

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 26 (1998/1999)

Številka 2

Strani 98-102

Janez Strnad:

ELEKTRIČNI TOK PO KOVINI IN ELEKTRONI

Ključne besede: fizika, električni tok, električni naboj, elektroni, prevodniki, baker.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/26/1367-Strnad.pdf>

© 1998 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ELEKTRIČNI TOK PO KOVINI IN ELEKTRONI

V eni od prejšnjih številčk smo v Preseku že pisali o naboju in toku po kovini (bakru). Izhajali smo iz predstave o negativni tekočini in pozitivni trdnini. Čeprav je ta starinska predstava morda delovala okorno, je omogočila, da smo vsaj okvirno razumeli nekatere pojave in izračunali nekaj zanimivih količin. Vendar ta predstava ni zadovoljiva. Vemo namreč, da je snov zgrajena iz atomov. Atome sestavljajo pozitivno naelektrena jedra in negativni elektroni. Iz atoma nastane pozitiven ion, ko odda elektron. Negativno tekočino sestavljajo torej elektroni in pozitivno trdnino ioni.

Ali naj si pri električnem toku po kovini predstavljamo zvezno, to je neomejeno deljivo, negativno tekočino ali elektrone? Podobno vprašanje se pojavi pri toku vode po cevi. Ali naj si pri vodnem toku predstavljamo zvezno snov ali molekule, kako se prerivajo po cevi? Pogosto je dovolj, če privzamemo, da je snov zvezna, in si molekul ni treba predstavljati. Seveda pa na molekule pri toku ne moremo čisto pozabiti, ko pa vemo, da vode ne moremo neomejeno deliti. Nekaterih pojavov pri toku vode po cevi pa tudi z molekulami ni lahko pojasniti. Podobno je tudi pri električnem toku po kovini pogosto dovolj, če naboj privzamemo za zveznega, in si elektronov ni treba predstavljati. Tako smo ravnali v prejšnjem zapisu. Na elektrone in ione pa ne moremo čisto pozabiti, ko vemo, da električnega naboja ne moremo neomejeno deliti. Tudi nekaterih pojavov pri električnem toku v kovini ni lahko pojasniti z elektroni in ioni.

V atomski sliki tok opišemo z gibanjem naelektrenih delcev, ki jih v tej zvezi imenujemo *nosilci naboja*. Ker pri električnem toku v kovini snov ne potuje, privzamemo, da so nosilci naboja enega znaka, in to elektroni. Če bi potovali ioni, bi opazili elektrolizo. S tem se sklada izid Tolmanovega poskusa z zaviranjem vodnika, ki smo ga že omenili. V atomski sliki je pomemben podatek število elektronov N . Število ionov v dani prostornini se ujema s številom elektronov. Naboj elektronov je $-e = -Ne_0$, če je $-e_0$ naboj elektrona. Ustrezna masa elektronov je Nm_0 , če je m_0 masa elektrona. Iz Tolmanovega merjenja sledi

$$\frac{e_0}{m_0} = \frac{Ne_0}{Nm_0} = \frac{e}{m_s} = 1,5 \cdot 10^{11} \frac{\text{As}}{\text{kg}}.$$

Specifični naboj elektrona, kot imenujemo kvocient absolutne vrednosti naboja elektrona in njegove mase, je pred sto enim letom pri poskusih s katodnimi žarki določil Joseph John Thomson. Danes bi rekli, da je meril odklon curka hitrih elektronov v električnem in magnetnem polju v

vakuumu. S takšnim merjenjem dobimo natančnejši podatek za specifični naboj elektrona $1,76 \cdot 10^{11}$ As/kg.

V prejšnjem zapisu smo upoštevali, da se pri elektrolizi skozi raztopino kisline, baze ali soli pretoči *Faradayev naboj* $e_F = 96 \cdot 10^6$ As, ko se na elektrodi izloči kilomol enovalentnega elementa. Zdej Faradayev naboj $e_F = N_A e_0$ izrazimo z Avogadrovim številom $N_A = 6,0 \cdot 10^{26}$, to je s številom delcev v kilomolu. S tem nabojem in s specifičnim nabojem dobimo absolutno vrednost naboja in maso elektrona

$$e_0 = \frac{e_F}{N_A} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}, \quad m_0 = \frac{M}{N_A} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}.$$

Ni prostega delca z manjšo absolutno vrednostjo naboja, zato imenujemo e_0 *osnovni naboj*.

Pozitivna trdnina miruje, negativna tekočina pa se po vodniku giblje, če vzpostavimo med njegovi krajišči napetost. V atomski sliki si ne moremo predstavljati, da elektroni v vodniku mirujejo, četudi ni napetosti med njegovima krajiščema. Ne moremo namreč doseči, da bi imel elektron kinetično energijo 0. Za prvo silo ocenimo povprečno kinetično energijo elektrona s $6 \cdot 10^{-21}$ joula. Kvadratni koren iz dvojne povprečne kinetične energije, deljene z maso, dá mero za povprečno velikost hitrosti. Z zapisanim podatkom jo ocenimo na 100 km/s.

