PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **16** (1988/1989)
Številka 3
Strani X, 191

Roman Rojko:

KRATKOČASNE VŽIGALICE

Ključne besede: naloge, razvedrilo.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/16/930-Rojko.pdf

KRATKOČASNE VŽIGALICE

67. Sestavi tri kvadrate iz 10 vžigalic, nato še iz 11, 12, 13, ... Vsakokrat moraš, kot smo domenjeni, porabiti vse vžigalice, kvadrati pa so lahko različno veliki!

68. Položi na mizo v ravni vrsti osem vžigalic:

Prestavljaj po eno vžigalico na levo ali na desno, in sicer vedno čez dve vžigalici na tretjo, tako da dobiš 4 pare prekrižanih vžigalic.

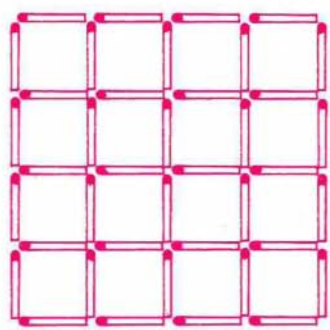
Par prekrižanih vžigalic šteje seveda dve vžigalici. Dokaži, da je 8 najmanjše število vžigalic, za katero je igra sploh mogoča! Kako najlaže ugotoviš, kako moraš prestavljati vžigalice?

69. Položi na mizo v ravni vrsti 12 vžigalic! Prenašaj po eno vžigalico čez tri vžigalice na četrto, da dobiš 4 trojice prekrižanih vžigalic:

Dokaži, da je 12 najmanjše število vžigalic, za katero je igra sploh mogoča!

70. Poskusimo nalogi 68 in 69 posplošiti! Najmanj koliko vžigalic moraš imeti, da jih lahko prerediš v nekaj skupin po *n* vžigalic, tako da prenašaš po eno vžigalico čez *n* vžigalic na naslednjo, na levo ali desno stran?

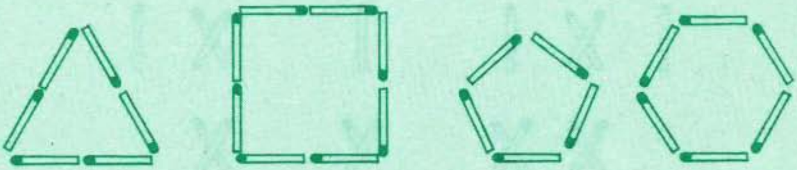
71. Sestavi vzorec, v katerem bo 30 kvadratov! Kolikšno je najmanjše število vžigalic, ki jih moraš vzeti iz vzorca, da v njem ne bo več nobenega kvadrata?



72. (Besedilo glej na str. 191)

V tretji številki devetega letnika smo začeli po delih objavljati to zbirko nalog, ki jo je za Presek napisal Roman Rojko. Naloge bomo objavljali tudi v prihodnjih številkah Preseka.

72. V škatli imamo toliko vžigalic, da lahko iz njih sestavimo katerikoli par pravilnih likov, ki so spodaj narisani, pri čemer vsakokrat porabimo vse vžigalice. Stranice likov niso predpisane, torej so kakršnekoli. Za lažje razmišljanje si oglejmo primer, ko je v škatlici enajst vžigalic! Iz njih bi lahko sestavili trikotnik (iz 6 vžigalic) in petkotnik (iz 5 vžigalic), petkotnik (5) in šestkotnik (6), kvadrat (8) in trikotnik (3), ne moremo pa sestaviti kvadrata in petkotnika, niti trikotnika in šestkotnika. Ugotovi zdaj, najmanjše število vžigalic v škatlici, da bomo še lahko sestavili vsak par likov!



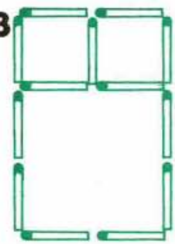
KRATKOČASNE VŽIGALICE – Rešitev z II. str. ovitka

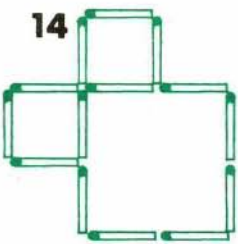
67.

