

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 28 (2000/2001)

Številka 2

Strani 106-107, VI

Primož Potočnik:

MILIJON DOLARJEV ZA DOKAZ GOLDBACHOVE DOMNEVE

Ključne besede: novice, zgodovina matematike, teorija števil, prašte-
vila, Goldbachova domneva, denarna nagrada.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/28/1432-Potocnik.pdf>

© 2000 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali
posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovo-
ljeno.

GOLDBACHOVA DOMNEVA

fabrum, nisi hostibus, ab usura abscissa: nec fortanulibus,
 et maxime singulis series laetior numeros unico modo in duo quadrata
 divisibiles habet, nisi solis usus nulli usque nisi conjectura
 legendum: Quod quaevis numerus sub quocumque numero primis
 compositionibus est in aggregatae si vialum numerorum
 primorum summa ab uno nulli: in unitatem nisi sequi quodammodo
 huiusmodi in congruam omnium unitatum* quae sequitur

$$4 = \begin{cases} 1+1+1+1 \\ 1+1+2 \\ 1+3 \end{cases} \quad 5 = \begin{cases} 2+3 \\ 1+1+3 \\ 1+1+1+2 \\ 1+1+1+1+1 \end{cases} \quad 6 = \begin{cases} 1+5 \\ 1+2+3 \\ 1+1+1+3 \\ 1+1+1+1+2 \\ 1+1+1+1+1+1 \end{cases} \quad \text{etc}$$

Simulque sequuntur nonnullae observationes quae demonstrantur a
 Don Ponnano:

Si v sit functio ipsius x eiusmodi ut facta $v = c$. numero cui-
 cuoque, determinari possit x per c . et reliquas constantes in functio-
 ne expressas, poterit etiam determinari valor ipsius x in ae-
 quatione $v^{m+1} = (2v+1)(v+1)^{m-1}$ | $\frac{v^{m+1} - (v+1)(v+1)^{m-1}}{v^{m+1} - (v+1)(v+1)^{m-1}}$ dicitur $v-v-1$

Si concipiatur curva cuius abscissa sit x . applicata vero sit
 summa seriei $\frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ posita n . pro exponente terminorum, hoc est,
 applicata $= \frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 2^2} + \frac{x^3}{3 \cdot 2^3} + \frac{x^4}{4 \cdot 2^4} + \text{etc}$. dico, si fuerit
 abscissa = 1. applicata fore $= \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Sed haec applicata = 4
 est $4 = \frac{1}{1-2}$
 2 $\frac{1}{2}$
 3 $\frac{1}{4}$
 4 vel major infinitam.

Jes. Moscovici mit allerhöchster Bewilligung
 Kaiserlicher Kaiserliche Hofkammer
 Moskau d. 7. Jun. st. 12. 1742. J.
 Goldbach

Moscovici ist ein russischer Mathematiker, der sich mit der Theorie der
 Primzahlen beschäftigt hat. Er hat die Goldbachsche Vermutung
 1742 an Goldbach geschrieben. Die Darstellung ist sehr schön.
 Die Anwendung der Reihe $\sum \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ ist sehr interessant.
 Die Anwendung der Reihe $\sum \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ ist sehr interessant.

Del Goldbachovega pisma Eulerju iz leta 1742, v katerem je Goldbach ob robu zapisal domnevo, da lahko vsako od 2 večje naravno število zapišemo kot vsoto treh praštevil (Goldbach je tudi število 1 štel k praštevilom). Domneva še do danes ni niti dokazana niti ovržena.

MILIJON DOLARJEV ZA DOKAZ GOLDBACHOVE DOMNEVE

Gotovo nas je že veliko razmišljalo, kako priti do denarja, ki bi nam omogočil ob lepih bančnih obrestih lagodno preživeti preostanek življenja. Reševanje matematičnih problemov se verjetno nikomur ni zdela prava pot za doseg takšnega cilja. In vendar lahko z matematiko pridemo do zajetnega kupčka denarja. Vse, kar je potrebno storiti, je dokazati dobrih 250 let staro domnevo pruskega zgodovinarja in matematika Christiana Goldbacha. Komur uspe do 15. marca 2002 dokazati, da je vsako od 5 večje naravno število vsota treh praštevil, mu bo angleški založnik Toby Faber izplačal milijon ameriških dolarjev nagrade. Oglejmo so Christiana Goldbacha in njegovo domnevo malo поблиže.

