

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 25 (1997/1998)

Številka 4

Strani 226-227

Andrej Likar:

## TEK IN MOČ

Ključne besede: fizika, mehanika, kinematika, tek, delo, moč, zračni upor.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/25/1340-Likar.pdf>

© 1998 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

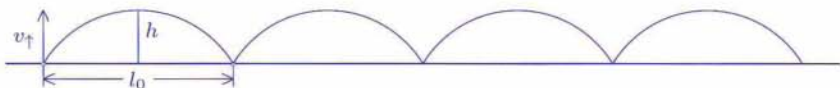
© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## TEK IN MOČ

Izkušnje kažejo, da je za hiter tek potrebna velika moč. Tekači na kratke proge dosegajo največje hitrosti. Vsi po vrsti imajo izjemno razvite mišice na nogah. Tudi v živalskem svetu so hitri tekači močne živali, spomnimo se konj in divjih mačk. Kako sta pri teku povezana hitrost in mehanična moč, ki jo živali in človek lahko razvijejo? Odgovor na to vprašanje gotovo ni preprost, saj je tek zapleteno gibanje. Ker pa nam gre le za grobe ocene, se poenostavitev ne bomo prehudo bali.

Pri razmišljanju bomo najprej odmislili zračni upor, saj vemo, da je tek naporen tudi pri hitrostih, kjer zračnega upora praktično ne čutimo. Bistvena sila, ki jo moramo pri počasnem teku premagovati, je teža. Tek je namreč zaporedje skokov, pri katerih se tekač odriva naprej in navzgor (slika 1). Pri pristanku skoraj vso kinetično energijo zaradi hitrosti navzdol izgubi z zaviranjem, na njen račun se grejejo mišice. Neznaten del energije, ki se naloži v prožnostno energijo copat in podlage, bomo zanemarili. Pri ponovnem odrivu mišice odrinejo telo navzgor in pri tem opravijo delo.



Slika 1. Tek je zaporedje skokov z višino  $h$  in dolžino  $l_0$ . Navpično komponento hitrosti tik po skoku smo označili z  $v_{\uparrow}$ .

Ni težko izračunati povprečne moči tekača zaradi poskakovanja navzgor. Dobimo jo tako, da delo mišic pri potiskanju navzgor delimo s časom med skokoma. Pri računu je pomembna le navpična komponenta hitrosti  $v_{\uparrow}$  tik po skoku. Delo mišic je enako kinetični energiji telesa  $A = W_k = \frac{1}{2}mv_{\uparrow}^2$ , zato je povprečna moč

$$P = W_k/t = \frac{1}{2}mv_{\uparrow}^2/t = \frac{1}{4}mgv_{\uparrow}.$$

V zadnji vrstici smo upoštevali, da je čas med dvema dotikoma tal  $t = 2v_{\uparrow}/g$ , kar dobimo iz enačbe za čas dviganja  $gt_d = v_{\uparrow}$  in  $t = 2t_d$ . Čas spuščanja je namreč enak času dviganja, oba časa skupaj pa sta ravno enaka celotnemu času, ko je telo v zraku. Enačba za moč jasno pove, da bomo porabili najmanjšo moč takrat, ko bo navpična komponenta hitrosti tik po odrivu  $v_{\uparrow}$  enaka nič. Takšen "tek" pa zmorejo le vozila s

kolesi. Pogostost skokov  $\nu = 1/t = g/2v_{\uparrow}$  se namreč tedaj, ko gre navpična komponenta hitrosti  $v_{\uparrow}$  proti nič, veča preko vseh meja. Pri teku pa je pogostost  $\nu$  omejena, saj je povezana z gibanjem nog: v enem nihaju nog naredimo dva poskoka, torej velja  $2\nu_n = \nu$ . Pri teku na sto metrov je  $\nu = 5 \text{ s}^{-1}$ , zato je moč 80 kg težkega atleta, ki je potrebna za premagovanje teže, enaka  $P = m \frac{g^2}{8\nu} = 200 \text{ W}$ .

Naslednji porabnik moči so noge, ki jih moramo med tekom premikati. Iz skrajne lege jih moramo najprej pospešiti do maksimalne hitrosti, ko se dotaknejo tal, nato pa jih spet zavirati. Pri zaviranju tudi tokrat izgubimo kinetično energijo, na njen račun se segrejejo mišice. Potem moramo nogo v zraku potegniti v nasprotno stran in jo spet zavirati, da doseže skrajno lego naprej. To pa se dogaja pri skrčeni nogi, hitrost noge je pri povratku bistveno manjša, zato bomo ta del cikla zanemarili. Nekaj malega pri zaviranju in pospeševanju opravi tudi teža, a bomo njen prispevek prav tako zanemarili. Celotni cikel se zgodi v času  $2t$ , težišče noge pa moramo pospešiti od mirovanja do največje hitrosti, ko ima stopalo hitrost  $v$ , gledano v opazovalnem sistemu, v katerem tekač miruje. Tu smo z  $v$  označili hitrost tekača v vodoravni smeri. Ker velja enako za drugo nogo, je delo mišic enako  $A = 2W_k$ . Gibanje nog je zapleteno, a ne bomo hudo zgrešili, če upoštevamo, da se giblje le del noge od kolena navzdol. Tako je izraz za največjo kinetično energijo hitro pri roki:  $W_k = m(\frac{3}{4}v)^2/2$ . Moč pa je enaka  $P = \frac{2W_k}{2t} = \frac{9}{32}mv^2\nu = 168 \text{ W}$ . Maso spodnjega dela noge smo ocenili na 3 kg. Zaradi zanemaritev vzemimo, da je ta moč 200 W.

Na tekača deluje še zračni upor. Moč zaradi upora je  $P = F_u v$ , kjer je  $F_u$  sila upora. Določimo jo iz enačbe za kvadratni zakon upora  $F_u = \frac{1}{2}\rho v^2 c_u S$ , kjer je  $\rho$  gostota zraka,  $S$  ploščina največjega profila telesa,  $c_u$  pa koeficient, ki je odvisen od oblike gibajočega se telesa. Za človeško telo vzamemo  $S = 0,7 \text{ m}^2$ ,  $c_u = 0,8$  in dobimo  $P = 340 \text{ W}$ .

Celotna moč, ki jo mora razviti tekač na kratke proge, je torej 740 W. Ta ocena pa je spodnja meja, saj smo za hitrost privzeli  $10 \text{ ms}^{-1}$ , kar je približna vrednost za povprečno hitrost teka na sto metrov. Po začetnem pospeševanju je hitrost  $12 \text{ ms}^{-1}$ , kar za moč pri premagovanju upora da že blizu 600 W. Nismo upoštevali ne gibanja rok ne začetnega pospeševanja. Ocene moči so posebno za gibanje nog in premagovanje zračnega upora precej negotove. Vidimo pa, da je tek na kratke proge res le za izjemno močne atlete, ki lahko delajo deset sekund z močjo blizu enega kilovata.