PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **24** (1996/1997)
Številka 2
Strani 102–106

Jože Rakovec:

# SPREHOD PO MEGLI

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/24/1295-Rakovec.pdf

# SPREHOD PO MEGLI

Pred dvema letoma je bilo v Preseku (Presek 21/6), lani pa v angleški popularni reviji Weather, opisano, da smo od spredaj enako mokri, če neko razdaljo po dežju hitro pretečemo ali če jo prehodimo počasneje. Seveda pa "od zgoraj" dobimo več moče, če hodimo počasi in smo torej dalj časa na dežju.

Pri hoji po megli pa ni tako. Če hodimo, smo spredaj skoraj suhi. Razlog za to je, da se kapljice, ki lebdijo v zraku, pri razmeroma počasnem premikanju lahko skupaj z zrakom pred nami razmaknejo. Zakaj?

Najprej povejmo, da dežne kaplje padajo, meglene kapljice pa skoraj mirno lebdijo v zraku. Sila teže $F_t$ jih sicer sili navzdol in nekoliko res padajo - toda le tako hitro, da je sila upora $F_u$ enaka teži (vzgon v zraku lahko zanemarimo). Za majhno kroglico je sila upora premo sorazmerna hitrosti padanja $v$ in polmeru kroglice $r$; tedaj velja *Stokesov* linearni zakon upora $F_u = F_s = 6\pi\mu r v$ (tu je $\mu$ viskoznost zraka, okrog $1.72 \cdot 10^5\ \mathrm{kgm^{-1}s^{-1}}$). Teža kapljice pa je $F_t = mg = \rho_{\text{vode}} \frac{4\pi r^3}{3} g$ (tu je $\rho_{\text{vode}}$ gostota vode, $g$ pa težnostni pospešek). Torej iz ravnotežja

$$F_t = F_s, \tag{1}$$

$$\frac{4\pi r^3}{3} \rho_{\text{vode}} g = 6\pi\mu r v \tag{2}$$

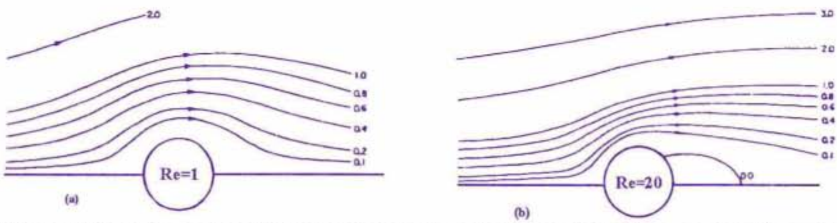
dobimo za hitrost enakomernega padanja skozi zrak

$$v = \frac{2}{9} \frac{\rho_{\text{vode}} g}{\mu} r^2. \tag{3}$$

Za tipično megleno kapljico, ki ima polmer r = 10 mikrometrov, je torej hitrost padanja skozi zrak le približno 1 centimeter na sekundo, kar je res zelo malo. To pomeni, da meglene kapljice lebdijo v zraku.

Zato bomo obravnavali le hitrost vodoravne hoje skozi meglo. Pri hoji se nam zrak "umika" s poti približno tako, kot to ponazarja slika 1. V skladu s sliko privzemimo, da je naše telo približno valjaste oblike in da nas zrak obteka podobno, kot obteka dolg valj. Iz slike ugotovimo, da je v naši bližini hitrost odmikanja zraka vstran $v_z$ le malo manjša od hitrosti hoje; zaradi preprostosti vzamemo, da je kar enaka hitrosti hoje.

