

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **13** (1985/1986)

Številka **1**

Strani 46–47

Aleksander Potočnik:

NEKAJ NALOG MLADIM VEGOVCEM

Ključne besede: naloge, matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/13/747-Potocnik.pdf>

© 1985 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

NEKAJ NALOG MLADIM VEGOVCEM

Naloge so reševali učenci osnovnih šol v občini Ljubljana Moste-Polje na šolskih tekmovanjih za bronasto Vegovo priznanje v šolskem letu 1984/85.

5. razred

1. V izrazu $1 \times 2 \times 3 \times 4$ zamenjaj znak $\times$ z računskimi znaki in postavi oklepaje tako, da bo dobil:
- a) največjo vrednost
 - b) najmanjšo vrednost

2. Izračunaj vrednosti izrazov:

a) $5^3 - (3^2 \cdot 7 + 2^4 \cdot 0) : 21 =$

b) $202 - 2 \cdot 3^2 + 125 : 25 =$

3. Marko, Nada in Olga so si razdelili 7548 din. Marko dobi 222 din manj kot Nada, Olga pa dobi toliko kot Marko in Nada skupaj. Koliko denarja dobi vsak?

4. Nariši premico s in določi točko T , ki je od premice s oddaljena 4 cm. Nariši krožnico k s središčem T in polmerom 3 cm. Nariši krožnici k vsaj eno tangento, ki je:

- a) vzporedna premici s
- b) pravokotna na premico s

5. V pravokotniku je ena stranica dolga 8 cm, druga pa 18 cm.

- a) Kako dolga je stranica kvadrata, ki ima enak obseg kot pravokotnik?
- b) Kako dolga je stranica kvadrata, ki ima enako ploščino kot pravokotnik?

6. razred

1. Izračunaj vrednost izraza: $\frac{2}{3} + 6\frac{2}{3} \cdot (11\frac{1}{3} - 5,4) \cdot \frac{9}{89}$

2. Učenec je prehodil $\frac{5}{9}$ poti med domom in šolo. Ko bo prehodil še 140 m, bo na $\frac{3}{4}$ poti. Kolikšna je razdalja med domom in šolo?

3. Nariši enakokrak pravokotni trikotnik $\triangle ABS$ s kateto $\overline{AS} = 4$ cm in pravim kotom pri točki S . Zrcali $\triangle ABS$:

- a) prek točke S
- b) preko premice (B,S)
- c) preko premice (A,S)

Kakšen lik tvorita dani trikotnik $\triangle ABS$ in njegove zrcalne slike? Utemelji odgovor!

4. Po redu plovbe izpluje ladja A iz пристanišča vsak 4. dan, ladja B vsak 8. dan, ladja C pa vsak 10. dan. Dne 29. maja so izplule vse tri ladje. Katerega dne bodo naslednjič vse tri ladje zapustile пристanišče?

5. Nariši deltoide $ABCD$ s podatki: $e = 4$ cm, $f = 7$ cm in $\delta = 75^\circ$.

7. razred

1. Izračunaj vrednost izraza:

$$3 : \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5} : 2\right) + 5\left(0,4 - \frac{2}{5} : (-2)\right) + (-2) : \left(-1\frac{1}{4}\right) .$$

2. Izračunaj ploščino trikotnika, ki ga omejujeta grafa funkcij $f(x) = -\frac{3}{2}x +$

$$+ 3 \text{ in } g(x) = \frac{3}{4}x + 3 \text{ in os } x.$$

3. Načrtaj trapez $ABCD$: $\overline{CD} = 3$ cm, $\overline{AB} = 6$ cm, $\sphericalangle BAC = 45^\circ$, $\sphericalangle BAD = 90^\circ$ in izračunaj njegovo ploščino.

4. Za koliko odstotkov se zveča ali zmanjša produkt števil a in b , če prvi faktor za 10% zvečamo, drugega pa za 10% zmanjšamo?

5. V košarici je 16 kroglic: črnih, belih in rdečih. Rdečih je 7-krat manj kot belih. Koliko črnih kroglic je v košarici?

8. razred

1. Dana je linearna funkcija $y = \frac{12}{5}x - 6$. Določi koordinati presečišč grafa dane funkcije s koordinatnima osema in izračunaj dolžino odseka premice med presečiščima.

2. V prvi cisterni je 470 l vode, v drugi pa 240 l. Iz prve odteče vsako uro trikrat več vode kot iz druge. Čez pet ur ostane v prvi cisterni 20 l vode manj kot v drugi. Koliko litrov vode odteče vsako uro iz vsake cisterne?

3. Če v pravokotniku podaljšaš dolžino za njeno tretjino, se mu ploščina poveča. Za koliko bi morali skrajšati širino, da bi ostala ploščina nespremenjena?

4. Poenostavi izraz:

$$\left(\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}\right) : \frac{a^2+9}{a^2-9}, \quad a \in \mathbb{R} - \{-3, 3\}$$

in ugotovi, ali je vrednost izraza odvisna od vrednosti spremenljivke a .

