PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **4** (1976/1977)
Številka 4
Strani 200–203

Karel Šmigoc:

ZAPISOVANJE ENAČB IZ DANEGA BESEDILA

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/4/4-4-Smigoc.pdf

ZAPISOVANJE ENAČB IZ DANEGA BESEDILA

Z nalogami, ki so dane v obliki besedila, se srečamo že v prvih letih osnovne šole. Resneje začnemo reševati take naloge šele v osmem razredu osnovne šole, ko se dobro seznanimo z enačbami. Naloge, ki jih rešujemo z enačbami, so lahko včasih zelo zamotane. Zato ni čudno, da jih imenujemo tudi probleme.

Zamotanost nekega problema se pokaže pri sestavljanju enačbe na osnovi danega besedila. Pri tem nam je največkrat v pomoč logično sklepanje. Čestokrat pa tudi s pametnim premislekom ne pridemo do kraja, ali pa zelo težko. Zato nam velikokrat koristi poznavanje metode, kako se rešujejo določene naloge.

V tem sestavku si bomo ob nalogi o mešanju ogledali pot, kako pridemo do pravilnega zaključka in do rešitve matematičnega problema. Nalogo o mešanju smo si izbrali zato, ker te naloge niso namenjene le matematičnemu urjenju, ampak imajo tudi praktičen pomen v življenju. Take naloge koristno uporabljamo pri pripravi raznih škropiv v vinogradništvu, sadjarstvu in končno tudi v zlatarstvu pri sestavljanju zlitin.

Oglejmo si najprej nekaj splošnih ugotovitev, ki jih bomo potrebovali pri reševanju teh nalog. Začnimo z izrazi. Z besedo "zmes" bomo označevali tisto sestavino, ki jo dobimo po mešanju. Posamezne snovi, zlitine, raztopine, ki jih mešamo, bomo imenovali s skupno besedo "komponente". Pri mešanju bomo vedno upoštevali, da je prostornina zmesi enaka vsoti prostornin posameznih komponent, ki sestavljajo zmes. Preostane nam še, da omenimo pojma "koncentracija" in "procentni sestav". Oba pojma si oglejmo na primeru zmesi, ki je sestavljena iz treh komponent A, B in C.

Prostornino posamezne komponente označimo z V_A, V_B in V_C. Skupno prostornino, ki jo dobimo po mešanju, označimo z V_O. Med omenjenimi prostorninami velja zveza:

$$V_O = V_A + V_B + V_C$$

Če upoštevamo oznake za razmerja $c_A = \frac{V_A}{V_O}$, $c_B = \frac{V_B}{V_O}$ in $c_C = \frac{V_C}{V_O}$,

lahko pišemo prostornine posameznih komponent v obliki:

$$V_A = c_A V_O \ , \ V_B = c_B V_O \text{ in } V_C = c_C V_O$$

Razmerje med prostornino čiste komponente v zmesi in prostornino celotne zmesi V_O

$$c_A = \frac{V_A}{V_O} = \frac{V_A}{V_A + V_B + V_C}$$

imenujemo prostorninsko koncentracijo dane komponente. Iz dobljenega izraza je razvidno, da je koncentracija neimenovano število in da je vsota posameznih koncentracij enaka 1:

$$c_A + c_B + c_C = 1 \qquad \ldots (1)$$

S pomočjo koncentracij lahko zapišemo prostornino zmesi V_O v obliki:

$$V_O = c_A V_O + c_B V_O + c_C V_O$$

Zmes je določena, če poznamo koncentracije vseh komponent, ki jo sestavljajo. Iz zveze (1) sledi, da je pri n komponentah potrebno poznati samo koncentracije $n - 1$ komponent, eno koncentracijo lahko vedno izračunamo iz relacije, ki je podobna za tri komponente.

Iz obrazca za prostorninsko koncentracijo je razvidno, kako lahko izračunamo procentni sestav (p_a) zmesi, če poznamo njeno koncentracijo (c_A):

$$p_A = c_A . 100\%$$

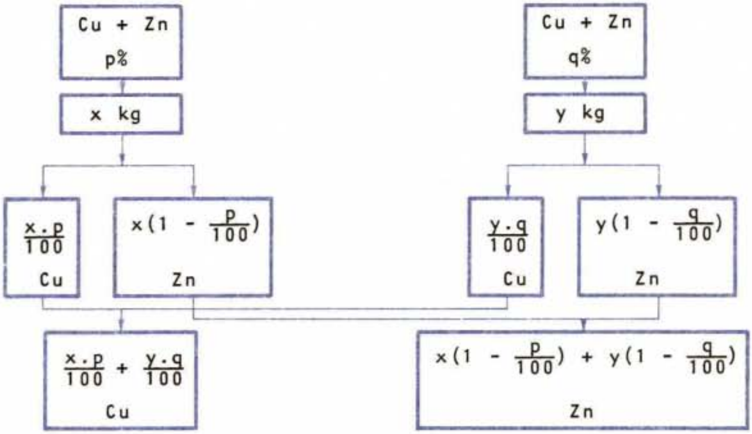
Naj bo dovolj priprav! Oglejmo si posebnosti teh nalog in metode reševanja na primeru!

