

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 32 (2004/2005)

Številka 6

Strani 27-29

Marijan Prosen:

KAKO SO UGOTOVILI NATANČNO OBLIKO IN VELIKOST ZEMLJE

Ključne besede: astronomija, geodezija, topografska izmera, triangulacija, zemeljski elipsoid, ekvatorski premer, polarni premer.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/32/1605-Prosen.pdf>

© 2005 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

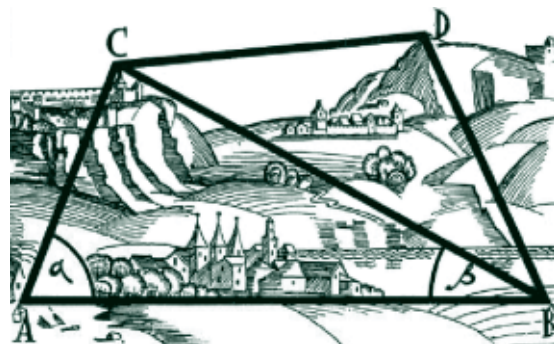
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

Kako so ugotovili natančno obliko in velikost Zemlje

Po Eratostenu (2. st. pr. n. št.) se dolga stoletja ni nihče od učenjakov ponovno upal lotiti dovolj natančnega merjenja obsega Zemlje¹. V 17. stoletju pa so odkrili zelo zanesljiv način merjenja velikih oddaljenosti na površju Zemlje, t.j. *triangulacijo*, imenovano po latinski besedi triangulum – trikotnik. Ta način je predvsem primeren za ravno zemljišče, kjer je manj naravnih preprek (hribi, gozdovi, reke, močvirja), ki ovirajo izvedbo natančnih meritev velikih razdalj (slika 1).

Merjenje poteka takole: Na površju Zemlje izberemo primerno (ne preblizu in ne predaleč) razmaknjeni točki-opazovališči A in B , iz katerih dobro vidimo oddaljene visoke predmete, npr. vrhove hribov, razne stolpe, cerkvene zvonike in drugo. Najprej natančno izmerimo oddaljenost med opazovališčema A in B . To razdaljo navadno imenujemo *osnovnica* ali *baza*.

Če iz A in B z daljnogledom vidimo predmet, ki leži v točki C , lahko v toč-



ki A izmerimo kot med smerema AB in AC , t.j. kot $\alpha = \angle CAB$, v točki B pa kot med smerema BA in BC , t.j. kot $\beta = \angle ABC$. Iz znane (izmerjene) osnovnice $c = |AB|$ in znanih (izmerjenih) kotov α in β lahko narišemo $\triangle ABC$, torej ugotovimo stranici $|AC|$ in $|BC|$, t.j. razdalji od A do C in od B do C . Takšno konstrukcijo trikotnika je mogoče izdelati na papirju v zmanjšanem merilu in

Slika 1. Star prikaz določevanja oddaljenosti težko dostopnega kraja

- 1 Poskusila sta Arabec Biruni v času kalifa Al Mamuna v 9. stol. (glej članek na strani 30 v tej številki Preseka) in francoski zdravnik Jean Fernel, ki je leta 1528 določil razdaljo med Parizom in Amiensom in je za dolžino kvadranta (1/4) celotnega meridijana dobil številčno vrednost 9954 km. Natančnejši rezultat je pozneje dobil s triangulacijsko metodo Nizozemec Willebrord Snellius leta 1617, ko je meril razdaljo med Alkmarom in Bergenom. Med tema dvema mestoma so niz točk (opazovališč) oblikovala oglišča trikotnikov, vezanih drug na

drugega s po eno stranico. Snellius je izmeril vse kote in samo eno stranico, nato pa izračunal ostale stranice. S tem je dobil za dolžino kvadranta meridijana približno današnjo dolžino (10000 km). Francoska akademija znanosti se je nato odločila, da z novim merjenjem pridobi podatke o velikosti Zemlje, kakršne so potrebovali pri nadaljnem znanstvenem delu. To delo so poverili Auzoutu in Picardu. Leta 1671 so zaključili z meritvami in računi, po katerih se je dobljeni rezultat samo nekaj metrov razlikoval od prave vrednosti.

