoljni. Vsako leto namreč narašča število tekmovalcev za zlato Vegovo priznanje (lani 211 - letos 268) in tako je vedno lažje dobiti tekmovalce za zvezno tekmovanje. V prihodnje bomo morali poskrbeti, da se bodo tudi sedmošolci udeležili zveznega tekmovanja. Čimprej naj se navadijo na stroge pogoje tekmovanj, ki prav gotovo vzpodbujajo k resnejšemu delu na področju matematike.

Naloge, ki so jih reševali tekmovalci:

1. Vzemimo dve poljubni naravni števili. Iz njune vsote, razlike in produkta dobimo 3 nova števila. Dokaži, da je vsaj eno od teh treh števil deljivo s 3!
2. Po znižanju cene blaga za 20 % moremo kupiti za 240 din 1 m več kot smo lahko kupili pred znižanjem za 270 din. Po čem je bilo blago pred znižanjem?
3. V ravninskem pravokotnem koordinatnem sistemu XY načrtaj pravokotnik $ABCD$, če so znane koordinate treh oglišč: $A(-3,-1)$, $B(5,-1)$, $C(5,3)$.
Določi:
a) koordinati točke D ,
b) koordinati presečišča daljic AC in BD ,
c) enačbe premic, na katerih leže stranice in diagonali pravokotnika.

4. Osnovnici AB in CD trapeza $ABCD$ podaljšamo na obe strani. Simetrali zunanjih kotov trapeza pri A in D se sečeta v točki M , simetrali zunanjih kotov pri B in C pa v točki N . Določi obseg trapeza $ABCD$, če je $MN = 2k$.
5. Vrh pokončnega stožca leži v središču osnovne ploskve pokončnega valja, osnovna ploskev tega stožca pa je kon-

centrična z drugo osnovno ploskvijo valja. Polmer osnovne ploskve valja je r , višina pa h . Volumna stožca in valja sta enaka.

- a) Kolik je polmer osnovne ploskve stožca (izraženo z r) ?
- b) Kolik je volumen tistega dela valja, ki je v notranjosti stožca (izraženo z r in h) ?

Bogomila Kolenko

ZA NAJMLAJŠE BRALCE

Hitro rešite!

1. Tovorni vagon je dolg 10 m. Koliko je dolg vlak, če ga sestavlja 20 enakih vagonov in je medsebojna razdalja 1 m?
2. Kocko 1 m^3 razdelimo na kockice po 1 mm^3 . Kako dolga je vrsta, če postavimo kockice drugo poleg druge?
3. Koliko desetice dobimo, če 4 desetice pomnožimo s 3 deseticami?
4. Kaj je večje, vsota vseh števil od 1, 2, 3, ..., 9, 0 ali njihov produkt?
5. Za knjigo si plačal 20 din in $1/3$ cene. Kolika je cena knjige?
6. Kolika je vsota vseh parnih števil od 1 do 100? (Spomni se Gaussa!)

Pavle Zaje

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

IZJAVO ZA ŠOLSTVO
SOCIALISTIČNE REPUBLIKE SLOVENIJE

ime: _____ priimek: _____

naslov: _____

je prijatelj _____



**ZLATO
VEGOVO PRIZNANJE**

za uspeh na republiškem tekmovanju iz matematike v letnem letu 19.../...

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije
in Zveza za šolstvo SR Slovenije
predlagata predložitelj, da učencu opredeli za prejemnika zlatja iz matematike;
državno-političnim skupnostim, izobraževalnim skupnostim in delovnim organizacijam
ga priporočata, naj učenca vsopeh spoštujejo pri predložitvenju (spomni!)
in drugih dobrih poslih na šolanju.

V. _____ 19... Predsednik republiške
izobraževalne komisije

Ime učnika dopolniti, kadar je potrebno. 19... - leto izdaje zlatja

Zlato Vegovo priznanje, ki ga dobe za uspešno sodelovanje na republiškem tekmovanju učenci osemletnih šol v Sloveniji.

Kdor s kvadratno se enačbo skuša,
tole pesem naj posluša!

Lepa je enačba $ax^2 + bx + c = 0$
znanka.

a , b , c poznamo, x neznanka.

O, algebra ljuba mamka,

brž z rešitvijo postreži

in razčleni,

kdaž korena sta enaka,

kdaž realna, spet kompleksna;

brž z rešitvijo postreži,

o, algebra ljuba mamka!

In rešitev je že znana

$x = (-b \pm \sqrt{D}) / (2a)$,

a v njej D diskriminanta

vsa rešitvi je predana.

Z ničlo D se neizprosno

v boj junaški brez predsodka

vrže nadvse ponosno!

In se skušata izrodka,

kdo močnejši je, kdo večji!

V začetku boja sta enaka $D = 0$

Rešitev $x = -b / (2a)$

tam sameva!

Vendar, glej ga spaka!

