

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **10** (1982/1983)

Številka 1

Stran 6

Aleksandar Jurišić:

NALOGA

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/10/580-Jurisc.pdf>

© 1982 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Dana so števila 1, 12, 123,...,1234567890, 12345678901,...

Vsako število dobimo iz predhodnjega tako, da mu dopišemo naslednjo cifro, pri čemer cifri 0 sledi 1, za 1 pride 2,..., za 9 pride 0, itd. Dokaži, da je vsaj eno od tako dobljenih števil deljivo s 1981! (Naloga iz zveznega tekmovanja srednješolcev v matematiki 1979/80.)

Aleksandar Jurišić

Rešitev s strani 6

Oglejmo si prvih 1981 členov zaporedja, ki se končujejo s cifro 0. in jih označimo z $a_1, a_2, \dots, a_{1981}$. Pri deljenju s 1981 imajo ta števila kvečjemu 1980 različnih pozitivnih ostankov. Ker je števil 1981, imata dve števili a_i in a_j ($i > j$) isti ostanek. Odtod sledi, da je njuna razlika $a_i - a_j$ deljiva s 1981. Ni težko videti, da je

$$a_i - a_j = a_{i-j} \cdot 10^{10j}$$

torej je število $a_{i-j} \cdot 10^{10j}$ deljivo s 1981. Ker 1981 ni deljivo niti z 2 niti s 5, sta si števili 1981 in 10^{10j} tuji. Zato mora 1981 deliti prvi faktor a_{i-j} . Naloga je rešena, saj smo našli člen zaporedja, deljiv s 1981.

Aleksandar Jurišić
