

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **25** (1997/1998)

Številka 4

Strani 194-201

Peter Legiša:

FOTOGRAFIJA IN MATEMATIKA, 3. del – globinska ostrina

Ključne besede: matematika, fizika, optika, fotografija, globinska ostrina.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/25/1340-Legisa.pdf>

© 1998 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

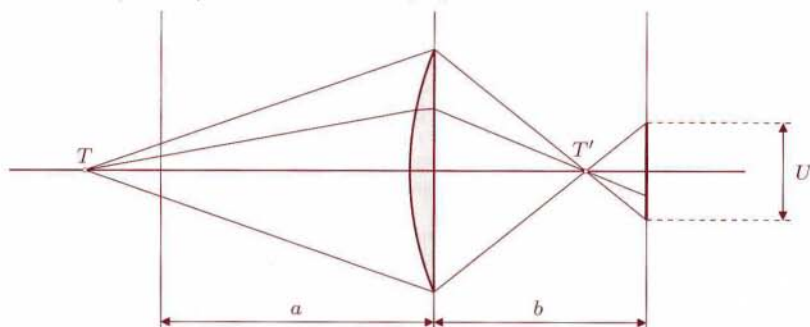
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

FOTOGRAFIJA IN MATEMATIKA, 3. del – GLOBINSKA OSTRINA

Razmazani krožec

Fotografski objektiv nam (načeloma) napravi ostro sliko predmetne ravnine na ravnino filma. Kako pa je s slikami točk, ki ne leže na predmetni ravnini?

Spet si bomo stvari poenostavili in objektiv nadomestili z eno samo tanko lečo (slika 1) z goriščno razdaljo f .



Slika 1.

Denimo, da imamo objektiv naravnan tako, da ravnino, ki je za a oddaljena od optičnega središča leče, ostro preslika na film. Če je b razdalja ravnine filma od optičnega središča leče, velja

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Če je $a' > a$ in

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f},$$

je $b' < b$. Ostra slika točke T na sliki 1 torej nastane pred filmom.

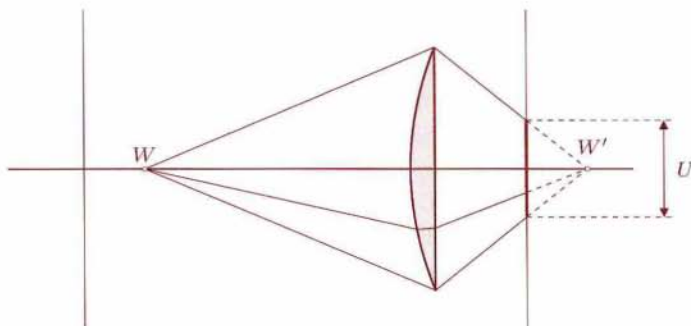
Na samem filmu pa se žarki iz točke T razmažejo po krogu s premerom U . Če je U zelo majhen, tega tudi pri nekajkratni povečavi ne opazimo in se nam slika točke T še zmeraj zdi ostro. Pri maloslikovnem ali Leica (35 mm) formatu meri slička na filmu 24 mm $\times$ 36 mm. Obstaja (ne povsem splošno sprejet) dogovor, da je **največji dovoljeni premer**

razmazanega krožca na filmu enak

$$U_0 = \frac{1}{30} \text{ mm}.$$

Pri petkratni povečavi sličice na filmu (to je na velikost $12 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$) se nam potem razmazani krožec še zmeraj zdi bolj ali manj kot točka, saj smo ravno na meji ločljivosti človeškega očesa pri gledanju od blizu.

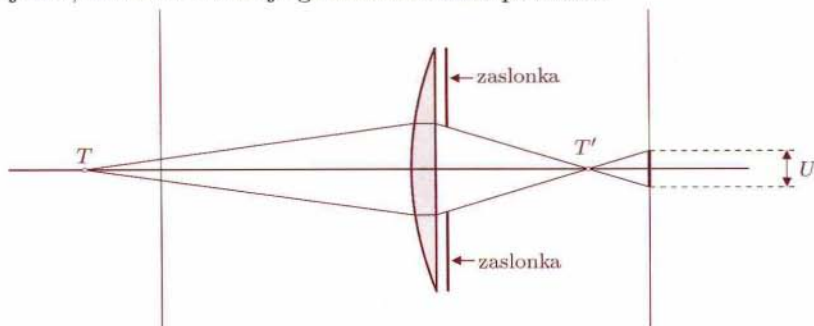
Podobno nam slika manj oddaljene točke W nastane za filmom (slika 2).