D uspeva; $D > 0$

In rešitev kar razpade

kakor Pegam na dva kosa,

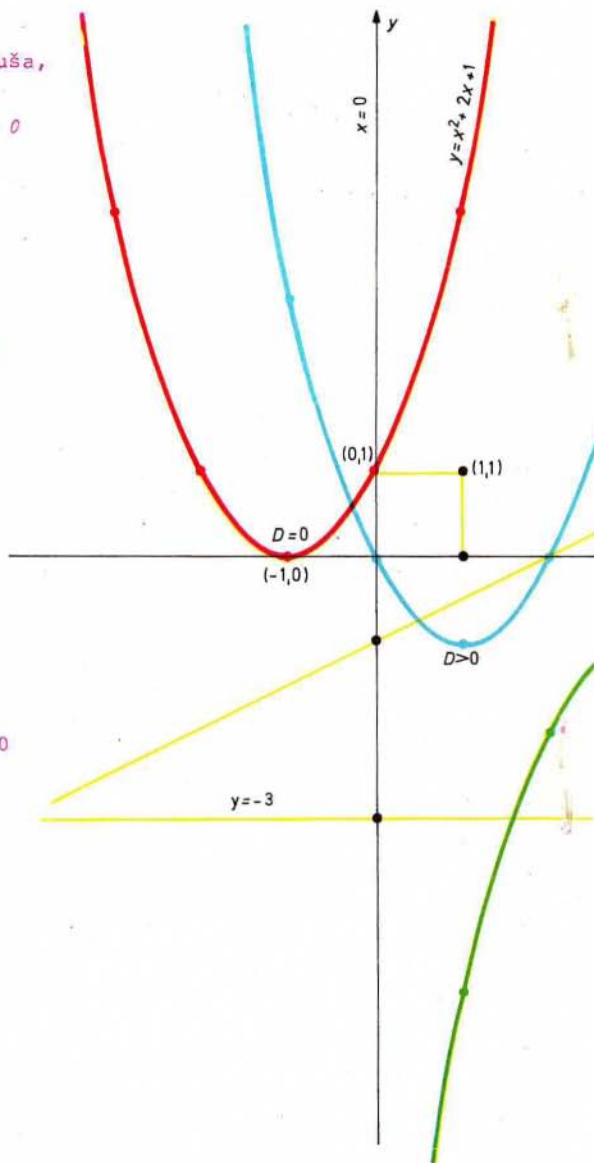
ko ga Lambergar napade.

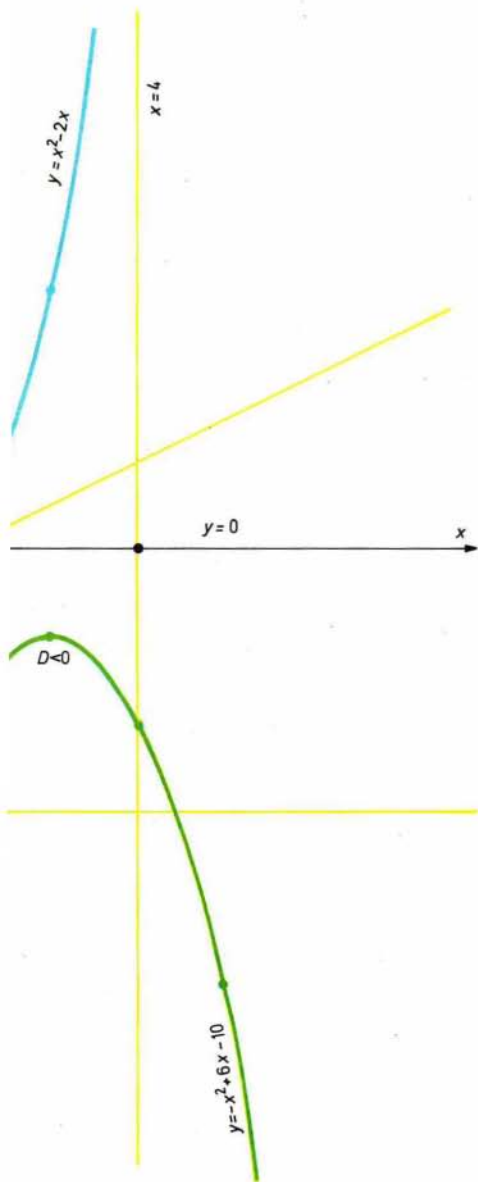
Tu korena sta realna,

nebogljena, samosvoja

in vsa tuja.

O, usoda, ti si kalna!





Glej!!??!

Boj ni končan!

D omaguje! $D \rightarrow 0$

Korena vedno bolj sta skupaj,

za hip sta eno... $D = 0$

je res že vse zgubljeno?

Nikoli, človek, ne obupaj!

Ko nič (0) je razuzdana

diskriminanta poteptala $D < 0$

iz R oba korena

zletela sta zavrtna.

O, kaos, kompleksna ti ravnina!

V njej mir svoj prepotrebni

korena bosta žila.

Obdaja sinja ju modrina.

Tako sta konjugiranost dobila,

popolnost, da le malo takih,

ju loči premica realna

nikoli več ne bosta se združila.

In kaj zdaj to?

Je sploh mogoče!?

Enačba joče!

α sabotira, $\alpha \rightarrow 0$

enačba umira

α se izniči, $\alpha = 0$

in jo zmaliči ...

Prelepa ti kvadratna

enačbica preudarna,

usoda je zavratna.

Odslej boš linearna

$bx + c = 0$

Tomaž Pisanski

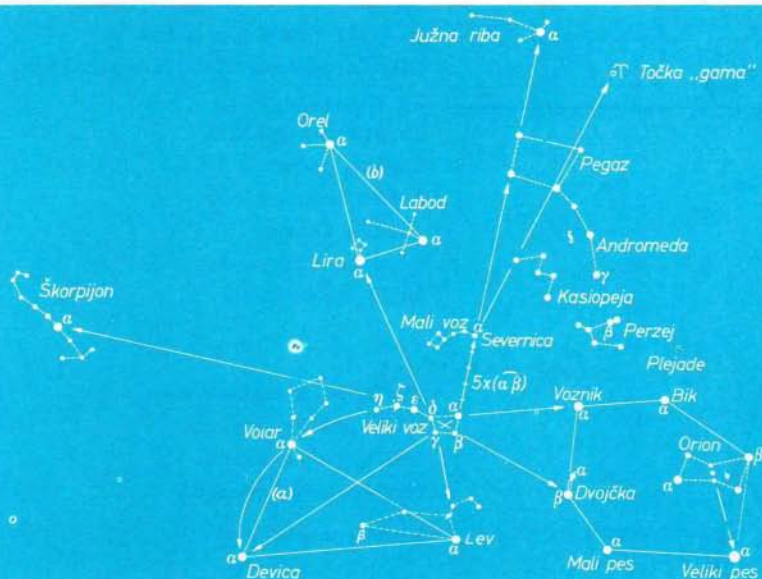


ASTRONOMIJA

O SEVERNICI

Marijan Prosen

Saj poznaš Severnico, zvezdo, po kateri se lahko orientiraš ponoči. Leži v ozvezdju Malega medveda v neposredni bližini severnega nebesnega pola, zato ji rečemo tudi Polarnica. Pri nas je vidna v jasnih nočeh (sl.1)

