PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **23** (1995/1996)
Številka 3
Strani 134–136

Jože Grasselli:

OBSTOJNA PRAŠTEVILA

Ključne besede: matematika, teorija števil, praštevila, permutacije števk.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/23/1265-Grasselli.pdf

OBSTOJNA PRAŠTEVILA

Ko v praštevilu 13 zamenjamo vrstni red števk, dobimo praštevilo 31. Če napravimo isto s praštevilom 19, pridemo do števila $91 = 7 \cdot 13$, ki ni praštevilo.

Imenujmo dvo ali večmestno praštevilo **obstojno**, če vsaka permutacija njegovih števk pripelje do praštevila. Torej: praštevilo 13 je obstojno, praštevilo 19 pa ne.

Takoj vidimo, da v desetiškem zapisu obstojnega praštevila ne more biti števke 2. Števke namreč lahko preuredimo tako, da pride 2 na mesto enic. Dvo ali večmestno število, ki se končuje z 2, pa ni praštevilo. Iz podobnih razlogov se v obstojnem praštevilu ne more pojavljati tudi nobena od števk 0, 4, 6, 8, 5. Zato: **V desetiškem zapisu obstojnega praštevila nastopajo le števke 1, 3, 7, 9.**

Poiščimo vsa dvomestna obstojna praštevila. Najdemo jih med tistimi dvomestnimi praštevili, ki se zapišejo le s števkami 1, 3, 7, 9; torej med praštevili

$$11, 13, 17, \underline{19}, 31, 37, 71, 73, 79, 97, \tag{1}$$

ki so vsa razen 19 obstojna. Vseh dvomestnih praštevil je 21, po (1) je devet obstojnih.

Kako bi našli vsa trimestna obstojna praštevila? Podobno kot v (1) bi iz seznama vseh trimestnih praštevil, ki imajo v zapisu le števke 1, 3, 7, 9, odbrali obstojna praštevila. Ravnamo pa lahko še drugače.

V zapisu trimestnega števila so, ali vse števke enake ali vse števke različne ali pa dve števki enaki.

Če so vse števke enake, je trimestno število deljivo s 3 in ni praštevilo.

Naj bodo vse števke različne. Iz števil

$$137, 139, 179, 379 \tag{2}$$

dobimo s permutacijami števk vsa trimestna števila, ki imajo v zapisu same različne števke 1, 3, 7, 9. Števila (2) so sicer praštevila, ni pa nobeno obstojno. Je namreč

$$371 = 7 \cdot 53, \quad 319 = 11 \cdot 29, \quad 791 = 7 \cdot 113, \quad 793 = 13 \cdot 61.$$

Obstojnih trimestnih praštevil s tremi različnimi števkami torej ni.

Naj bosta sedaj v številu od treh števk dve enaki. Napravimo seznam števil, ki se zapišejo z 1, 3, 7, 9 in imajo prvi števki enaki:

$$113, \underline{117}, 119, 331, 337, \underline{339}, \underline{771}, 773, 779, 991, \underline{993}, 997. \tag{3}$$

Obstojna trimestna praštevila z dvema enakima števkama so nujno med števili (3). Podčrtana števila so deljiva s 3, torej niso praštevila. Ker je

$$119 = 7 \cdot 17, \quad 133 = 7 \cdot 19, \quad 737 = 11 \cdot 67, \quad 779 = 19 \cdot 41, \quad 979 = 11 \cdot 89,$$

se seznam (3) skrči na

$$113, 337, 991. \tag{4}$$

Če je kaj trimestnih obstojnih praštevil z dvema enakima števkama, so zajeta v (4). Preizkus ali pogled v praštevilsko tabelo potrdi, da so števila (4) praštevila. Permutacije števk v (4) privedejo do števil

$$113, 131, 311; \; 337, 373, 733; \; 991, 919, 199, \tag{5}$$

ki so obenem praštevila.

Sklep: Med trimestnimi praštevili je devet obstojnih, navedena so v (5). Dodajmo še, da je vseh trimestnih praštevil 143.

Pri iskanju štirimestnih obstojnih praštevil je treba upoštevati možnosti: Od štirih števk, vzetih izmed števk 1, 3, 7, 9, so, ali vse štiri različne ali tri različne ali dve različni ali vse štiri enake. Če si pomagamo s praštevilsko tabelo, hitro ugotovimo, da štirimestnih obstojnih praštevil ni. Na tak način bi mogli nadaljevati pri določanju pet in večmestnih obstojnih praštevil.

Večmestno število, ki ima vse števke enake c, ob vsaki permutaciji števk preide vase. Tako število pri $c \neq 1$ ni praštevilo, saj premore delitelj $c > 1$. Vzemimo sedaj, da v številu a nastopa samo števka 1, in to j–krat. Če je j sestavljeno število, je tudi a sestavljeno število. Naj bo namreč $j = st$ in s, t naravni števili, večji od ena. V številu

$$b = 10^{s-1} + 10^{s-2} + \cdots + 10 + 1$$

so vse števke 1 in jih je s. Ker je

$$a = b \cdot 10^{j-s} + b \cdot 10^{j-2s} + \cdots + b \cdot 10^{s} + b,$$

deli b število a. Zaradi $1 < s, 1 < t$ je tudi $1 < b < a$ in a sestavljeno število.