PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **7** (1979/1980)
Številka 1
Strani 7–8

Dragoljub M. Milošević, prevod Ljubo Kostrevc:

ZANIMIVI PROBLEMI O KOCKI

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/7/410-Milosevic.pdf

ZANIMIVI PROBLEMI O KOCKI

Naj bo kocka dolga p cm ($p \in N$). Pobarvajmo kocko, nato pa jo razrežimo na kubične centimetre.

Tako dobimo različno pobarvane kockice:

a) 8 s treh strani pobarvanih kockic

b) $12(p-2)$ z dveh strani pobarvanih kockic

c) $6(p-2)^2$ z eno pobarvano ploskvijo in

d) $(p-2)^3$ nepobarvanih kockic.

Dokažimo nekaj trditev:

Trditev 1 : Če ni nepobarvanih kockic, potem so vse kockice pobarvane s treh strani.

Dokaz: Nepobarvanih kockic ni, torej $(p-2)^3 = 0$ oz. $p = 2$. Skupno število kockic (p^3) je potem enako 8. Ker je število s treh strani pobarvanih kockic vedno 8, je s tem trditev dokazana.

Trditev 2 : Število nepobarvanih kockic ne more biti enako številu z dveh strani pobarvanih kockic.

Dokaz: Če bi veljalo nasprotno, bi imeli

$$(p-2)^3 = 12(p-2) \quad \text{oz.} \quad (p-2)^2 = 12 \quad \text{za} \quad p \neq 2$$

Tega pa ne moremo izpolniti, ker ni naravnega števila, katerega kvadrat bi bil 12.

Trditev 3 : Če je število nepobarvanih kockic k krat ($k \in N$) manjše od števila z dveh strani pobarvanih kockic, potem je $k = 3$ ali $k = 12$.

Dokaz: Iz predpostavke sledi: $k(p-2)^3 = 12(p-2)$ oz.

$$(p-2)^2 = 12/k \quad \text{za} \quad p \neq 2$$

Ker je $12/k$ kvadrat naravnega števila, lahko ima k le vrednosti 3 ali 12.

Trditev 4 : Če je število z ene strani pobarvanih kockic m krat ($m \in N$) večje od števila nepobarvanih kockic, potem je m eden od deliteljev števila 6.