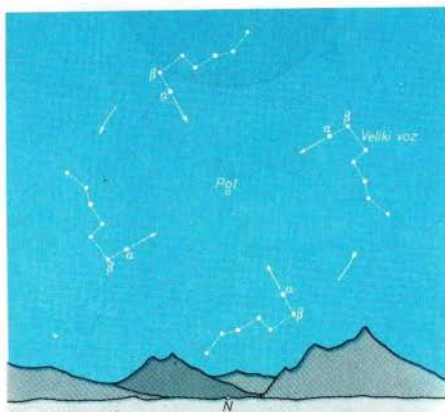


1. Skica najpomembnejših ozvezdij, ki so vidna iz naših krajev. Severnice med njimi ni težko najti. Označeni so pomladni (a) in poletni (b) trikotnik ter zimski šesterokotnik. Skico uporabi praktično za iskanje posameznih ozvezdij in zvezd. Pri ogledu zvezdnatega neba naj ti bo izhodišče Veliki voz, ki ga dobro poznaš.

Jasnega večera opazuj Severnico in zvezde okrog nje ali usmeri vanje fotoaparat, ki je naravnan na neskončnost in trdno vpet na stojalu! Film z občutljivostjo 25 DIN osvetljuje pri odprti zaslonki približno eno uro. Slike zvezd zarišejo na filmu koncentrične krožne loke (sl.2). Predstavljajmo si, da se nebo z zvezdami vred vrti okoli osi, ki gre skozi središče dobljenih lokov in Zemljino središče. Severnica je zelo blizu nebesnega pola, kjer ta os prebada nebo. Vemo, da je navidezno vrtenje neba posledica resničnega Zemljinega vrtenja. Navidezno vrtenje neba in resnično vrtenje Zemlje potekata okoli iste osi, vendar v nasprotnem smislu. O vrtenju neba se lahko prepričaš tudi po legah Velikega voza (sl.3)



2. S fotografskim aparatom ugotovljeno navidezno vrtenje neba

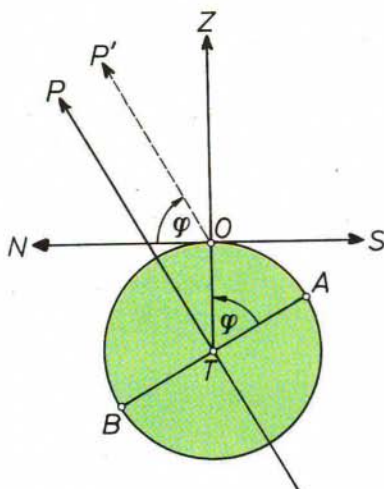


3. Veliki voz v različnih legah na nebu

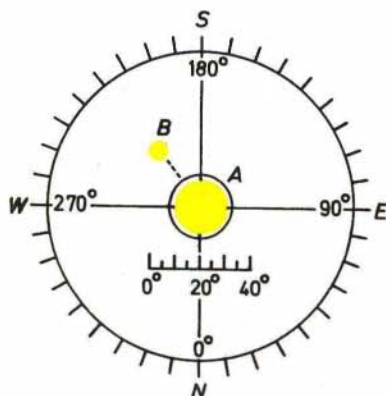
Pri potovanju proti severu opazimo Severnico vse višje nad obzorjem, pri potovanju proti jugu pa vse nižje. S slike 4 lahko razbereš, da je višina Severnice v kakem kraju na severni zemeljski polobli približno enaka geografski širini kraja.

Z daljnogledom, ki ima objektiv s premerom 6 cm ali več, lahko ugotoviš, da je Severnica dvojna zvezda (sl.5). Sestavljata jo svetla glavna zvezda A in šibkejša spremljevalka B. Obe zvezdi sta razmaknjeni za kot 18".

Ugotovili so, da se glavni zvezdni sij malenkostno spreminja s periodo okoli štiri dni. Takšno nihanje sija je značilno.



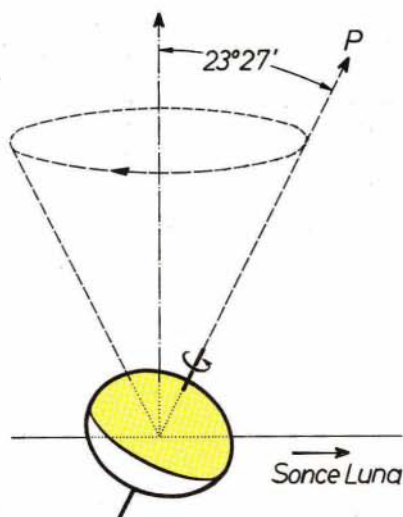
4. Višina Severnice v kakem kraju je približno enaka geografski širini tega kraja. T - središče Zemlje, O - opazovališče z geografsko širino $\phi = \angle OTA$, AB - Zemljin ekvator, TP - smer proti severnemu nebesnemu polu, OZ - smer proti zenitu, ON - smer proti severišču, OS - smer proti južišču, NS - horizont - shema. Kota $\angle NOP'$ in $\angle OTA$ sta enaka, ker sta kota s pravokotnima krakoma.



5. Že z daljnogledom z odprtino malo več kot 6 cm ugotoviš, da je Severnica dvojna zvezda

za kefeide. To so zvezde, ki se širijo in krčijo. Pri tem se jim spreminjata temperatura in svetlobni tok, zato tudi sij. Astronomi še ne vedo, zakaj pride do takega "dihanja" zvezd. Polmer kefeide v Severnici je približno stokrat večji od polmera Sonca. Zvezda pa oddaja v povprečju tisočkrat večji svetlobni tok kot Sonce. Ker je Severnica oddaljena okoli 400 svetlobnih let, pride do nas le bore malo te svetlobe.