Naloga:

Na razpolago imamo dva kosa zlitine iz bakra in cinka. Prvi kos vsebuje $p\%$, drugi pa $q\%$ bakra. Želimo dobiti zlitino, ki bo imela $r\%$ bakra. V kakšnem razmerju naj vzamemo prvo in drugo zlitino, da bomo dosegli zaželeni sestav?

V mnogih primerih si olajšamo reševanje naloge, če napravimo ustrezno skico. Največkrat je skica koristna pri geometrijskih nalogah. Vendar lahko pripomore dobra skica k boljšemu razumevanju tudi pri nalogah z drugačno vsebino. Takšen primer je naša naloga. Če si ogledamo Sl.1, lahko iz nje hitro povzamemo način, kako bomo rešili nalogo.

Iz prve zlitine vzamemo x kg, iz druge y kg bakra. V prvi zlitini je koncentracija bakra $p/100$, v drugi $q/100$. Ker je $c_{Cu} + c_{Zn} = 1$, lahko zapišemo, koliko bakra in cinka smo vzeli iz prve in druge zlitine.



Sl. 1

Dobimo enačbi:

$$x = x.\frac{p}{100}\ \text{(kg bakra)} + x(1 - \frac{p}{100})\ \text{(kg cinka)},$$

$$y = y.\frac{q}{100}\ \text{(kg bakra)} + y(1 - \frac{q}{100})\ \text{(kg cinka)}.$$

Masa dobljene zlitine je $(x + y)$kg. Iz obeh zlitin je v njej $(x.\frac{p}{100} + y.\frac{q}{100})$ kg bakra. Koncentracija bakra v novi zlitini, zmesi, mora biti enaka koncentraciji, ki ustreza procentnemu sestavu r:

$$\frac{x.\frac{p}{100} + y.\frac{q}{100}}{x + y} = \frac{r}{100} \quad ,$$

kar da $\frac{p.x + q.y}{x + y} = r$ ... (2)

Naj omenimo, da smo pri naši nalogi uporabljali namesto prostorninske masno koncentracijo. V enačbi (2) nastopata neznanki x in y. Naloga zahteva samo njuno razmerje. Če spremenimo enačbo (2) v obliko

$$x(p - r) = y(r - q) \qquad \text{... (3)}$$

lahko iskano razmerje takoj najdemo.

Preostane nam še pregled rezultata, to je, ugotoviti moramo, kakšne so možne rešitve naloge glede na količine p, q in r.

a) $p = q = r$

Koncentracije so enake v vseh zlitinah. Ker je vseeno, koliko vzamemo prve in koliko druge zlitine, je možno nešteto rešitev.

b) $p = r \neq q$

V tem primeru dobi enačba (3) obliko: $x.0 = y(r - q)$. Iz nje vidimo, da je lahko x poljuben, $y = 0$.

c) $p \neq r = q$

Zopet dobimo enačbo $x(p - r) = y.0$, odkoder sledi obraten slučaj kot v primeru b): $x = 0$, y poljuben.

d) $p \neq r$, $p \neq q$, $q \neq r$

Če je $y \neq 0$, lahko zapišemo enačbo (3) v obliki:

$$x : y = (r - q) : (p - r)$$

Rešitve so možne, če leži r med p in q tako, da je izpolnjen pogoj $\frac{r - q}{p - r} > 0$.

Na podoben način, kot smo tu, lahko rešimo marsikatero nalogo o mešanju. Vidimo, da pravilen začetek ne olajša samo rešitev, ampak jo napravi tudi zanimivo.

KOMENTAR K ČLANKU

Zdi se mi umestno, da pojasnim, kaj želim doseči s tem člankom.

1. Zelo koristno je, če članki po vsebini ustrezajo učenčevemu znanju. Še bolje pa je, če vsebina članka kakorkoli na zanimiv način dopolnjuje učno snov. Tako učenci spoznajo, da jim je list potreben in ga z veseljem bero. Upam, da bo koristil članek v tem smislu učencem v osmem razredu.

2. Velikokrat sem opazil, da je tudi med učitelji precej nejasnosti pri reševanju problemov. Eni se držijo samo knjige in primerov v njej, drugi uberejo svoje poti, ki pa pogostokrat niso metodično izdelane. Zato ni čudno, da tudi učenci kmalu odpovedo pri težjih nalogah. Ne vem, koliko mi je uspelo. Ubral sem pot, ki je primerna za učitelja in učenca, da pokažem, kako rešujemo probleme o mešanju, ki so pri pouku najbolj zapostavljeni.

Karel Šmigoc