PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **25** (1997/1998)
Številka 2
Strani 108–110

Andrej Likar:

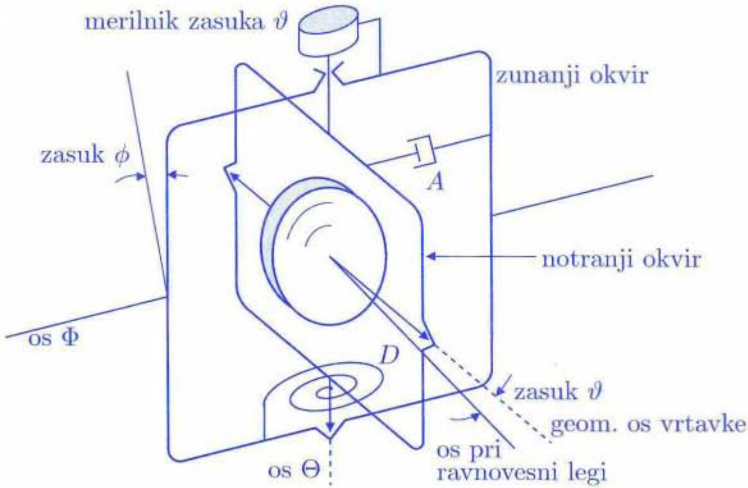
ŽIVALSKI ŽIROSKOP

Ključne besede: fizika, vrtavka, žiroskop.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/25/1330-Likar-ziroskop.pdf

ŽIVALSKI ŽIROSKOP

Vrtavka je zanimiva igrača, če pa jo vpnemo, kot kaže slika 1, postane žiroskop (giroskop). Notranji okvir, ki nosi vrtavkino geometrijsko os, je vrtljivo vpet v zunanji okvir. Os, okoli katere se lahko vrti notranji okvir, imenujmo Θ. Ta os je glede na zunanji okvir nepremična. Zunanji okvir pa se lahko vrti le okoli osi Φ. Vrtavka s polmerom nekaj centimetrov se v sekundi zavrti tudi štiristokrat okoli geometrijske osi.



Slika 1. Vrtavka kot del žiroskopa. Vzmet D in dušilka A povezujeta zunanji in notranji okvir. Zaradi zasuka okrog osi Φ se zasuče notranji okvir okrog osi Θ, zasuk je sorazmeren s kotno hitrostjo $\Omega = \frac{d\phi}{dt}$.

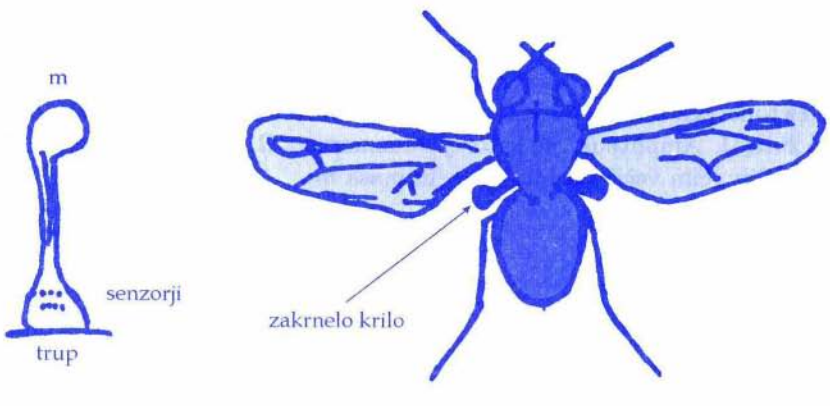
Med notranjim in zunanjim okvirom je še vijačna vzmet D, ki sili notranji okvir v ravnovesno lego. Da se notranji okvir kar se da hitro umiri v tej legi, je njegovo gibanje dušeno, kar ponazorimo z dušilko A.

Zunanji okvir togo povežemo s telesom, ki mu želimo meriti kotno hitrost Ω okoli osi Φ. Spomnimo se, da je kotna hitrost kvocient med kotom $d\phi$, za katerega se zasuče telo v času dt, in tem časom $\Omega = \frac{d\phi}{dt}$. Ko se telo vrti, se notranji okvir izmakne iz ravnovesne lege in umiri pri kotu ϑ, ki je sorazmeren s kotno hitrostjo telesa Ω. Ta kot lahko natančno merimo in nato določimo kotno hitrost Ω.

Žiroskope najpogosteje uporabljajo v letalih in raketah, pa tudi pri orientaciji. Podatki o vrtenju letala ali rakete v prostoru so nujni pri pilotiranju, kotne hitrosti pa ne moremo meriti neposredno z opazovanjem vrtenja in merjenjem kota ϕ ali štetjem obratov, ki jih naredi telo v danem času.