Severnica ni imela vselej tako imenitne lege na nebu kot sedaj in ji ta lega ni zagotovljena za vse čase. Lega Zemljine osi v prostoru ni stalna. Sonce in Luna vplivata na Zemljo tako, da opisuje njena os plašč stožca. Majhna dodatna nihanja zanemarimo (sl.6) Ta pojav, značilen za vrtavke, imenujemo precesija. Zaradi precesije Zemljine osi se premika nebesni pol. V približno 26 tisoč letih opiše na nebu poln krog (sl.7)*. Okoli leta 2800 pr.n.št. je bila Severnica zvezda α v Zmaju. Leta 800 pr.n.št. je bil severni nebesni pol blizu neke, s prostim očesom vidne zvezde v ozvezdju Žirafe.



6. Precesija Zemljine osi - Zemlja kot vrtavka

Od severnega nebesnega pola je bila tedaj oddaljena okoli $0,5^\circ$ in so jo verjetno uporabljali severni mornarji kot zvezdo vodnico. V tistem času je bila današnja Severnica $7,5^\circ$ oddaljena od pola. Danes je oddaljena od pola samo okoli 1° , leta 2100 pa mu bo najbližje - približno $0,5^\circ$. V daljni prihodnosti bodo severnice druge zvezde, na primer okrog leta 7500 zvezda α v Kefeju, okoli leta 14000 pa zvezda Vega v Liri.

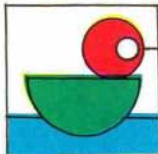
Na severni polobli smo na boljšem kot na južni. Okoli južnega nebesnega pola v razdalji 10° ni v današnjem času nobene tako svetle zvezde, kot je Severnica.

Le pogledj kdaj na Severnico !

★

7. Premikanje severnega nebesnega pola med zvezdami.

(Slika je objavljena na naslovni strani Preseka.)



BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

K R I P T A R I T M I

Pri kriptaritmi zamenjamo znake, ki stojijo namesto cifer, s takimi ciframi, da bodo napisani računi pravilni. Cifra, ki začenja posamezno številko, po navadi ne sme biti 0.

Poglejmo si za primer, kako rešimo naslednji kriptaritem*

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E W} \end{array}$$

Očitno je $M = 1$. Zato je O lahko le 0 ali 1. Ker je 1 že M , je $O = 0$. N ne more biti več enak 0; potemtakem je

$$E + 1 = N \quad (1)$$

$$\text{in} \quad S + 1 = 10 \quad (2)$$

Iz enačbe (2) izhaja $S = 9$. Zaradi (1), pri seštevanju $N + R$ smo šteli eno naprej, pa mora veljati ena od možnosti

$$N + R = 10 + E \quad (3)$$

$$\text{in} \quad N + R + 1 = 10 + E \quad (4)$$

Zamenjamo N v enačbah (3) in (4) z $E + 1$ in poiščemo R . Iz (3) dobimo $R = 9$; iz (4) pa $R = 8$. $S = 9$, zato je $R = 8$ in velja enačba (4) - pri seštevanju $O + E$ smo šteli eno naprej

$$O + E = 10 + W \quad (5)$$

* POŠLJI VEČ DENARJA - najpogostejši stavek v pismih iz internatov, taborjenj in vojske. V naslednjih številkah PRESEKA vam bomo zastavili še nekaj takšnih nalog.

Ker je $N \geq 2$, mora biti tudi

$$D + E \geq 12 \quad (6)$$

Vse cifre, ki so še na voljo, so manjše od 8. Neenačbi (6) za-
doščata le dvojici (7,6) in (7,5). Ker je $N > E$, mora biti
 $D = 7$ in $E = 5$. $N = 6$ ter $M = 2$. Kriptaritem ima enolično
določeno rešitev

$$\begin{array}{r} 9\ 5\ 6\ 7 \\ +\ 1\ 0\ 8\ 5 \\ \hline 1\ 0\ 6\ 5\ 2 \end{array}$$

Še nekaj kriptaritmov:

$$\begin{array}{r} 1. \quad \underline{6\ 7\ x\ \ ?\ ?} \\ \quad \ ?\ ? \\ \quad \underline{\quad\ ?\ ?} \\ \quad \ ?\ ?\ ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad \underline{\ ?\ ?\ ?\ x\ \ ?\ 2\ ?} \\ \quad \ ?\ 8\ ? \\ \quad \ ?\ ?\ ?\ ? \\ \quad \underline{\quad\ ?\ ?\ ?} \\ \quad \ ?\ ?\ ?\ ?\ ?\ ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad \underline{\quad\ ?\ ?\ x\ \ ?\ ?} \\ \quad \ ?\ ?\ ? \\ \quad \underline{\quad\ ?\ ?\ ?} \\ \quad \ ?\ ?\ ?\ ? \\ \quad \underline{\quad\ 1\ ?\ ?} \\ \quad \ ?\ ?\ ?\ ?\ ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \quad \underline{H\ O\ x\ E} \\ \quad B\ L \\ +\ I\ R \\ \hline A\ P \end{array}$$

Vladimir Batagelj

KOLIKO JE 2×2 ?

Inženir: vzame logaritmčno računalno in pove 4, natančneje
3,96;

Trгоvec: če kupujem 3,5, če prodajam pa 4,5;

Računalniški strokovnjak: 3,999999998;

Fizik: je reda velikosti 10^0 ;

Statistik: 4 z verjetnostjo 0,95;

Matematik: ima eno samo realno vrednost;

Operacijski raziskovalec: kakšen rezultat želite?

