PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **16** (1988/1989)
Številka 1
Strani 17–20

Janez Strnad:

GLADINA VODE V VRTEČI SE POSODI

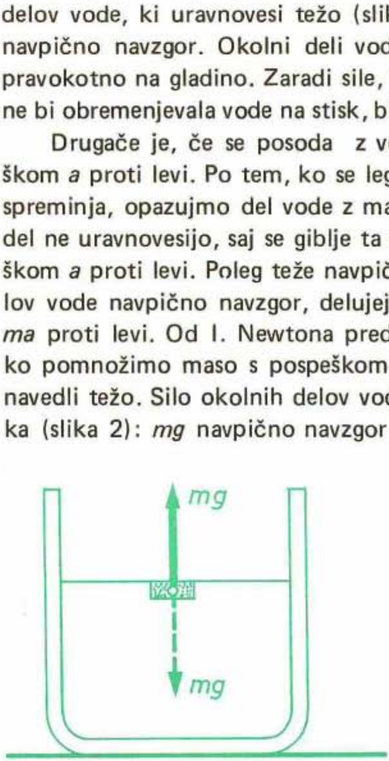
Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/16/923-Strnad.pdf

GLADINA VODE V VRTEČI SE POSODI

Da je gladina mirujoče vode vodoravna, ni težko pojasniti. Opazujmo majhen del vode z maso *m* ob gladini. Zemlja deluje nanj s težo *mg* navpično navzdol; pri tem je *g* težni pospešek. Opazovani del vode miruje: nanj deluje sila okolnih delov vode, ki uravnovesi težo (slika 1). Sila okolnih delov vode je torej *mg* navpično navzgor. Okolni deli vode lahko na opazovani del izvajajo le silo, pravokotno na gladino. Zaradi sile, ki ne bi bila pravokotna na gladino in zato ne bi obremenjevala vode na stisk, bi voda začela teči.

Drugače je, če se posoda z vodo giblje enakomerno pospešeno s pospeškom *a* proti levi. Po tem, ko se lega gladine glede na posodo s časom več ne spreminja, opazujmo del vode z maso *m* ob gladini. Zdaj se sile na opazovani del ne uravnovesijo, saj se giblje ta del, enako kot vsa voda v posodi, s pospeškom *a* proti levi. Poleg teže navpično navzdol in enako velike sile okolnih delov vode navpično navzgor, delujejo na opazovani del okolni deli vode s silo *ma* proti levi. Od I. Newtona pred tristo leti namreč vemo, da dobimo silo, ko pomnožimo maso s pospeškom. Pravzaprav smo to upoštevali že, ko smo navedli težo. Silo okolnih delov vode na opazovani del sestavljata dva prispevka (slika 2): *mg* navpično navzgor in *ma* proti levi. Gladina vode je pravoko-



Slika 1. Del vode ob gladini v mirujoči vodi. Opazovani del vode vzamemo za sistem in narišemo zunanje sile: teža *mg* deluje navpično navzdol (črtkano) in sila okolnih delov vode navpično navzgor (sklenjeno) jo uravnovesi. Gladina je pravokotna na silo okolnih delov vode.

Slika 2. Del vode ob gladini v posodi, ki se giblje s konstantnim pospeškom *a* proti levi. Risba je narisana tako kot prejšnja. Vsota obeh prispevkov k sili okolnih delov vode pa je narisana z votlo puščico.

tna na njuno vsoto in se dviga proti desni. Njen nagib φ je določen z razmerjem obeh prispevkov takole:

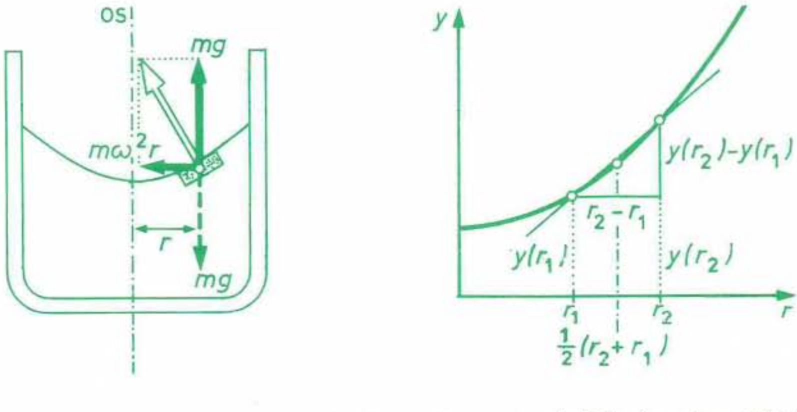
$$\text{tg}\varphi = ma/mg = a/g$$

Nazadnje se zanimajmo za vodo v posodi, ki se enakomerno vrti s kotno hitrostjo ω. Če traja en vrtljaj, ki mu ustreza polni kot 2π, čas t_0, je kotna hitrost $\omega = 2\pi/t_0$. Zopet opazujmo del vode z maso m ob gladini. Del enakomerno kroži. Enakomerno kroženje je pospešeno gibanje. Pospešek – tako imenovani centripetalni pospešek – z velikostjo $\omega^2 r$ kaže proti osi. Ta pospešek se spreminja z razdaljo r od osi.

Na opazovani del vode deluje teža mg navpično navzdol in okolni deli vode z enako veliko silo navpično navzgor in s silo $m\omega^2 r$ proti osi. Gladina je – kot v obeh prejšnjih primerih – pravokotna na silo okolnih delov vode, ki jo sestavljata prispevek mg navpično navzgor in prispevek $m\omega^2 r$ proti osi. Nagib gladine je določen takole:

$$\text{tg}\,\varphi = m\omega^2 r/mg = \omega^2 r/g$$

Računanja še ni konec, ker se nagib spreminja z razdaljo od osi. Zaradi tega je gladina ukrivljena. Njena oblika je rotacijsko simetrična. Dovolj je, če določimo krivuljo, ki jo dobimo kot presek gladine z ravnino skozi os. Krivulja $y(r)$ podaja višino dela vode nad najnižjo točko ob osi: $y(0) = 0$. V razdalji r_1 od osi je višina $y(r_1)$ in v malo večji razdalji r_2 je višina $y(r_2)$. Tangens nagiba določa kvocient $(y(r_2) - y(r_1))/(r_2 - r_1)$ (slika 3). Katero razdaljo naj vstavimo namesto r v desno stran enačbe? Pomagajmo si s srednjo razdaljo $(r_2 + r_1)/2$. Tako dobimo:



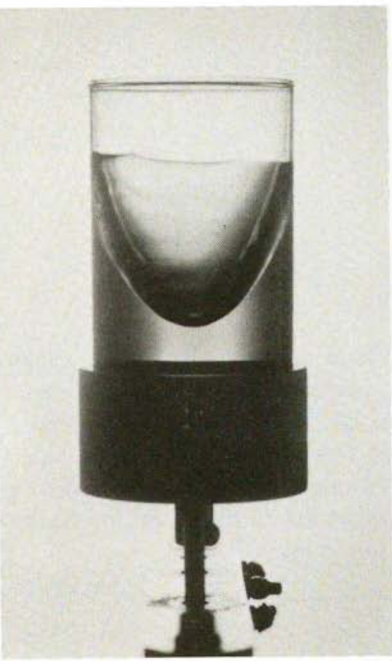
Slika 3. Del vode ob gladini v posodi, ki se enakomerno vrti. Risba je narisana tako kot prejšnja. Desna risba kaže, kako izračunamo tangens nagiba gladine.

$$y(r_2) - y(r_1) = \omega^2 (r_2 - r_1)(r_2 + r_1)/2g = \omega^2 r_2{}^2/2g - \omega^2 r_1{}^2/2g$$

Uvidimo, da gre za parabolo

$$y(r) = \omega^2 r^2/2g$$

in ima gladina obliko rotacijskega paraboloida.



Slika zgoraj:

Stopetdesetletnico fizika Ernesta Macha (1838-1916) je avstrijska pošta počastila z izdajo posebne znamke (k prispevku na strani 21.)

Slika levo: Gladina vrteče se vode ima obliko rotacijskega paraboloida. Trditev drži samo približno, ker je težko doseči, da se čaša enakomerno vrti, motnje pa povzročajo valove. (Foto Marjan Smerke)