v tem merilu dolžini stranic tudi izmeriti, lahko pa dolžino stranic izračunamo po trigonometričnih obrazcih². Ko poznamo $|BC|$, usmerimo merilni daljnogled (teodolit) iz točk B in C proti predmetu, ki leži v novi dobro vidni točki D in na enak način izmerimo razdalji $|BD|$ in $|CD|$. Če s tem postopkom nadaljujemo, lahko pokrijemo določeni del Zemljinega površja z mrežo trikotnikov ABC , BCD itn. V vsakem od njih je možno zaporedoma določiti vse tri stranice in kote (slika 2).

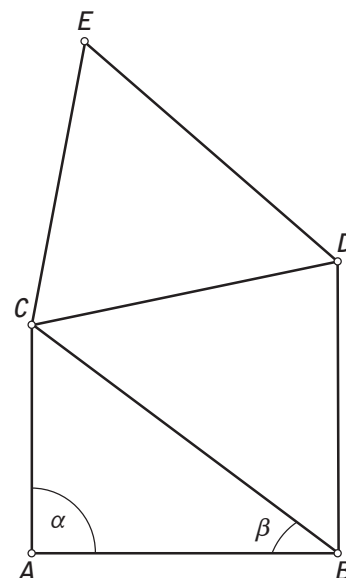
Ko izmerimo osnovnico $|AB|$ prvega trikotnika, se vse nadaljnje delo osredotoči na merjenje kotov med dvema smerema. S sestavljeno mrežo trikotnikov lahko izračunamo po trigonometričnih pravih razdaljo od oglišča enega trikotnika do oglišča poljubnega drugega trikotnika, ne glede na to, koliko sta drug od drugega oddaljena oz. ne glede na to, ali sta med seboj vidna. Tako triangulacija rešuje naloge meritev zelo velikih razdalj na površju Zemlje.

Teoretične osnove triangulacije so preproste, njena praktična uporaba, t.j. delo na terenu pa je daleč od preprostega opravila. To delo lahko opravljajo le izkušeni opazovalci, ki morajo dobro obvladati metodo triangulacije in tehniko merjenja z zelo natančnimi

kotomernimi inštrumenti (zdaj uporabljajo že laser). Za opazovališča običajno uporabljajo posebne opazovalne stolpe. Delo tako velike zahtevnosti naročajo in zaupajo za ta namen posebno izurjenim odpravam, katerih terenenske meritve trajajo nekaj mesecev ali tudi let.

S triangulacijsko metodo so znanstveniki posredovali natančnejše podatke o obliki in velikosti (razsežnosti) Zemlje. V 17. stoletju je prišlo do velikega in dolgotrajnega spora, ki so ga rešili prav z uporabo triangulacijske metode: angleški fizik I. Newton (1643 – 1727) je namreč izrekel mnenje, da Zemlja ne more imeti natančne oblike krogle, ker se vrti okrog svoje vrtilne osi. Zaradi vrtenja je ob ekvatorju nekoliko nabrekli, ob polih pa sploščena. Trdil je, da ima obliko pomaranče in ne limone, kakor so mislili na pariškem observatoriju. Newton je pojasnjeval, da so kraji na Zemljinem ekvatorju bolj oddaljeni od središča Zemlje, kakor sta oddaljena severni ali južni Zemljin pol, ali tudi Pariz in London.