Vlado Batagelj



REŠITVE NALOG

REŠITVE NALOG ZVEZNEGA TEKMOVANJA UČENCEV OSEMLETNIH ŠOL
BEOGRAD 1973

1. Vzemimo naravni števili m in n .

1. Predpostavimo, da sta obe naravni števili deljivi s 3. Potem lahko zapišemo: $m = 3k$ in $n = 3k'$.

Torej je:

$$m + n = 3(k + k')$$

$$m - n = 3(k - k')$$

$$mn = 9kk'$$

Vsa tri dobljena števila so deljiva s 3.

2. Predpostavimo, da je eno od obeh naravnih števil deljivo s 3.

$$m = 3k$$

$$mn = 3kn$$

Produkt je deljiv s 3.

3. Predpostavimo, da naravni števili m in n nista deljivi s 3. Tu obstajajo tri možnosti:

- a) Če je $m = 3k+1$ in $n = 3k'+1$, je njuna razlika $m - n = 3(k - k')$ deljiva s 3.

- b) Če je $m = 3k+1$ in $n = 3k'-1$, je njuna vsota $m + n = 3(k + k')$ deljiva s 3.
- c) Če je $m = 3k-1$ in $n = 3k'-1$, je njuna razlika $m - n = 3(k - k')$ deljiva s 3.

2. a) Nalogo lahko rešimo s sklepanjem.

Pred pocenitvijo plačamo za blago 270 din. Po 20 % znižanju cene stane blago 54 din manj, to je 216 din. Ker smo plačali 240 din, to je 24 din več kot bi morali in smo zato dobili 1 m blaga več, pomeni, da stane 1 m blaga po pocenitvi 24 din. To pa je 80 % prvotne cene. Pred znižanjem je bilo blago po 30 din.

b)

	cena blaga (din)	množina blaga (m)	vrednost blaga (din)
pred znižanjem	$\frac{270}{x}$	x	270
po znižanju	$\frac{240}{x+1}$	$x+1$	240

Pri tvorbi enačbe upoštevamo, da je cena po znižanju 20 % manjša, torej 80 % cene pred znižanjem.

$$\frac{240}{x+1} = \frac{270}{x} \cdot \frac{4}{5} \quad x = 9 \quad 270:9 = 30$$

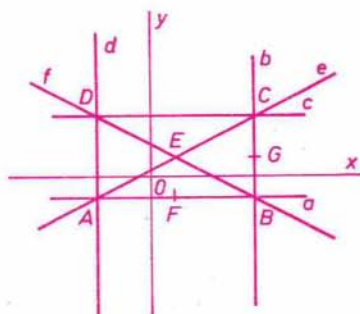
c)

	cena blaga (din)	množina blaga (m)	vrednost blaga (din)
pred znižanjem	x	$\frac{270}{x}$	270
po znižanju	$x - \frac{x}{5}$	$\frac{240}{x - \frac{x}{5}}$	240

Pri tvorbi enačbe upoštevamo, da lahko po znižanju cene kupimo 1 m blaga več kot pred znižanjem.

$$\frac{240}{x - \frac{x}{5}} = \frac{270}{x} + 1 \quad x = 30$$

3.



- a) Abscisa točke D je enaka abscisi točke A; ker je stranica BC vzporedna osi y , je tudi stranica $AD \parallel y$. Ordinata točke D je enaka ordina-

ti točke C, ker je stranica CD vzporedna z osjo x . Koordinati točke D sta torej: $D(-3, 3)$.

- b) Koordinati presečišča diagonal lahko določimo tako, da poiščemo absciso točke F, ki je enako oddaljena od A in B in ordinato točke G, ki je enako oddaljena od B in C.

Koordinati presečišča daljic AC in BD sta koordinati točke E (1, 1).

- c) Stranica AB leži na premici $y = -1$ (a)
 Stranica CD leži na premici $y = 3$ (c)
 Stranica BC leži na premici $x = 5$ (b)
 Stranica AD leži na premici $x = -3$ (d)
 Enačbi premic, na katerih ležita diagonali AC in BD določimo tako, da koordinata po 2 točk (A in C ter B in D), skozi kateri poteka premici, vstavimo v enačbi: $y_1 = ax_1 + b$ in $y_2 = ax_2 + b$.

Rešimo sistem enačb in dobimo za premico e : $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{2}$, za premico f : $a = -1$, $b = \frac{1}{2}$.

Enačbi premic, na katerih ležita diagonali pravokotnika, sta:

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \text{ in}$$

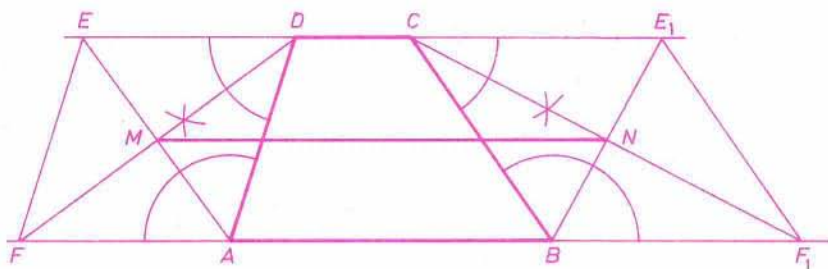
$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$$

4.

Simetrali zunanjih kotov trapeza pri A in D nam lahko predstavljata diagonali romba, ki ima krak AD za eno stranico, dve stranici pa ležita na podaljških osnovnic trapeza. Iz tega sledi, da je oddaljenost točke M od podaljšane osnovnice trapeza enaka polovici višine trapeza. Vse to velja tudi za točko N .

