PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **6** (1978/1979)
Številka 3
Strani 164–165

Roman Rojko:

NENAVADNO MERJENJE DOLŽIN

Ključne besede: naloge.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/6/368-Rojko.pdf

NALOGE

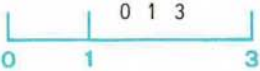
NENAVADNO MERJENJE DOLŽIN

Vzemimo ravnilo z dolžino 10 centimetrov in naredimo na vsakem centimetru zarezo (skupaj 9 zarez). Dobili smo merilo, s katerim lahko v enem samem merjenju izmerimo katerokoli celo dolžino od 1 do 10 cm. Nato pomislimo, da vse zareze pravzaprav sploh niso potrebne. Če recimo ena manjka, lahko še vedno izmerimo vse dolžine kot prej. Našo radovednost sedaj vznemiri vprašanje, koliko najmanj in kje morajo biti zareze, da je merilo za vse dolžine še vedno uporabno. Preden si ogledamo kak primer, dajmo potuho naši risarski lenobi. Meril namreč ne bomo risali, ampak si bomo pomagali tako, da bomo levi rob označili z 0, vsako zarezo s številom pripadajočih centimetrov, desni rob pa seveda z dolžino merila. Zgornje merilo tako opišemo z:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

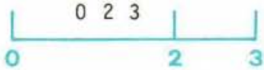
Sedaj pa se lotimo primerov. Začetek je zelo lahek. Merilo z dolžino 3 cm mora imeti samo eno zarezo, se pravi

0 1 3



ali

0 2 3



Tudi naprej ne bo težko:

0 1 2 4, 0 1 3 4, 0 2 3 4,
0 1 2 5, 0 1 3 5, 0 2 4 5, 0 3 4 5,
0 1 4 6, 0 2 5 6

Vidimo, da zadostujeta dve zarezi na merilih z dolžinami 4, 5 in celo 6 cm. Za dolžine 7, 8 in 9 cm pa že potrebujemo najmanj tri zareze. Očitno je tudi, da lahko najmanjše število potrebnih zarez razvrstimo po merilu na več načinov. To nalogo smo dali tudi računalniku. Poiskal je po eno rešitev za dolžine do 20 cm in tole so rezultati:

0 1 2 4 7	0 1 2 3 4 11 15
0 1 2 6 8	0 1 2 3 8 13 16
0 1 2 3 7 10	0 1 2 3 8 14 17
0 1 2 3 8 11	0 1 2 3 4 5 13 18
0 1 2 3 8 12	0 1 2 3 4 9 15 19
0 1 2 6 11 13	0 1 2 3 4 10 15 20
0 1 2 3 4 10 14	

Dolžino 9 cm smo namenoma izpustili, da bi vam lahko postavili nalogo:

Raziščite, najmanj koliko zarez in kje potrebuje merilo z dolžino 9 cm, da lahko z njim izmerimo vse dolžine od 1 do 9 cm. Rešitve so štiri.

Roman Rojko

HERONOVI TRIKOTNIKI - rešitev s str. 132

1. Stranica b je za $2n(mn - 1)$ manjša od vsote stranic $(a+c)$ in stranica a je za $2m(mn - 1)$ manjša od vsote stranic $(b+c)$.

2. $p = \rho s \Rightarrow \rho = p/s = mn - 1$

3. $p = abc/4r \Rightarrow r = abc/4p = (1 + n^2)(1 + m^2)/4$
   Produkt $(1 + m^2)(1 + n^2)$ je deljiv s 4, če sta m in n lihi števili.

4. $v_a = 2p/a = 2n(m + n)/(1 + n^2)$
   $v_b = 2p/b = 2m(m + n)/(1 + m^2)$
   $v_c = 2p/c = 2mn/(mn - 1)$
   Vsi trije imenovalci morajo biti sodi, zato sta m in n lihi števili. Število $(mn - 1)$ je potem sodo in je tuje proti mn. Če naj bo v_c celo število, mora biti $mn - 1 = 2$. Od tod $mn = 3$. Vstavimo $m = 3$ in $n = 1$ v izraz za v_a in v_b in se prepričamo, da v_b ni naravno število.

5. Za $m = 2$ in $n = 2$ dobimo trikotnik s stranicami $a = 10$, $b = 10$ in $c = 12$. Okrajšamo z 2 in dobimo $a' = 5$, $b' = 5$ in $c' = 6$!

6. Za pravokotni trikotnik s celoštevilskimi stranicami velja: $a = u^2 - v^2$, $b = 2uv$ in $c = u^2 + v^2$ (glej Presek - 4/1977/78). Ploščina je: $p = ab/2 = (u^2 - v^2)uv$.

Danijel Bezek

NENAVADNO MERJENJE DOLŽIN - rešitev s str. 164

Potrebne so tri zareze:

0 1 2 6 9, 0 1 4 7 9, 0 2 5 8 9, 0 3 7 8 9

Roman Rojko