GLASBENA LESTVICA (1)

Ste že kdaj pogledali v klavir pod tisti veliki pokrov, ki ga na koncertih dvignejo? Koliko strun skriva v sebi, posebno če ga primerjamo s kitaro ali violino! In vendar je teh strun v nekem smislu malo, kot bomo videli.

Da se bomo laže razumeli, si za začetek oglejmo nekaj fizikalnih in glasbenih pojmov. Pri tem se bomo omejili le na najnujnejše, kar potrebujemo za ta sestavek.

Vsako *nihajoče telo* je izvir prostorskega longitudinalnega valovanja, ki se širi na vse strani in po vseh snoveh. Ena od bistvenih značilnosti nihanja telesa in z njim vzbujenega valovanja je njuna *frekvenca,* to je število nihajev v eni sekundi. Merska enota za frekvenco je 1 s^{-1}, za katero pogosto uporabljamo tudi oznako 1 Hz (Hertz). Človeško uho je sposobno zaznati valovanje zraka v širokem frekvenčnem območju od 16 do 20 000 Hz in ga pretvoriti v slušni dražljaj. Prostorsko longitudinalno valovanje v tem frekvenčnem območju imenujemo *zvok*. *Zvok je* torej *vse, kar lahko slišimo.* Nihajoče telo, ki je izvir zvoka, bomo imenovali *zvočilo.*

Pomudimo se še malo ob zvoku. Zvočne pojave lahko razdelimo na *tone, zvene* in *šume.* Če obidemo strogo fizikalno definicijo, lahko rečemo, da je *šum* neurejena mešanica valovanj vseh mogočih frekvenc, ki jih s sluhom ne ločimo med seboj. Glede zvenov in tonov se glasbena in fizikalna definicija nekoliko razlikujeta. *Ton* je s fizikalnega stališča zvok z neko natanko določeno frekvenco. Mi bomo takemu zvoku rekli *čisti* ali *sinusni ton,* za razliko od *glasbenega tona.* Ustvarimo ga lahko le umetno s tonskimi generatorji. *Glasbeni ton* pa je posebna kombinacija čistih tonov. Poleg osnovnega, to je tona, ki ima v tej kombinaciji najmanjšo frekvenco, recimo f, nastopajo v njej še tako imenovani *delni* ali *alikvotni* toni, to so sinusni toni, katerih frekvence so večkratniki frekvence osnovnega tona: $2f$, $3f$, ... V našem ušesu zveni taka kombinacija *sozvočno.* Dejansko posameznih delnih tonov s sluhom niti ne razločimo, zaznavamo eno samo tonsko višino — *višino glasbenega tona.* Ta je določena s frekvenco f osnovnega tona. Čim večja je ta frekvenca, tem višji se nam zdi ton. Od števila in medsebojnega razmerja jakosti posameznih delnih tonov pa je odvisna tako imenovana *barva* glasbenega tona. Več jih je, bogateje in polneje nam ton zveni. Na vprašanje, zakaj je tako, je odgovor preprost: tako smo pač narejeni. Glasbeni ton je poseben primer tistega, kar v fiziki imenujemo *zven.* Ta je sestavljen iz večjega števila čistih, ne nujno alikvotnih tonov. Razen za glasbene tone se pojma fizikalnega in glasbenega zvena ujemata. Za primer navedimo, da je zven npr. zvok zvona, gonga, činel.

