

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 30 (2002/2003)

Številka 6

Strani 367-369

Ivan Gutman, Branislav Čabrić in Nenad Stevanović, prevod Marija Vencelj:

KAKO HITRO SE GIBLJEJO ZRAČNE MOLEKULE?

Ključne besede: fizika, idealni plini, gibanje molekul, Maxwellova porazdelitev molekul.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/30/1531-Gutman-Cabric-Stevanovic.pdf>

© 2003 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

KAKO HITRO SE GIBLJEJO ZRAČNE MOLEKULE?

Pline sestavljajo molekule, ki se medsebojno zelo slabo privlačijo. Gibljejo se po prostoru, ki jim je na voljo, ter trkajo med seboj in v okoliške predmete. Najpomembnejši in najbolj znan plin je zrak. Je zmes okrog 80 % dušika (N_2), okrog 20 % kisika (O_2) in manjših količin drugih sestavin, kot so argon, ogljikov dioksid, vodna para in druge.

S kolikšno hitrostjo se gibljejo molekule v plinih?

Odgovor na to vprašanje ni preprost. Tu bomo navedli le nekaj osnovnih rezultatov, povezanih s hitrostjo molekul v plinu.

Zavedati se moramo, da gre za izredno veliko število molekul. Pri sobni temperaturi in običajnem zračnem tlaku je v enem kubičnem centimetru zraka $19,6 \cdot 10^{18}$ molekul dušika in $4,9 \cdot 10^{18}$ kisika, to je 19 600 000 000 000 000 000 molekul dušika in 4 900 000 000 000 000 000 molekul kisika.

Vse te molekule se nenehno neorganizirano gibljejo in se med seboj zaletavajo. Ne le število molekul, tudi število trkov je ogromno. Vsako sekundo pride v enem kubičnem centimetru približno do milijarde trkov med molekulami. K temu moramo dodati še trke molekul s sosednjimi predmeti. Ob trkih molekule spremene smer in hitrost gibanja. Zato imajo različne molekule v plinu različne hitrosti, pa tudi posamezni molekuli se hitrost stalno spreminja, in to sunkoma v trenutku trka.

Ali torej sploh lahko odgovorimo na zastavljeno vprašanje?

Izhod iz težav je našel James Clerk Maxwell (1831–1879)¹. Leta 1850, torej pred več kot 150 leti, je oblikoval zakon, ki opisuje porazdelitev molekul v plinu (in ki danes nosi njegovo ime).

Ker se molekule v plinu gibljejo kaotično in je njihovo število ogromno, lahko njihovo gibanje opišemo le z uporabo verjetnostnega računa. Ne zanima nas hitrost posamične molekule (tega podatka eksperimentalno tudi ne moremo določiti), pač pa, povprečno kolikšen del molekul ima določeno hitrost.

Maxwell je izpeljal formulo (1), ki jo poznamo pod imenom *Maxwellova porazdelitev molekul po velikosti hitrosti (v idealnem plinu)*. Če

¹ Maxwell je veliko prispeval k razvoju fizike in fizikalne kemije. Najpomembnejše so njegove štiri enačbe (Maxwellove enačbe), ki predstavljajo osnovne zakone elektromagnetizma. Prvi je ugotovil, da je svetloba elektromagnetno valovanje.

s $P(v)$ označimo v procentih, od skupnega števila molekul, izraženi del molekul, katerih hitrost leži na intervalu $(v - \Delta v, v + \Delta v)$, velja

$$P(v) = 8\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}} \Delta v \cdot 100. \quad (1)$$

Pri tem smo uporabili naslednje oznake:

- v in Δv sta hitrosti, izraženi v metrih na sekundo;
- M je relativna molekulska masa, izražena v kilogramih na mol (za dušik N_2 je $M = 28,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$);
- $R = 8,314 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ je plinska konstanta;
- T je temperatura, izražena s kelvini ($T = 298 \text{ K}$ ustreza sobni temperaturi);
- $e = 2,718 \dots$ je osnova naravnega logaritma.

Formula (1) velja pri relativno majhnih Δv .