Povprečna kinetična energija molekule v enoatomnem plinu je

$$\frac{1}{2} m_0 \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Pri tem je $\langle v^2 \rangle$ povprečje kvadrata hitrosti molekul, T absolutna temperatura in $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K = R/N_A Boltzmannova konstanta. R je splošna plinska konstanta. Pri sobni temperaturi dobimo za povprečno kinetično energijo $6 \cdot 10^{-21}$ J. Če uporabimo enačbo za elektrone, je mera za njihovo povprečno velikost hitrosti $(\langle v^2 \rangle)^{1/2} = (3kT/m_0)^{1/2} = (3RT/M_s)^{1/2}$.

Enačbo uporabimo tudi za ione z vsaj 1800-krat večjo maso in ugotovimo, da je njihova povprečna velikost hitrosti $(3RT/M)^{1/2}$ vsaj $\sqrt{1800}$ -krat, to je približno štiridesetkrat, manjša.

V kovini se gibanje elektronov po naravi razlikuje od gibanja ionov. Ioni so vezani na svoje ravnovesne lege v kristalu in se od njih ne oddaljijo,

se pravi, da okoli njih nihajo. Povprečne komponente njihove hitrosti v treh, med seboj pravokotnih smereh so enake nič. Elektroni pa niso vezani na ravnovesne lege in se neurejeno gibljejo po kristalu, podobno kot molekule plina po posodi. Toda tudi za elektrone so povprečne komponente hitrosti v treh, med seboj pravokotnih smereh enake nič, če na odseku vodnika ni napetosti. Elektroni v kovini ne potujejo, če na odseku vodnika ni napetosti. Ko priključimo na odsek vodnika napetost, postane povprečna komponenta hitrosti v smeri od negativnega krajišča vodnika do pozitivnega krajišča različna od nič. Za to komponento smo zadnjič naračunali $\frac{3}{4}$ mm/s. To je zelo malo v primeri s hitrostjo 100 km/s.

Zamislimo si čebelji panj, v katerem letajo čebele sem in tja s povprečno velikostjo hitrosti 1 m/s. Povprečne komponente hitrosti v treh, med seboj pravokotnih smereh so enake nič. Potem naložimo panj na voziček in ga odpeljemo. Komponenta hitrosti čebel v smeri vožnje je različna od nič in enaka hitrosti vozička, komponenti v smereh pravokotno na smer vožnje pa sta še naprej enaki nič. Voziček bi se gibal s stotimilijonino povprečne velikosti hitrosti čebel, to je okoli 3 decimetre na leto. Tolikšna bi bila povprečna komponenta hitrosti elektronov, če bi čebele ustrezale elektronom.

Baker je na 29. mestu periodne preglednice, se pravi, da ima nemoten atom bakra 29 elektronov. Ko odtrgamo najšibkeje vezani elektron od atoma, preostane ion z enim pozitivnim osnovnim nabojem, ki vsebuje 29 pozitivnih osnovnih nabojev v jedru in 28 elektronov in ki niha okoli ravnovesne lege v kristalu. 29. elektron vsakega atoma prispeva k prevajanju naboja. Tem elektronom, ki so torej nosilci naboja, pravimo *prevodniški elektroni*.

S prevodniškimi elektroni in ioni opišimo naelektren ploščati kondenzator. Na plošči, ki je zvezana s pozitivnim priključkom, se pojavi primanjkljaj prevodniških elektronov in na njej prevlada naboj pozitivnih ionov. Na negativni plošči se pojavi enako velik presežek prevodniških elektronov in njihov naboj prevlada naboj ionov. Na ploščah s ploščino po 100 cm^2 v razmiku 1 mm se pri napetosti 1000 V nabereta naboja okoli 10^{-8} As in -10^{-8} As. Če vzamemo, da sta plošči debeli po 0,1 mm, je naboj vseh prevodniških elektronov v vsaki od njiju $1,4 \cdot 10^4$ As. Potemtakem se je samo vsak bilijonti prevodniški elektron s pozitivne plošče preselil na negativno ploščo.

Skozi presek S vodnika se pretoči v času t naboj prevodniških elektronov z absolutno vrednostjo $e = e_0(N/V)V = e_0(N/V)Svt$. Iz te zveze izhaja za tok $I = e/t$ na enoto preseka

$$\frac{I}{S} = \frac{(e/t)}{S} = e_0 \frac{N}{V} v,$$

če je v komponenta povprečne hitrosti prevodniških elektronov od negativnega k pozitivnemu priključku vodnika. N/V je gostota nosilcev naboja, v našem primeru prevodniških elektronov. Enačbo dobimo tudi, če v ustrezno enačbo za negativno tekočino vstavimo gostoto naboja prevodniških elektronov: $\rho_e = e_0(N/V)$. Pri tem je N/V gostota (števila) prevodniških elektronov. Iz zapisane enačbe brez težav izračunamo navedeno komponento povprečne hitrosti, če za ploskovno gostoto toka vstavimo $I/S = 10^7 \text{ A/m}^2$ in izenačimo gostoto prevodniških elektronov z gostoto atomov bakra $N_a/V = N_a m/V M = N_a \rho_s/M$. Pri tem je gostota bakra $\rho_s = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ in masa kilomola bakra $M = 63,5 \text{ kg}$. Za gostoto atomov v bakru in gostoto prevodniških elektronov dobimo s temi podatki $N/V = 8,4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

