

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 30 (2002/2003)

Številka 5

Strani 281-282

Marijan Prosen:

KOLIKO NEBESNE KROGLE

Ključne besede: astronomija, Zemlja, nebesna krogla.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/30/1524-Prosen.pdf>

© 2003 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

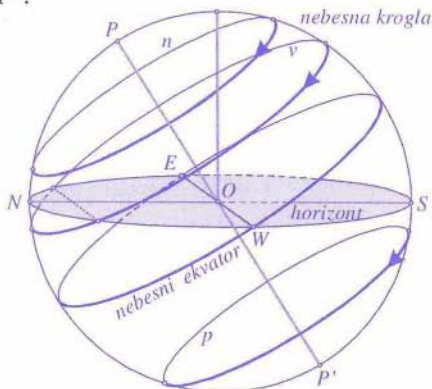
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

KOLIKO NEBESNE KROGLE

Pri obravnavanju nadobzornic in zvezd vzhajalk (glej Presek 29, 280) naletimo na zanimivo vprašanje: *Kolikšen del nebesne krogle vidimo s takega kraja na Zemlji?*

Takoj se oglasi zdrava pamet, ki odgovori, da zanesljivo vidimo polovico nebesne krogle, t.j. tisto njeno polovico (polkroglo), ki se kot nebo boči nad vsakim opazovališčem. Ker pa zaradi Zemljinega vrtenja nebesna kroglja skupaj z zvezdami navidezno kroži okrog nas, vidimo več kot pol nebesne krogle, in to tem več, čim več zvezd vzhaja. Če vzhajajo vse, potem s tistega kraja vidimo vso nebesno kroglo. To pa velja za kraje na zemeljskem ekvatorju.

Obravnavajmo to vprašanje nekoliko podrobneje. Vzemimo idealno obzorje in splošni primer, da opazujemo nebo iz kraja na severni zemeljski poluti (slika 1), kjer je zemljepisna širina φ kraja pozitivna ($\varphi = \sphericalangle PON > 0$). Za kraje v Sloveniji to zagotovo velja, saj je $\varphi \approx 46^\circ$. Predstavljajmo si, da smo v središču nebesne krogle, zvezde pa navidezno krožijo postrani glede na naše obzorje. Povedano še natančneje: zvezde krožijo okrog nebesne osi PP' , ki gre skozi naše opazovališče O ter severni nebesni pol P in južni nebesni pol P' .

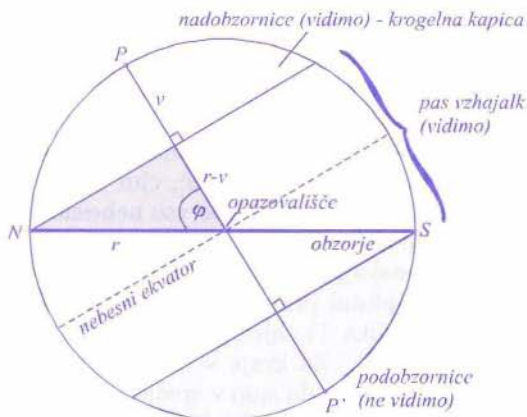


Slika 1. Navidezno kroženje zvezd okrog nebesne osi PP' v kraju na severni zemeljski poluti. Puščica kaže smer navideznega kroženja zvezd (nebesne krogle). O – opazovališče, $\varphi = \sphericalangle PON$ – zemljepisna širina kraja, n – nadobzornica in njena dnevna pot, v – vzhajalka in njena dnevna pot, p – podobzornica in njena dnevna pot (ne pride v poštev).

Nebesna os oklepa kot φ z vodoravno ravnino, saj je po definiciji višinski kot severnega nebesnega pola za kraje na severni zemeljski poluti enak vrednosti zemljepisne širine. Vzhajalke vzhajajo na vzhodu, na jugu so najvišje, zahajajo pa na zahodu, nadobzornice pa so tako in tako ves čas nad obzorjem (slika 1). Čim manjši je torej φ , več nebesne krogle vidimo.

Sedaj si oglejmo še sliko 2. Nadobzornice krožijo po kapici (nebesne krogle) z višino v , vzhajalke pa po pasu (nebesne krogle) z višino $2(r - v)$,

kjer je $r - v = r \cos \varphi$, od koder sledi $v = r(1 - \cos \varphi)$. Zaradi vrtenja Zemlje vidimo iz danega kraja O vse zvezde na kapici in na pasu, vidimo $\frac{2\pi r v + 2 \cdot 2\pi r(r-v)}{4\pi r^2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\cos \varphi}{2}\right)$ -ti del nebesne krogle.



Slika 2. Presek nebesne krogle z meridiansko ravnino (k izpeljavi izraza $\frac{1}{2} + \frac{\cos \varphi}{2}$, ki pove, kolikšen del nebesne krogle je viden iz kakega kraja z zemljepisno širino φ na Zemlji).

Iz kraja O z zemljepisno širino φ torej res vidimo $\frac{1}{2}$ (50%) nebesne krogle, vendar pa še del nebesne krogle, t.j. $\frac{\cos \varphi}{2}$ -ti del (kar je odvisno od φ). Navedimo tri tipične primere:

- Iz naših krajev vidimo $\frac{1}{2} + \frac{\cos 46^\circ}{2} = 0,847$, t.j. približno 85% nebesne krogle.
- Iz severnega ali južnega zemeljskega pola ($\varphi = \pm 90^\circ$) vidimo $\frac{1}{2} + \frac{\cos 90^\circ}{2} = 50\%$. Narišite skico in se po skici prepričajte o tem.
- Iz krajev na ekvatorju ($\varphi = 0^\circ$) pa vidimo $\frac{1}{2} + \frac{\cos 0^\circ}{2} = 100\%$, t.j. vso nebesno kroglo. Narišite skico in se po skici prepričajte o tem.

Ti trije računi veljajo za idealno obzorje. Če so v okolici hribi ali visoke zgradbe, vidimo seveda manj.

Vprašanje pa lahko tudi obrnemo. Recimo, da sprašujemo za tiste kraje (φ) na Zemlji, od koder je viden določen del nebesne krogle.

Za vajo:

- Izračunajmo zemljepisno širino kraja, od koder je vidno
 - $\frac{3}{4}$ nebesne krogle
 - 90% nebesne krogle
 - 30% nebesne krogle.
- Koliko nebesne krogle vidimo? Obravnavajmo matematično.

Marijan Prosen

Odgovori so na strani 300.

**KOLIKO NEBESNE KROGLE VIDIMO –
Odgovori na vprašanja s str. 282**

1.
 - a) $\frac{3}{4} = 75\%$ nebesne krogle vidimo iz krajev na zemeljskem vzporedniku z zemljepisno širino $\pm 60^\circ$.
 - b) 90% nebesne krogle vidimo iz krajev s $\varphi = \pm 36^\circ$.
 - c) 30% nebesne krogle pa vidimo iz ..., oh, saj to pa ni mogoče.
2. Zemljepisno širino kraja označimo z x , vidnost dela nebesne krogle pa z y . Sestavimo funkcijo $y = \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2}$, jo narišemo in obravnavamo na intervalu $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Graf na tem intervalu prikazuje, kolikšen del nebesne krogle je viden v kakem kraju (φ) na južni in severni zemeljski poluti.

Marijan Prosen
