PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **23** (1995/1996)
Številka 4
Strani 216–219

Olga Arnuš:

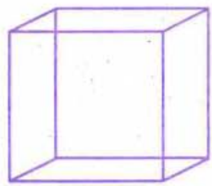
KAKO SI PREDSTAVLJAMO ŠTIRIDIMENZIONALNO KOCKO?

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo, matematika, geometrija, štiridimenzionalne kocke.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/23/1266-Arnus.pdf

KAKO SI PREDSTAVLJAMO ŠTIRIDIMENZIONALNO KOCKO?

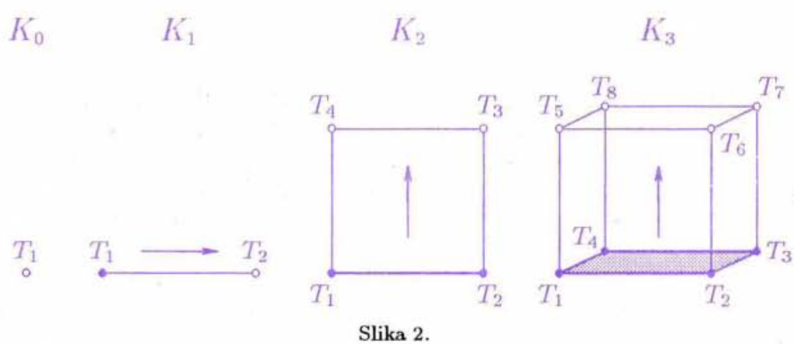
Beseda *kocka* nam običajno pomeni geometrijsko telo, ki ga narišemo takole (slika 1):



Slika 1.

S sliko smo ponazorili tridimenzionalno kocko. Kako pa izgledajo kocke nižjih dimenzij?

Začnimo s točko T_1. Ta lahko predstavlja ničdimenzionalno kocko K_0. Enodimenzionalno kocko K_1 dobimo, če točko T_1 premaknemo za neko razdaljo po premici. Odločimo se lahko kar za razdaljo 1. Enodimenzionalna kocka je daljica T_1T_2. Omejujeta jo dve točki, dve ničdimenzionalni kocki. Če to daljico premaknemo v smeri pravokotno nanjo za enoto, dobimo kvadrat $T_1T_2T_3T_4$, ki nam predstavlja dvodimenzionalno kocko K_2. Njen rob vsebuje štiri enodimenzionalne kocke (stranice). Če kvadrat premaknemo za enoto pravokotno na oba prejšnja premika, dobimo tridimenzionalno kocko $T_1T_2T_3T_4T_5T_6T_7T_8$. To pokriva šest dvodimenzionalnih kock (slika 2).

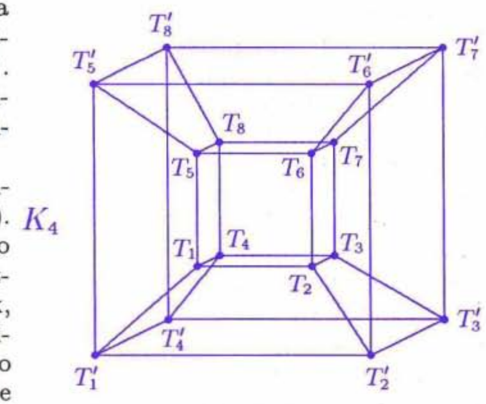


Slika 2.

Kako pa naprej? Sposobnost naše prostorske predstave nam ne dovoljuje, da bi našli še eno smer, pravokotno na prejšnje tri. Pa kaj zato!

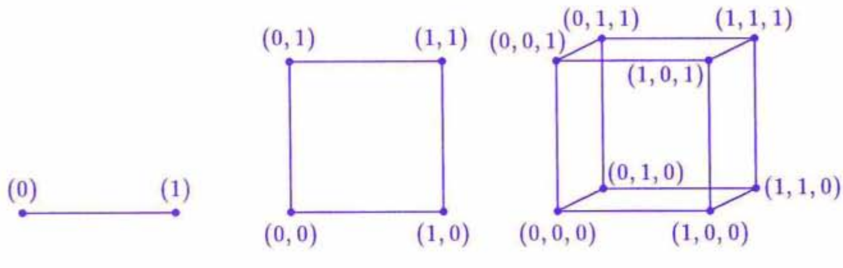
Recimo, da se to da vseeno narediti. Četrti "premik" naj na sliki izgleda tako, kot da bi kocko K_3 "napihnili" ali "skrčili". Temu, kar dobimo, recimo štiridimenzionalna kocka K_4 (slika 3).

