

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **17** (1989/1990)

Številka 5

Strani 294-295

Dušan Modic:

NALOGA IZ OBRESTNO OBRESTNEGA RAČUNA

Ključne besede: naloge, razvedrilo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/17/1001-Modic.pdf>

© 1990 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

NALOGA IZ OBRETNOSTI OBRETNOSTNEGA RAČUNA

Pokojnine so v štirih letih povečali za določen odstotek tako, da so vsako leto pokojnino zvišali za enak znesek. Stopnje, s katerimi so pokojnine naraščale, pa niso bile vsako leto enake, ker se povišuje tudi že povišani del. Če bi skupno povišanje bilo 10%, so posamezne stopnje 2,5%, 2,439%, 2,381% in 2,326%. Poskusi izračunati!

Posplošimo nalogo! Glavnica G se naj v n letih poveča za $p\%$, vsako leto za enak znesek. Kolikšne so zaporedne stopnje $p_1, p_2, \dots, p_n$, s katerimi to zvišanje dosežemo?

Prva stopnja je $p_1 = p/n$.

Prvo letno povečanje glavnice je $P_1 = Gp_1/100$. Naslednje, ki mu je enako, računamo od povečane glavnice G_1 , vendar po stopnji p_2 , tako da je $P_2 = G_1p_2/100$ in

$$P_k = G_{k-1}p_k/100 \quad (1)$$

Vrednost glavnice po $(k+1)$ -tem povišanju, G_{k+1} , lahko izračunamo iz k -te glavnice, G_k , ki ji prištejemo $(k+1)$ -to povečanje

$$G_{k+1} = G_k(1 + p_{k+1}/100) \quad (2)$$

ali pa iz začetne vrednosti glavnice, ki ji prištejemo $(k+1)$ povečanj

$$G_{k+1} = G(1 + (k+1)p_1/100) \quad (3)$$

Letna povečanja so si enaka: $P_{k+1} = P_k$. Z upoštevanjem (1) in (2) sledi:

$$G_{k-1}(1 + p_k/100) \cdot p_{k+1}/100 = G_{k-1} \cdot p_k/100$$

Enačbo delimo z $G_{k-1}/100$ in izračunamo p_{k+1} . Dobimo rekurzijsko formulo za zaporedne stopnje:

$$p_{k+1} = \frac{p_k}{1 + p_k/100}, \quad p_1 = p/n, \quad k = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4)$$

Zaporedne stopnje povišanj lahko izračunamo tudi direktno iz prve, p_1 . Iz (2) in (3) sledi

$$G_k(1 + p_{k+1}/100) = G(1 + (k+1)p_1/100)$$

Na levi izrazimo G_k z G in enačbo delimo z G

$$(1 + kp_1/100)(1 + p_{k+1}/100) = (1 + (k + 1)p_1/100)$$

Preuredimo takole:

$$(1 + kp_1/100) + (1 + kp_1/100) \cdot p_{k+1}/100 = 1 + kp_1/100 + p_1/100$$

Skrčimo, pomnožimo s 100 in izračunamo p_{k+1} . Zaporedne stopnje povišanj se s prvo izražajo takole:

$$p_{k+1} = \frac{p_1}{1 + kp_1/100} \quad (5)$$

Preveri uvodoma podane stopnje za $p = 10\%$, $n = 4$ z obrazcema (4) in (5)!

Dušan Modic