PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **18** (1990/1991)
Številka 4
Stran 218

Boris Lavrič:

OBRNJENI FERMAT

Ključne besede: naloge, razvedrilo.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/18/1050-Lavric.pdf

OBRNJENI FERMAT

Diofantska enačba

$$n^x + n^y = n^z$$

pri nobenem naravnem številu $n > 2$ ne premore rešitve s celimi števili x, y, z.

Zaradi pomanjkanja prostora dokaza ne bomo zapisali tu, pač pa na strani 251.

Boris Lavrič

OBRNJENI FERMAT — Rešitev s str. 218

Denimo, da pri danem $n \in \mathbb{N}$ števila $x, y, z \in \mathbb{Z}$ rešijo enačbo $n^x + n^y = n^z$. Očitno je $n > 1, x < z, y < z$, poleg tega pa smemo brez škode privzeti, da je $x \leq y$. Če delimo enačbo z n^x in potem preuredimo, dobimo

$$1 = n^{y-x}(n^{z-y} - 1)$$

Ker sta eksponenta $y - x, z - x$ cela in velja $y - x \geq 0, z - x \geq 1$, mora biti $y - x = 0$ in $n^{z-y} = 2$. Od tod sledi $n = 2, y = x$ in $z = x + 1$. Torej so edine rešitve prvotne diofantske enačbe pri $n \in \mathbb{N}$ dane s formulo

$$n = 2, (x, y, z) = (x, x, x + 1), x \in \mathbb{Z}$$

Boris Lavrič