PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **7** (1979/1980)
Številka 1
Strani 11

Dušan Repovš:

NALOGA O KARTAH

Ključne besede: matematika, rekreacijska matematika, elementarna matematika, bolj za šalo kot zares.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/7/410-Repovs.pdf

BOLJ ZA ŠALO KOT ZARES

RUSSEL IN PAPEŽ

Nek filozof je bil šokiran, ko mu je Bertrand Russell* povedal, da napačna izjava implicira vsako izjavo. Reče mu: "Torej vi menite, da iz trditve, da je dva in dva pet, sledi, da ste vi papež?" Russell mu pritrdi, filozof pa ga vpraša, če lahko to dokaže. "Seveda", odgovori Russell in mu ponudi naslednji dokaz:

(1) Predpostavimo $2 + 2 = 5$

(2) Ko odvzamemo 2 levi in desni strani enačbe, dobimo $2 = 3$

(3) S transponiranjem dobimo $3 = 2$

(4) Ko odvzamemo 1 obema stranema, dobimo $2 = 1$.

Toda papež in jaz sva dva. Ker je dva enako ena, sva papež in jaz eno. Torej sem jaz papež.

* B. Russell, angleški matematik, filozof in borec za človekove pravice

Izidor Hafner

NALOGA O KARTAH *

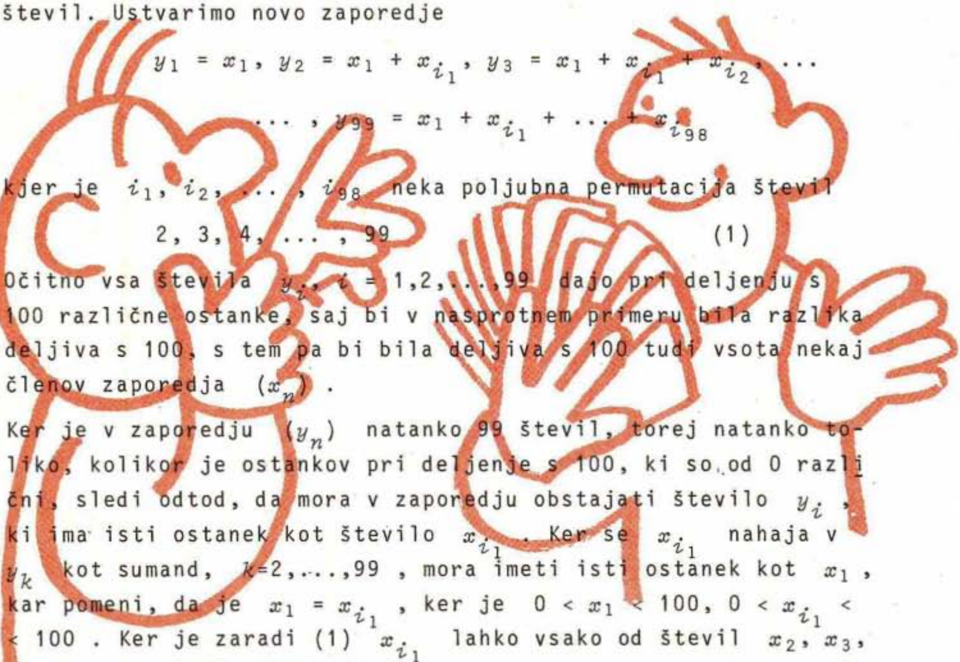
Na 99 kartah so napisana naravna števila med 1 in 99. Možno je, da se na dveh kartah pojavi isto število. Vemo tole: če izberemo poljubno mnogo kart na poljuben način, vsota števil na njih ni nikoli deljiva s 100. Dokaži, da je to možno samo, če so na vseh kartah napisana ista števila.

* Ilustriral *Božo Kos*

Dušan Repovš

REŠITVE NALOG

NALOGA O KARTAH - rešitev s str. 11



Označimo z $x_1, x_2, \ldots, x_{99}$ zaporedje opazovanih naravnih števil. Ustvarimo novo zaporedje

$$y_1 = x_1,\ y_2 = x_1 + x_{i_1},\ y_3 = x_1 + x_{i_1} + x_{i_2},\ \ldots$$

$$\ldots,\ y_{99} = x_1 + x_{i_1} + \ldots + x_{i_{98}}$$

kjer je $i_1, i_2, \ldots, i_{98}$ neka poljubna permutacija števil

$$2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ 99 \qquad (1)$$

Očitno vsa števila y_i, $i = 1,2,\ldots,99$ dajo pri deljenju s 100 različne ostanke, saj bi v nasprotnem primeru bila razlika deljiva s 100, s tem pa bi bila deljiva s 100 tudi vsota nekaj členov zaporedja (x_n).

Ker je v zaporedju (y_n) natanko 99 števil, torej natanko toliko, kolikor je ostankov pri deljenje s 100, ki so od 0 različni, sledi odtod, da mora v zaporedju obstajati število y_i, ki ima isti ostanek kot število x_{i_1}. Ker se x_{i_1} nahaja v y_k kot sumand, $k=2,\ldots,99$, mora imeti isti ostanek kot x_1, kar pomeni, da je $x_1 = x_{i_1}$, ker je $0 < x_1 < 100$, $0 < x_{i_1} < 100$. Ker je zaradi (1) x_{i_1} lahko vsako od števil $x_2, x_3, \ldots, x_{99}$ sledi odtod, da je res $x_1 = x_2 = \ldots = x_{99} = x$ in $2 \nmid x$ in $5 \nmid x$.

Literatura:

Matematičko-fizički list, Zagreb, 23 (1972/73) 4

Dušan Repovš