Christian Goldbach se je rodil leta 1690 v mestecu Königsberg¹ v tedanji Prusiji. Pomemben del njegovega matematičnega ustvarjanja je zajet v živahnem dopisovanju z Eulerjem. Tako je leta 1742 v enem od pisem postavil domnevo, da lahko vsako od 2 večje naravno število zapišemo kot vsoto treh praštevil (Goldbach je število 1 prišteval k praštevilom):

Es scheint wenigstens das eine jede Zahl, die grösser ist als 2, ein aggregatum trium numerorum primorum sey.

Euler je opazil, da je Goldbachova domneva ekvivalentna trditvi, da lahko vsako od 3 večje sodo število zapišemo kot vsoto dveh praštevil, in dodal, da je v pravilnost trditve prepričan, čeprav dokaza ne najde. Prvi večji korak v smeri dokaza Goldbachove domneve je bil storjen šele leta 1930, ko je ruski matematik Šnilerman dokazal, da lahko vsako naravno število zapišemo kot vsoto ne več kot 20 praštevil. Sedem let kasneje je Vinogradov dokazal, da obstaja število M , za katero se vsako od M večje liho število zapiše kot vsota ne več kot treh praštevil. Najboljši rezultat trenutno pripada kitajskemu matematiku Chen Jing Runu, ki je leta 1973 objavil dokaz trditve, da se vsako dovolj veliko sodo število zapiše kot vsota praštevila in produkta dveh praštevil.

Goldbachova domneva malce spominja na Fermatov zadnji izrek. Obe trditvi sta preprosti in njuno vsebino lahko razume prav vsak. Kljub

¹ Königsberg je matematikom znan tudi zaradi Eulerjevega problema kónigsberških mostov, katerega rešitev štejemo za začetek danes ene najhitreje razvijajočih se vej matematike – teorije grafov.

svoji preprostosti pa sta vse prej kot enostavno dokazljivi. Obe trditvi sta bili postavljeni *na robu papirja*, Fermatov teorem kot izrek, ki mu avtor zaradi pomanjkanja prostora na listu ni dodal čudovitega in preprostega dokaza, Goldbachova domneva pa kot pripomba na robu pisma Eulerju. Na dokaz Fermatovega izreka smo čakali 350 let. Bomo morali na odgovor o pravilnosti 250 let stare Goldbachove domneve čakati še nadaljnjih 100 let ali pa bo lepa denarna nagrada pospešila razvoj na tem področju in pripomogla k skorajšnji rešitvi problema? Strokovnjaki s področja teorije števil so skeptični. Po besedah nosilca Fieldsove medalje², Alana Bakerja, denar vrhunskim matematikom ne predstavlja ključne motivacije: *Kdor bi znal, bi domnevo dokazal zaradi izziva samega.*

Angleški založniški mogotec Toby Faber je visoko denarno nagrado razpisal marca letošnjega leta ob izidu romana *Stric Peter in Goldbachova domneva* grškega pisatelja *Apostolosa Doxiadis*a. Knjiga govori o uspešnem grškem matematiku, Petrosu Papachristouju, z ugledno matematično kariero, ki pa ga dolgoletna obsedenost z Goldbachovo domnevo pahne na rob družbe. Avtor pripoveduje zgodbo skozi oči matematikovega nečaka, ki počasi odkriva resnico o čudaškem stricu Petru in ki ob stričevi skriti strasti nikakor ne ostane ravnodušen. Roman še ni preveden v slovenščino, Presekovi bralci, ki jim angleščina ne povzroča težav, pa lahko knjigo za 18 ameriških dolarjev naročijo preko interneta. Ker je roman v pol leta, odkar je izšel angleški prevod, postal ena najbolj prodajanih knjig v Angliji in Združenih državah, se je razpisana denarna nagrada založnikom gotovo že povrnila (mimogrede, založniki so se za primer uspešne rešitve Goldbachove domneve zavarovali pri zavarovalnici, tako da lahko tudi sami z vso iskrenostjo želijo srečo vsem, ki jih bo zajeten kupček dolarjev premamil in se bodo podali na nevarno pot junaka njihove zgodbe).

Za konec pa naj razočaram vse tiste vnete bralce Preseka, ki so se že videli na kakšnem od tihomorskih otokov s polnimi žepi dolarskih bankovcev – za milijonsko nagrado lahko kandidirajo le polnoletne osebe s stalnim prebivališčem v Veliki Britaniji ali Združenih državah Amerike. Podrobnejše pogoje razpisa nagrade si lahko ogledate na internetni strani www.faber.co.uk/faber/goldbachrules.

Primož Potočnik

² Fieldsova medalja je ekvivalent Nobelovi nagradi, ki je, kot vemo, za dosežke v matematiki ne podeljujejo. Kljub temu pa je med nosilci Nobelove nagrade veliko matematikov. V zadnjih letih je nagrada za dosežke v ekonomski znanosti praviloma pripadla matematiku.