PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **3** (1975/1976)
Številka 4
Strani 166-168

Gregor Pavlič:

TRISEKCIJA (RAZTRETINJENJE) KOTA

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/3/3-4-Pavlic.pdf

TRISEKCIJA (RAZTRETINJENJE) KOTA

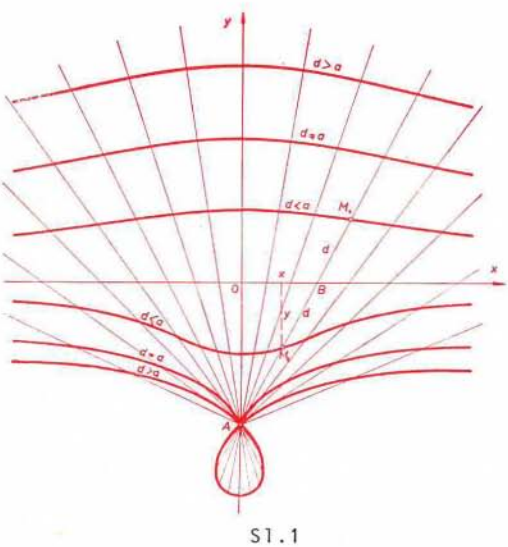
Grški matematiki so se že zelo zgodaj znašli pred nekaj nalogami, ki so bile kostrukcijske narave in jih niso znali rešiti z "evklidskim orodjem" (to pomeni šestilo in neoznačeno ravnilo). Ena od teh je tudi trisekcija kota.

Rešitev za pravi kot je prava šala, toda če poskusimo narediti isto za poljuben kot, se nam ustavi. Ta naloga je namreč nerešljiva.

Ker ni šlo samo z ravnilom in šestilom, so poskusili rešitev dobiti na drugačen način. Menda je od vseh najlepša in zato tudi najbolj znana Nikomedesova. Ta grški matematik je živel okoli leta 180 pr. n. št. in je pri rešitvi uporabil krivuljo konhoido: $x^2y^2 = (d^2 - y^2)(a - y)^2$

1. KAKO NARIŠEMO KONHOIDO?

Kot lahko vidimo iz enačbe, je konhoida odvisna od 2 parametrov a in d, ki si ju lahko poljubno izberemo. Tako dobimo 3 tipe konhoide, kajti velja natanko ena od 3 možnosti $a < d$, $a > d$ in $a = d$ (to je znani zakon trihotomije).



Sl.1

Točke krivulje dobimo takole: najprej narišemo pravokotni koordinatni sistem (x,y) z izhodiščem O in v njem točko $A(0,-a)$. Skozi to točko potegnemo poljubne premice tako, da sekajo abscisno os (ena od njih je kar ordinatna os koordinatnega sistema). Iz presečišč premic z abscisno osjo odmerimo s šestilom na vsaki strani razdaljo d in tako dobimo iskane točke.

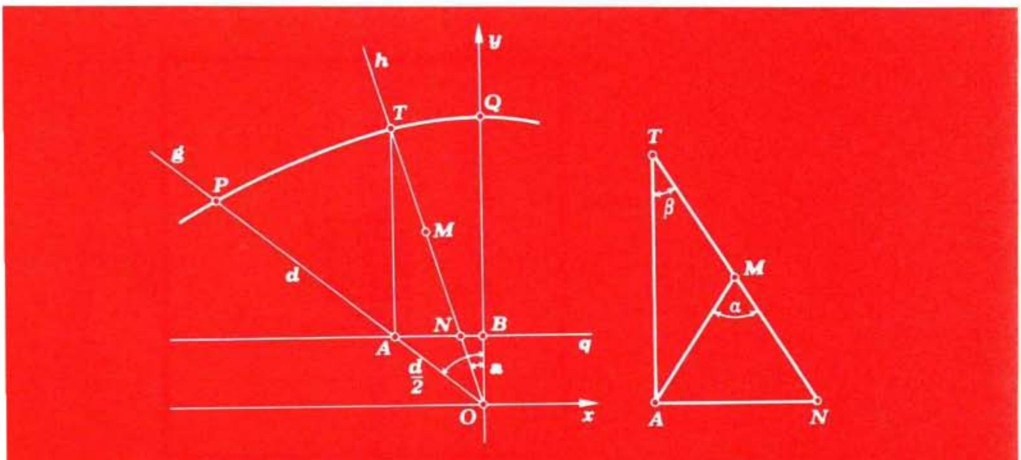
Vidimo, da ima konhoida dve veji - eno nad in drugo pod abscisno osjo.

2. POTEK REŠITVE

Zdaj, ko poznamo problem in krivuljo konhoido, imamo pripravljeno že vse za konstrukcijo rešitve. Dan je poljuben kot $\sphericalangle(g,O,y)$, ki ga moramo razdeliti na 3 enake dele. Narišemo ga tako, da en krak kota sovpada z ordinatno osjo y pravokotnega koordinatnega sistema, drug krak pa označimo z g. Vrh kota je izhodišče O. Skozi izhodišče O narišemo še abscisno os x in v točki $B(O,a)$ vzporednico q k abscisni osi. Premica q naj seka krak g v točki A, tako da je $\overline{OA} = d/2$ (prej smo že povedali, da si lahko d poljubno izberemo).

V koordinatnem sistemu nam manjka samo še konhoida. Njena parametra sta dolžini a in d (obe smo ravnokar omenili), zato nam je ne bo težko narisati.

Na kraku g odmerimo od točke A s šestilom razdaljo navzgor (rabimo le zgornjo vejo krivulje) in že dobimo prvo točko. Recimo ji P. Ostale točke poiščemo tako, kot smo povedali pod 1. točko. Pa recimo, da je krivulja že narisama. Iz točke A potegnemo pravokotnico na premico q, ki seka konhoido v točki T. Narišemo še premico h skozi točki T in O, ki seka premico q v točki N; razpolovišče daljice $\overline{TN}$ pa označimo z M. Končno lahko trdimo : kot $\sphericalangle(h,O,y)$ je tretjina kota $\sphericalangle(g,O,y)$.



Sl.2 Sl.3