

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 27 (1999/2000)

Številka 4

Strani 210-213, XIV, XV

Andrej Likar:

MERJENJE GOSTOTE Z URO

Ključne besede: fizika, gravitacijska sila, satelit, orbita, gostota.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/27/1406-Likar.pdf>

© 2000 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

MERJENJE GOSTOTE Z URO

Na urniku za naslednji dan, ki ga je dobil Miš, so bile spet eksperimentalne vaje iz fizike. Fiziko je imel rad, bila je edini predmet, kjer so občasno odšli iz šole v naravo in tam opazovali vse mogoče pojave, brez motečega zraka, trenja, teže in kar je še takih stvari, ki so nekdanj grenile življenje srednješolcem pri fiziki. Vremenska napoved je bila ugodna: sončna aktivnost bo na minimumu, ni se bilo bati zahrbtnega sevanja, ki je včasih prekinilo vaje na prostem in primoralo njihovega profesorja, da je godrnjaje ukazal povratek v šolo.

To pot je vaja imela preprost naslov: Merjenje gostote. Nenavadno je bilo, da so za to vajo šli v naravo, saj so gostoto brez težav že merili v laboratoriju v šoli. Dobili so kocko iz neznane snovi ter ji najprej natančno izmerili stranico a in nato izračunali njeno prostornino $V = a^3$. Potem so kocko še stehali, da so določili njeno maso in izračunali gostoto po enačbi $\rho = \frac{m}{V}$. Kar se da preprosta vaja, nekoliko si moral biti pazljiv, da si dobil rezultat, ki je smel biti le za tisočinko različen od pravega.

Pr eden so se odpravili v naravo, so vedno natančno pregledali seznam naprav, s katerimi bodo delali poskuse. Ni se bilo prijetno vračati, saj je pot kljub hitrim raketnim čolnom včasih trajala več ur. A nikakršnih naprav ni bilo v seznamu. "Saj imate ure na roki?" je vprašal profesor začudene dijake. "No, potem imate vse, kar potrebujete," je dejal profesor. "Komur je potekla naročnina na VSEVED, naj vzame s sabo še kak predpotopni kalkulator." VSEVED je bila družba, ki je skrbel za povezavo z globalno zakladnico podatkov GLODAT in globalnim računskim vozлом GLORAČ, ki je skrbel za računanje. Dijaki navadno niso plačevali naročnine, saj so računali doma ali v šoli, v naravi pa so le merili in zbirali podatke.

Mišev raketni čoln je bil zadnje čudo tehnike, dobil ga je za rojstni dan. Iz baze na Zemlji je dosegel geostacionarno orbito v pičle pol ure, od tu pa je lahko dosegel katerikoli planet Osončja prej kot v enem mesecu. Koordinate mesta, kjer naj bi se zbrali naslednji dan, je profesor že vpisal v Vsevedov sistem. Miš je zvedel, da je to blizu planetoida, krogle s polmerom kakega kilometra, drugih podatkov pa iz Vseveda ni mogel izbrskati. Očitno je profesor podrobne podatke o planetoidu dijakom zastrl. Odhod Miševega čolna je bil predviden pozno popoldne, v petnajsturnem poletu je Miš obvezno moral devet ur preživeti v povsem zatemnjeni notranjosti, da se je do cilja povsem spočil. Preostali čas je prebil v vesolju in se poganjal z raketnikom od čolna in nazaj. Lebdenje v tej veliki praznini ga je vedno navduševalo, nekatere njegove sošolce pa je navdajalo z nepopisno grozo. Ti so potovali v veliki ladji, ki jo je

profesor najel za dijake brez lastnih raketnih čolnov. Na prvi pogled zelo tvegano dejanje je bilo v resnici povsem varno, saj je čoln s svojo pametjo in biosenzorjem vedno vedel, kje je Miš in bi ga šel iskat, če bi razdalja med njima postala prevelika. O vsem pa je bil seznanjen tudi Vseved, ki je v skrajni sili posredoval s svojo reševalno ekipo.