K_4 vsebuje osem tridimenzionalnih kock (Katere so to?). Za našo prostorsko predstavo sicer $T_1T_2T_3T_4T_1'T_2'T_3'T_4'$ ne izgleda kot prava kocka. Ampak, roko na srce, tudi pri risanju tridimenzionalne kocke ne rišemo samih kvadratov ($T_1T_4T_8T_5$ je paralelogram), pa nas to nič ne moti.



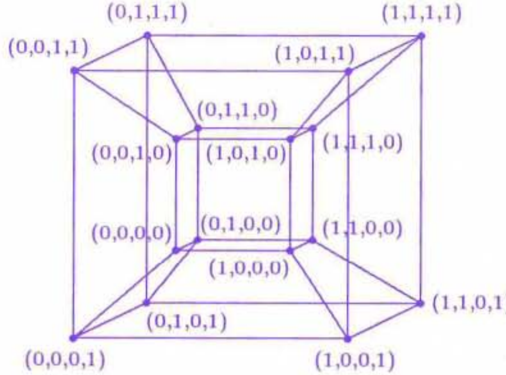
Slika 3.

V matematiki so včasih stvari bolj preproste, če si jih ne skušamo za vsako ceno nazorno predstavljati, ampak poiščemo ustrezni model. Ena najbolj uporabnih iznajdb v matematiki je uvedba koordinatnega sistema ali določitev točk s števili. V enodomenzionalnem prostoru (na premici) lahko vsako točko določimo z enim številom (koordinato), če smo premico seveda ustrezno opremili s koordinatnim začetkom in enoto. Vzemimo, da začetna točka T_1 predstavlja koordinatno izhodišče, torej število 0, T_2 pa naj predstavlja število 1. Predstavitev kock K_1, K_2 in K_3 s koordinatami prikazuje slika 4.



Slika 4.

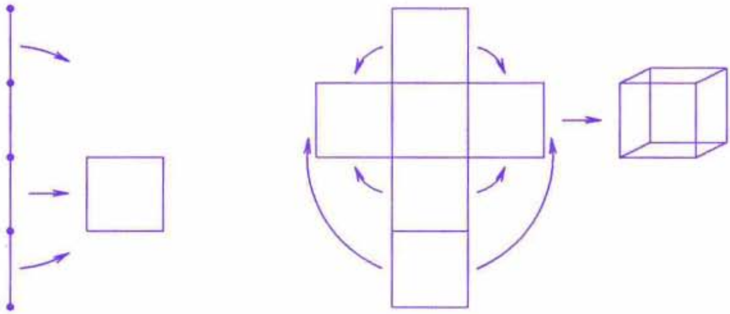
Pri K_4 pa dobijo oglišča še četrto koordinato (slika 5).



Slika 5.

Ta model lepo pokaže, zakaj uvedba nove dimenzije število oglišč podvoji (vsem prejšnjim ogliščem dodamo novo koordinato z vrednostma 0 in 1). Število kock K_3 v kocki K_4 dobimo z naslednjim razmislekom: eno koordinato je treba fiksirati (postavimo vrednost bodisi 0 ali pa 1). Ker smo to naredili s katerokoli od štirih koordinat, je vseh možnosti skupno $4 \cdot 2 = 8$. Če je na primer četrta koordinata 0, na ostalih mestih pa upoštevamo vse možne razvrstitve ničel in enic, dobimo kar prvotno kocko K_3 (notranjo na sliki).

Spomnimo se še, kako naredimo mehanski model kocke iz kock nižje dimenzije. Začnimo z enodimenzionalno kocko - daljico, ki jo lahko predstavimo s palico. Iz štirih takih palic lahko oblikujemo kvadrat. Za tridimenzionalno kocko potrebujemo šest kvadratov (mreža kocke). Zlepiti moramo ustrezne robove (slika 6).



Slika 6.