5. Dani so trije kvadrati: prvi s stranico a , drugi ima stranico enako polovici diagonale prvega, stranica tretjega pa je enaka dvakratni diagonali drugega kvadrata. Izračunaj razmerje obsegov in razmerje ploščin vseh treh kvadratov.

Aleksander Potočnik

REŠITVE NALOG

NALOGE ZA MLADE VEGOVCE – – Rešitve iz P-XIII/1, str. 46

PETI RAZRED

1. a) $(1+2) \cdot 3 \cdot 4 = 36$
b) $(1+2-3) \cdot 4 = 0$

2. a) 122
b) 189

3. Marko Nada Olga
 $x - 222$ x $x - 222 + x$

$$x - 222 + x + x - 222 + x = 7548$$

$$4 \cdot x - 444 = 7548$$

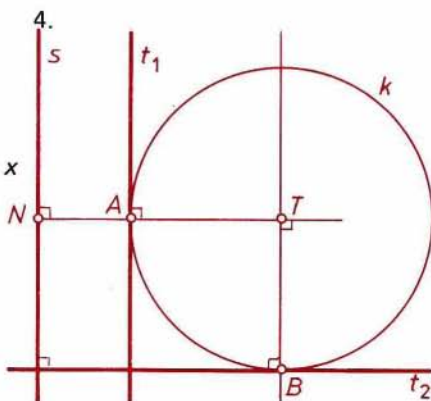
$$4 \cdot (x - 111) = 7548$$

$$x - 111 = 7548 : 4$$

$$x - 111 = 1887$$

$$x = 1887 + 111$$

$$x = 1998$$



Marko dobi 1776 din, Nada 1998 din, Olga pa 3774 din.

5. pravokotnik

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$b = 18 \text{ cm}$$

$$o = 52 \text{ cm}$$

$$p = 144 \text{ cm}^2$$

kvadrat

$$o = 52 \text{ cm}$$

$$o = 4 \cdot a$$

$$52 = 4 \cdot a$$

$$a = 13 \text{ cm}$$

kvadrat

$$p = 144 \text{ cm}^2$$

$$p = a \cdot a$$

$$144 = a \cdot a$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

ŠESTI RAZRED

1. $4 \frac{2}{3}$

2. $\frac{3}{4} \cdot x - \frac{5}{9} \cdot x = 140$
 $(\frac{3}{4} - \frac{5}{9}) \cdot x = 140$

$$\frac{7}{36} \cdot x = 140$$

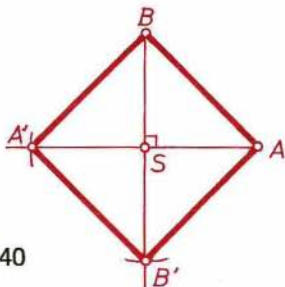
$$x = \frac{140 \cdot 36}{7}$$

$$x = 720$$

Razdalja med domom in šolo je 720 m.

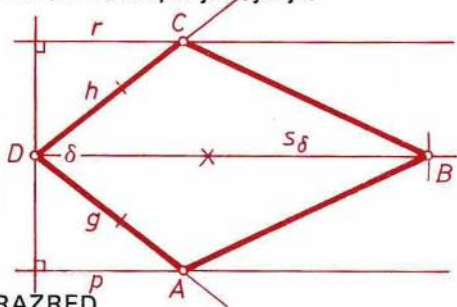
3. Trikotnik ABS je enakokrak pravokotni trikotnik, zato notranja ostra kota merita po 45° . Zrcaljenje preko premice in preko točke ohranja dolžine daljic in velikosti kotov, zato so notranji koti štirikotnika $ABA'B'$ pravi koti in tudi njegove stranice so skladne. Nastali štirikotnik je kvadrat.

$$4. \quad \begin{aligned} v(4, 8, 10) &= 2.2.2.5 = 40 \\ 4 &= 2.2 \\ 8 &= 2.2.2 \\ 10 &= 2.5 \end{aligned}$$



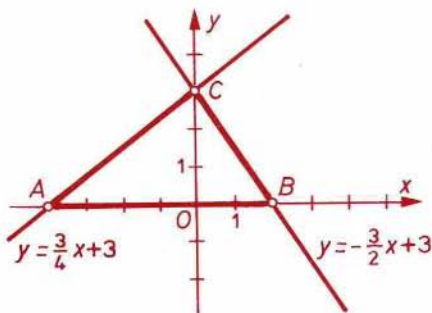
Vse tri ladje bodo spet zapustile pristanišče čez 40 dni, to je 8. julija.

5. Iz izbrane točke D potegnemo poltraka g in h tako, da oklepata kot $\delta = 75^\circ$. Kot δ razpolovimo, dobljeni simetrali s_δ pa na nasprotnih straneh načrtamo vzporednici p in r v oddaljenosti $e/2 = 2$ cm. Premici p in r sekata poltraka g in h v ogliščih A oziroma C . V oddaljenosti 7 cm dobimo na s_δ še oglišče B .