Enačbo razvijemo dalje. Upoštevamo, da je komponenta povprečne hitrosti tem večja, čim večja je napetost U med krajiščema vodnika in čim manjša je dolžina vodnika l , torej $v = \beta U/l$. Sorazmernostni koeficient $\beta = lv/U$ z enoto m^2/Vs je giblivosť prevodniških elektronov. Napetost med krajiščema vodnika pa je po Ohmovem zakonu sorazmerna s tokom: $U = RI$. Sorazmernostni koeficient je upor R , ki je tem večji, čim večja je dolžina vodnika l in čim manjši je njegov presek S , torej $R = \zeta l/S$. Sorazmernostni koeficient $\zeta = RS/l$ z enoto Ωm ali $\Omega\text{mm}^2/\text{m}$ je *specifični upor*. Vse to upoštevamo na desni strani zapisane enačbe

$$I/S = e_0(N/V)\beta U/l = e_0(N/V)\beta \zeta I/S$$

in izrazimo obratno vrednost specifičnega upora ali *električno prevodnost*

$$\frac{1}{\zeta} = e_0 \beta \frac{N}{V}.$$

Prevodnost je tem večja, čim večji je naboj, čim večja je giblivosť in čim večja je gostota nosilcev naboja. Z enačbo lahko izračunamo giblivosť, če poznamo specifični upor in gostoto nosilcev naboja. S podatkom za specifični upor bakra pri sobni temperaturi $\zeta = 0,017 \Omega\text{mm}^2/\text{m} = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ in prejšnjim podatkom za gostoto nosilcev naboja dobimo za giblivosť prevodniških elektronov v bakru $\beta = 0,004 \text{ m}^2/\text{Vs}$.

Z atomsko sliko podrobneje opišemo električni tok po kovinah, kakršni sta baker in srebro, kot s sliko z zveznima električnima snovema. Vendar ima naša preprosta inačica atomske slike precej pomanjkljivosti. Omenimo glavne.

Baker je v nekaterih spojinah enovalenten in v drugih dvovalenten. Zato nas ne preseneti, da je prevodniških elektronov v njem nekoliko več kot atomov, in sicer pride na atom bakra v povprečju $1\frac{1}{3}$ prevodniškega elektrona. V tem primeru tretjina ionov bakra nosi po dva pozitivna osnovna naboja. Zaradi tega je gibljivost prevodniških elektronov v bakru $3,2 \text{ m}^2/\text{Vs}$, to je $\frac{3}{4}$ vrednosti, ki smo jo izračunali prej. Podobno je v srebru.

Gibanja elektronov v kovini ne moremo opisati tako, kot opišemo gibanje molekul plina v posodi, in povprečne kinetične energije prevodniškega elektrona ne izračunati z enačbo za molekulo v plinu. Gibanje elektronov moramo opisati v osnovi drugače in upoštevati, da niti dveh prevodniških elektronov ne moremo medsebojno razločiti. Povprečna kinetična energija prevodniškega elektrona je skoraj neodvisna od temperature in več kot stokrat večja od navedene. Zato je povprečna velikost hitrosti več kot desetkrat večja od navedene.

V tej sliki ni lahko pojasniti električnega upora kovine. Po periodičnem kristalu brez napak bi se prevodniški elektroni gibal brez upora. Upor je posledica neurejenega nihanja ionov in nepravilnosti, na primer nečistoč.

Kovina	ρ_s	M	N_a/V	N/V	β
baker	$8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	63,5 kg	$8,4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$	$11,4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$	$0,0032 \text{ m}^2/\text{Vs}$
srebro	$10,5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$	107,8 kg	$5,8 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$	$7,4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$	$0,0052 \text{ m}^2/\text{Vs}$

Nekaj podatkov za baker in srebro: gostota snovi ρ_s , masa kilomola M , gostota atomov N_a/V , gostota prevodniških elektronov N/V in gibljivost β .

Janez Strnad

TOMBOLA

Mali Martin se je odločil, da bo za svoj rojstni dan povabil nekaj prijateljev, jih primerno pogostil in priredil preprosto tombolo. Tombolo si je zamislil takole. Vsak udeleženec dobi tablico, na kateri so po vrsti v treh vrsticah po tri napisana števila od 1 do 9. V vsaki vrstici je eno od števil obkroženo (glej sliko na naslednji strani, na kateri so prikazane 3 izmed 27 možnih tablic).