

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 8 (1980/1981)

Številka 3

Strani 146-150

Alojzij Vadnal:

SKAKALNICA V PLANICI

Ključne besede: fizika, matematika, analiza, uporaba klotoide, konstrukcija, smučarske skakalnice.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/8/492-Vadnal.pdf>

© 1981 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

SKAKALNICA V PLANICI

Smučarska skakalnica v Planici je svetovnega pomena za razvoj smučarskih poletov. Njena konstrukcija pa zasluži pozornost tudi z matematičnega in fizikalnega vidika, ker so na njenem vzdolžnem profilu nad vse ugodno rešeni problemi prehoda med odseki z različnimi krivinami.

Na krožnici (sl.1) z radijem r je krivina k v vsaki točki enaka recipročni vrednosti radija:

$$k = \frac{1}{r}$$

Pri enakomernem kroženju telesa po krožnici deluje nanj sila f , ki pri dani masi in pri dani hitrosti kaže proti središču kroga in je obratno sorazmerna radiju kroga:

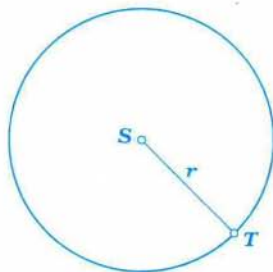
$$F = \frac{c}{r}$$

oziroma premo sorazmerna krivini krožnice:

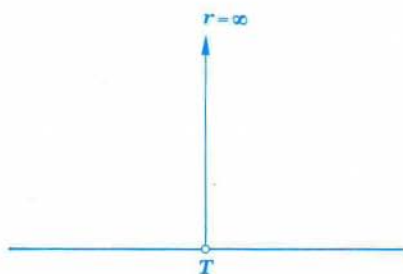
$$F = ck$$

Pri tem je c sorazmernostni faktor, ki je določen z maso in hitrostjo telesa.

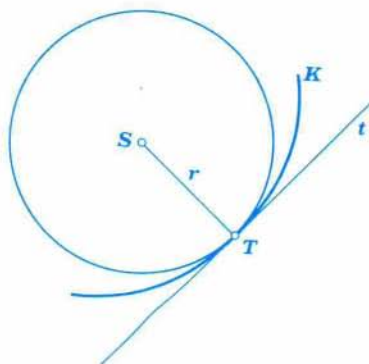
Premico (sl.2) imamo lahko za



Sl. 1 Krivina krožnice: $k = 1/r$



Sl. 2 Krivina premice: $k = 0$



Sl. 3 Krivinski krog

krožnico z neskončno velikim radijem; zato je krivina k v vsaki njeni točki enaka 0, pa tudi sila F na telo, ki se giblje po premici, je enaka 0.

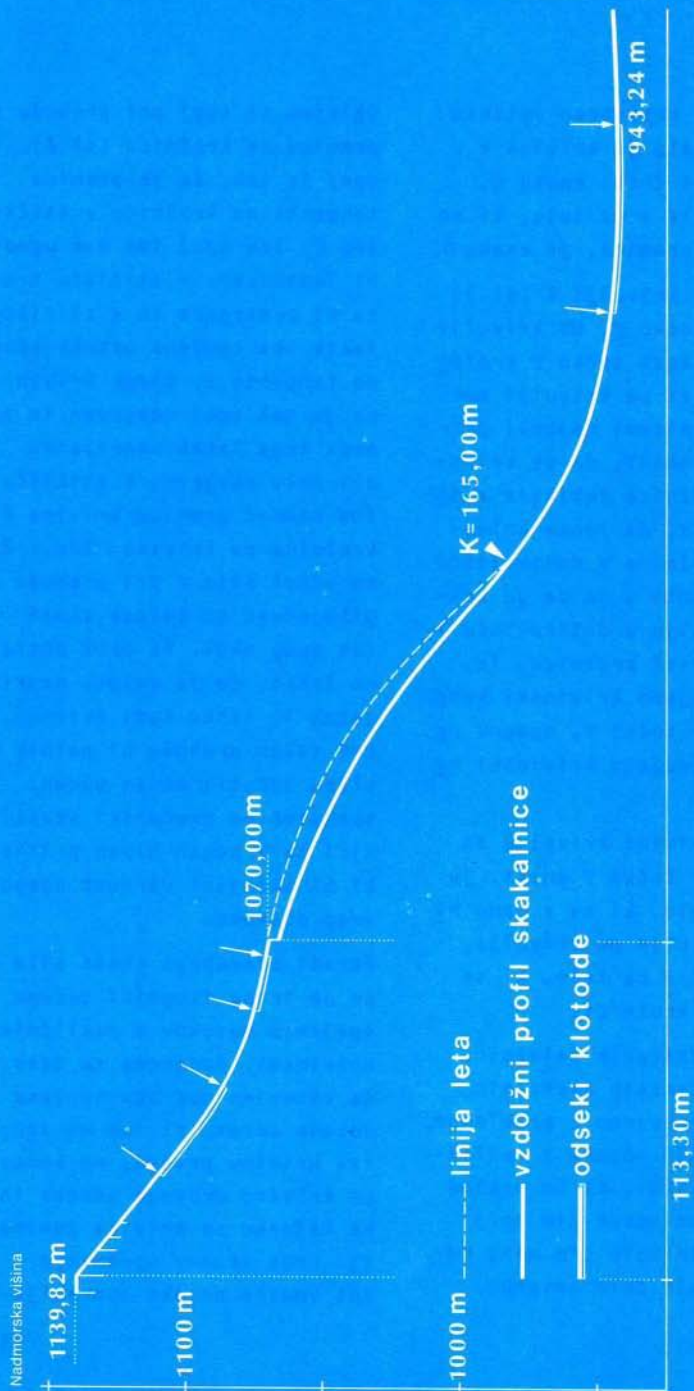
Vzemimo na krivulji K (sl.3) poljubno točko T . Ob krivulji narišemo skozi točko T krožnico kroga, ki se krivulji med vsemi krožnicami najbolj prilaga; to pomeni, da se krivulja in krožnica dotikata v dotikališču T , da imata krivulja in krožnica v dotikališču isto tangento t in da je krivina krivulje v dotikališču T enaka krivini krožnice. Ta krog imenujemo krivinski krog krivulje v točki T , njegov radij pa imenujemo krivinski radij.