Daljica MN je torej sestavljena iz srednjice trapeza in iz težiščnic na hipotenuzi v pravokotnih trikotnikih ADM in BCN . Težiščnica na hipotenuzi v pravokotnem trikotniku pa je enaka polovici hipotenuze. Iz tega sledi, da je daljica MN enaka polovici obsega trapeza $ABCD$.

$$o = 2.2k, \quad o = 4k.$$

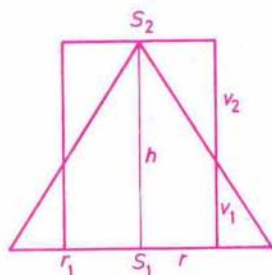


5.

- a) Ker imata valj in stožec enaki višini in enaki prostornini, je osnovna ploskev stožca 3-krat večja od osnovne ploskve valja.

$$O_1 = 30, r_1 = r\sqrt{3}$$

$$r_1 = r\sqrt{3}$$



$$b) V = V_a + V_b \quad V_a = \pi r^2 v_1$$

$$V_b = \frac{\pi r^2 v_2}{3}$$

Višino izračunamo na osnovi podobnosti trikotnikov.

$$v_1 : h = (r\sqrt{3} - r) : r\sqrt{3}$$

$$v_1 = h \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$v_2 = \frac{h\sqrt{3}}{3}$$

$$V = \pi r^2 h \left(1 - \frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$$

Janez Pleško

KOLENDAR TEKMOVANJ ZA VEGOVA PRIZNANJA V ŠOLSKEM LETU 1973/74

- do 15. maja 1974 šolska tekmovanja - BRONASTO VEGOVO PRIZNANJE
- 18. maja 1974 občinska tekmovanja - SREBRNA VEGOVA PRIZNANJA
- 1. junija 1974 republiško tekmovanje - ZLATA VEGOVA PRIZNANJA

Sekretar komisije za delo z
učenci osnovnih šol

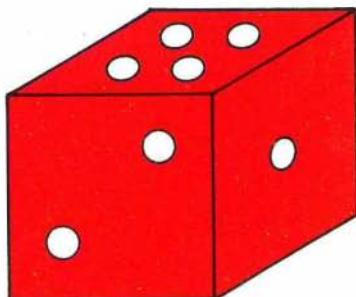
Pavle Zajc

Za priprave na tekmovanja vam priporočamo brošuro Stanko Uršič: Zbirka rešenih nalog iz matematike s temovanj učencev 8-ih razredov osemletnih šol v Sloveniji, katero lahko dobite za 8.-din pri Komisiji za tisk Društva matematikov, fizikov in astronomov.

Ciril Velkourh

TEŽKE KOCKE - Rešitev

Navadno so kocke, ki jih uporabljamo pri družabnih igrah, (človek ne jezi se) označene s pikami tako, da je vsota pik na nasprotnih si straneh kocke vedno 7. Torej $1+6$, $2+5$, $3+4$. Če kocko gledamo tako, kot kaže slika 1, vidimo tri ploskve (sprednjo, zgornjo in desno ploskev) in lahko seštejemo pike, ki jih vidimo. V našem primeru je vsota na sliki $1+2+4=7$ liho (neparno) število. Rekli bomo, da je položaj kocke lih (neparen). Če bi kocka ležala drugače, bi lahko dobili tudi sodo vsoto, položaj bi bil sod (paren). Poglejmo, kaj se zgodi, če kocko prekucnemo?!

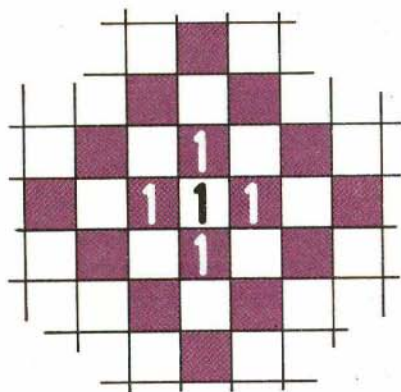


Kakorkoli prevrnemo kocko, vedno bomo v novem položaju videli dve stari ploskvi, namesto tretje pa njej nasprotno ploskev. To pomeni, da je nova vsota nasprotne parnosti kot stara.

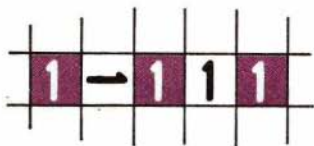
Po poljubnem prevalu na sosednjo ploskev kocka preide iz sodga v lih, oziroma iz lihega v sod položaj.

Dobro premisli, zakaj!! Mislimo si, da je kocka v sodem položaju na črnem polju velike šahovske deske. Ko kocko nekajkrat prekucnemo, opazimo naslednje:

Če se kocka znajde na črnem polju, je v sodem položaju, če pa leži na belem polju, je v lihem položaju. Podobno lahko sklepamo za kocko, ki je v sodem položaju na belem polju šahovske deske.



Zdaj pa že lahko rešimo prvo nalogo. Denimo, da je kocka v sredini na sliki 1 z ovitka Preseka na beli ploskvi, ostale štiri kocke pa na črnih ploskvah (glej sliko 2). Iz končnega razporeda ugotovimo, da le druga kocka na levi ni na polju iste barve kot v začetku. Ta kocka je na belem polju. Če bi bila na črnem, bi morala biti v začetku v sredini in bi moralo biti na koncu vseh pet zaporednih polj črnih, kar pa na šahovski deski ni mogoče. Kocke na koncu ležijo tako kot kaže slika 3. Ker srednja kocka ostane na belem polju in ne more biti druga z leve v



končni razporeditvi, je lahko le druga z desne. To je rešitev prve naloge.

S podobnim razmišljanjem ugotovimo, da je pri drugi nalogi kocka z oznako 2 prazna, v tretji nalogi pa sta prazni kocki 1 in 5.

Tomo Pisanski

Z A N K E

Janez, Rudi, Peter in Tone so igrali štiri ure nogomet. Koliko časa je igral vsak izmed njih?

Na veji je sedelo šest vrabcev. K njim jih je priletelo še pet. Pa se od nekod prikrađe mačka in zagrabí enega. Koliko vrabcev je ostalo na veji?