Slika 2.

Vidimo torej, da v skladu z našim dogovorom preslika objektiv na film sprejemljivo "ostro" določen del prostora, ki vsebuje predmetno ravnino. Temu delu prostora pravimo *območje globinske ostrine*. Včasih pa s tem pojmom mislimo le na širino tega območja.

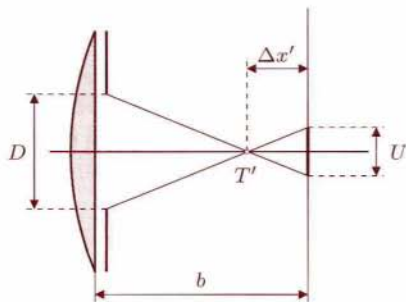
Območje globinske ostrine lahko povečamo, če zapremo zaslonko. Pri bolj zaprti zaslonki se nam bo slika točke T manj razmazala (slika 3), zato je jasno, da se bo območje globinske ostrine povečalo.



Slika 3. Zaslonka prestreže robne žarke.

Tako smo zdaj ugotovili še drugo funkcijo zaslonke. Poleg uravnavanja količine svetlobe, ki prihaja skozi objektiv, vpliva še na območje globinske ostrine. Kratkovidni in daljnovidni ljudje brez očal ali z neustreznimi očali pogosto pripirajo oči. Z zmanjšanjem odprtine si skušajo povečati območje globinske ostrine in doseči, da bi se jim slike oddaljenih predmetov na mrežnici manj razmazale.

Poskusimo zdaj kaj izračunati. Spet se preselimo v stanje na sliki 1, le da z zaslonko. Naj bo D premer odprtine zaslonke (slika 4).



Slika 4.

Naj bo T' ostrslika točke T in $\Delta x'$ razdalja med T' in filmom. Zaradi podobnosti trikotnikov je

$$\Delta x' : U = (b - \Delta x') : D.$$

Ker je U majhen, je $\Delta x'$ majhen in tako $b - \Delta x' \doteq b$. Upoštevajmo, da je $f/D = z$, kjer je z zaslonsko število, in

$$b = f + x' = f + mf = (1 + m)f,$$

kjer je $m = b/a$ povečava (glejte prvi in drugi članek iz te serije). Od tod je

$$\Delta b = \Delta x' = (1 + m)zU,$$

kjer je U premer razmazanega krožca. Torej je

$$U = \frac{\Delta x'}{(1 + m)z}. \quad (1)$$

Če je $U = U_0 = \frac{1}{30}$ mm, je

$$\Delta b = \Delta x' = (1 + m)zU_0.$$

Efektivno zaslonsko število

Spomnimo se, da smo v prejšnjem članku dokazali, da je osvetljenost slike enaka

$$\frac{\pi}{4} L \frac{1}{((1+m)z)^2},$$

kjer je L svetlost slike in z zaslonsko število, na katero je zaprt naš objektiv.

Definirajmo *efektivno zaslonsko število* z_e kot

$$z_e = (1+m)z,$$

kjer je m povečava. Potem lahko rečemo: Osvetljenost slike je odvisna le od svetlosti originala in efektivnega zaslonskega števila. Natančneje:

Osvetljenost slike je sorazmerna svetlosti originala in obratno sorazmerna kvadratu efektivnega zaslonskega števila z_e .

Ravnokar smo ugotovili:

Pri efektivnem zaslonskem številu z_e sme slika nastati največ

$$z_e U_0$$

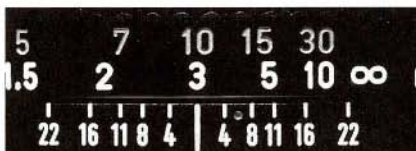
stran od filma, da je ostra.

Za oddaljene predmete je $m \doteq 0$ in se tako efektivno zaslonsko število ujema s tistim, ki smo ga naravnali na objektivu.

