

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 17 (1989/1990)

Številka 1

Strani 40-43

Dušan Modic:

PRESEK MED BANKIRJI

Ključne besede: razvedrilo, naloge.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/17/966-Modic.pdf>

© 1989 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

PRESEK MED BANKIRJI

V Dnevniku sem prebral novico, da je poštna uslužbenka svetovala stranki, naj pošlje denar raje po banki namesto po pošti, ker je banka cenejša.

Ali je to res?

Poštšina za položnico $p(PTT)$ je 50 din za zneske (z) do 1000 din, od 1001 do 10 000 din je 100 din, za vsakih nadaljnjih začetih 10 000 din pa plačamo še po 80 din. Veljajo torej enačbe za poštino

$$p(PTT) = 50 \text{ din}, z \leq 1000 \text{ din}$$

$$p(PTT) = 100 \text{ din}, 1000 \text{ din} \leq z \leq 10\,000 \text{ din}$$

$$p(PTT) = 20 \text{ din} + 0,008 \cdot |z|, z \geq 10\,000 \text{ din}$$

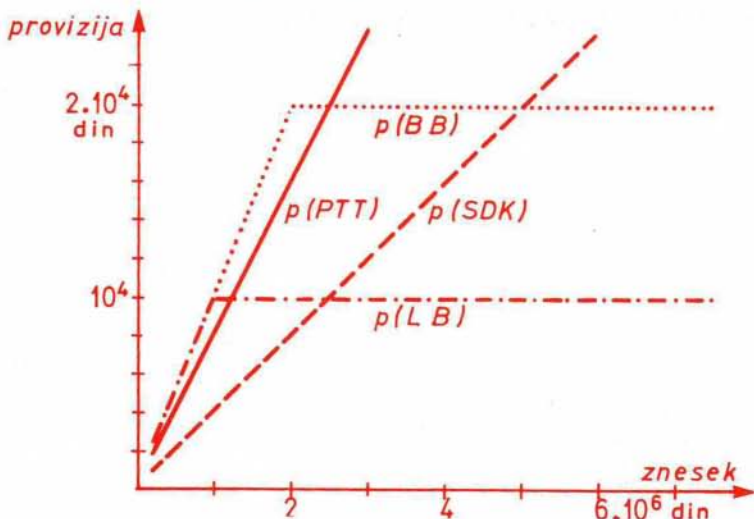
($|z|$ naj pomeni navzgor na desetisoče zaokrožen znesek, ki ga s položnico pošiljamo.)

Če pošljemo denar po položnici pri Službi družbenega knjigovodstva (SDK), plačamo za zneske do 25 000 din provizijo $p(SDK)$ 100 din, od 25 000 din naprej pa je provizija 0,4% od pošiljanega zneska.

Torej veljata enačbi

$$p(SDK) = 100 \text{ din}, z \leq 25\,000 \text{ din}$$

$$p(SDK) = 0,004 \cdot z, z \geq 25\,000 \text{ din}$$



Slika 1. Graf poštne in bančnih provizij

Ljubljanska banka zaračuna za položnice provizijo $p(LB)$ v višini 1% pošiljanega zneska, vendar najmanj 200 din, največ pa 10 000 din. Enako ravna Beograjska banka, le da je zgornja meja 20 000 din. Enačbe so:

$$p(LB) = p(BB) = 200 \text{ din}, z \leq 20\,000 \text{ din}$$

$$p(LB) = 0,01 \cdot z, 20\,000 \text{ din} \leq z \leq 1\,000\,000 \text{ din}$$

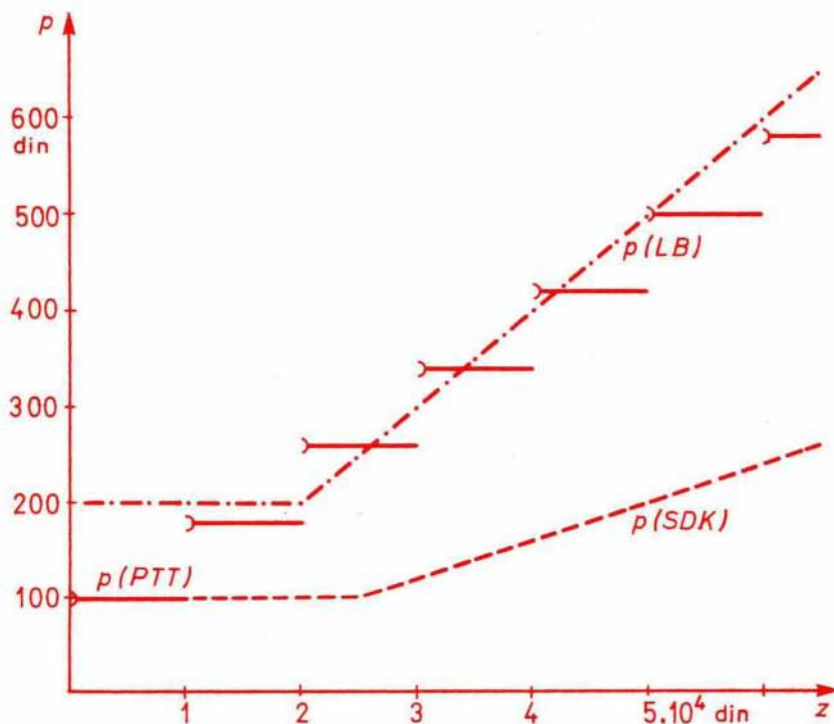
$$p(LB) = 10\,000 \text{ din}, z(LB) \geq 1\,000\,000 \text{ din}$$

$$p(BB) = 0,01 \cdot z, 20\,000 \leq z \leq 2\,000\,000 \text{ din}$$

$$p(BB) = 20\,000 \text{ din}, z(BB) \geq 2\,000\,000 \text{ din}$$

“Zaokrožimo” pošiljane zneske na 10 000 din in si oglejmo graf.