Vodne kapljice imajo tisočkrat večjo gostoto kot zrak in zato tudi večjo vztrajnost. Zato se nekaj časa njihova hitrost $v_k$ prilagaja hitrosti zraka. Vsaj v začetku sta hitrosti različni in zrak potiska kapljico vstran. Spet upoštevamo Stokesov linearni zakon upora: Komponenta sile upora




Slika 1. Tokovnice za tok zraka okrog dolgega valja za dve hitrosti oz. za dve Reynoldsovi števili: $Re = 1$ in $Re = 20$; hitrost okrog enako velikega valja je v primeru b) dvajsetkrat večja kot v primeru a). Številke ob tokovnicah povedo, za kolikšen del polmera je bila kaka tokovnica oddaljena od osi skozi valj, preden se je pričela odmikati vstran.

zaradi razlike hitrosti $F_s = 6\pi\mu r(v_z - v_k)$ kapljico pospešuje vstran s pospeškom $a = \frac{\Delta v_k}{\Delta t}$:

$$ma = F_s, \tag{4}$$

$$\frac{4\pi r^3}{3}\rho_{\text{vode}}\frac{\Delta v_k}{\Delta t} = 6\pi\mu r(v_z - v_k). \tag{5}$$

Ko preteče nekaj časa, se njena hitrost že precej prilagodi hitrosti zraka. Iz gornje enačbe dobimo

$$\frac{\Delta v_k}{(v_z - v_k)} = \frac{9}{2}\frac{\mu}{\rho_{\text{vode}}r^2}\Delta t. \tag{6}$$

Če hočemo ugotoviti, kako narašča hitrost kapljice, moramo enačbo integrirati. S tem dobimo enačbo, ki pove, kako hitro se hitrost kapljice prilagaja hitrosti umikajočega se zraka:

$$v_k(t) = v_z(1 - e^{t/\tau_1}), \tag{7}$$

kjer je $\tau_1$ karakteristični čas prilagajanja hitrosti: $\tau_1 = (2/9)(\rho_{\text{vode}}/\mu)r^2$. Za megleno kapljico s polmerom 10 mikrometrov znaša ta čas le nekaj več kot tisočinko sekunde. (Za dežno kapljo s polmerom 1 milimeter bi bil ta čas dobrih 10 sekund. Torej se dežne kaplje zelo slabo umikajo; zato se ob hoji ali teku zaletimo vanje in smo spredaj mokri.)

Kako hitro se torej hitrost meglene kapljice prilagodi hitrosti zraka vstran, recimo na 99 % hitrosti zraka? Vstavimo namesto $v_k(t) = 0.99v_z$, pa dobimo

$$0.99v_z = v_z(1 - e^{t/\tau_1}), \tag{8}$$

$$0.01 = e^{t/\tau_1} \tag{9}$$

in od tod po logaritmiranju enačbe

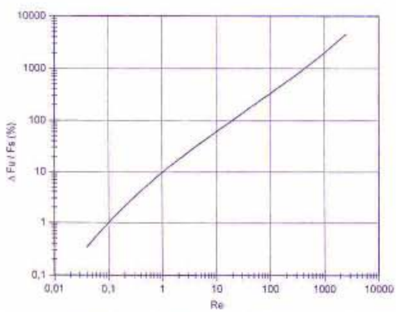
$$t_{99\%} = -ln(0.01)\tau_1 \approx 4,6\tau_1. \tag{10}$$

Torej se hitrost meglene kapljice praktično v hipu (v nekaj tisočinkah sekunde) prilagodi hitrosti zraka.

Denimo, da se mora zrak umakniti vstran za pol premera našega telesa, torej za kakih 30 cm. To se pri počasnem sprehajanju, ko je npr. hitrost $v_z = 0.3$ m/s, zgodi v eni sekundi. Ker je trajalo le nekaj tisočink sekunde, da se je hitost kapljice prilagodila hitrosti zraka, pri tem kapljice za zrakom skoraj nič ne zaostanejo (račun pokaže, da le za kak centimeter). Torej se skoraj tako hitro kot zrak, skupaj z njim, pred nami odmikajo tudi drobne kapljice.

