PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **12** (1984/1985)
Številka 5
Stran 245

Šefket Arslanagić, prevedel Bojan Mohar:

GEOMETRIJSKA NEENAKOST

Ključne besede: naloge, razvedrilo, geometrija.

Elektronska verzija:
http://www.presek.si/12/763-Arslanagic-Mohar.pdf

GEOMETRIJSKA NEENAKOST

Dokaži, da v pravokotnem trikotniku velja neenakost:

$$c + h > a + b$$

kjer sta a in b kateti, c hipotenuza, h pa višina na c!

REŠITEV. Ker je $c > a$ in $c > b$, je $c - a > 0$ in $c - b > 0$. Sledi:

$$(c - a)(c - b) > 0$$
$$c^2 - ac - bc + ab > 0$$
$$c^2 + ab > ac + bc$$
$$c + ab/c > a + b$$
$$c + h > a + b$$

ker je v pravokotnem trikotniku $h = ab/c$. S tem je dokaz končan.

Oglejmo si še en dokaz iste neenakosti. Tu bomo uporabili tudi nekaj trigonometrije. Vsak ve, da velja:

$$1 + \sin^2\alpha \cos^2\alpha > 1$$

če je α ostri kot trikotnika. Od tod dobimo:

$$1 + 2 \sin\alpha \cos\alpha + \sin^2\alpha \cos^2\alpha > \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2 \sin\alpha \cos\alpha$$
$$(1 + \sin\alpha \cos\alpha)^2 > (\sin\alpha + \cos\alpha)^2$$
$$1 + \sin\alpha \cos\alpha > \sin\alpha + \cos\alpha$$
$$1 + a/c \,.\, b/c > a/c + b/c$$
$$c + ab/c > a + b$$

od tod pa zaradi $h = ab/c$ sledi neenakost, ki jo dokazujemo.

Šefket Arslanagić, Trebinje
Prevedel *Bojan Mohar*