

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 1 (1973/1974)

Številka 2

Strani 81-87

Jože Pahor:

$$\mathbf{10 + 111 = 1001}$$

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/1/1-2-Pahor.pdf>

© 1973 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



$$10 + 111 = 1001$$

Jože Pahor

Koliko je dva in sedem? Devet, porečete. Pa ne velja, saj niste računali. Seštevanje do dvajset ali več obvladate na pamet, šele ob večjih številah si pomagata s pisanim seštevanjem, pri katerem uporabljate znanje iz osnovne zakladnice in pravila za seštevanje.

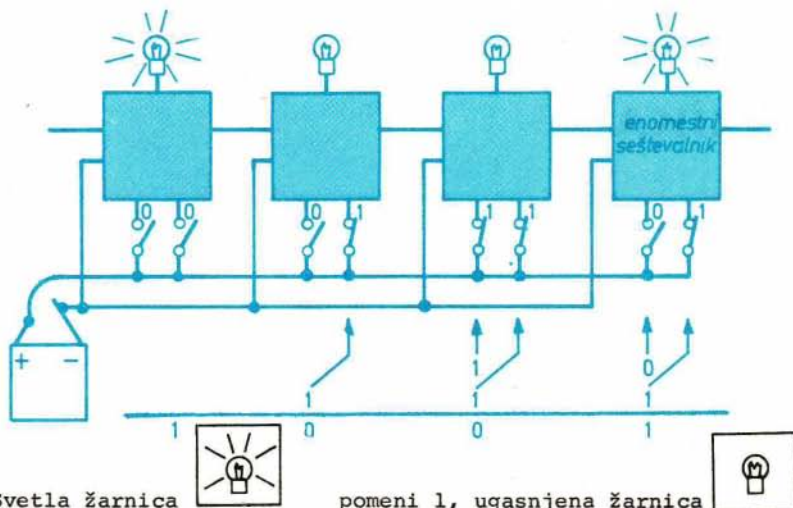
Računalnik ali kompjuter, ki ga danes občuduje vesoljni svet, ne zna na pamet niti toliko seštevanja. Na pamet obvlada le seštevanje do dva, se pravi do 10. Številke 2 namreč ne pozna, njegova številčna abeceda obsega le simbola 0 in 1. Za zapis preostalih števil si pomaga s kombinacijami teh dveh simbolov, pri seštevanju pa izkorišča znanje iz svoje zakladnice in pravila za seštevanje večjih števil.

Poglejmo, kako se lotimo postavljene naloge v dvojiškem sistemu, ki ga uporablja tudi računalnik! Dve zapišemo dvojiško kot 10, sedem pa kot 111. Obe števili postavimo drugo pod drugo in se lotimo dela!

$$\begin{array}{r} 2 \quad 10 \\ +7 \quad +111 \\ \hline 9 \quad 1001 \end{array}$$

Seštevamo z desne: ena in nič je ena, kar zapišemo pod črto. Ena in ena je dve, torej 10. Ničlo zapišemo spodaj, enojko si zapomnimo in jo porabimo na naslednjem mestu. Spet da ena in preostala ena 10. Ničlo zapišemo spodaj, enojka ostane. Seštevanca se tod že iztečeta, zato pripišemo spredaj prihranjeno enojko. Dvojiški rezultat 1001 prepoznamo kot devet.

Da nalogo namesto nas opravi računalnik, potrebujemo vezje, ki bo zgrajeno takole:

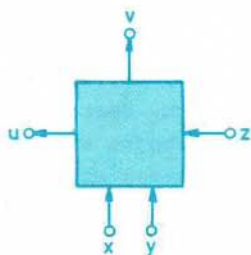


Svetla žarnica pomeni 1, ugasnjena žarnica pomeni 0, znak  pa tipko. Če jo pritisnemo, priključimo na vhod vsakega enomestnega seštevalnika napetost, to pomeni 1. Tipka, ki ne sklence kroga, ne priključi napetosti, torej pomeni 0.

Tako se z računalnikom sporazumevamo. Z električno napetostjo na ustrezni enoti označimo 1, z napetostjo nič pa 0. Računalnik odgovarja s prižganimi ali temnimi žarnicami.

Kaj pa notranjost računalnika? Enote znotraj računalnika nimajo težav s sporazumevanjem. Njihove izjave v obliki napetosti druge enote lepo razumejo, kadar jih privedemo na njihove vhode.

Sestav računalnika smo torej spoznali, le škatle z imenom enomestni seštevalniki so za zdaj še skrivnost.