Francoska akademija znanosti se je odločila, da preveri pravilnost Newtonovega mišljenja. Če naj bi imela Zemlja obliko pomaranče, bi morala biti tedaj dolžina poldnevniškega loka, ki pripada središčnemu kotu 1° , blizu Zemljinega



pola daljša od ustrezne dolžine poldnevniškega loka ob ekvatorju. To pa je seveda mogoče ugotoviti s triangulacijo. Izmeriti je treba dolžino poldnevniškega loka, ki pripada središčnemu kotu 1° , na površju Zemlje v različnih oddaljenosti od ekvatorja. Na severu in jugu Francije so dolžino 1° loka izmerili pod vodstvom direktorja pariškega observatorija, J. D. Cassinija. Ugotovili so, da je lok na jugu Francije večji od loka na severu Francije. Meritve so kazale v prid Cassiniju. Že se je zdelo, da se je Newton zmotil, da Zemlja ni sploščena kakor pomaranča, ampak ukrivljena kakor limona. Toda Newton ni in ni popustil. Ni se odpovedal svojemu mišljenju. Neusmiljeno je trdil, da Cassini nima prav, da se je zmotil pri meritvah.

Da bi spor, ali ima Zemlja obliko pomaranče ali limone, končno le zaključili, je francoska akademija znanosti poslala leta 1735 eno znanstveno odpravo k ekvatorju, drugo pa v kraje severnega polarnega kroga. Južna odprava je izvedla meritve v Peruju, za meritev je bil izbran lok poldnevnik z dolžino okoli 3° (330 km). Ta je presek ekvator in prečkal vrsto gorskih dolin in najvišjih gorskih hrbtov Amerike. Delo odprave je trajalo osem let; spopadala se je z velikimi težavami in nevarnostmi, toda znanstveniki so izpolnili svojo nalogo. Dolžino stopinjskega poldnevniškega loka ob ekvatorju so izmerili z veliko natančnostjo. Podobno delo je opravila severna odprava znanstvenikov na Laponskem.

Po primerjavi rezultatov meritev obeh odprav se je pojasnilo, da je »polarna dolžina stopinjske-

² Po sinusnem izreku sledi $a = c \cdot \sin \alpha / \sin(\alpha + \beta)$, $b = c \cdot \sin \beta / \sin(\alpha + \beta)$, če je c osnovnica itn. Nadalje lahko uporabimo tudi kosinusni izrek. So pa še druge možnosti. Navedli smo samo temeljne poteze meritev na ravnem delu Zemlje. V resnici je Zemlja ukrivljena in je treba uporabiti obrazce sferne trigonometrije. Do sredine 20. stoletja so dolžino osnovnice izbirali od 5 do 10 km, njeno dolžino pa izmerili z merilno žico iz invarja (zlitine železa in niklja z zelo majhnim koeficientom toplotnega raztezanja), ki so jo enakomerno napeli preko posebnih stojal. Danes takšno merjenje dolžine izvedejo z laserji ali radarji, s čimer so povečali dolžino osnovnice do 30 km in povišali natančnost meritev do ± 1 mm na 10 km dolžine. Zgrajene so triangulacijske mreže z zapleteno radiolokacijsko aparaturo, postavljeno na vrhu opazovalnih stolpov nad Zemljinim površjem in z odbijalci na geodetskih satelitih okrog Zemlje. To omogoča hkratna merjenja oddaljenosti satelitov od opazovališč in oddaljenosti opazovališč med seboj.

Slika 2. Shema triangulacije – zgled: $|AB|$ – osnovnica ali baza, $|AD|$ – izmerjena razdalja (glej še sliko 1). Če želimo izmeriti razdaljo od A do D , pri čemer iz A točka D ni vidna, najprej v trikotniku ABC izmerimo osnovnico $|AB|$ in kota α in β ob osnovnici. Iz znane stranice in njej priležnih kotov ugotovimo razdalji $|AC|$ in $|BC|$ (načrtovalno ali trigonometrično). Nadalje iz točke C z merilnim daljnogledom določimo točko D , vidno iz točk C in B . V trikotniku BCD poznamo stranico $|CB|$. Preostane nam, da izmerimo priležna kota ob stranici $|CB|$ in potem določimo razdaljo $|DB|$. Pri znanih $|DB|$, $|AB|$ in kotu med tema smerema lahko določimo razdaljo od A do D . Kako pa bi določili razdaljo med B in E ? Razmišljanje o tem je prepuščeno bralcu.

ga loka« daljša od »ekvatorske«. Znanstveniki so končno priznali pravilnost Newtonove teorije – Zemlja ima približno obliko rotacijskega elipsoida. Tako se je končal zopni in dolgotrajni spor o obliki Zemlje.