Ker sta krivini krivulje in krožnice v točki T enaki, je sila na telo, ki se z dano hitrostjo giblje po krivulji, enaka sili F na telo, ki se giblje po krožnici.

Pri projektiranju železnic, cest, smučarskih skakalnic itd. se srečujemo s problemom, kako spojiti odseke z različnimi krivinami, da bo prehod z odseka na odsek čim bolj usklajen in zato čim manj neprijeten ali celo nevaren.

Oglejmo si spoj pri prehodu s premice na krožnico (sl.4); spoj je tak, da je premica tangenta na krožnico v stičišču T . Tak spoj ima dve ugodni lastnosti: v stičišču trasa ni pretrgana in v stičišču imata oba spojena odseka skupno tangento t . Glede krivin pa je tak spoj neugoden in zaradi tega lahko neprijeten ali celo nevaren. V stičišču ima namreč premica krivino 0, krožnica pa krivino $1/r$. Zato utрпи sila F pri prehodu gibajočega se telesa skozi tak spoj skok. Ta skok postane lahko, če je velik, neprijeten in lahko tudi nevaren. Pri takem prehodu bi potnik v vlaku začutil močan sunek, skakalec na smučarski skakalnici pa v nogah hipeen pritisk, ki bi zmanjšal varnost njegovega doskoka.

Zaradi nenadnega skoka sile F se je treba izogniti takemu spajanju odsekov z različnimi krivinami. Izognemo se tako, da vstavimo med oba spojena odseka odsek, ki ima na začetku krivino prvega, na koncu pa krivino drugega odseka in na katerem se krivina zvezno tj. brez skokov spreminja. Kot vmesne odseke uporablja-

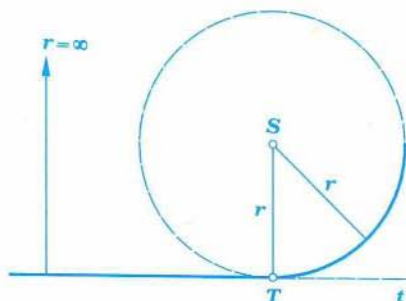


mo v ta namen razne krivulje; pri smučarskih skakalnicah uporabljajo v ta namen zlasti klotoido.

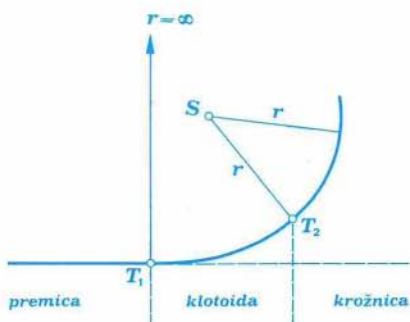
Klotoido (sl.5) odlikuje lastnost, da se njena krivina od točke do točke zvezno spreminja. V prevojni točki P ima klotoida krivino 0; gredoč od prevojne točke proti desni na rašča krivina zvezno; zato se zavija klotoida spiralno proti asimptotični točki A_1 . Gredoč proti levi od prevojne točke pa se klotoida spiralno zavija proti asimptotični točki A_2 .

Zaradi teh odlik so klotoido uporabili konstruktorji planiške skakalnice pri določevanju njenega vzdolžnega profila (sl.7). V naletu je zgornji premočrtni odsek ($r = \infty$) povezan z lokom klotoide s srednjim krožnim odsekom ($r = 120$ m); ta krožni lok pa je nato povezan z lokom klotoide z odskočno mizo ($r = \infty$). V izteku je zgornji krožni lok ($r = 140$ m) povezan z lokom klotoide z ravnim odsekom ($r = \infty$).

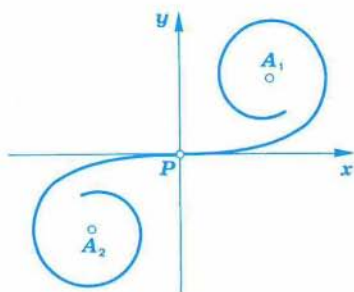
Zaradi te konstrukcije vzdolžnega profila je skakalnica zgrajena tako, da se sila tal,



Sl. 4 Spoj premice in krožnice



Sl. 5 Spoj premice s krožnico z vmesnim lokom klotoide



Sl. 6 Klotoida

ki učinkuje na skakalca, spreminja zvezno, tj. brez skokov; s tem pa je izpolnjen važen fizikalni pogoj za varnost poletov.

Alojzij Vadnač

Literatura

- |1| V. Šerbec, A. Novak: Planica 1934 - 1969. Komisija za tisk in propagando pri Organizacijskem komiteju Planica, Ljubljana 1969.
- |2| D. Ulaga, S. Urek, M. Rožman: Planica. Mladinska knjiga, Ljubljana 1979.
- |3| A.A. Savelov: Ravninske krivulje. Moderna matematika, Zagreb 1979.