Dečka sta našla na tleh deset dinarjev. Koliko dinarjev bi našlo pet dečkov?

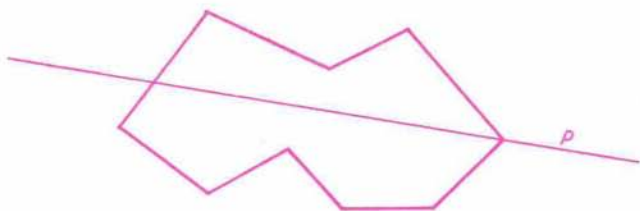
Pri mizi so sedeli: dva sina in dva očeta. Vsi skupaj so pojedli (vsak enako) tri jajca. Koliko je pojedel vsak?

Odgovori hitro! Koliko palcev je na dveh rokah? Koliko prstov je na desetih rokah?

Imamo tri steklenice - za en liter, dva litra in tri litre. V trilitrski so trije litri mleka. Kako moramo pretakati iz ene steklenice v drugo, da bomo v vsaki dobili isto količino vode?

Vladimir Batagelj

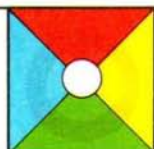
K nalogi 1. Dokazujemo posebej za vsako od obeh možnosti. V primeru a) (premica ne gre skozi nobeno oglišče), lahko uporabimo izrek 1. Ker je sečišč premice z robom mnogokotnika sodo število in ker eno sečišče po privzetku že obstaja, morata biti sečišči vsaj dve. - V primeru b) gre premica skozi neko oglišče mnogokotnika. To oglišče je seveda sečišče premice z ro-



bom mnogokotnika in je različno od sečišča, ki nastopa v privzetku - saj tisto sečišče ni oglišče. Torej mora tudi v primeru b) premica sekati rob mnogokotnika vsaj v dveh točkah. Izrek 2. je s tem dokazan.

K nalogi 2. Premica p in mnogokotnik zadoščata pogoju izreka 2., saj p seka rob mnogokotnika v točki M , ki ni oglišče. Premica in mnogokotnik ne nasprotujeta izreku 2., saj je poleg točke M sečišče tudi vsaka točka daljice CD . Sečišče namreč pojmuje kot element preseka premice z robom mnogokotnika.

K nalogi 3. Ko premikamo premico p od spodaj navzgor, zavzame število sečišč zapored tele vrednosti: 0, 1, 2, neskončno (ko presek vsebuje daljico LM), 2, 3, 4, 3, 2, neskončno (ko presek vsebuje daljico CD), 2, 1, 0. - Primeri, pri katerih število sečišč ni sodo, ne nasprotujejo izreku 1., saj gre tedaj premica p skozi kakšno oglišče (1 sečišče - A oziroma E ; 3 s. - H oz. I ; nešteto s. - L oziroma C). - Primera, ko je sečišče eno samo, ne nasprotujeta izreku 2., saj je tedaj sečišče hkrati oglišče (A oz. E), torej pogoj izreka 2. ni izpolnjen.



DRAGI BRALCI !

Uredniki upamo, da ste se že navadili na Presek in nestrpno pričakujete vsako novo številko. Po zamudi z drugo številko smo pohiteli s tretjo, ki je zdaj pred vami. Prizadevali smo si, da bi bila prav tako pisana kot prejšnji.

Zaradi časovne stiske bodo rezultati razpisa "Premisli in reši" iz prejšnje številke šele v naslednji. Rohoutkov komet ni bil tako suštel, kot so napovedovali in tudi vreme ni bilo najugodnejše za opasovanje. Navzlic temu poskusite napisati kaj o kometu. Tako je "splavala po vesolju" raziskovalna naloga.

Če rubriko "Pisma bralcev" se zatika: čakamo na vaša pisma, a jih ni od nikoder. Imate krožek in učitelj matematike ali fizike vam je pripravil zanimivo predavanje? Poprosite ga, naj ga posreduje preko Pressa še trinajst tisoč drugim učencem. Je kdo od vas naštel na zanimivo nalogo, ki jo je rešil šele po dolgem premišljevanju? Naj nam pošlje to nalogo in priloži rešitev! Objavili jo bomo, če bo dobra. Nekateri ste zadovoljni z vsebino, drugi si morda želite še kaj posebnega. Pišite nam, kaj vas zanima! Predlagajte celo naslov članka. Urednik bo poskušal najti pisca.

Prispevajte tudi vi po svojih močeh, da bo postal Presek tak, kakršni ste vi - živahen in vsestranski. Le ob skupnem prizadevanju bralcev in urednikov nam bo Presek vsem v veselje.

Fraňa Oblak

PREMISLI
IN REŠI
1973.
74
3



PREMISLI IN REŠI

DOPOLNILO K REZULTATOM PRVEGA NAGRADNEGA RAZPISA V REŠEVANJU
NALOG "PREMISLI IN REŠI" TER OBJAVA NOVE NAGRADNE NALOGE

Naknadno /do 14.1.1974/ smo prejeli še 14 rešitev prve nagradne naloge. Od teh je bilo 12 pravilnih. Pravilne rešitve so poslali: Boža Babič gimn. Celje, Jasna Belc o.š. F. Rozman Maribor, Bojana Grobelnik o.š. Šmartno pri Slovenjgradcu, Darinka Hartman gimn. Ravne, Marjetka Hovnik o.š. F.Vrunc Slovenj Gradec, Franček Kolbl II.gimn. Ljubljana, Igor Kononenko I.gimnazija Ljubljana, Marjan Kromar gimn. M.Zidanšek Maribor, Aleš Stergar I.gimn. Ljubljana, Nevenka Tavčar I.gimn. Ljubljana, Nevenka Valand o.š. Rače, Alenka Zajelšnik gimn. Brežice.