Iz enačb in njihovih grafov je razvidno, da je do zneska 2 500 000 din provizija najmanjša pri SDK, višja je na pošti, še višja pa pri obeh bankah, zlasti dokler



Slika 2. Graf poštne in bančnih provizij v začetnem delu

ne pridejo do veljave njihovi maksimalni zneski provizije.

Natančneje pa je takole:

Vedno je $p(SDK) \leq p(PTT)$ razen za zneske do 1000 din.

Zaradi maksimirane provizije pri LB postane pošiljanje denarja s položnicami pri LB ugodnejše od pošiljanja po pošti, ko je $p(PTT) \geq 10\,000$ din, ali ugodnejše od plačevanja pri SDK, ko je $p(SDK) > 10\,000$ din.

Rešimo obe neenačbi:

$$20 \text{ din} + 0,008 \text{ din} \cdot |z| \geq 10\,000 \text{ din}$$

$$|z| \geq 9980/0,008 \text{ din} = 1\,247\,500 \text{ din}$$

Ker na pošti zaokrožujejo zneske na desetisoče, je za zneske nad 1 240 000 din poština višja od provizije na LB.

Še druga enačba:

$$0,004 z \geq 10\,000 \text{ din}$$

$$z \geq 2\,500\,000 \text{ din}$$

z	POŠTNINA oz. PROVIZIJA			
	p(PTT)	p(SDK)	p(LB)	p(BB)
1 000	50 +	100	200	200
10 000	100 +	100 +	200	200
20 000	180	100 +	200	200
25 000	260	100 +	250	250
30 000	260	120 +	300	300
50 000	420	200 +	500	500
100 000	820	400 +	1 000	1 000
1 000 000	8 020	4 000 +	10 000	10 000
1 240 000	9 940 x	4 960 +	10 000 x	12 400
1 250 000	10 020 x	5 000 +	10 000 x	12 500
2 000 000	16 020	8 000 +	10 000	20 000
2 490 000	19 940 y	9 960 +	10 000	20 000 y
2 500 000	20 020 y	10 000 +	10 000 +	20 000 y
3 000 000	24 020	12 000	10 000 +	20 000
5 000 000	40 020	20 000 u	10 000 +	20 000 u
6 000 000	48 020	24 000	10 000 +	20 000
10 000 000	80 020	40 000	10 000 +	20 000

Torej je provizija na LB za zneske nad 2 500 000 din ugodnejša od provizije pri SDK.

Rešitvi neenačb $\rho(PTT) \geq 20\,000$ din in $\rho(SDK) \geq 20\,000$ din, $|z| \geq 2497500$ din in $z \geq 5\,000\,000$ din, nam povesta, da je provizija pri Beograjski banki za zneske nad 2 500 000 din ugodnejša kot na pošti in za zneske nad 5 000 000 din ugodnejša kot pri SDK.

Na strani 42 je tabela provizij za nekatere zneske.

Zdaj pa odgovor na vprašanje:

Do 10 000 din bomo pošiljali po pošti, od 10 001 din do 2 500 000 din na SDK, nad 2 500 000 din pa pri LB.

Če v kraju, kjer živimo, ni SDK, bomo na pošti pošiljali do zneska 1 240 000 din, višje vsote pa pri LB.

Če sta v kraju le pošta in BB, bomo na pošti oddajali zneske do 2 490 000 din, višje pa na BB.

Grafi poštnine in provizij v resnici niso premice, kot smo narisali na sliki 1, pač pa so "stopnice". "Poštne stopničke" so dolge 10 000 enot, visoke pa 80. Slika 2 kaže grafa poštnih in bančnih provizij do zneska 60 000 din.

Vidimo, da so tudi do zneska 50 000 din intervali, na katerih je bančna provizija nižja od poštnine. Določi jih za vajo!

Zaradi zaokrožanja zneskov na 10 din, bi stvari lahko še malo bolj zapletli, a pustimo to bančnikom.

Na primeru poštnih in bančnih provizij smo videli, kako lahko izkoristimo znanje iz osnovne in srednje šole pri reševanju "resničnih" nalog.

Ker ne znamo napovedati prihodnjih cen, vam ponujamo stare. Od julija 1987 so veljale na pošti naslednje cene za položnice: do 500 din je bila poštnina 18 din, do 1000 din je bila poštnina 30 din, za vsak naslednji (začeti) tisočak pa se je povečala še za 6 din. Ljubljanska banka pa je računala 1% pošiljanega zneska, vendar najmanj 20 din, največ pa 1 000 din. Kje smo takrat plačevali različne zneske?

(Rezultati: PTT: do 500 din, od 6 650 do 7 000 din in od 7250 do 162 000 din. LB: vmesni intervali: od 501 do 6649 din, od 7 001 do 7 249 din in od 162 001 din naprej.)