Računska obravnava žiroskopa presega okvir Preseka. V grobem lahko rečemo, da deluje zaradi vztrajnosti, saj vrtavka ohranja geometrijsko os v prostoru, če nanjo ne deluje zunanji navor. Ko zasučemo zunanji okvir, moramo nanj delovati z navorom. Vrtavka se odzove tako, da premakne notranji okvir. Nekaj občutka o delovanju žiroskopa dobimo, ko se igramo s kolesom bicikla. Os vrtečega kolesa skušamo zasukati, pri tem pa smo pozorni na navor, s katerim moramo delovati na os.

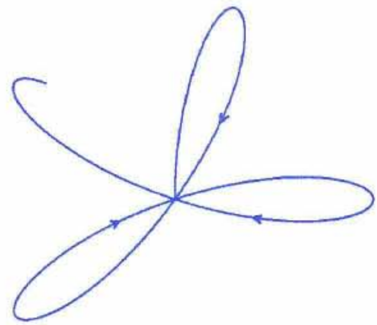
Preprostejše so razmere pri žiroskopu na nihalo, ki ga uporabljajo muhe pri letu. Čeprav nam ti insekti niso pri srcu, vseeno občudujemo njihovo neverjetno okretnost v zraku. Pri letu jim pomaga "živalski žiroskop". Muhe so dvokrilci (Diptera), imajo le dvoje letalnih kril, drugi par je zakrnel (slika 2). Prav ta zakrneli par ima pomembno nalogo pri mušjem letu, saj deluje kot žiroskop. Krila so se pri tem paru spremenila v kijca z odebeljenim zgornjim delom in množico senzorjev mehanične napetosti v korenu ob trupu. Pri letu nihata kijca z enako frekvenco kot letalni krili. Pri zavojih so senzorji periodično vzdraženi, kar žuželkam pomaga pri letu. Ko so jim odstranili kijce, je bil let negotov, večinoma se je končal z divjim vrtenjem in strmoglavljenjem.



Slika 2. Zakrneli par kril je spremenjen v žiroskop. Podrobneje vidimo kijec s senzorji na povečani sliki.

Oglejmo si gibanje enega kijca. Da bodo računi kar se da preprosti, si mislimo namesto kijca kroglico z maso m in zelo lahko, skoraj togo prečko, ki povezuje kroglico s trupom. Kroglica naj pri premem letu muhe niha harmonično s krožno frekvenco ω.

Mislimo si, da se ravnina, v kateri nihata kroglica in prečka, suče s kotno hitrostjo Ω okoli osi, ki je pravokotna na tir in gre skozi ravnovesno lego. Gibanje kroglice je v tem primeru zamotano (tir vidimo na sliki 3). Na kroglico deluje poleg sile, sorazmerne z odmikom, še dodatna nihajoča sila prečke. Ta poskrbi, da kroglica sledi nihajni ravnini. Sila je največja pri prehodu nihala skozi mirovno lego in je pravokotna na tir delca (glej sliko 3). Zaradi te sile se pri muhi deformira kijec, to pa zaznajo senzorji v njegovem korenu.



Slika 3. Tir kroglice pri nihalu, ki se mu suče nihajna ravnina. Kroglica se začne gibati navzgor.

Do amplitude sile pridemo tako, da opazujemo kroglico le pri prehodu skozi ravnovesno lego. Takrat ima kroglica hitrost $v_0 = r_0\omega$, kjer smo z r_0 označili amplitudo nihanja. Po kratkem času dt se ravnina zasuče za kot Ωdt, kroglica pa se iz izhodišča premakne za $v_0 dt$. Sprememba hitrosti dv pravokotno na prvotno smer je zato $v_0(\Omega dt) + (v_0 dt)\Omega = 2v_0\Omega dt$. Prvi člen opiše spremembo hitrosti zaradi zasuka ravnine, drugi pa dodatno tangencialno hitrost, ki jo dobi telo, ker je oddaljeno iz izhodišča. Iz Newtonovega zakona potem dobimo amplitudo sile $F_0 = ma = mdv/dt = 2mv_0\Omega$. Amplituda sile je torej sorazmerna z Ω, žiroskop pa je tem bolj občutljiv, čim večji sta hitrost v_0 in masa m.

Andrej Likar

POENOSTAVI

Poenostavi izraza

$$\left(1-\frac{1}{1}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{100}\right)$$

in

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{99}\right).$$

Marija Vencelj