

# **PRESEK**

**List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje**

ISSN 0351-6652

Letnik 7 (1979/1980)

Številka 4

Stran 237

Izidor Hafner:

## **KAJ MANJKA LEIBNIZOVEM DOKAZU?**

Ključne besede: matematika, rekreacijska matematika, logično sklepanje.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/7/444-Hafner-Leibniz.pdf>

© 1980 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## KAJ MANJKA V LEIBNIZOVEM\* DOKAZU ?

Naslednji odstavek je vzet iz dela Frege\*\*, Die Grundlagen der Arithmetik, 1884:

Drugi filozofi in matematiki pa so trdili, da so numerične formule dejansko dokazljive. Tako Leibniz pravi:

"Ni neposredna resnica, da je 2 in 2 enako 4; ob pogoju, da 4 označuje 3 in 1. To lahko dokažemo takole:

Definicije: (1) 2 je 1 in 1

(2) 3 je 2 in 1

(3) 4 je 3 in 1

Aksiom: če nekaj zamenjamo z enakim, enakost ostane.

Dokaz:  $2 + 2 = 2 + 1 + 1$  (po def 1)  $= 3 + 1$  (po def 2)  
 $= 4$  (po def. 3).

$2 + 2 = 4$  (po aksiomu)."

Tale dokaz se zdi na prvi pogled sestavljen le iz zgornjih definicij in aksioma. Aksiom pa se da spremeniti v definicijo, kar Leibniz pokaže v drugem oddelku. Toda če bolje pogledamo, najdemo luknjo v dokazu, ki je nastala zaradi opustitve oklepa jev. če bi hoteli biti strogi, moramo pisati:

$$2 + 2 = 2 + (1 + 1) = (2 + 1) + 1 = 3 + 1 = 4$$

Kar je zgoraj izpuščeno, je

$$2 + (1 + 1) = (2 + 1) + 1$$

to pa je poseben primer zakona

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

Tega asociativnega zakona pa Leibniz ne navaja.

---

*Izidor Hafner*

---

\* G.W. Leibniz (1646-1716), nemški filozof in matematik

\*\* G. Frege (1848-1925), nemški logik