Vsi zvoki lahko postanejo glasbeno gradivo. Sodobne skladbe vsebujejo tudi šume, evropska glasba zadnjih stoletij pa je uporabljala predvsem glasbene tone in zvene. Najosnovnejši zidaki so glasbeni toni. Kako neizmerno je to zvočno gradivo, povesta dva podatka. Da sega naše slušno območje od 16 Hz do 20 000 Hz, že vemo. Drugi podatek pa pravi, da smo v bolj občutljivem delu tega območja tja do 4000 Hz sposobni med seboj ločiti tona, ki se razlikujeta za vsega 1 Hz. Zato ni čudno, da si je človek že od nekdaj prizadeval v glasbo vnesti določeno enotnost in red. Nastali so razni *tonski sestavi* s svojimi *glasbenimi lestvicami,* ki so določale množico tonov, iz katere je dani tonski sistem črpal svoje tone. Poznamo veliko lestvic, ki so bile v različnih zgodovinskih obdobjih različno pomembne. Prav gotovo vsi poznate C-durovo lestvico, ki je del *zahodnoevropskega tonskega sestava,* v katerem oblikujejo skladbe že več kot tristo let. Poglejmo tabelo približnih frekvenc za tone prve oktave:

ton	c_1	d_1	e_1	f_1	g_1	a_1	h_1	c_2
frekvenca	262	294	330	349	392	440	494	523

Že iz te tabele lahko sklepamo, da v glasbi uporabljamo le majhno število tonov. V tem sestavku bomo pogledali, na osnovi kakšnih principov so izbrani toni evropskega tonskega sestava in do kakšne mere so ta načela realizirana.

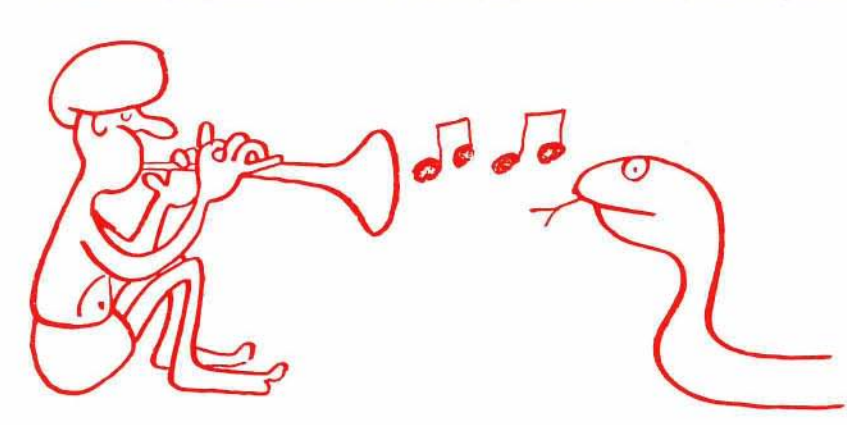
Prej pa smo dolžni še neko pojasnilo. Zgoraj smo rekli, da so tonski sestavi nastali iz človekove želje po urejenosti v glasbi, ne nazadnje zaradi možnosti njenega zapisa. Mogoče pa se to vprašanje sploh ne bi pojavilo, ali vsaj ne s tako nujnostjo, če bi na vsakem glasbilu lahko dobili ton poljubne višine — glede na frekvenco zvezen zvok brez presledkov. Na številnih glasbilih — na kitari, violini, violončelu ... — res lahko zaigramo poljuben ton (v mejah obsega glasbila). Obstajajo po tudi instrumenti, katerih zgradba dopušča le razmeroma majhno število možnih tonov, denimo orgle, klavir, harfa. Če bi povečali število dopustnih tonov v tonskem sistemu, bi to izredno povečalo nekatere instrumente in zapletlo njihovo konstrukcijo. Vidimo torej, da je tudi iz tehničnih razlogov potrebno, da vsebuje glasbena skala razmeroma malo tonov.

Pozoren bralec je lahko opazil, da smo že dvakrat primerjali klavir z godali. Ugotovili smo, da ima klavir precej strun, pa zmore razmeroma malo tonov, violina pa ima strun malo, tonov pa lahko iz nje izvabimo zelo veliko. Kako razložiti to navidezno nasprotje, še večje, ker je v obeh glasbilih osnovno zvočilo struna? Za to je potrebno vedeti, kako niha struna, in pozorno opazovati igri violinista in pianista.

