PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **16** (1988/1989)
Številka 2
Stran 89

Boris Lavrič:

TRI NALOGE

Ključne besede: naloge, razvedrilo.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/16/928-Lavric-naloge.pdf

TRI NALOGE – rešitev s str. 89

DOTIKANJA

Denimo, da se kroga k_1 in k_2 dotikata v točki O. Potem je CD njuna skupna tangenta, odseki DK, DO in DL na tangentah DA, DC in DB na kroga k_1 in k_2 pa so tedaj enako dolgi. Torej leži točka D na sredini med K in L.

Poglejmo zdaj na desno sliko. Očitno velja $\overline{AT} = \overline{AS}$ in $\overline{BT} = \overline{BR}$, zato tudi

$$\overline{KT} = \overline{NS} \quad \text{in} \quad \overline{TL} = \overline{RM}$$

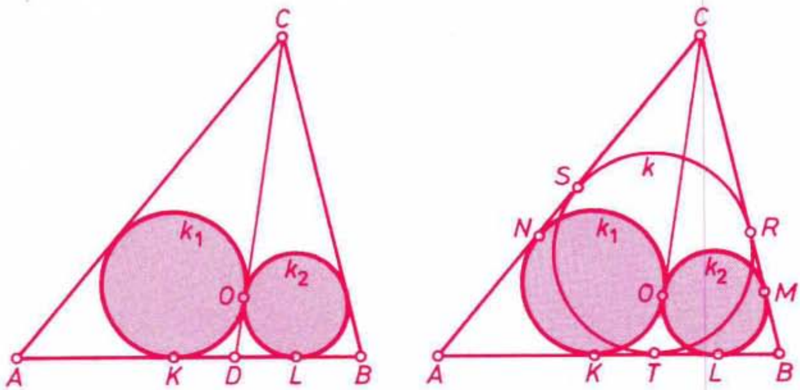
Poleg tega je $\overline{CN} = \overline{CO} = \overline{CM}$ in $\overline{CS} = \overline{CR}$, torej

$$\overline{NS} = \overline{CN} - \overline{CS} = \overline{CM} - \overline{CR} = \overline{RM} \quad \text{in} \quad \overline{KT} = \overline{TL}$$

Dotikališče T kroga k leži na sredi med K in L in zato sovpada s točko D.

Obratno smer trditve dokažemo podobno, zato dokaz opustimo.

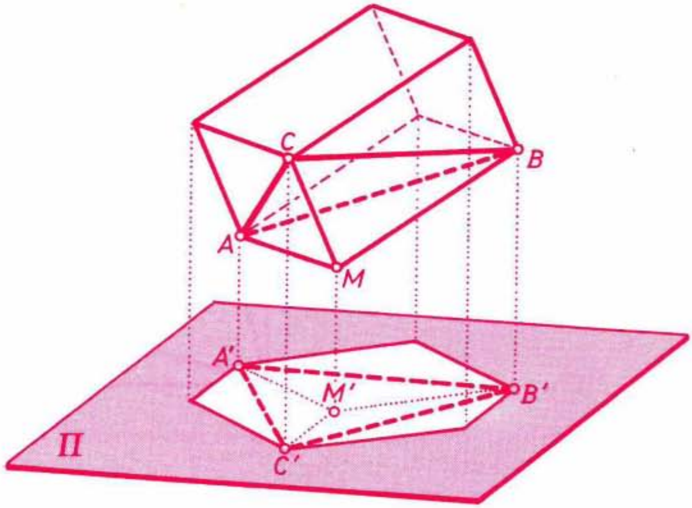
Še odgovor na vprašanje ob koncu naloge. Kroga se dotikata tedaj in le tedaj, kadar je D točka, v kateri se stranice AB dotikata trikotniku ABC pričrtani krog.



PROJEKCIJA

Označimo z M tisto oglišče kvadra, ki leži najbliže ravnini Π, *sosednja tri oglišča z A, B in C, njihove projekcije na* Π *pa zaporedoma z M', A', B' in C'. Projekcija kvadra je potem sestavljena iz paralelogramov, napetih na pare daljic*

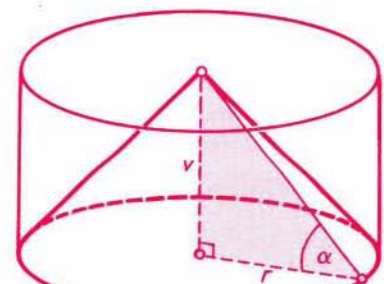
M'A', M'B' in M'C'. Njena ploščina je dvakratnik ploščine trikotnika A'B'C' in doseže največjo vrednost, ko je trikotnik ABC vzporeden ravnini Π. *Če robovi kvadra merijo a, a in 2a, je ploščina projekcije enaka* $3a^2$.



PLAŠČA

Označimo z r polmer osnovne ploskve in z v višino obeh teles. Potem plašč stožca meri $p_S = \pi r \sqrt{r^2 + v^2}$, plašč valja pa $p_V = 2\pi rv$. Določimo kvocient k velikosti plaščev:

$$k = \frac{\pi r \sqrt{r^2 + v^2}}{2\pi r v} = \frac{\sqrt{r^2 + v^2}}{2v} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{r}{v}\right)^2 + 1}$$



Brž vidimo, da sta plašča enako velika (torej $k = 1$) natanko takrat, kadar velja $r = v\sqrt{3}$, torej pri $\alpha = 30^0$. Zdaj je odgovor na dlani: če je $\alpha < 30^0$, ima stožec večji plašč kot valj, pri $\alpha > 30^0$ pa je res prav narobe.

Boris Lavrič