Pri $z_e = 16$ je recimo

$$z_e U_0 = \frac{16}{30} \text{ mm} = \frac{8}{15} \text{ mm}.$$

Denimo, da ostrimo z odmikanjem objektiva od filma po vijačnici. Ugotovimo, kolikšen zasuk odgovarja odmiku za $8/15$ mm. Nato na vsako stran črte, ki označuje oddaljenost, odmerimo ta zasuk in tam napišemo 16 (slika 5). Na ta način smo konstruirali *lestvico za globinsko ostrino* pri zaslonki 16. Če je fotografirani objektiv (z goriščno razdaljo 50 mm) naravn na oddaljenost 3 metre, sega območje globinske ostrine od nekaj manj kot 2 metrov do nekaj manj kot 10 metrov.



Slika 5. Lestvica globinske ostrine za več zaslonskih števil.



Slika 6. Takole smo objektiv naravnali na hipergoriščno razdaljo pri zaslonskem številu 16.

Hipergoriščna razdalja

Pri danem zaslonskem številu z želimo objektiv naravnati na *hipergoriščno razdaljo* H_z , pri kateri bo globinska ostrina segala ravno do neskončnosti.

Ker gre za slikanje oddaljenih predmetov, lahko privzamemo, da je $m = 0$. Objektiv bomo naravnali tako, da bo slika neskončno oddaljene točke ravno še "ostra", se pravi, da bo nastala zU_0 **pred** filmom. Se pravi, izteg x' objektiva bo znašal ravno dovoljenih

$$zU_0.$$

Iz znane enačbe $xx' = f^2$ je ustrezni x enak

$$x = \frac{f^2}{zU_0}$$

in od tod je razdalja med predmetom in filmom $H = x + x' + 2f \doteq x + 2f$.

$$H_z \doteq 2f + \frac{f^2}{zU_0}.$$

Za najbližjo točko, ki bo še ostra, bo slika nastala zU_0 **za** filmom, torej $2zU_0$ za sliko neskončne točke. Ustrezno razdaljo izračunamo kot zgoraj:

$$d \doteq 2f + \frac{f^2}{2zU_0} \doteq \frac{H_z}{2}.$$

Npr. za $f = 50$ mm in $z = 16$ je

$$H_{16} \doteq \left(100 + \frac{2500 \cdot 30}{16} \right) \text{ mm} \doteq 5 \text{ m}.$$

Najbližja še "ostro" upodobljena točka pa bo oddaljena

$$d \doteq \left(100 + \frac{2500}{16} \cdot 15 \right) \text{ mm} \doteq 2'5 \text{ m}.$$

To seveda lahko brez računanja naravnamo, če imamo lestvico globinske ostrine kot na sliki 6.

Za $z = 2'8$ in $f = 50$ mm pa je

$$H \doteq \left(100 + \frac{2500 \cdot 30}{5'6} \right) \text{ mm} \doteq 27 \text{ m}.$$

Območje globinske ostrine bo torej segalo od $13'5$ m do ∞ . Za $z = 1'4$ in $f = 50$ mm bo $H \doteq 54$ m in območje globinske ostrine bo segalo od 27 m do ∞ .

Število H se pri danem z povečuje približno s kvadratom goriščne razdalje.

Za $f = 300$ mm in $z = 2'8$ je $H \doteq 960$ m. Globinska ostrina bo segala le od 480 m do ∞ .

Objektiv z odprtino $1 : 2'8$ in goriščno razdaljo 300 mm tehta $2\text{--}3$ kg in stane toliko kot motorno kolo. Velika svetlobna jakost omogoča kratke osvetlitve. Zato lahko fotoreporterji z njim na športnih tekmovanjih posnamejo slike, na katerih je gibanje tekmovalca "zamrznjeno". Ozadje pa je zaradi majhnega območja globinske ostrine zabrisano.

Pri 20 mm (širokokotnem) objektivu in $z = 16$ pa je

$$H = \left(40 + \frac{400 \cdot 30}{16} \right) \text{ mm} \doteq 0'8 \text{ m}.$$

Globinska ostrina pri zaslonki 16 sega od $0'4$ m do neskončnosti! S širokokotnim objektivom torej ni problem ostro upodobiti vse od zelo bližnjih predmetov do neskončnosti. Seveda pa bodo oddaljeni predmeti na sliki zelo majhni.