Formulo bomo nekoliko poenostavili in jo uporabili za molekule dušika v zraku pri sobni temperaturi. Če vzamemo za enoto hitrosti 1000 km/h in $\Delta v = 100 \text{ km/h}$ (kot bomo videli, je to v svetu molekul zelo majhna hitrost), potem je

$$P(v) = 13v^2 e^{-0,44v^2}. \quad (2)$$

Z žepnim računalom lahko izračunamo približne vrednosti za $P(v)$. Tabela 1 prikazuje nekaj značilnih vrednosti.

Iz tabele razberemo, da ima le malo molekul (manj kot $0,1 \%$) hitrost manjšo od 100 km/h . Z naraščanjem hitrosti se število molekul, ki se gibljejo z opazovano hitrostjo, najprej veča. Največ molekul ima hitrost $1500 \pm 100 \text{ km/h}$ oziroma hitrost med 1400 km/h in 1600 km/h . Z nadaljnim večanjem hitrosti količina $P(v)$ pada proti nič. Natančnejši izračuni pokažejo, da je najverjetnejša hitrost molekul dušika pri sobni temperaturi enaka 1514 km/h , medtem ko je njihova povprečna hitrost 1709 km/h .

v	v v formuli (2)	$P(v)$
100 km/h	0,1	0,1 %
200 km/h	0,2	0,5 %
300 km/h	0,3	1,1 %
400 km/h	0,4	1,9 %
500 km/h	0,5	2,9 %
600 km/h	0,6	4,0 %
800 km/h	0,8	6,3 %
1000 km/h	1,0	8,4 %
1400 km/h	1,4	10,8 %
1500 km/h	1,5	10,9 %
1600 km/h	1,6	10,8 %
1700 km/h	1,7	10,5 %
2000 km/h	2,0	8,9 %
2500 km/h	2,5	5,2 %
3000 km/h	3,0	2,2 %
4000 km/h	4,0	0,2 %
5000 km/h	5,0	0,005 %

Tabela 1.

Iz Maxwellovega zakona sledi, da imajo lahko molekule v plinu (npr. v zraku) kakršnokoli hitrost, je pa verjetnost različnih hitrosti različna. Malo verjetno je, da se molekula 'plazi' s hitrostjo, ki je manjša kot 100 km/h, zato je takih molekul v plinu razmeroma malo. Prav tako ni zelo verjetno, da bi dobila molekula hitrost, večjo od 4000 km/h, zato je tudi tako hitrih molekul razmeroma malo (vendar izraz 'razmeroma malo' pomeni, da je v kubičnem centimetru zraka okoli 1 000 000 000 000 000 molekul dušika in še okoli 200 000 000 000 000 molekul kisika s hitrostjo pod 100 km/h ter približno enako število molekul, ki se gibljejo s hitrostjo, večjo od 4000 km/h).

Posebej poudarimo, da se molekule v plinu gibljejo presenetljivo hitro. Za primerjavo povejmo, da je hitrost modernih potniških letal okoli 900 km/h in vojnih do 3000 km/h. Hitrost zvoka je približno 1200 km/h, hitrost izstrelka iz puške preko 2800 km/h. Približno takšne so tudi hitrosti molekul v zraku. S takšno hitrostjo molekule trkajo v predmete v okolici, pa tudi na našo kožo. Vse življenje je naše telo izpostavljeno divjemu bombardiranju zračnih molekul. Tega niti ne opazimo niti nam ne pušča kakšnih škodljivih posledic.

Iz Maxwellovega zakona sledi, da je hitrost molekul v plinu odvisna od temperature plina T in od molekulske mase. Maso posamezne molekule izračunamo tako, da relativno molekulsko maso M delimo z Avogadrovim številom $N_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Masa ene molekule dušika je npr. enaka $4,67 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

Najverjetnejšo hitrost molekul podaja formula

$$v_{\text{najverjetnejša}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}.$$

Njena vrednost se rahlo razlikuje od povprečne hitrosti molekul

$$v_{\text{srednja}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = 1,13 v_{\text{najverjetnejša}}.$$

Povprečna kinetična energija molekule v plinu je enaka

$$E_{\text{kinetična}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{RT}{N_A},$$

ki, presenetljivo, ni odvisna od mase molekule.

Ivan Gutman, Branislav Čabrić, Nenad Stevanović
prevod *Marija Vencelj*