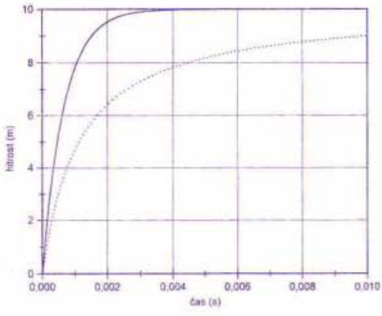
Kaj pa, če se vozimo skozi meglo s kolesom, npr. s hitrostjo 10 m/s, in je tudi hitrost vstran približno taka? Ali hitrost odmikanja vstran kaj vpliva na trke? Najprej moramo oceniti, za koliko se pri večji hitrosti poveča sila upora. Pri tem se žal podrobna obravnava zaplete, ker pri večji hitrosti tok zraka kaj hitro postane turbulenten, kar pomeni, da se v toku pojavijo najrazličnejše vijuge, sunki hitrosti, vrtinci. Mera za tovrstno lastnost toka je brezdimenzijsko *Reynoldsovo število* $Re = \frac{2rv}{\mu/\rho_{zraka}}$. Čim večje je to število, tem bolj gotovo je tok turbulenten. Ker je viskoznost zraka $\mu$ majhna, se tok zraka kaj hitro sprevrže v neurejeno gibanje.

Trdemu orehu preračunavanj tega, kakšen je v resnici tok zraka, ki ga povzročamo s svojim premikanjem, in tega, kaj se v tem toku dogaja s kapljicami, se izognemo tako, da se za približno oceno zadovoljimo s sliko 2. Ta nam pove, da je pri $Re \approx 10$ (za 10 mikrometrsko kroglico in za hitrost 10 m/s je namreč $Re \approx 10$) sila upora na kroglico približno dvakrat tolikšna kot pri počasnem gibanju, ko linearni, Stokesov zakon upora dobro velja: $F_u = 2F_s$. Zato je za polovico

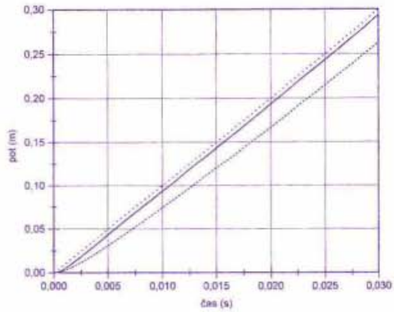



Slika 2. Povečanje upora $\Delta F_u$ zaradi turbulentnega gibanja zraka okrog vodne kapljice, glede na Stokesov upor $F_s$, ki velja za laminarno gibanje. Mera za turbulentnost je Reynoldsovo število $Re$.

krajši tudi karakteristični čas $\tau_2 = \tau_1/2$. Ker pa sprememba ni zelo, zelo velika, sklepamo, da vsaj približno še velja linearni zakon upora in da se nam tudi pri tej hitrosti večina kapljic umakne s poti (glej sliki 3 in 4).




Slika 3. Primerjava med prilagajanjem hitrosti kapljice, ko se zrak umika vstran s hitrostjo 10 m/s. Gornja krivulja velja za linearni, za faktor dva povečani Stokesov upor, spodnja pa za primer, če bi računali po kvadratnem zakonu upora.




Slika 4. Primerjava med potjo kapljice vstran po linarnem, za faktor dva povečanem Stoksovem uporu, in med potjo, ko jo v istem času opravi kapljica, če bi upoštevali kvadratni upor. Črtkano je narisana pot, ki jo vstran opravi zrak.

Včasih pa smo tudi v megli mokri. Predvsem tedaj, ko so kapljice večje in se zaradi večje vztrajnosti torej manj odmikajo. In še en vzrok je treba omeniti: Čim večja je hitrost in čim večji je premer telesa, okrog katerega teče zrak, tem večje je Reynoldsovo število in tem bolj gotovo je tok turbulenten. Okrog nas je tok sorazmerno gladek le pri res počasnem sprehajanju. Pri malo večji hitrosti pa je že precej turbulenten in tedaj je računanje pospeševanja vstran, kot smo ga naredili, vse manj upravičeno.

