

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 24 (1996/1997)

Številka 4

Strani 199-200

Martin Juvan:

SESTAVLJANJE ŠTEVIL

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/24/1301-Juvan.pdf>

© 1997 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

SESTAVLJANJE ŠTEVIL

V letošnji prvi številki Preseka ste lahko prebrali nalogo, ki je spraševala, kako s števili 1, 9, 9 in 7 sestavimo čim več števil med 0 in 128. Naloge takega tipa se večkrat pojavljajo v revijah, ki objavljajo naloge iz razvedrilne matematike. Običajno so med bralci ugodno sprejete in tudi tokrat je mnogo bralcev Preseka sprejelo izziv. V naših krajih so bile še posebej priljubljene pred leti, ko so na hrvaški televiziji predvajali kviz *Brojke i slova*.

Vrnimo se k nalogi iz Preseka in k z njo povezani zgodovini. Pred več kot desetimi leti je bila v reviji *Galaksija* zastavljena nagradna naloga, ki je spraševala, kako s štirimi štiricami zapišemo vsa naravna števila od 1 do 100. (Pravzaprav je bila naloga vzeta iz decembrske številke letnika 1981 revije *Science Digest*.) Nagradne naloge v *Galaksiji* je tedaj urejal Dejan Ristanović. Reševalci so imeli največ težav z zapisi števil 13, 19, 33 in 85. Zapise teh števil si lahko ogledate na strani 229. Zanimiv prijem, ki so ga uporabili nekateri reševalci, je "računalniška" uporaba decimalnega zapisa brez ničle pred decimalno piko. Tako lahko število 55 zapišemo kot

$$55 = (4! - .4) / .4 - 4.$$

Nekaj let kasneje je isti avtor urejal rubriko *Dejanove pitalice* v računalniški reviji *Računari*. Tako se je julija 1987 v njej zopet pojavila skoraj enaka naloga. Tokrat so iskali zapis čim več prvih naravnih števil s štirimi štiricami. Najboljši reševalec je uspel s štirimi štiricami zapisati vsa števila od 1 do 334. In kako je gornja naloga povezana s Presekovo? Istega leta je bila v septembrski številki *Računarov* objavljena tudi rešitev gornje naloge, in sicer v obliki postopka, ki poišče zapis poljubnega naravnega števila s štirimi štiricami. Tak postopek je bil napovedan že pri rešitvi prvotne naloge v *Galaksiji*, a ni bil nikoli objavljen. V nadaljevanju si bomo ogledali ta postopek, le da bomo namesto štirih štiric uporabili števila 1, 9, 9 in 7.

Rešitev prihaja iz računalniških krogov. Namesto naravnih in desetiških logaritmov se v računalništvu precej pogosteje uporablja dvojiški logaritem. Današnji računalniki namreč temeljijo na dvojiškem sistemu, pa tudi pri analizi različnih postopkov, ki uporabljajo ideje, sorodne bisekciji, se dvojiškemu logaritmu ne moremo izogniti. Naravni logaritem označujemo z \ln , desetiškega z \log , ustaljena oznaka za dvojiški logaritem pa je \lg . Postopek, s katerim dobimo zapis poljubnega naravnega števila, temelji na večkratni zaporedni uporabi kvadratnega korena. Recimo, da

začnemo s številom 2. Z zaporednim korenjenjem dobimo $2, \sqrt{2}, \sqrt{\sqrt{2}}, \dots$, torej števila

$$2^{\frac{1}{2^n}} = 2^{2^{-n}}, \quad n \geq 0.$$

Še dvakrat uporabimo dvojiški logaritem, spremenimo predznak in že imamo

$$-\lg \lg 2^{2^{-n}} = -\lg 2^{-n} = -(-n) = n.$$

Začeli smo s številom 2. Kot ste gotovo že sami ugotovili, števila 2 ni težko zapisati s števili 1, 9, 9 in 7:

$$2 = 1 - \sqrt{9} - \sqrt{9} + 7 = 1 + (9/9)^7 = -1 + 9/.9 - 7.$$

Končajmo s primerom. Po gornjem postopku število 5 lahko zapišemo kot

$$5 = -\lg \lg \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{-1 + 9/.9 - 7}}}}}}.$$

No, zapis morda res ni najpreglednejši, je pa gotovo nenavaden in zanimiv.

Martin Juvan