PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **17** (1989/1990)
Številka 6
Strani 321–325

Dušica Boben:

ČIGAV ZADNJI KAJ? JE VPRAŠAL VRAG

Ključne besede: razvedrilo, naloge.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/17/1005-Boben.pdf

RAZVEDRILO

"ČIGAV ZADNJI KAJ?" JE VPRAŠAL VRAG

"Dobro!" reče Simon in globoko vdihne. "Tole sprašujem: Ali Fermatov zadnji izrek velja?"

Vrag požre slino. Prvič je njegova samozavest splahnela. "Čigav zadnji kaj?" vpraša s prestrašenim glasom.

Simon, junak kratke zgodbe Arthurja Porgersa Vrag in Simon Flagg (1954), je uspel zvabiti vraga v boj z modrostjo. Simon je izbral vprašanje in vrag je imel 24 ur časa za pravilen odgovor, s katerim bi si pridobil človekovo dušo. Če pri tem ne bi uspel, bi moral Simonu zagotoviti dolgo življenje, zdravje, srečo in denar.

Vprašanje, ki ga je Simon postavil vragu - dokaz zadnjega Fermatovega izreka - je ena največjih draži v matematiki.

Grški matematik DIOFANT Aleksandrijski (250 let pred našim štetjem) je bil med prvimi, ki so se ukvarjali z vprašanji, kdaj je kaka enačba rešljiva s celimi števili. O teh problemih je napisal knjigo, ki jo je rad prebiral FERMAT, ter pri tem odkril vrsto novih izrekov. Pri nalogi, kako razstaviti kvadrat v vsoto dveh kvadratov, je Fermat na robu pripisal opazko:

DIOFANTSKE ENAČBE: Enačbe z več neznankami, pri katerih zahtevamo, da so rešitve cela števila.

"Ni pa mogoče razstaviti kuba v vsoto dveh kubov ali bikvadrata v v soto dveh bikvadratov. Sploh ni mogoče razstaviti nobene potence, večje od kvadrata, v vsoto dveh potenc iste stopnje. Za to sem našel zares čudovit dokaz. Zaradi pomanjkanja prostora pa ga ne morem tu zapisati."

BIKVADRAT: $a^4=(a^2)^2$

PIERRE FERMAT (1601 - 1665) je postavil trditev, da enačba

$$x^n + y^n = z^n$$

pri eksponentu $n>2$ ne premore nobene rešitve s celimi števili, razen seveda trivialnih rešitev

$$x = 0,\ y = z$$
$$y = 0,\ x = z$$
$$x = -y,\ z = 0;\ n \text{ lih}$$

Dokazati ali ovreči to trditev, je slavni FERMATOV PROBLEM.

Fermatovo opazko v knjigi so našli šele 30 let po njegovi smrti, Fermat pa svojega čudovitega dokaza tudi nikjer drugje ni objavil, niti ga ni omenil v nobenem izmed svojih pisem. Našli pa so zvezek, v katerem je dokazal trditev za $n = 4$. Od takrat so se s tem problemom ukvarjali mnogi, še danes pa privlači največje matematike.

PITAGORA iz Samosa (okr. 580-500) antični filozof in matematik

Trditev pravzaprav izhaja iz Pitagorovega izreka o pravokotnih trikotnikih. Pitagora, še pred njim pa so to vedeli že na Kitajskem in v Babilonu, je ugotovil, da je v vsakem pravokotnem trikotniku kvadrat najdaljše stranice enak vsoti kvadratov ostalih dveh stranic. Na primer, če sta krajši stranici dolgi 3 in 4 enote, mora biti najdaljša stranica dolga 5 enot, saj je $5^2 = 4^2 + 3^2$.

$c^2 = a^2 + b^2$

Pitagorov zaključek o odnosu med stranicami v pravokotnem trikotniku lahko prenesemo na števila: obstaja trojica celih števil (npr. 5, 4, 3), pri katerih je kvadrat največjega števila enak vsoti kvadratov drugih dveh.

Pitagorejska števila

O pitagorejskih trojicah je pisal tudi Diofant. Fermat je opazil, da omenjena lastnost ne velja za kube ali katere druge višje potence. Torej ne obstaja taka trojica celih števil, kjer je kub največjega števila iz trojice enak vsoti kubov drugih dveh števil. To je samo ideja, trditev, katere dokaza Fermat ni mogel stisniti na rob knjige.

Celo stoletje je minilo, preden je veliki švicarski matematik LEONHARD EULER (1707 - 1783), ki je večino svojega življenja deloval v tedanjem glavnem mestu carske Rusije Petrogradu (danes Leningradu), uspel dokazati trditev vsaj za tretjo in četrto potenco.

Za pete potence je to prvemu uspelo L. DIRICHLET-u (1805 - 1859). Niti za tretje niti za pete potence dokaz ni tako preprost kakor za četrte potence. Dirichletov dokaz za pete je bil še posebno zapleten.

DIRICHLET nemški matematik, pomemben s svojimi dosežki v teoriji vrst in v teoriji števil

Poenostavil ga je profesor JOSIP PLEMELJ (1873 - 1967) leta 1912.