Nihanje strune je mogoče teoretično obravnavati s sredstvi višje matematike. Pojav je zelo zanimiv za fiziko, pa tudi z glasbenimi instrumenti se da napraviti nekatere poskuse, ki nam dajo določene informacije o frekvencah, s katerimi struna niha. Mi se bomo tu seznanili le z rezultati. Najprej povejmo, da struna nikdar ne niha z eno samo frekvenco. Poleg najmanjše frekvence, s katero niha, to je osnovne lastne frekvence f, niha še z vsemi frekvencami, ki so večkratniki te osnovne frekvence. *Struna torej ne oddaja čistega tona, ampak glasbeni ton.* Osnovna frekvenca f oziroma višina tona je odvisna od karakteristik strune. To so *dolžina* in *presek strune, gostota materiala,* iz katerega je narejena, ter *velikost sile,* s katero je struna napeta. Pri dani struni sta njen presek in gostota materiala določeni, nespremenljivi količini. Pač pa lahko npr. spremenimo silo, s katero je struna napeta. Vsi smo že kdaj videli violinista pri uglaševanju violine. Dejansko pri tem s sukanjem ključev na vratu violine uravnava velikost sil, ki napenjajo strune. Podobno je pri klavirju. Od časa do časa vijaki, s katerimi so napete strune, popustijo in poklicati je treba uglaševalca. — Pa denimo, da sta sedaj violina in klavir vsak po svoje dobro uglašena. Torej o višini tona odloča le še dolžina strune. No, tu pa je bistvena razlika med klavirjem in violino. Klavirske strune določenih dolžin so pritrjene lepo na varnem v resonančni omari instrumenta. Pianist povzroči, da struna zaniha, tako da udari tipko klaviature, udarec pa se nato preko kladivca prenese na struno. Po vsem, kar smo povedali, je očitno, da lahko iz klavirja izvabimo kvečjemu toliko glasbenih tonov, kot je v njem strun. Drugače je z violino. Violinist povzroči nihanje strune tako, da potegne po njej z lokom. Istočasno s prsti proste roke pritiska strune ob podlago in pri tem mesto pritiska neprestano menjava. S tem spreminja dolžino nihajočega dela strune in z njo tonsko višino. Očitno torej res lahko na violino zaigramo poljuben ton v mejah njenega obsega.

Povrnimo se sedaj k našemu problemu. Radi bi odgovorili na vprašanje, zakaj so ravno nekateri toni vključeni v glasbeno skalo.

Konstrukcija glasbene skale ni tako preprosta kot na primer zgradba



temperaturne skale. Tam je interval med zmrziščem in vreliščem vode razdeljen na sto enakih delov. Pri glasbeni skali pa je treba upoštevati določena načela, ki slede iz narave zvočil in iz občutkov, ki jih v nas ustvarjajo razne kombinacije tonov. Po prvem načelu je treba skalo izbrati tako, da bodo uporabljeni toni najbolj sozvočni. Povedali smo že, da so toni dvojne, trojne, ... frekvence povsem sozvočni s tonom osnovne frekvence. Torej moramo zahtevati, naj glasbena skala hkrati s tonom frekvence f vsebuje vsaj ton frekvence $2f$. Če bomo govorili tudi o frekvencah, manjših od f, bomo najprej postavili zahtevo po tonu frekvence $f/2$. Interval med danim tonom in tonom dvojne frekvence imenujemo *oktava.* Je kar precej širok in za glasbo so samo oktavni intervali premalo. Pri izbiri nadaljnjih tonov, ki naj zapolnijo oktavne intervale, moramo izpolniti še en pogoj. Vsi vemo, da lahko isto pesem pojemo više ali niže, pač glede na glas. Če zanemarimo ritem, torej o melodiji ne odloča zaporedje tonov določenih višin, saj bi se ob prenosu na višje ali nižje sicer skazila. Tudi razlike med frekvencami zaporednih tonov niso odločilne za melodijo, kot bi kdo lahko prehitro napak pomislil. Isto melodijo slišimo, če je razmerje frekvenc tonov, ki jo sestavljajo, obakrat isto. Spet bomo rekli, da smo tako narejeni. *Prenesti melodijo više torej pomeni izvesti jo z drugimi, primerno višjimi toni, toda z natančno ohranitvijo razmerij frekvenc tonov, ki jo sestavljajo.* Naša druga zahteva, ki jo bomo postavili pri konstrukciji glasbene skale, bo sposobnost poljubnega prenosa katerekoli melodije više ali niže.