Pri večjih hitrostih bi zagotovo morali uporabiti kvadratni zakon upora. Da ugotovimo, kako se glede pospeševanja kapljic vstran spremene razmere, ko postane upor sorazmeren kvadratu hitrosti, si ponovno oglejmo sliki 3 in 4. Slika 3 pove, da se ob upoštevanju lineranega zakona upora in ob karakterističnem času $\tau_2$ hitrost kapljice prilagodi hitrosti zraka spet v nekaj tisočinkah sekunde (gornja krivulja). Če pa bi računali po kvadratnem uporu, bi prilagajanje trajalo precej dlje, nekaj stotink sekunde (spodnja, črtkana krivulja). Ustrezno velja za pot vstran (slika 4): Zrak se umika tako, da v 3 stotinkah sekunde napravi pot 0.3 m vstran (premica linearne sorazmernosti – narisana s pikami). Račun po linearnem zakonu pove, da bi se kapljice umaknile skoraj enako hitro (le v prvih tisočinkah sekunde je ta krivulja malo drugačna, sicer pa sta vzporedni). Pri upoštevanju kvadratnega upora pa bi ugotovili nekoliko večji zaostanek za zrakom (spodnja, bolj položna črtkana krivulja).

Kadar je treba upoštevati kvadratni upor, je umikanje kapljic torej nekoliko počasnejše. Z besedami matematike bi to razložili takole: Za majhne pozitivne $x$ je $x^2 < x$. Za razlago, kaj se dogaja s kapljico, v katero trčimo, bi pa bilo morda najbolje reči takole: Okoli nas je v turbulentnem toku zraka veliko slučajnih motenj in neurejenih gibanj na vse strani. Kakšen od teh slučajnih sunkov v toku morda zanese kapljice prav v nas.

Ponavadi pri počasni hoji skozi meglo nismo nič mokri. Le če so kapljice megle večje od običajnih, nas močijo (podobno kot dež). Nekoliko vpliva tudi hitrost premikanja skozi meglo: Pri večji hitrosti je večja verjetnost, da se zaradi manj urejenega toka okrog nas v nas zaletijo nekatere kapljice.

Torej če nikakor nočemo biti mokri, potem skozi meglo ne tecimo in se ne vozimo s kolesom, temveč se lepo počasi sprehajajmo (kadar imamo seveda za to dovolj časa). Če so v megli kapljice večje kot navadno, je ta nasvet še toliko bolj vredno upoštevati.

Trki s kapljicami in snežinkami pa niso pomembni samo za to, ali bomo ljudje v megli ali dežju mokri. Ta pojav ima še nekatere zanimive in pomembne posledice. Trki in zlivanje oziroma sprijemanje so eden od dveh glavnih načinov rasti oblačnih kapljic in kristalčkov do take velikosti, da potem kot dež ali sneg padejo do tal. Sodra in toča, ki lahko zrasteta tudi toliko, da povzročita znatno škodo, pridobivata vedno večjo maso prav s trki in primrzovanjem podhlajenih oblačnih kapljic. Žled nastaja podobno, ko kaplje dežja zadevajo ob mrzle veje, stebre in žice daljnovodov. Če je žleda dosti, lahko povzroči tudi zlome zaradi prevelike teže. Manj škodljivo, pa zato lepše je ivje. Nastane tako, da lahna sapa nosi s seboj podhlajene meglene kapljice. Kar oglejte si kdaj ivje, ko se zjutraj po megleni noči zdani. Ponavadi se ga večina nabere po eni strani vejic ali bilk. Tako lahko ugotovimo, da je ponoči iz tiste smeri na lahno vleklo in prinašalo vedno nove in nove kapljice. In morda še en primer: Zaledenitve na nosu in krilih letala tudi nastajajo s trki in primrzovanjem podhlajenih oblačnih in dežnih kapelj. Ker ogrožajo varnost letenja, morajo imeti letala posebne naprave za odstranjevanje ledu med letom.

*Jože Rakovec*

**HÁLO – ČUDOVITI NARAVNI POJAV.** V prejšnji številki smo za to številko napovedali opis laboratorijskega prikaza pojava hála. Vendar smo morali zaradi majhnega števila barvnih strani v Preseku prispevek odložiti na kasneje.

*Iz uredništva*