Na površini planetoida so se ob dogovorjenem času zbrali dijaki in se s profesorjem pogovarjali o nalogi, kako izmeriti gostoto tega telesa. Nekdo je predlagal, da bi kos s površine odnesli na Zemljo in tam izmerili gostoto po že znani metodi. To bi se skladalo s pičlo opremo, ki so jo dijaki prinesli s seboj. Seveda to ni bila rešitev naloge, saj so morali izmeriti povprečno gostoto planetoida, ki je znotraj lahko povsem drugačen kot na površini. Merjenje teže kake znane uteži tudi ni prišlo v poštev, saj niso imeli vzmetnih tehtnic, še posebno pa ne kake zelo občutljive. Dijaki so videli, da je težni pospešek zelo majhen, saj so vseskozi uporabljali raketnike, da so se obdržali na površini. Vsak še tako rahel poskok je zadoščal, da so se odlepili od tal in se začeli dvigati v vesolje. Pospešek bi lahko izmerili z merjenjem časa, ki ga porabi kamen, da pade na tla, ali še bolje, z merjenjem časa, ki ga porabi kamen, ki ga vržemo s površine navzgor, da pade nazaj na tla. Hitro pa so ugotovili, da, tudi če bi poznali pospešek prostega pada na planetoidu, vodi pot do poznavanja gostote še preko meritve njegovega polmera, za to pa niso imeli nikakršne opreme. Velja namreč, da je teža uteži z maso m enaka gravitacijski sili

$$mg = \kappa \frac{mM}{r^2},$$

torej imamo za gostoto

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi r^3} = \frac{3g}{4\pi\kappa r}.$$

Janez je razmišljal takole: če izmerim višino h , do katere pride kamen, s koraki in izmerim obseg planetoida s prav tako dolgimi koraki, mi njihove dolžine ni potrebno poznati, saj velja

$$\frac{gt^2}{2} = h$$

in zato

$$\rho = \frac{6h}{4\pi\kappa r t^2},$$

kjer je t polovični čas, ki ga potrebuje kamen, da se dvigne s tal in spet pade nanje. Poznati moramo torej le razmerje $\frac{h}{r}$, pri tem pa se

dolžina korakov pokrajša. Profesor je pohvalil Janeza, a meritev višine s korakanjem ni bila kar tako izvedljiva. Poskušali so vse mogoče, poskušali so celo postaviti živo piramido z izdatno pomočjo raketnikov, a meritev se nikakor ni posrečila.

Nak, samo z uro pa že ne bo šlo, so sklenili dijaki. Miš se je začel zabavati s skokom v daljino. Vsak skok je bil zelo dolg, kljub komaj zaznavnemu odzivu od tal. Nenadoma se je domislil rešitve naloge. Kaj pa, če bi se kot satelit vtiril v orbito, ki je tik nad površino planetoida? Na krožeče telo mora delovati centripetalna sila $m\omega^2 r$, njeno vlogo prevzame gravitacijska sila $\kappa \frac{mM}{r^2}$, torej velja

$$m\omega^2 r = \kappa \frac{mM}{r^2} = \kappa \frac{m\rho 4\pi r^3}{3r^2}.$$

Iz tega pa takoj sledi

$$\omega^2 = \frac{4\pi}{3} \kappa \rho.$$

Poznati moramo le $\omega = \frac{2\pi}{t_0}$, to pa gre le z meritvijo časa obhoda takega satelita t_0 , kar se da opraviti le z uro. Profesor je prikimal, Petru pa nekaj ni bilo všeč. "To pomeni", je ugovarjal, "da je obhodna doba takih satelitov neodvisna od polmera telesa. Tudi če bi imeli frnukulo, bi jo droben prašek obkrožil v enakem času kot to veliko kroglo. To je pa čudno!" Profesor je še dodal: "Morda se sliši nenavadno, a je le res. Krogli morata seveda imeti enaki gostoti."