Predpostavimo, da smo uspeli konstruirati tako skalo, to je skalo, ki izpolnjuje naslednja pogoja:

a) hkrati s tonom frekvence f vsebuje tudi tona frekvence $2f$ in $f/2$,

b) dopušča naj prenos vsake melodije brez skaženosti.

Denimo, da so v tej skali v mejah ene oktave toni naslednjih frekvenc:

$$f = f_0 < f_1 < f_2 < \dots < f_{m-1} < f_m = 2f$$

Že zaporedje teh tonov pomeni preprosto melodijo. Prenesimo jo navzgor neskvarjeno tako, da bo najnižji ton f_0 prešel v f_1. Nova melodija bo začela s tonom f_1 in se končala z nekim tonom f_{m+1}, ki mora biti oktavni dvakratnik tona f_1, ker je $f_m = 2f_0$. Poleg tega mora biti razmerje med prvim in zadnjim tonom melodije obakrat isto. Ton f_{m+1} je že višji od zadnjega tona f_m v oktavi, je pa prvi za njim. Res. Če bi naša skala vsebovala neki ton f' med f_m in $f_{m+1} = 2f_1$, potem bi bil zaradi zahteve a) v njej tudi ton $f'/2$, za katerega bi iz $2f_0 = f_m < f' < f_{m+1} = 2f_1$ sledilo:

$$f_0 < f'/2 < f_1$$

To pa je protislovje, ker med f_0 in f_1 po predpostavki ni nobenega tona v skali.

Naša začetna melodija sestoji iz $(m + 1)$ različnih tonov. Navzgor prenešena jih ima seveda prav toliko, začenja pa s tonom f_1 in končuje s tonom f_{m+1}. Torej mora porabiti ravno vse tone od f_1 do f_{m+1} in je takale:

$$f_1 < f_2 < ... < f_m < f_{m+1}$$

Ker mora biti zaradi zahteve b) neskvarjena, sledi od tod enakost razmerij:

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{f_3}{f_2} = ... = \frac{f_{m+1}}{f_m}$$

Zahtevama a) in b) torej lahko ustrezajo le tako imenovane enakorazmerne skale. Matematično se lepše sliši, če rečemo, da morajo frekvence $f_0, f_1, f_2, ..., f_n$ tvoriti geometrijsko zaporedje. Začetni člen je f_0, poiščimo še količnik. Če ga označimo s q, imamo:

$$f_m = q^m f_0 = 2f_0$$

torej:

$$q^m = 2$$

Skala bo natančno določena, če bo znano število m, to je število stopnićk med f_0 in $2f_0$.

O tem pa v prihodnji številki Preseka.

Marija Vencelj

NAGRADNA NALOGA

NAJBOLJ KVADRATASTO LETO

Pravijo, da je bilo leto 1936 zelo kvadratasto. 1936 je popoln kvadrat, 1 je popoln kvadrat, 9 je popoln kvadrat in tako naprej: 36, 196, ... so popolni kvadrati. Naj bo N poljubno naravno število, zapisano v desetiškem sistemu. Naj bo $k(N)$ število popolnih kvadratov, ki jih lahko sestavimo s ciframi števila N. Med vsemi števili N med 1 in 10000 poišči tisto, ki je najbolj kvadratasto, to je tisto z največjim $k(N)$. Pomagaš si lahko z računalnikom.

Tomaž Pisanski