Globinska ostrina pri slikanju iz bližine

Privzeli bomo, da je izteg x' tako velik, da je $\Delta x'$ majhen v primerjavi z x' .

Če se x' poveča, se zaradi enačbe

$$xx' = f^2$$

zmanjša x . Velja:

$$(x - \Delta x)(x' + \Delta x') = f^2.$$

Odštejmo prejšnjo enačbo od zadnje, pa je

$$x\Delta x' - (x' + \Delta x')\Delta x = 0.$$

Po privzetku je $x' + \Delta x' \doteq x'$ in od tod

$$\Delta x = \frac{x}{x'} \Delta x'.$$

Celotno območje globinske ostrine ima širino

$$2\Delta x = 2\frac{x}{x'} \Delta x'.$$

Upoštevajmo, da je $x = m^{-1}f$, $x' = mf$, pa je celotno območje globinske ostrine široko

$$\frac{2}{m^2}(1+m)zU_0 =$$

$$= \frac{2}{m^2} \cdot z_e U_0.$$

Vidimo, da je v tej formuli izginil f . Torej:

Pri slikanju iz bližine je območje globinske ostrine neodvisno od goriščne razdalje f .

Pri $m = 1$ (slika na filmu je naravne velikosti) znaša območje globinske ostrine:

- a) pri $z = 16$ ($z_e = 32$) približno 2 mm;
- b) pri $z = 4$ ($z_e = 8$) približno $\frac{1}{2}$ mm;
- c) pri $z = 32$ ($z_e = 64$) približno 4 mm.

Hrošča, ki je debelejši kot 4 mm, torej pri razmerju 1 : 1 ne moremo v celoti ostrega spraviti na film. Nekateri objektivni sicer omogočajo nastavitve še večjih zaslonskih števil kot 32. Toda pri večanju efektivnih zaslonskih števil nad 50 pride zmeraj bolj do izraza *uklon* svetlobe, ki kvari kakovost celotne slike.

Ker je pri $m = 1$ efektivno zaslonsko število $z_e = 2z$, to pomeni, da osvetljenost slike znaša le četrtno tiste pri slikanju v neskončnosti. Pri zrcalno refleksnih aparatih gledamo skozi objektiv, zato je tudi slika v iskalu pri $m = 1$ občutno temnejša (kar povzroča težave pri ostrenju).

Pri $m = 4$ je $z_e = 5z$. Osvetljenost slike je le še $1/25$ tiste pri slikanju v neskončnosti. Območje globinske ostrine pa meri za $z = 16$ ($z_e = 80$):

$$\frac{2}{16} \cdot \frac{80}{30} \text{ mm} = \frac{1}{3} \text{ mm}.$$

Hkrati lahko ostre dobimo le zelo ploščate detajle na slikovnem polju, ki znaša $6 \text{ mm} \times 9 \text{ mm}$. Fotografiranje pri tako veliki povečavi je težavno celo s specialno opremo, na terenu pa je komajda še mogoče.

Denimo, da slikamo z objektivom z daljšo goriščnico v razmerju $m = 0'05 = 1 : 20$. To je lahko portret ali slika lepega grma kot na zadnji strani ovitka. Območje globinske ostrine pri $z = 2'8$ znaša

$$800 \cdot 1'05 \cdot \frac{2'8}{30} \text{ mm} \doteq 8 \text{ cm}.$$

To ni več dovolj, da bi pri portretiranju bil oster ves obraz od nosu do ušes. Mimogrede, običajno izostrimo oči, saj so najpomembnejši del portreta.

Slike, narejene z različnimi objektivmi, pa vseeno niso enake. Pri $f = 100 \text{ mm}$ je ustrezeni izteg $x' = mf = 5 \text{ mm}$. Slika zelo oddaljenega ozadja nastane 5 mm od filma. Pri $f = 300 \text{ mm}$ je izteg $x' = 45 \text{ mm}$. Slika zelo oddaljenega ozadja nastane 45 mm stran od filma. Ker je po (1) premer razmazanega krožca sorazmeren $\Delta x'$, je ozadje pri slikanju z daljšo goriščnico neprimerno bolj zabrisano.

Peter Legiša