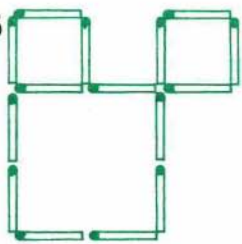
10

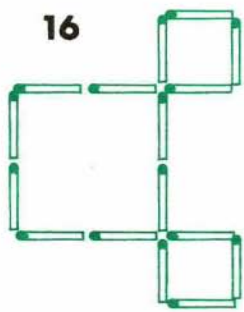

11

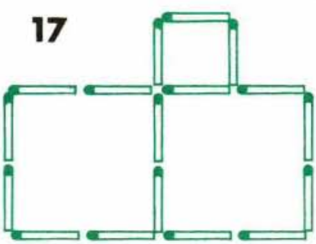

12


13


14


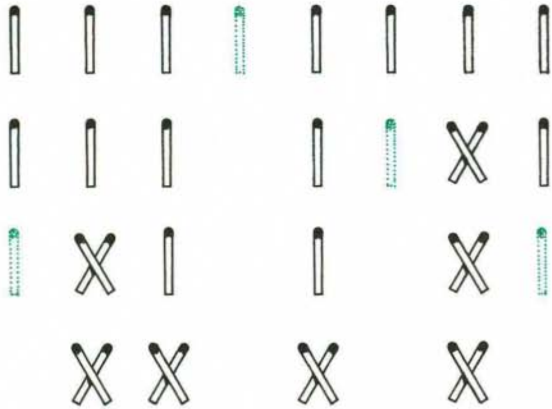
15


16


17


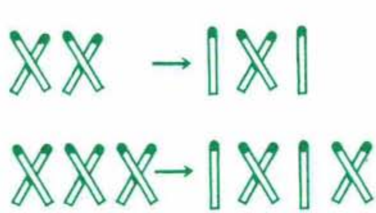
... in tako naprej.

68. Nalogo najlaže rešimo tako, da gremo nazaj od končnega vzorca k začetnemu in si zapomnimo poteze. Potek pa je takle:



Rešitev je lahko seveda več. Premikamo rdečo vžigalico. Igra je mogoča z najmanj 8 vžigalicami. To bomo dokazali tako, da bomo šli nazaj od dveh in treh prekrižanih vžigalic.

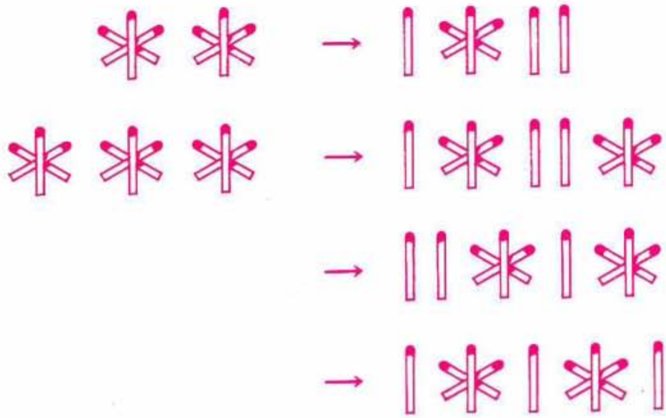
- Očitno ne more nobena vžigalica skočiti čez dve.
- Tudi tu ne more nobena vžigalica čez dve.



Tu moramo opozoriti, da mora vsaka vžigalica pristati na tretji, ko igramo naprej, oziroma lahko premaknemo le tako vžigalico, ki je na drugi vžigalici, ko igramo nazaj.

69. Potek reševanja bomo tokrat opisali drugače (tudi prej bi lahko storili tako). Vžigalice oštevilčimo s številkami od 1 do 12, nato pa premikamo: 7 na 11, 6 na 11, 8 na 2, 9 na 2, 10 na 12, 5 na 12, 3 na 1, 4 na 1. Da je 12 najmanjše število vžigalic, pri katerem je igra še mogoča, bomo zopet dokazali z razmišljanjem v obratni smeri. Začnimo z eno samo trojico, tu ni mogoča nobena poteza. Dve in tri trojice pa se ustavijo po dveh potezah:

69.

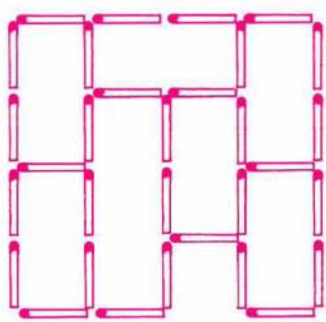


70. Ko smo nalogo posplošili, smo na lepem začeli govoriti o skupinah namesto o prekrižanih vžigalicah. Zakaj? Kar poskusi prekrižati 20 vžigalic! Poskusi to še narisati! Torej bomo imeli namesto n prekrižanih vžigalic skupino z n vžigalicami. Premišljujemo spet nazaj. Pri eni skupini z n vžigalicami ni mogoča nobena poteza. Pri dveh skupinah lahko naredimo le $n-1$ potez (dobimo $n-1$-krat po eno vžigalico, skupino z n vžigalicami in eno vžigalico), potem pa se stvar ustavi. Tudi pri treh skupinah se ustavi po $n-1$ potezah, le da pridemo tu do teh vzorcev:

$$n, n-1 \text{ krat } 1, n, 1$$
$$i, n, 1, n, n-i-1 \qquad (0 \leqslant i \leqslant n-1)$$

V nobenem primeru ni več mogoče narediti poteze. Če pa imamo vsaj 4 skupine, lahko zmeraj naredimo v n potezah zaporedje n samostojnih vžigalic, čez katere potem nosimo vžigalice iz drugih skupin. Prepričaj se o tem še praktično! Vzèmi najprej tri skupine po 5 vžigalic, nato jim pa dodaj še četrto!

71. Odstraniti je treba najmanj 9 vžigalic:



72. V škatlici imamo 36 vžigalic. Sestavljamo pa takole:
trikotnik (12) in kvadrat (24),
trikotnik (6) in petkotnik (30),
trikotnik (6) in šestkotnik (30),
kvadrat (16) in petkotnik (20),
kvadrat (12) in šestkotnik (24),
petkotnik (30) in šestkotnik (6).