Te rešitve smo upoštevali, ker so nekatere šole prejele prvo številko Preseka precej pozno, zaradi velikega števila naročnikov smo namreč 5.000 izvodov še naknadno tiskali. Izžrebali smo reševalko Jasno Belc o.š. F.Rozman Maribor, ki prejme knjižno nagrado I.Adler: Matematika od zlatega reza do teorije množic /DZS Ljubljana 1973/. Vsi drugi reševalci, ki so nalogo pravilno rešili, pa dobijo knjigo I.Vidav: Rešeni in nerešeni problemi matematike /MK Ljubljana 1972 iz zbirke Sigma/.

Pred vami je nova naloga, pogoji razpisa so bili objavljeni v prvi številki Preseka str.56.

Jože Dover

POBARVAJMO KOCKO

Na voljo imamo 6 barv: belo, modro, zeleno, rdečo, rumeno in črno. Na koliko načinov lahko pobarvamo ploskve kocke s temi barvami tako, da uporabimo vse barve. Vsako ploskev pobarvamo celo z eno samo barvo.

Pozor! Dve kocki sta enako pobarvani, če lahko prvo zasučemo v drugo tako, da se istoležne ploskve ujemajo v barvah.

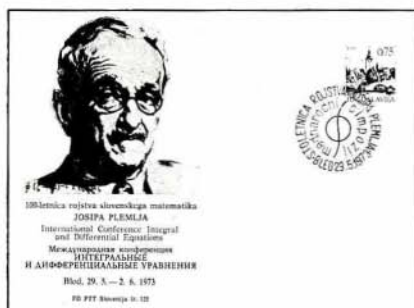
Poslani rešitvi morate obvezno priložiti kupon 3.

Tomo Pisanski

KUPON 3

F I L A T E L I J A

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je v lanskem letu ob praznovanju 100-letnice rojstva največjega slovenskega matematika, akademika prof. dr. Josipa Plemlja, izdalo barvno razglednico z njegovim portretom. Oljna slika je delo akademskega slikarja Ivana Vavpotiča. V času mednarodnega simpozija, posvečenega prof. Plemlju, je bila v prodaji spominska ovojnica z njegovim portretom, delo akademskega slikarja Božidarja Jakca. V teh dneh in pa v času 25. občnega zbora društva so na pošti na Bledu uporabljali spominski žig. Ni pa nam uspelo doseči izdaje poštne znamke s portretom prof. Josipa Plemlja.



slika 1: ovojnica z žigom



slika 2: razglednica z žigom

Mlade bralce našega lista vabimo k sodelovanju še na področju filatelije. V mislih imamo tiste, ki se že ukvarjajo z zbiranjem znamk ali pa bodo s tem zabavnim konjičkom šele začeli. Naša želja je, da nam za katerokoli znamko, poštno nalepko, spominski žig, ovojnico ali razglednico, ki je posvečena kakemu domačemu ali tujemu matematiku, fiziku ali astronomu in jo imate v svoji zbirki, napišete čimveč, kar o njem veste ali ste prebrali v literaturi. Prav tako velja to tudi za razne obletnice in dogodke iz naših treh strok. Najboljše sestavke bomo objavili v Preseku, ilustrirali pa z ustrezno znamko ali ovojnico, ki jo bomo poiskali pri filatelističnem društvu ali na pošti.

To vabilo ne velja le za naslednjo številko Preseka, tudi za prihodnje številke bomo vaših prispevkov veseli.

Ciril Velkourh



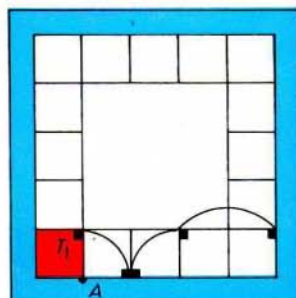
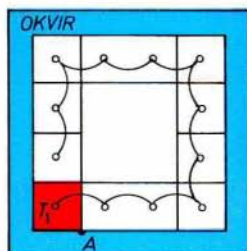
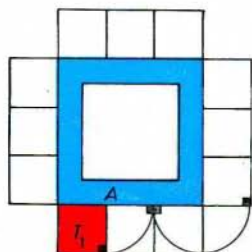
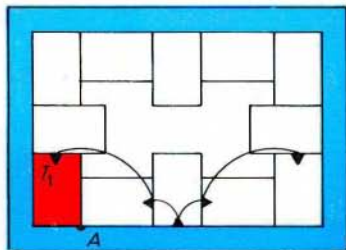
BISTROVIDEC

PREKOPICUJMO KVADRAT, PRAVOKOTNIK ...

Vzemimo okvir! Vanj dajmo kvadrat in ga prekopicujmo v desno preko oglišča A , kot kaže slika desno. Narišimo tir, ki ga opiše izbrana točka T_1 kvadrata, ko pride s prekopicovanjem v notranjosti okvira kvadrat enkrat okrog. Nariši tire, ki jih v prvem okvirju (4×4) opišeta še točki T_2 in T_3 .

Sedaj pa vzemimo večji okvir in v njem tako kot prej prekopicujmo kvadrat. Nadaljuj tir točke T_1 na desni sliki! Nariši še tire, ki jih opišeta v tem primeru točki T_2 in T_3 .

Spremenimo kvadratni okvir v pravokotnega in poskušajmo na novo. Tokrat prekopicujmo pravokotnik. Nadaljuj z risa-



njem tira na sliki! Nariši še tira točk T_2 in T_3 .

Nazadnje prekopicujmo kvadrat po zunanji strani okvira. Spet nariši tire točk T_1 , T_2 in T_3 .

Poskusi še izračunati dolžine tirov v posameznih primerih.

Navodilo: vzemi kariran papir in si nariši najprej kvadrat v prvi legi. Nato s šestilom počasi napreduj!

Lahko pa si izdeláš tudi model iz kartona (lesa), na mestu točke napraviš luknjico za svinčnik.

Franc Oblak