ENOMESTNI
SEŠTEVALNIK

t	y	z	u	v
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0
1	0	1	1	0
0	1	1	1	0
1	1	1	1	1

PREGLEDNICA 1

Kaj naj te škatle počno, vemo. Napetost na vrhnjem izhodu v pomeni enico, ki jo dobimo, če je vsaj eden od obeh spodnjih vhodov x ali y , ali pa vhod na desni z 1. Če sta katera koli dva od treh vhodov 1, potem smo v stopnji zbrali že 2, kar pove škatla kot 10. Ničlo pokaže na vrhu, enico pa podtakne svoji levi sosed. Še poslednja možnost je - zadeli smo terno: na obeh spodnjih vhodih sta enici in tudi predhodna enota odriva enico. Skupaj smo zbrali tri, kar pove enota kot 11, torej z enojko na levi in enojko na vrhu. Zahteve, ki se stavijo enomestnemu seštevalniku, so zbrane v nepregledni preglednici I.

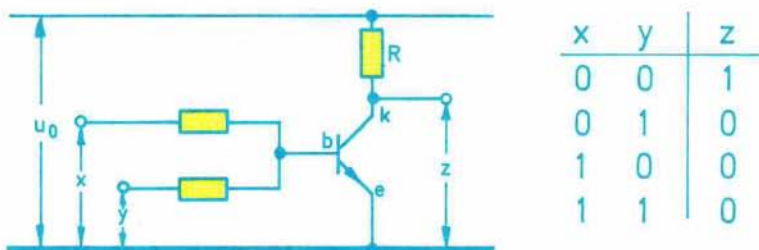
Očitno postane, da je poslovanje zamotano in da smo za začetek izbrali kar pretežak račun. Začnimo torej pri osnovah! Pri računanju naletimo na naslednje štiri možnosti:

$$0 + 0 = 0, \quad 0 + 1 = 1, \quad 1 + 0 = 0 \text{ in } 1 + 1 = 10,$$

ki bi jih moral obvladati tudi računalnik. Potrebujemo torej vezje z dvema vhodoma x in y , kjer vložimo podatke o obeh seštevancih, ter z dvema izhodoma u in v , kjer se pokaže, koliko smo nabrali. Zahteve, zbrane v preglednici II obetajo, da bo ustrezno vezje lažje sestaviti.

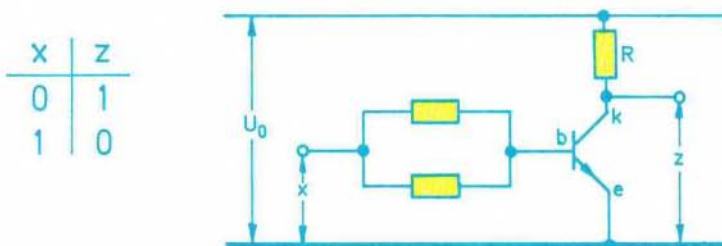
x	y	u	v	PREGLEDNICA II
0	0	0	0	
0	1	0	1	
1	0	0	1	
1	1	1	0	

V elektroniki poznamo namreč preprosta vezja, ki se na različne načine odzivajo dvema vhodnima signaloma. Taka preprosta vezja bomo uporabili za sestavo zahtevnejših vezij. Poglejmo na primer vezje na naslednji sliki, kjer smo uporabili tranzistor. Osnovna lastnost tranzistorja je, da električni tok na proggi baza-emiter sproži tudi do nekaj stokrat večji tok na proggi kolektor-emiter.



Če sta napetosti na obeh vhodih x in y nič, toka na progi baza-emiter ni. Zato tudi ni toka na progi kolektor-emiter in je izhod z na napetosti, ki je približno enaka napajalni napetosti U_0 . Dajmo zdaj na enega od vhodov napetost, pa steče tok skozi tranzistor in skozi zaporedno zvezani upor R . Na slednjem pride do znatnega padca napetosti, tako da je napetost na izhodu z blizu ničle. Enak je odziv vezja tudi v primeru, če privedemo napetost na oba vhoda.

Novo vezje uporabimo lahko tudi tako, da spojimo skupaj oba vhoda. Tedaj preostaneta le možnosti:

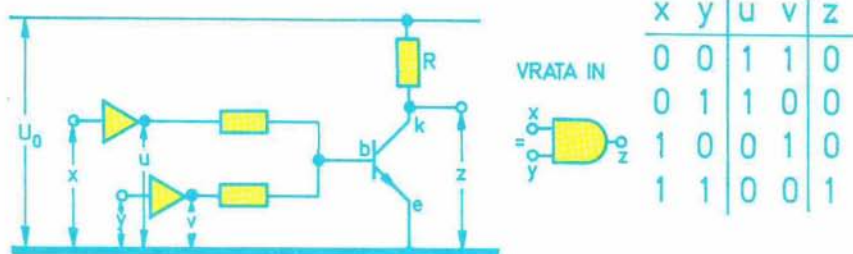


Novo vezje z imenom inverter, obračalec, rišemo takole:

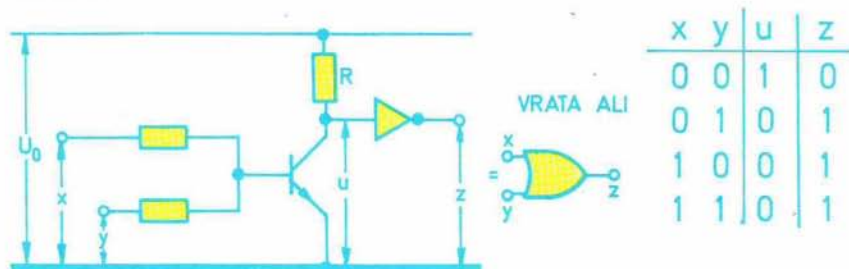


Pri tem smo opustili risanje spodnje, debelejšje črte, kamor vežemo drugi pol vhodne oziroma izhodne napetosti.

