

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 28 (2000/2001)

Številka 3

Strani 136-139

Janez Strnad:

PROTI TOKU

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/28/1441-Strnad.pdf>

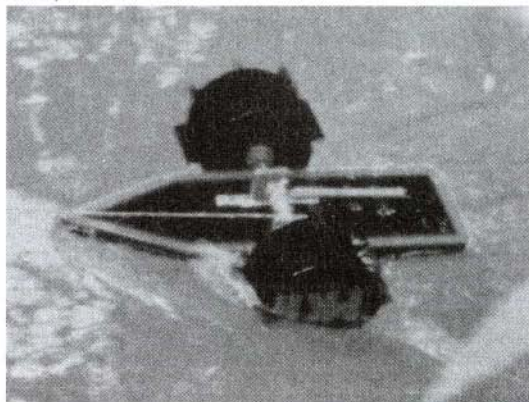
© 2000 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

PROTI TOKU

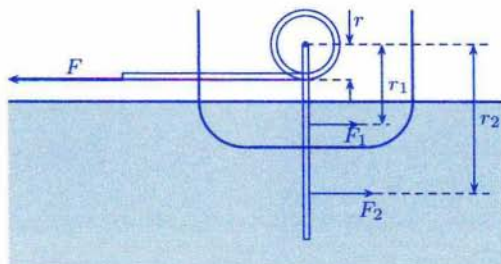
Neka nemška televizijska postaja je z namenom, da bi med učenci širila zanimanje za naravoslovje, razpisala natečaj za predloge za perpetuum mobile. Med dopisi je dobila predlog nekega učenca za napravo, ki "sicer ni pravi perpetuum mobile, a v nasprotju s podobnimi predlogi deluje". Treba je bilo vložiti še precej dela, preden je učenec ob pomoči strokovnjakov izdelal model naprave. To je bila ladjica brez motorja, ki je plula proti toku (slika 1).



Slika 1. Model broda proti toku, ki ga je ob pomoči strokovnjakov izdelal nemški učenec. Model se je s hitrostjo 5 metrov na minuto gibal proti toku s hitrostjo 40 metrov na minuto. Slika je vzeta iz članka W. Bürger, *Das Gegenstromschiff*, *Physikalische Blätter* 54 (1998) 1131. Razmerju $v_b/v = 1/8$ ustrežajo razmerja $a = 1$, $b = 2,8$ in $r_2/r = 3,8$.

Večina vas bo rekla, da kaj takega ni mogoče. Pa je. Vendar plovilo, ki se je prepuščeno samo sebi gibalo proti toku, ni bilo prosto, ampak z vrvjo povezano z okolico. Zato je bolje govoriti o brodu. Brod ima preprosto zgradbo. Trup izpodriva vodo in poskrbi za vzgon. Na sredi je na trup preko ležajev pritrjena prečna gred s kolesoma z lopaticami. Lopatice koles na levem in desnem boku segajo v vodo. Voda preko lopatic poganja gred, da se vrti in se nanjo navija vodoravna vrv. Drugo krajišče vrvi je pritrjeno v točki sredi toka pred brodom, denimo, na sredi mostu. Brod se giblje proti toku, ko se vrv navija na gred.

Pospremimo prejšnje trditve s preprostimi enačbami. Voda deluje na potopljeni del trupa s silo, katere komponenta navpično navzgor je vzgon F'_1 in vodoravna komponenta v smeri toka upor broda F_1 . Na brod deluje navpično navzdol teža F_g , ki jo uravnovesi vzgon. Na potopljeni del lopatic deluje še sila tekoče vode F_2 v smeri toka, to je upor lopatic, in na gred sila vrvi F v nasprotni smeri toka (slika 2).



Slika 2. Sile in komponente sile, ki delujejo na brod v vodoravni smeri.

V ravnovesju, ko brod miruje ali se enakomerno giblje, je vsota komponent vseh sil v navpični in vodoravni smeri enaka 0:

$$F'_1 - F_g = 0, \quad F_1 + F_2 - F = 0.$$

V ravnovesju je enaka 0 tudi vsota vseh navorov. Računajmo jih glede na os gredi, ker lahko v ravnovesju poljubno izbiramo os. Glede na to os delujeta navor upora lopatic $r_2 F_2$ in v nasprotni smeri navor vrvi $r F$. Ročica je pri prvem razdalja sredine potopljenega dela lopatice od osi r_2 in pri drugem polmer gredi r . Navora sta v ravnovesju:

