

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **17** (1989/1990)

Številka 5

Strani 316–317

Vilko Domajnko:

POSREČEN ALI PONESREČEN DOKAZ?

Ključne besede: razvedrilo, naloge.

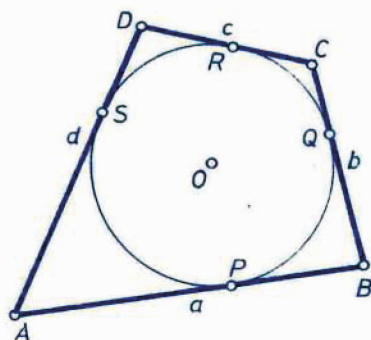
Elektronska verzija: <http://www.presek.si/17/1001-Domajnko.pdf>

© 1990 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

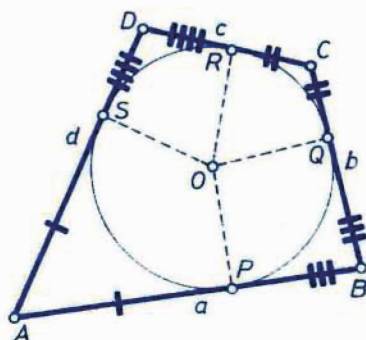
© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

POSREČEN ALI PONESREČEN DOKAZ?



Slika 1



Slika 2

Definicija. Štirikotnik je *tangenten*, če vse njegove stranice ležijo na tangentah nekega kroga.

Izrek. V tangentnem štirikotniku je vsota dolžin para nasprotnih stranic enaka vsoti dolžin drugega para nasprotnih stranic.

Dokaz. Krog, ki ga včrtam štirikotniku $ABCD$, se naj dotika stranic a, b, c in d v točkah P, Q, R in S . Skladnosti stranic

$$AP \cong AS \text{ in } CQ \cong CR$$

zatem pa še

$$BP \cong BQ \text{ in } DR \cong DS$$

menda ja ni treba posebej dokazovati.

Da bo bolj pregledno, označim na risbi prvi par skladnih stranic s po eno črtico, drugi par s po dvema, tretji par s po tremi in četrti par s po štirimi črticami (glej sliko 2).

Sedaj pa le še seštejmo črtice na prvih mestih:

$$a + c = | \text{ plus } ||| \text{ plus } || \text{ plus } |||| = 10 \text{ črtic}$$

$$b + d = ||| \text{ plus } || \text{ plus } |||| \text{ plus } | = 10 \text{ črtic}$$

Število črtic v obeh vsotah se ujema in izrek je torej dokazan!

Komentar. Seveda verjamem, da ste zgodbo prebrali zgolj kot šalo. In ker bi težko rekel, da šal v matematiki kar mrgoli, nam seveda skorajda sleherna presneto prav pride. Pa vendarle – vsak zase naj poskusi premisliti, kje vse tičijo vzroki za tisti po(ne)srečen sklep v dokazu. Sam se precej nagibam k misli, da matematiku močna zaverovanost v geometrijsko risbo lahko povzroči v logičnem sklepanju včasih prav katastrofalne napake. V našem primeru se je na srečo še vse dobro izteklo; lahko bi jo precej huje odnesli.

Vaja bralcem. Štirikotnik je *tetiven*, če mu lahko očrtamo krog. V njem je vsota nasprotnih kotov enaka iztegnjenemu kotu. Ali znate tudi ta izrek dokazati na podoben norčev način?

Vilko Domajnko