

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **16** (1988/1989)

Številka 5

Stran 257

Boris Lavrič:

MATEMATIČNI KROŽEK

Ključne besede: naloge, razvedrilo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/16/947-Lavric-krozek.pdf>

© 1989 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

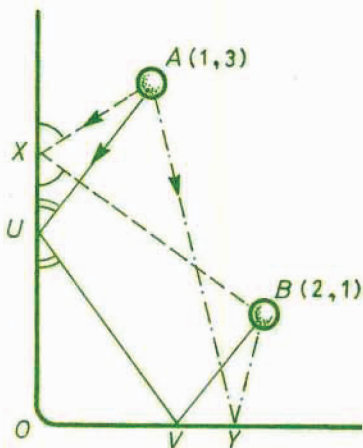
© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

1. Kateri dve cifri manjkata v desetiškem zapisu
 $\square 109094 \square 171709440000$
 produkta vseh naravnih števil od ena do enaindvajset?
2. Proti kateri točki roba biljardne mize je treba usmeriti kroglo A (glej sliko), da bo po enem odboju (dveh odbojih) zadela kroglo B? Odbojni kot krogle je enak vpadnemu.
3. Kocka in pravilni četverec (tetraeder) imata natanko tri oglišča skupna. Dokaži, da eno do oglišč te kocke razpolavlja eno do telesnih višin četverca.

Boris Lavrič

MATEMATIČNI KROŽEK



REŠITVE NALOG

MATEMATIČNI KROŽEK – Rešitve s str. 257

1. Označimo manjkajočo cifro na levi z x , na desni pa z y . Zapisano število je deljivo z 9 in z 11. Po kriteriju za deljivost z 9 velja $9 \mid x + y + 2$, kriterij deljivosti z 11 pa nam da $11 \mid x - y + 8$. Odtod brž dobimo rešitev $x = 5, y = 2$.

2. Poglejmo na sliko in upoštevajmo, da sta označena pravokotna trikotnika podobna. Tako dobimo $x : y = a : b$ in položaja točk X in Y na robu biljardne mize. Podobno določimo točki U in V . Iz slike razberemo enakosti

$$(3 - u) : 1 = u : v = 1 : (2 - v),$$

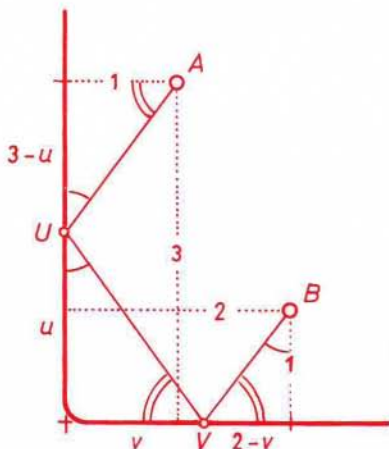
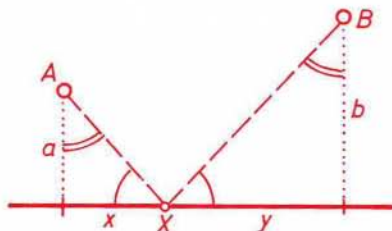
ki ju pretvorimo v

$$u = 3v - uv$$

$$v = 2u - uv$$

in nato odštejemo. Dobljeno enakost $3u = 4v$ vstavimo v eno od prejšnjih enakosti, ki jo nato rešimo. Rešitev je tedaj $u = 5/3$, $v = 5/4$.

Nalogo lahko rešujemo tudi s pomočjo zrcaljenj preko roba (robov) biljardne mize.



3. Kratek premislek nam pove, da bo naloga rešena, če dokažemo veljavnost naslednje lastnosti: Trikotnik, ki veže dve oglišči osnovne ploskve pravilnega četverca z razpoloviščem višine nanjo, je enakokrak in pravokoten. Za dokaz bosta zadostovala pogled na sliko ter Pitagorov izrek in njegov obrat.

$$\overline{AM} = \overline{BM} = a \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{MN}^2 = \frac{1}{4} \overline{MD}^2 =$$

$$= \frac{1}{4} (\overline{AD}^2 - \overline{AM}^2) = \frac{1}{6} a^2$$

$$\overline{AN}^2 = \overline{BN}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{MN}^2 =$$

$$= \frac{1}{2} a^2 = \frac{1}{2} \overline{AB}^2$$

Boris Lavrič

