

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 1 (1973/1974)

Številka 2

Strani 109–111

Franci Oblak:

ERATOSTENOVO REŠETO

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/1/1-2-Oblak.pdf>

© 1973 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ERATOSTENOVO REŠETO

Franci Oblak

Imejmo množico naravnih števil $N = \{1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots\}$. Število $a \in N$ je *večkratnik* števila $b \in N$, če moremo zapisati a kot: $a = n \cdot b$, kjer je $n \in N$. Število b imenujemo *delitelj* števila a . Primer: $6 = 2 \cdot 3$; 6 je večkratnik (dvakratnik) števila 3 in 3 je delitelj števila 6. Po vrsti so večkratniki števila 3: 3, 6, 9, 12, ..., $n \cdot 3$,

Praštevila so naravna števila, ki imajo točno dva delitelja: 1 in število samo. Števila, ki imajo več deliteljev, so *sestavljena števila*. Število 1 ni niti praštevilo niti sestavljeno število, ker ima en sam delitelj, namreč 1.

1	(2)	(3)	4	(5)	6	(7)	8	9	10
(11)	12	(13)	14	15	16	(17)	18	(19)	20
21	22	(23)	24	25	26	27	28	(29)	30
(31)	32	33	34	35	36	(37)	38	39	40
(41)	42	(43)	44	45	46	(47)	48	49	50

Kako poiščemo iz množice prvih n naravnih števil vsa praštevila do n ? Eratostenes Kyrenčan (276-194? pr.n.š.) (glej 1) je predlagal naslednje: napišemo tabelo naravnih števil od 1 do n . Mi bomo vzeli primer, da je $n = 50$. Prečrtamo število 1, ker ni praštevilo. Prvo neprečrtano število, ki sledi, je 2; to je praštevilo.

a) Prečrtamo po vrsti vse večkratnike praštevila 2 do n .
b) Prvo neprečrtano število, ki sledi 2, je 3; to je praštevilo.

a) Prečrtamo po vrsti vse večkratnike praštevila 3 do n .
b) Prvo neprečrtano število, ki sledi številu 3, je 5; to je praštevilo.

Tako nadaljujemo:

a) Prečrtamo po vrsti vse večkratnike praštevila p do n .
b) Prvo neprečrtano število, ki sledi številu p , je zopet praštevilo.

Ponavljamo postopek pod a) in b) do $\sqrt{n}$, ker mora imeti vsako sestavljeno število med svojimi delitelji vsaj en delitelj - praštevilo, ki ni večje od $\sqrt{n}$. Glej 2.

Pri nas je $\sqrt{n} = \sqrt{50} \approx 7$. Vsa števila, ki so ostala neprečrtana do n , so praštevila.

Torej so praštevila od 1 do 50: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

Poglejmo še od kod naziv Eratostenovo rešeto. V literaturi najdemo izjavi:

1. V času Eratostenesa so pisali na voščene tablice. Namesto črtanja (sestavljanih) števil so tablico na tem mestu preluknjali; tablica se je spremenila v rešeto. (I. Ja. Depman: Zgodovina aritmetike, Moskva, 1965).

¹ Glej: France Križanič: Križem po matematiki (str. 41), Ljubljana, 1960

² Dokaz te lastnosti in druge zanimivosti o praštevilih so si najljubše opisane v knjigi Ivana Vidava: Rešeni in nerešeni problemi matematike, Ljubljana, MK, 1972.

2. Da bi dobil tabelo praštevil, je Eratostenes, ki je pisal na napet papirus, namesto, da bi črtal, kar preluknjaj sestavljena števila. Od tod ime, "Eratostenovo rešeto", praštevila ostanejo na rešetju. (G.J.Glejzer: Zgodovina matematike v šoli, Moskva, 1964).

Preizkusite, če ste opisani postopek razumeli ter določite vsa praštevila od 1 do 170. Izpišite jih po vrsti.

Franč Oblak