Pa se poigrajmo! Priključimo na vsak vhod prejšnjega vezja po en inverter. Delovanje dobljenega sistema ponazarjata slika in preglednica:



Vezju pravimo vrata IN. Ime je umljivo, saj odgovore vrata le, če občutita vhodni signal l oba vhoda. Vrata IN lahko neposredno uporabimo v računalniku, saj zmorejo natanko tisto, kar je terjala v stolpcu u preglednica II. Tako je računalnik že delno sestavljen. Potrebujemo le še vezje, ki se bo odzivalo v skladu s predpisom za v . Prejšnjo igro s koristnim rezultatom bomo ponovili, le da bomo tokrat priključili inverter na izhod tranzistorskega vezja. Dobljeno vezje se odziva na vhodna signala tako, kot kaže stolpec z v naslednji preglednici. Tudi za novo dobljeno vezje, ki ga poimenujemo vrata ALI, uvedemo poseben simbol:



Ime je umljivo. Izhod je 1, če je prvi vhod 1, če je drugi vhod 1 ali če sta oba vhoda 1. Žal nova vrata za naš seštevalnik niso neposredno uporabna, tako kot so bila prva. Stolpec v v preglednici II in odziv teh vrat iz zadnje vrste se razlikujeta. Na vhodno kombinacijo 1,1 potrebujemo odgovor 0 in ne 1. Vseeno poskusimo s temi vrati, saj nimamo boljših. Trije pra-

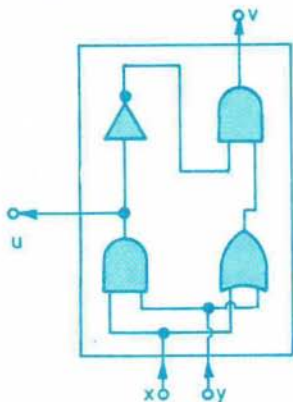
vilni odzivi in en napačen je boljše kot nič. Razmislimo, kako bi popravili odgovor! Pogled na preglednico II nas pouči, kako popravimo napako vrat ALI. Enojka, ki jo dajo vrata IN, naj ne pomeni le rezultata 2, ampak naj tudi ugovarja napačni enojki, s katero se odzovejo vrata ALI na vhodno kombinacijo 1,1. Potrebujemo torej vezje, ki se bo na kombinacijo x,y odzivalo takole:

x	y	z
0	0	0
0	1	1
0	1	1
1	1	0

Brez težav se prepričamo, da ima zahtevano lastnost naslednje vezje:

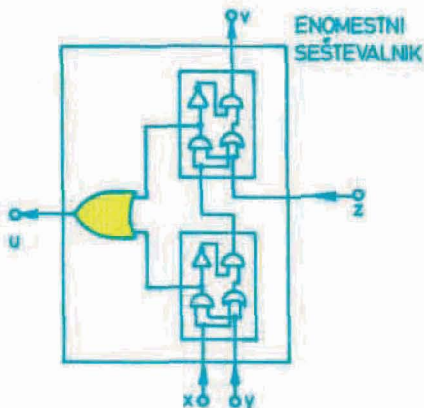


Tako imamo slednjič računalnik za seštevanje do dva:



Preostane še zadnji korak. Kako naj uporabimo novo seštevno enoto v računalniku? Pri računanju zadnjega mesta je enota nedvomno uporabna, saj rezultat ne more preseči vrednosti dve. Naslednjega mesta pa ne obvladamo več. Kadar namreč sosednja enota pošlje odvečno enojko, nimamo kam z njo.

Pa bo vseeno šlo! Česar ne moremo storiti v eni sapi, zmoremo na obroke. V prvem vezju bomo zbrali enojke, ki stojе na drugem mestu v obeh seštevancih, dobljeni rezultat pa bomo kombinirali v naslednjem takem vezju po potrebi še z enojko iz prejšnje stopnje. Tako smo dobili enomestni seštevnik. Njegovo delovanje boljše tolmači slika, kot daljše besedilo.



Slednjič razumemo potek računa $10 + 111 = 1001$ v računalniku, le da poteka resnično računanje mnogo hitreje kot pojasnjevanje. Kakšno stotilijonino sekunde bi potreboval današnji računalnik za samo seštevaje in tudi pri večjih številih ne bi bil počasnejši. Edino hitrost bi mu navadni zemljani lahko zavidali.