Pripravili so tekmovanje. Vsakdo naj bi se pazljivo odrinil od startne črte in zaplaval okrog planetoida. Zmagovalec bo tisti, ki bo prišel prvi okrog planetoida. Vsem je bilo jasno, da bo zmagal tisti, ki se bo ravno prav odrinil in to tako, da bo plaval ves čas tik nad površino. Prehitre bo preveč odneslo od planetoida, prepočasni pa se bodo morali dotaknili tal in se od njih rahlo odriniti, kar podaljša čas obhoda. Uporaba raketnika je bila med dirko seveda prepovedana. Dijaki so začeli mrzlično ocenjevati primerno hitrost. Gostote niso poznali, prav tako ne polmera planetoida. Miš je privzel za gostoto $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ in za polmer $r = 1 \text{ km}$ ter izračunal čas $t_0 = 6900 \text{ s}$. Nato je izračunal začetno hitrost iz enačbe

$$v = \frac{2\pi r}{t_0}.$$

Za hitrost v je dobil oceno 1 m/s , kar je hitrost sprehajalca na Zemlji. Startali so z vzpetinice vsi hkrati. Miševa ocena krožilne hitrosti je bila prenzika, saj se je kmalu moral dotakniti tal. Zmagal je Lovro, ki je prispel

na cilj po 4335 sekundah, to je nekaj manj kot po eni uri in četrt. Nekaj dijakov se je toliko oddaljilo od tal, da so za povratek morali uporabiti raketnik. Iz Lovrovega časa so izračunali gostoto planetoida iz enačbe

$$\varrho = \frac{3\pi}{\kappa t_0^2}$$

in dobili rezultat $\varrho = 7515 \text{ kg/m}^3$. Ker se tudi Lovro pri obkrožanju nekoliko oddaljil od površine, je bil njegov sicer zmagoviti čas daljši od časa t_0 . Izračunana gostota je bila tako nekoliko manjša od prave. Dijaki so sklepali, da je planetoid zgrajen pretežno iz železa.

Andrej Likar

DRUGO SREDOZEMSKO MATEMATIČNO TEKMOVANJE

Prof. Francisco Bellot Rosado iz Španije, eden od dveh predstavnikov za Evropo v *Svetovni zvezi nacionalnih matematičnih tekmovanj*, je na *mednarodni matematični olimpiadi* v Mar del Plati v Argentini julija 1997 dal pobudo za uvedbo *matematičnega tekmovanja sredozemskih držav*. Predstavnikom sredozemskih držav je predstavil tudi predlog pravil, podoben pravilom tekmovanja, v katerem sodelujejo Španija, Portugalska in države Latinske Amerike. Po prejetih pripombah in usklajevanjih je bilo vse pripravljeno za preskusno tekmovanje v aprilu leta 1998. Tedaj so od naših tekmovalcev prejeli bronasto odličje Matija Mazi z Gimnazije Bežigrad, Tomaž Kosem in Jure Kališnik s ŠC Celje – Splošna in strokovna gimnazija Lava ter Martin Milanič z Gimnazije Koper, pohvalo pa Matjaž Titan z Gimnazije Murska Sobota in Dušan Jan z Gimnazije Tolmin.

Od leta 1999 dalje lahko na tekmovanju poleg sredozemskih držav sodelujejo tudi sredozemskim sosednje države. V ekipi posamezne države sme uradno sodelovati največ 10 tekmovalcev, drugi rešujejo naloge izven konkurence. Poročilo o tekmovanju se skupaj z rezultati ter izdelki in prevodi prvo, tretje in sedmouvrščenega tekmovalca pošlje posebni skupini, ki jo trenutno vodi prof. Bellot. Ta nato predlaga seznam tekmovalcev, ki naj bi prejeli priznanja, predlog pa je sprejet, če se z njim strinja večina članov komisije, v kateri je po en predstavnik vsake sodelujoče države. Podoben postopek je pri izboru nalog: vsaka država lahko pošlje omenjeni skupini predloge tekmovalnih nalog, ta jih pregleda in izbere ter pošlje članom komisije v potrditev. Zanimivo je, da so lahko izbrane tri ali štiri naloge, čas reševanja pa je predpisan (4 ure in pol).