SLOVENSKI MATEMATIK svetovnega slovesa in izvrsten pedagog

Ne pozabi naslednji naravoslovni dan ogled njegove spominske sobe na Bledu!

Korak naprej v dokazovanju Fermatove trditve je uspel nemškemu matematiku ERNESTU KUMMERJU (1810 - 1893).

Leta 1847 je dokazal Fermatovo trditev za zvrst praštevil, ki jih imenujemo regularna praštevila. Med praštevili do 100 edino 37, 59 in 67 niso regularna praštevila, vendar je Kummer dokazal, da tudi za ta praštevila enačba $x^p + y^p = z^p$ ni rešljiva s celimi števili.

Kummerjev dokaz je, četudi se sliši neverjetno, rešil življenje PAULU WOLFSKEHL-u, nemškemu matematiku na prehodu stoletja. O tem piše Philip Davis v knjigi "3,1415 and All That".

Wolfskehl je bil razočaran nad svojim neuspehom pri dokazovanju Fermatove trditve in nad ljubljeno osebo. Določil je način in uro, ko se bo poslovil od življenja. Ker je imel še nekaj časa, je odšel v svojo knjižnico ter razmišljal, kaj naj počne. S police je vzel matematične zvezke in brez volje listal po njih. Slučajno je odprl zvezek, v katerem je bil zapisan Kummerjev dokaz. Bral ga je in zazdelo se mu je, da je odkril napako. Poglobil se je v delo in ni odnehal, dokler ni preveril dokaza. Priznati je sicer moral Kummerjevo točnost, a ob tem je minila ura določena za smrt, pa tudi volja do življenja in zanimanje za matematiko sta se vrnila.

Leta 1908 je Wolfskehl umrl naravne smrti in v oporoki zapustil 100000 mark tistemu, ki bi do leta 2007 dokazal Fermatovo trditev. Vrednost njegove nagrade je z leti pobrala inflacija, zanimanje za dokaz pa je še vedno naraščalo.

Fermatova trditev ni privabljala le profesionalnih matematikov. Tudi mnogi amaterji so se poskusili v dokazovanju in napačni dokazi niso bili redki. Zaradi velikega števila pisem je nemški matematik Edmund

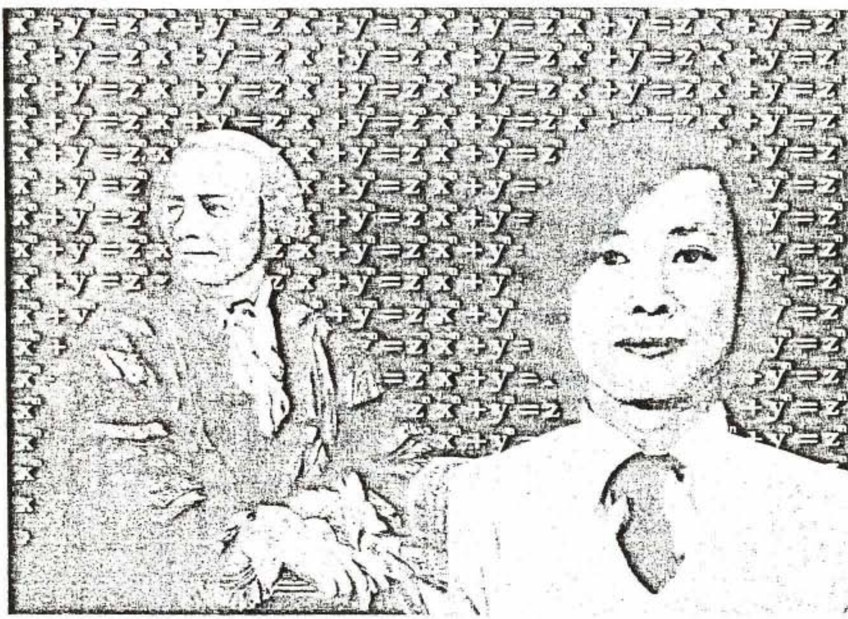
LANDAU odgovarjal nanje z že vnaprej pripravljenim dopisom:

Dragi gospod/gospa,
prejeli smo Vaš dokaz Fermatovega zadnjega izreka. Prva napaka je na strani .... vrstica ....

Do leta 1960 je bila Fermatova trditev dokazana za vse stopnje do 125000. Pri dokazovanju so si pomagali tudi z računalniki.

Leta 1983 je GERD FALTINGS, sedaj profesor na Princetonu, dokazal, da je za vsako stopnjo lahko samo končno mnogo izjem. Torej: če bi pokazali, da je končno mnogo izjem enako nič, bi bila trditev dokazana.

Februarja 1988 je med matematiki završalo. 38-letna matematičarka YOICHI MIYAOKA iz tokijske Metropolitanske univerze, je v Bonnu predstavila svoj dokaz Fermatove trditve. Zbrani matematiki so bili prevzeti in kmalu se je novica razširila po celem svetu. O tem sta pisala tudi časopisa Economist in New York Times. Toda dva tedna kasneje, ko so eksperti preverili na petih listih napisan dokaz, je navdušenje splahnelo. Odkrili so napako.



Leonhard Euler in Yoichi Miyaoka