

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **24** (1996/1997)

Številka 6

Strani 368-369

Matija in Mojca Lokar:

ALENKA TEKMUJE Z BRIGITO BUKOVEC

Ključne besede: računalništvo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/24/1320-Lokar.pdf>

© 1997 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ALENKA TEKMUJE Z BRIGITO BUKOVEC

Na atletskem stadionu je Alenka srečala Brigito Bukovec. Beseda je dala besedo in domenili sta se, da bosta tekmovali v teku na 100 m. Brigita preteče 100 m v 10 sekundah¹, Alenka pa potrebuje še enkrat toliko, torej 20 sekund. Da bi bila tekma zanimivejša, da Brigita Alenki prednost 10 m. Čez koliko sekund in kje bo Brigita prehitela Alenko?

Razdaljo, na kateri sta dekleti v času t , zapišemo s formulo

$$s(t) = v \cdot t + s_0,$$

kjer je v hitrost in s_0 začetna razdalja. Brigitina hitrost je $\frac{100}{10}$ m/s = 10 m/s, Alenkina pa $\frac{100}{20}$ m/s = 5 m/s. Definirajmo razdaljni funkciji za obe dekleti:

$$m_{\text{brigita}}(t) := 10 t + 0$$

$$m_{\text{alenka}}(t) := 5 t + 10.$$

Enačba za čas, ko Brigita ujame Alenko, se torej glasi

$$10 \cdot t = 5 \cdot t + 10.$$

Odštejemo $5t$,

$$5 \cdot t = 10$$

ter delimo s 5 in že smo pri rešitvi $t = 2$.

Brigita torej ujame Alenko po 2 sekundah. Toda, razmislimo:

Brigita ne bo nikoli prehitela Alenke: po 1 sekundi bo Brigita tam, kjer je Alenka začela – torej pri 10 m. V tej sekundi pa je Alenka pretekla 5 m in je sedaj pri 15 m. Brigita potrebuje še pol sekunde, da bo prišla do razdalje 15 m. Vendar v tem času Alenka preteče dodatna 2.5 m in je sedaj pri 17.5 m. Brigita potrebuje še četrta sekunde, da pride do tja, in takrat je Alenka že pri 18.75 m. ... Ne glede na to, kako dolgo nadaljujemo, vedno je Alenka vsaj malo pred Brigito.

Rešitev enačbe in “zdrava pamet” nam povesta, da Brigita prehitel Alenko. Kaj je narobe z zgornjim razmišljanjem?

Nekaj računstva nam pomaga, da izpolnimo tabelo:

¹ Res je, da je Brigita malce počasnejša. Vendar bomo tako lažje računali.

	čas od zadnjega opazovanja	skupni čas	kje je Brigita	kje je Alenka
1.	0 s	0 s	0 m	10 m
2.	1 s	1 s	10 m	15 m
3.	$\frac{1}{2}$ s	$1 + \frac{1}{2} = 1.5$ s	15 m	17.5 m
4.	$\frac{1}{4}$ s	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1.75$ s	17.5 m	18.75 m
5.	$\frac{1}{8}$ s	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1.875$ s	18.75 m	19.375 m
6.	$\frac{1}{16}$ s	1.9375 s	19.375 m	19.6875 m

Ker je nadaljevanje računanja zamudno, si pomagamo z računalnikom. Uporabili bomo program DERIVE.

Poglejmo, kaj se zgodi po 20 opazovanjih:

```
#9: RAZDOLJA(20)
op      kdaj      n_brigita      n_alenka
1       0           0              10
3       1.5       15             17.5
5       1.875    18.75         19.375
7       1.96875  19.6875      19.84375
9       1.9921875 19.921875   19.9609375
11      1.99046875 19.9046875  19.990234375
13      1.99951171875 19.9951171875 19.99755859375
15      1.9998779296875 19.998779296875 19.9993896484375
17      1.999969482421875 19.99969482421875 19.999847412109375
19      1.99999237060546875 19.9999237060546875 19.99996185302734375
21      1.9999980926513671875 19.999980926513671875 19.9999904632568359375

COMMAND: Aut Build Calculus Declare Expand Factor Help Jump soLve Manage
          Options Plot Quit Remove Simplify Transfer Unremove noVe Window approx
Enter option
Simp(#9)      C:\DERIVE\1\NBRIGITA  Free:100%  Ins      Derive XI
Algebra
```

Vidimo torej, da ne glede na to, koliko opazovanj naredimo – vedno to počnemo v času krajšem od dveh sekund! Podobno nam tretji in četrti stolpec kažeta, da bo Brigita ujela Alenko pri 20 metrih.

In kaj je torej narobe s prvotnim razmislekom?

Matija in Mojca Lokar