

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **16** (1988/1989)

Številka 4

Stran 196

Boris Lavrič:

MATEMATIČNI KROŽEK

Ključne besede: matematika, naloge, razvedrilo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/16/940-Lavric-krozek.pdf>

© 1989 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

MATEMATIČNI KROŽEK

Iz bogate zakladnice nalog, s katerimi mi je profesor Vladimir Kuster razveseljeval gimnazijske dni, sem izbral naslednje tri:

1. V tiskarni je stavec stresel cifre neke številke, ki je označevala šesto potenco naravnega števila, zapisanega v desetiškem številskem sestavu. Ko jih je pobral in uredil, je dobil zaporedje 0, 2, 3, 4, 4, 7, 8, 8, 9. Katera številka je bila to?
2. Od šestih danih točk v ravnini nobene tri ne ležijo na isti premici. Dokaži, da obstaja tak trikotnik z oglišči v treh izmed danih šestih točk, ki ima en kot velik vsaj 120° .
3. Če cifre sedemnajstmestnega števila a (v desetiškem sestavu) zapišemo v obratnem vrstnem redu, dobimo število b . Dokaži, da je vsaj ena cifra vsote $a + b$ sodo število.

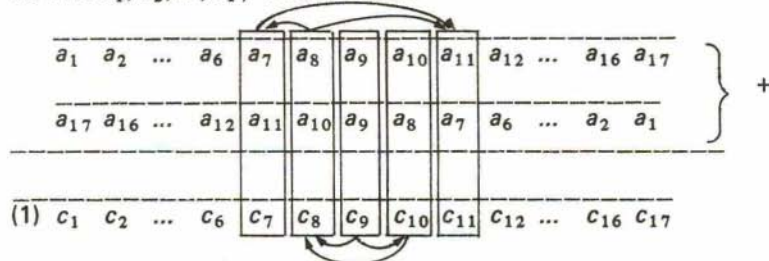
Boris Lavrič

MATEMATIČNI KROŽEK - Rešitev s str. 196

1. Izbrana številka ima devet mest, zato število n^6 ($n \in \mathbb{N}$), ki ga ta predstavlja, ustreza pogoju $10^8 \leq n^6 < 10^9$, ki nam da oceno $21 < n < 32$. Poleg tega je vsota cifer iskane številke deljiva s 3, torej je tudi število n deljivo s 3. Izmed treh mogočih vrednosti za n (24, 27 in 30) je očitno dobra le $n = 27$.
2. Če so točke oglišča konveksnega šestkotnika, potem vsaj en njegov notranji kot meri vsaj 120° (v nasprotnem primeru bi bila vsota velikosti vseh notranjih kotov šestkotnika manjša od 720°), trditev pa tedaj očitno drži. Če pa dane točke niso oglišča nobenega konveksnega šestkotnika, leži vsaj ena od njih v notranjosti trikotnika z oglišči v drugih treh. Ta trikotnik je sestavljen iz treh manjših trikotnikov, ki se združijo v notranji točki. Vsota njihovih kotov ob tej točki meri 360° , torej vsaj eden meri najmanj 120° .
3. Zapišimo a v desetiškem številskem sestavu $a = \overline{a_1 a_2 \dots a_{17}}$ in prištejmo $b = \overline{a_{17} a_{16} \dots a_2 a_1}$. Predpostavimo, da ima vsota

$$a + b = \overline{c_1 c_2 \dots c_{17}} \text{ ali } \overline{1 c_1 c_2 \dots c_{17}}$$

vse cifre $c_1, c_2, \dots, c_{17}$ lihe. Iz računa



vidimo, da je $a_8 + a_{10} \geq 10$ (v nasprotnem primeru bi bilo število c_9 sodo). Število c_7 je liho, zato je vsota $a_7 + a_{11}$ soda. Potem pa zaradi lihosti c_{11} velja $a_6 + a_{12} \geq 10$. Če z enakim sklepanjem nadaljujemo, naposled ugotovimo, da je vsota $a_1 + a_{17}$ soda. Toda, potem je tudi c_{17} sodo število, kar pa nasprotuje predpostavki na začetku dokaza.

Boris Lavrič