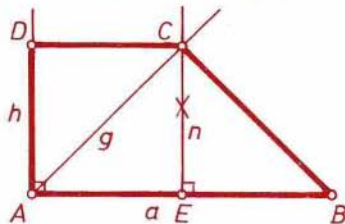


SEDMI RAZRED

1. Vrednost izraza je 0.
2. $A(-4,0)$
 $B(2,0)$
 $C(0,3)$
$$p = \frac{o \cdot v}{2} = \frac{6.3}{2} = 9$$



3. Načrtamo osnovnico $a = AB$ z dolžino 6 cm, nato pa poltraka g in h skozi A , ki z a oklepata kota 45° oziroma 90° . Skozi razpolovišče E daljice AB potegnemo normalo n na a . Oglišče C je skupna točka poltraka g in normale n . Vzporednica z a skozi C pa seka poltrak h v točki D .



$$\begin{array}{l} \sphericalangle BAD = 90^0 \\ \sphericalangle BAC = 45^0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \sphericalangle CAD = 45^0 \\ \sphericalangle DAC = 45^0 \\ \sphericalangle ADC = 90^0 \end{array} \Rightarrow \overline{AD} = \overline{CD}$$

$$p = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \cdot \overline{AD} \quad p = \frac{6+3}{2} \cdot 3 = \frac{27}{2}$$

$$\begin{array}{ll} 4. & a \quad a_1 = a + 10\% a = \frac{11}{10} a \\ & b \quad b_1 = b - 10\% b = \frac{9}{10} b \\ & ab \quad a_1 b_1 = \frac{11}{10} a \cdot \frac{9}{10} b = \frac{99}{100} ab \\ & ab > \frac{99}{100} ab \\ & ab - \frac{99}{100} ab = \frac{1}{100} ab \end{array}$$

Produkt se zmanjša za 1%.

$$\begin{array}{l} 5. \quad b \in V_7 \wedge b < 16 \\ \quad b = 7 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow \check{c} = 8 \\ \quad b = 14 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow \check{c} = 0 \end{array}$$

Druga možnost ni mogoča, ker so v košari tudi črne kroglice. V košarici je 8 črnih kroglic.

OSMI RAZRED

$$\begin{array}{lll} 1. & y = \frac{12}{5}x - 6 & \begin{array}{ll} T_1(0, y) & T_2(x, 0) \\ y = \frac{12}{5} \cdot 0 - 6 & 0 = \frac{12}{5}x - 6 \\ y = -6 & x = \frac{5}{2} \\ T_1(0, -6) & T_2(\frac{5}{2}, 0) \end{array} \\ & d^2 = 6^2 + (\frac{5}{2})^2 & \\ & d = \frac{13}{2} & \end{array}$$

2.	I. cisterna	II. cisterna
vode	470	240
iztok	3x	x
ostane po 5 h	470 - 5.3x	240 - 5x

$$\begin{array}{l} 470 - 5 \cdot 3x + 20 = 240 - 5x \\ x = 25 \end{array}$$

Iz prve cisterne izteče vsako uro 75 l vode, iz druge pa 25 l.

3.

$$\begin{aligned}
 (a + \frac{1}{3}a)(b - x) &= ab \\
 \frac{4}{3}a(b - x) &= ab \\
 \frac{4}{3}ab - \frac{4}{3}ax &= ab \\
 -\frac{4}{3}ax &= -\frac{1}{3}ab \\
 x &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Širino moramo skrajšati za njeno četrtno.

$$\begin{aligned}
 4. \quad (\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}) : \frac{a^2+9}{a^2-9} &= \frac{a^2+3a-3a+9}{(a+3)(a-3)} : \frac{a^2+9}{a^2-9} = \\
 &= \frac{a^2+9}{a^2-9} \cdot \frac{a^2-9}{a^2+9} = 1
 \end{aligned}$$

Vrednost izraza je 1 ne glede na vrednost spremenljivke a .

5. I. kvadrat

II. kvadrat

III. kvadrat

 a

$$a_1 = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$a_2 = 2d_1 = 2a_1\sqrt{2} = 2a$$

 $o = 4a$

$$o_1 = 2a\sqrt{2}$$

$$o_2 = 8a$$

$$o : o_1 : o_2 = 2 : \sqrt{2} : 4$$

 $p = a^2$

$$p_1 = \frac{a^2}{2}$$

$$p_2 = 4a^2$$

$$p : p_1 : p_2 = 2 : 1 : 8$$

Aleksander Potočnik

INTERTRADE

PODJETJE ZA MEDNARODNO TRGOVINO - INTERNATIONAL TRADE CO

MOŠE PIJADEJEVA 29 61001 LJUBLJANA TELEFON (061) 322-844 TELEX: 31181 P.O.B. 317-VI INT.