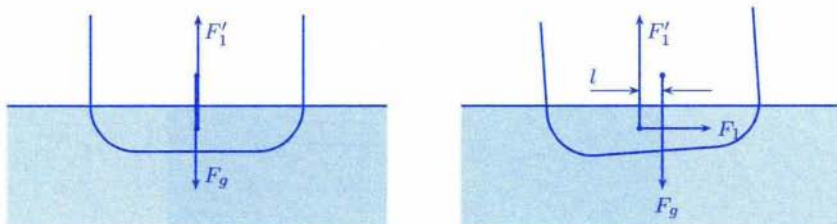
$$r_2 F_2 - r F = 0.$$

Iz enačb $F = F_1 + F_2$ in $r_2 F_2 = r F$ odpravimo silo vrvi in preostane enačba

$$r F_1 = (r_2 - r) F_2 \quad \text{ali} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r} - 1.$$

Kaj je z navorom sile vode na trup? Okoli izbrane osi vrtljivi trup se zaradi navora upora $r_1 F_1$ malo zasuče, tako da se sprednji del broda malo globlje potopi in zadnji del malo bolj pogleda iz vode. Pri tem je r_1 razdalja premice upora trupa od osi. Zato se prijemališče vzgona v težišču potopljenega dela vode premakne malo proti sprednjemu delu broda, prijemališče teže pa ostane na sredi. Navor dvojice sil teže in vzgona $l F'_1$ uravnovesi navor upora. Premici teh sil sta v razdalji l (slika 3).

Pomagali smo si z dvema približkoma. V vodo sega več lopatic z različno dolgimi deli. Zato sta F_2 in r_2 povprečni vrednosti. Po površini trupa porazdeljeno silo upora nadomestimo s silo F_1 , ki prijemlje v težišču čelnega preseka potopljenega dela trupa, po prostornini potopljenega dela trupa porazdeljeni vzgon F'_1 pa prijemlje v težišču izpodrinjenega dela vode.



Slika 3. Sile in komponente, ki delujejo na brod v navpični smeri na mirujoči vodi (a). Med gibanjem proti toku navor dvojice teže in vzgona lF'_1 uravnovesi navor upora trupa $r_1 F_1$ (b).

Vzemimo, da je hitrost vode tolikšna, da lahko upor trupa F_1 in lopatic F_2 izračunamo s kvadratnim zakonom, po katerem je upor sorazmeren s koeficientom upora c_u , s čelnim presekom ovire S in s kvadratom hitrosti vode glede na oviro. Upora sta potem v razmerju

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{c_{u1} S_1 v_1^2}{c_{u2} S_2 v_2^2} = \frac{c_{u1} S_1 (v + v_b)^2}{c_{u2} S_2 (v + v_b - v_b r_2/r)^2}.$$

Indeks 1 zadeva potopljeni del trupa, indeks 2 pa potopljeni del lopatice. Hitrost broda glede na vodo sestavljata hitrost vode glede na obalo v in hitrost broda glede na obalo $-v_b$ v nasprotni smeri: $v_1 = v - (-v_b) = v + v_b$. Hitrost srednjega dela lopatic glede na vodo je za $v_b r_2/r$ manjša: $v_2 = v + v_b - v_b r_2/r$. Hitrost sredine potopljenega dela lopatice glede na brod je namreč enaka ωr_2 s kotno hitrostjo gredi ω . Hitrost broda glede na obalo pa določa hitrost, s katero se vrh navija na gred s polmerom r in je $v_b = \omega r$, tako da je $\omega = v_b/r$.

Vpeljimo koeficienta $a = c_{u1} S_1 / c_{u2} S_2$ in $b = r_2/r - 1$ ter izračunajmo razmerje hitrosti broda glede na obalo in hitrosti vode glede na obalo:

$$\frac{v_b}{v} = \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{\sqrt{b^3} + \sqrt{a}}.$$

Iz enačbe izhaja, da mora veljati $r_2/r - 1 = b > a$, če naj se brod giblje proti toku. Čim večji je upor broda, tem daljše morajo biti lopatice.

Z enačbo je mogoče izračunati, pri katerem razmerju b je pri danem razmerju a hitrost broda največja. Enačbo odvajamo po b in odvod postavimo enak 0, pa dobimo zvezo $2\sqrt{b^3} = \sqrt{a}(3b + 1)$, iz katere sledi $v_b/v = 1/3b$. Čim daljše morajo biti lopatice, tem manjša je hitrost broda. Brod z velikim uporom doseže zelo majhne hitrosti. V mejnem primeru ustreza temu primeru kolo z lopaticami, ki se vrta na mestu, na primer na zasidranem brodu.