Posebna znanost, ki se ukvarja z določevanjem oblike in velikosti Zemlje, in to z zelo natančnimi meritvami razdalj na delih njenega površja, se imenuje *geodezija*. Šele s podatki geodetskih meritev lahko dovolj natančno povemo, kakšna je resnična oblika Zemlje. Meritve dolžin poldnevniških lokov (ki pripadajo središčnemu kotu 1°), v različnih predelih Zemljinega površja imajo velik praktičen pomen za sestavljanje natančnih geografskih kart (zemljevidov). Na geografski karti je kakor na globusu vidna mreža poldnevnikov (krožnice, ki gredo skozi Zemljina pola) in vzporednikov (krožnice, ki so vzporedne z ravnino Zemljinega ekvatorja). Natančnih kart našega planeta ni mogoče izdelati brez poprejšnjih dolgotrajnih in skrajno skrbnih in garaških meritev geodetov, ki so določali in še vedno določajo korak za korakom v časovnem obdobju številnih let lego različnih krajev na Zemljinem površju, kar potem po dobljenih računih vnašajo v mrežo poldnevnikov in vzporednikov. Da bi imeli natančne karte, je treba poznati resnično obliko Zemljinega površja. To pa posreduje le geodet, ki mu v zadnjem času izdatno pomagajo tudi umetni zemeljski sateliti (geodetski sateliti).

Do danes so geodeti z veliko natančnostjo izmerili številne dolžine lokov poldnevnikov in vzporedni-

kov na različnih predelih Zemljinega površja. Po teh računih so lahko natančno določili premer Zemlje v ekvatorski ravnini (*ekvatorski premer*) in premer Zemlje v smeri Zemljine vrtilne osi (*polarni premer*). Pokazalo se je, da je ekvatorski premer približno 42,5 km daljši od polarnega. To ponovno potrjuje Newtonovo mnenje, da je Zemlja stisnjena ob polih.

Recimo, da bi želeli prikazati, kako se dejanska oblika Zemlje razlikuje od idealne krogle, ki naj jo predstavlja globus s premerom 1 m. Če naj ima ta kroglja ekvatorski premer 1 m, je tedaj njen polarni premer komaj za 3,3 mm krajši. To je tako malo, da s proprstim očesom tega ne moremo zaznati.

Razsežnost naše Zemlje tako opredeljujeta dva osnovna podatka:

ekvatorski premer 12756 km in polarni premer 12714 km.

Oblika Zemlje se torej zares zelo malo razlikuje od krogle. Lahko bi si celo mislili, da neravnost oziroma razgibanost ali razbrazdanost Zemljinega površja, posebno kar se tiče visokih gorskih vrhov, od katerih doseže Mt. Everest višino skoraj 9000 m, zelo iznakažejo Zemljino obliko. Pa ni tako. Na omenjenem globusu s premerom 1 m prikažemo 9000 m visoko goro kakor prilepljeno zrnce drobne mivke s premerom okoli 3/4 mm, kar je komaj opazna izboklinica.

V astronomiji obravnavamo Zemljo kar kot krogljo. Za polmer te krogle pogosto uporabljamo približek 6370 km, v računskih nalogah pa celo 6400 km.

Marijan Prosen

■ Rešitev križanke s strani 21.

7	*	32	18	10	8	3					
	5	1	4	6	4	1					
	4 17	6	5	5	3	6					
	1	1	7	6	4	9					
*	11	2	4	27	9	0	0	5	3	3	
77	9	2	2	6	4	0	6	2	5		
3	7	9	2	1	7	7	18	2	5	2	
6	6	3	8	8	6	1	5	13	3	9	
2	5	1	1	5	6	4	5	7	3	4	28
4	6	2	4	5	8	2	6	7	0	9	
5	2	4	0	1	1	16	2	2	9	6	
21	5	7	6	64	1	5	9	6	0		