

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 27 (1999/2000)

Številka 3

Strani 152-154

Mojca in Matija Lokar:

POSLUŠAJMO PRAŠTEVILA

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo, matematika, praštevila, glasba, toni, računalništvo, predstavitev zvokov, MIDI.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/27/1395-Lokar.pdf>

© 2000 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

POSLUŠAJMO PRAŠTEVILA

Človeško uho ima čudovite sposobnosti. Te so tako velike, da kot dano jemljemo dejstva, da znamo razločevati glasove, slišati posamezno besedo sredi vsesplošnega govorjenja na zabavi, razločiti zvok flavte sredi igranja ostalega orkestra. Pravzaprav bi lahko rekli, da ima naše uho velike sposobnosti prepoznavanja vzorcev. Zato bi svoje slušne sposobnosti lahko uporabili tudi zato, da bi npr. zaslišali določene vzorce v ogromnih količinah podatkov, predstavljenih z zvoki.

Ameriški matematik Caldwell je uporabil posebno shemo za poslušanje zaporedij praštevil, da bi s pomočjo zvoka ugotovil, kakšne lastnosti imajo. Končno, saj pogosto uporabljamo uho, da ugotovimo, kaj bi utegnilo biti narobe v delovanju motorja, oziroma stresemo škatlo, da bi po zvoku ugotovili njeno vsebino.

Za predstavitev zvokov v računalništvu pogosto uporabljamo specifikacijo MIDI (Musical Instrument Digital Interface). Z njo posameznemu tonu priredimo številko. Tako je npr. C predstavljen kot 60, Cis kot 61, D je 62 in tako naprej za skupno 128 tonov. Tako predstavitev je Caldwell uporabil za poslušanje praštevil. Ker je praštevil neskončno, na voljo pa le 128 tonov, je uporabil le ostanke pri deljenju, tako imenovano modularno aritmetiko. Če je kot delitelj uporabil npr. 7, bi za zaporedje praštevil 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... zaigrali 2, 3, 5, 0, 4, 6, 3, 5, 2, ... Ker pa imajo ti toni v skali MIDI prenizko frekvenco, da bi jih dobro slišali, je Caldwell dodal še konstanto 55 in se tako postavil na sredino lestvice. Tako je prvo praštevilo, 2, zaigrano kot ton A (57 po standardu MIDI). Ker je pri deljenju s 7 možnih le 7 ostankov, imamo seveda na voljo le 7 tonov. Na sliki vidimo skladbi Praštevila po modulu 7 in Praštevila po modulu 6.

The primes modulo seven (Chris Caldwell, 1997)



The primes modulo six (Chris Caldwell, 1997)



Dosedaj smo določali le višino tona. Trajanje tonov je bilo enako. Z razmikom med praštevili pa lahko predstavimo tudi dolžino tona. Med prvima dvema prašteviloma 2 in 3 ni razmika, razmik 1 je med 3 in 5 ter 5 in 7, razmik 3 pa med 7 in 11. Velja, da je povprečna dolžina razmika med praštevili, manjšimi ali enakimi n , enaka naravnemu logaritmu iz n . Ostajajo pa odprta vprašanja, kako so ti razmiki porazdeljeni, kako veliki so in podobno. Ne glede na to razmik lahko uporabimo za določitev dolžine tona. Caldwell se je odločil, da naj ton traja sorazmerno dolžini razmika do naslednjega praštevila v zaporedju, deljeno z naravnim logaritmom iz tega praštevila. Na ta način je nastalo nekaj skladb, katerih notne zapise vidimo na slikah.

The primes modulo 41 with prime gap tempo (Chris Caldwell, 1997)

The primes modulo 41 with prime gap tempo (Chris Caldwell, 1997)
(Starting with the prime 1,000,003)

Več o poslušanju praštevil in drugih števil lahko preberemo na Internetu na straneh

http://www.sciencenews.org/sn_arc98/6_20_98/mathland.htm

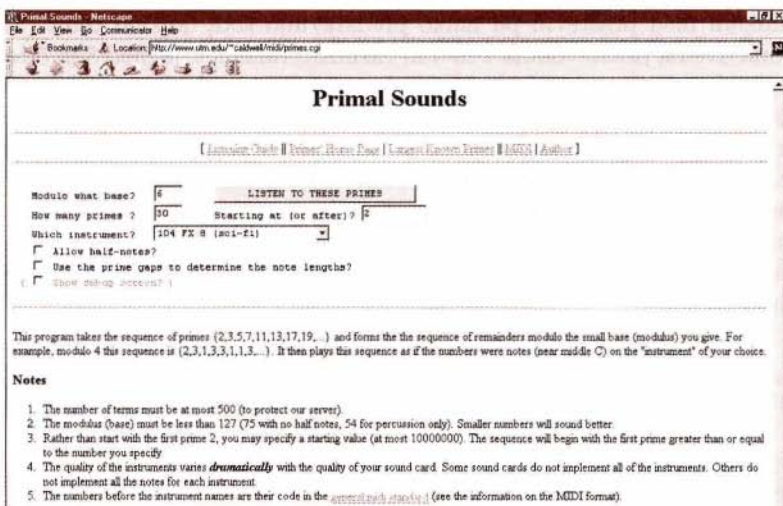
in

<http://www.utm.edu/research/primes/programs/music/listen/>.

Mimogrede bomo lahko prebrali še marsikatero zanimivost o praštevilih. Na strani

<http://www.utm.edu/caldwell/midi/primes.cgi>

pa je Caldwell pripravil program, s katerim si sami zaigramo skladbo, nastalo po zgoraj opisanem vzorcu.



Mojca in Matija Lokar

STALIMO SNEG! – Rešitev s str. 66

V prejšnji številki Preseka smo predlagali udoben način odstranjevanja snega, in sicer tako, da zapadli sneg stali kar elektrika. Spraševali smo se po moči grelne naprave, ki bi v desetih urah stalila pol metra debelo snežno oddejo svežega snega na dvorišču z dolžino 10 m in širino 4 m. Če računamo, da ima sveže zapadli sneg gostoto 100 kg/m^3 , pade na dvorišče s površino 40 m^2 2000 kg snega. Ker moramo kilogramu snega dovesti 334 kJ toplote, da ga stalimo, potrebujemo 668 MJ ali 186 kWh električne energije. Potrebujemo torej grelec z močjo najmanj 18,6 kW, saj moramo greti trdna tla. To je za gospodinjstvo zelo velika moč, saj premorejo gospodinjski stroji le nekaj kilovatov.

Stroška za elektriko za vso zimo pri takem gretju ni težko izračunati, če vemo, da stane 1 kWh 10 tolarjev in pade na dvorišče 8000 kg snega (v Sloveniji pade na kvadratni meter nekaj več kot 1000 litrov vode, v zimskem času torej približno 200 kg). Za taljenje porabimo torej $8000 \text{ kg} \cdot 334 \text{ kJ/kg} = 2672 \text{ MJ} = 742 \text{ kWh}$, kar stane okrog 7420 tolarjev. Račun bo nekaj večji, saj za taljenje porabimo nekaj več energije, pa tudi cena kWh je preko dneva skoraj dvakrat višja od privzete.

Andrej Likar